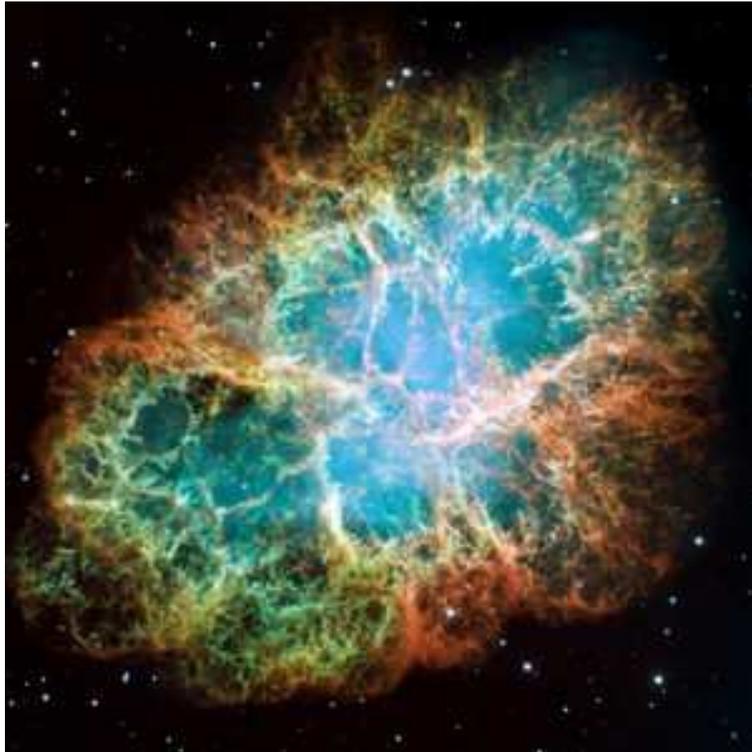


INTRODUCCIÓN A LA ASTROFÍSICA RELATIVISTA

Prof. Gustavo E. Romero



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Índice general

1. El espacio-tiempo y la relatividad especial	3
1.1. Espacio-tiempo	3
1.2. Objetos y estructura sobre la variedad	5
1.3. El grupo de Lorentz	10
1.4. Mecánica relativista	13
1.5. Elementos de relatividad general	16
1.5.1. Agujeros negros	16
2. Partículas elementales	21
2.1. Leptones	23
2.1.1. Antipartículas	24
2.1.2. Interacciones	24
2.2. Hadrones	27
2.3. Interacciones entre partículas	30
2.4. Decaimiento de partículas	32
2.4.1. Decaimiento electromagnético	32
2.4.2. Decaimientos fuertes	34
2.4.3. Decaimientos débiles	35
2.4.4. Decaimiento del neutrón	35
2.4.5. Decaimiento de mesones	36
2.4.6. Decaimiento de leptones	37
2.5. Propiedades intrínsecas de las partículas: el spin	37
2.6. Colores y QCD	38

3. Aceleración de partículas	41
3.1. Aceleradores artificiales	42
3.2. Rayos cósmicos	46
3.2.1. Pulsares	48
3.2.2. Remanentes de supernova	51
3.3. Mecanismo de aceleración difusivo	56
4. Difusión	63
4.1. Solución de la ecuación de difusión	64
4.2. Ecuación de difusión en dos dimensiones	65
4.2.1. Caso estacionario	66
4.2.2. Casos no estacionarios	67
5. Procesos radiativos I	69
5.1. Conceptos básicos	69
5.2. Radiación térmica	72
5.3. Radiación sincrotrón	74
5.3.1. Radiación sincrotrón de una partícula	74
5.3.2. Una aproximación útil	77
5.3.3. Radiación sincrotrón de una distribución de partículas	78
5.3.4. Absorción de la radiación sincrotrón	79
5.3.5. Límite cuántico	81
5.3.6. Efecto sobre el espectro de electrones	82
5.4. Radiación de curvatura	82
5.5. Radiación Cherenkov	84
5.6. Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, IC)	85
5.6.1. La sección eficaz IC	87
5.6.2. Tasa de enfriamiento y espectro de emisión	89
5.7. Radiación por producción de foto-mesones	94
5.8. Formación de pares por interacciones foto-hadrónicas	97
5.9. Producción de pares “triple” (<i>triplet pair production</i> , TPP)	99

6. Procesos radiativos II	101
6.1. Interacciones de electrones relativistas con materia	101
6.1.1. Bremsstrahlung relativista	101
6.2. Interacciones de protones relativistas con materia	103
6.2.1. Radiación por decaimiento de piones	103
6.2.2. Radiación por aniquilación protón-antiprotón	111
6.2.3. Pérdidas por ionización	111
6.2.4. Interacciones pión-núcleo y pión-pión	112
6.2.5. Interacción neutrón-protón	114
6.2.6. Aniquilación de electrones y positrones	114
7. Absorción	119
7.1. Procesos de absorción de energía	120
7.1.1. Creación de pares en un campo Coulombiano	120
7.1.2. Absorción por creación de pares en un campo de radiación	120
7.1.3. Absorción en campos magnéticos	122
7.1.4. Interacción Compton directa	122
7.1.5. Debilitamiento de rayos γ por efectos Doppler y gravitacional	123
7.2. Cascadas electromagnéticas	124
7.2.1. Cascadas electromagnéticas en la materia	127
7.3. Cascadas hadrónicas	128
8. Detectores	131
8.1. Astronomía γ desde tierra: Telescopios Cherenkov	132
8.2. Astronomía γ espacial	137
8.2.1. $30 \text{ MeV} \leq E \leq 300 \text{ GeV}$	137
8.2.2. $1 \text{ MeV} \leq E \leq 30 \text{ MeV}$	140
8.2.3. $E_\gamma \leq 1 \text{ MeV}$	141
8.3. Emisión difusa y detección de fuentes puntuales	141

9. Fuentes de rayos γ	145
9.1. Fuentes pasivas	145
9.2. Fuentes activas	147
9.2.1. Púlsares	148
9.2.2. Remanentes de supernovas	153
9.2.3. Binarias de estrellas tempranas	156
9.2.4. Núcleos galácticos activos (AGNs)	157
9.2.5. Microcuasares (Mqs)	161
9.3. Fuentes transitorias de rayos γ	167
9.3.1. Erupciones de rayos gamma (Gamma-Ray Bursts, GRBs)	167
9.4. Fuentes no identificadas de rayos γ	173
10. Aspectos cosmológicos	175
A. Deducción de la intensidad de fotones IC en un campo monocromático	181
B. Discusión sobre las funciones de Green	183

Introducción

La astronomía es el estudio de los objetos que forman el Universo a través de la detección y medición de las **partículas** que estos objetos emiten. Durante la mayor parte de su historia, la Astronomía se ha limitado a un tipo muy específico de origen cósmico: fotones con una longitud de onda en el rango

$$300 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1 \text{ } \mu\text{m},$$

lo que corresponde a frecuencias entre 3×10^{14} y 10^{15} Hz. La radiación formada por estos fotones es conocida como “luz visible”.

Recién en la década de 1930, con la detección de ondas de radio de origen cósmico, la ventana electromagnética de observación astronómica se abrió más allá de lo que el ojo humano es capaz de detectar. El uso de radiotelescopios como instrumentos astronómicos no se generalizó y fue funcional hasta la década de 1950.

La detección de fotones de energía mayor que los del rango visible debió esperar aún más, ya que la atmósfera terrestre es opaca a la radiación de frecuencias mayores que 10^{15} Hz. La utilización sucesiva de globos estratosféricos, cohetes de gran altitud y, finalmente, satélites artificiales, proveyó de plataformas sustentables para albergar detectores de fotones muy energéticos.

La astronomía de rayos X ($0.1 \text{ keV} \leq E_{\text{ph}} \leq 500 \text{ keV}$) experimentó un rápido desarrollo durante los años 1960 debido a que las facilidades instrumentales estuvieron rápidamente a la altura de los requisitos observacionales primarios. Por el contrario, el desarrollo de la astronomía de rayos γ ($E_{\text{ph}} \geq 500 \text{ KeV}$) fue un proceso lento que tardó décadas en arrojar resultados significativos. Esto se debió, en parte, a dificultades técnicas específicas y al formidable problema de separar las contribuciones producidas en el detector por fuentes legítimas de rayos γ de aquellas que tienen un origen puramente local y son debidas a la radiación cósmica universal (formada por partículas cargadas y neutrones relativistas).

A pesar de las dificultades, durante la década de 1990, la astronomía de rayos γ se ha consolidado como una herramienta fundamental para el estudio de los procesos no-térmicos en el Universo. En efecto, este es el único rango del espectro electromagnético libre de contribuciones producidas por plasmas calientes, por lo que la radiación por encima de 1 MeV es debida, casi enteramente, a interacciones de partículas relativistas.

En este curso estudiaremos cómo partículas materiales pueden ser aceleradas hasta velocidades relativistas ($\sim c$) en ámbitos astrofísicos, qué interacciones pueden sufrir esas partículas, qué flujo de radiación γ resulta de esas interacciones, y cómo es posible detectar y medir esa emisión γ una vez que llega a la vecindad del planeta Tierra. Nuestro objetivo será poner las herramientas que nos permitan estudiar y comprender las **fuentes cósmicas de rayos γ** .

Como la radiación γ es el resultado de la interacción de partículas **relativistas**, comenzaremos repasando las propiedades de sistemas que se mueven a velocidades cercanas a la

de la luz. Esto es, comenzaremos con un repaso de la **Teoría Especial de la Relatividad** y de su concepto central: el **espacio-tiempo**.

Capítulo 1

El espacio-tiempo y la relatividad especial

1.1. Espacio-tiempo

Cuando se observa el mundo, por poca atención que se preste, resulta obvio que en él hay **cosas** y que éstas tienen **propiedades**. La característica definitoria de las cosas es que se asocian para formar nuevas cosas. Así, las moléculas forman células, las células organismos, los organismos pueden formar sociedades, etc.

Las propiedades de las cosas son de dos tipos: **intrínsecas** y **relacionales**. Las primeras sólo dependen de la cosa en cuestión (por ejemplo, la carga de la partícula) mientras que las segundas dependen también de otras cosas (por ejemplo, la velocidad de la partícula). Cuando las cosas se combinan para formar nuevas cosas, las cosas resultantes pueden tener propiedades **emergentes**, que las cosas constituyentes no tienen. A su vez, las propiedades emergentes pueden ser intrínsecas o relacionales. Así, por ejemplo un gas puede tener temperatura y presión, propiedades de las que carecen las moléculas constitutivas.

Dada una cosa x llamaremos \mathcal{P} al conjunto de todas sus propiedades:

$$\mathcal{P} = \{p/p_x\}. \quad (1.1)$$

Los elementos de \mathcal{P} pueden ser representados por funciones matemáticas (supuesto metodológico de la Ciencia). Llamamos **espacio de estados** de una cosa x ($S(x)$) al conjunto de funciones (de dominio M) que representan a los elementos de \mathcal{P} . Una **ley** es una restricción sobre $S(x)$. Nos dice que las propiedades de una cosa no pueden tomar cualquier valor. Llamaremos $S_L(x)$ al conjunto de **estados legales** de x . Estos son los estados accesibles en principio a la cosa x de acuerdo con las restricciones legales que imperan sobre ella. El estado real de una cosa concreta x es un punto de $S_L(x)$.

Un **cambio** es un par ordenado de estados de la cosa que cambia:

$$(s_1, s_2) \in E_L(x) = S_L(x) \times S_L(x). \quad (1.2)$$

El conjunto de todos los cambios de una cosa es el **espacio de eventos** ($E_L(x)$) de esa cosa. Definimos ahora el **espacio-tiempo** de la siguiente manera:

El espacio-tiempo es el conjunto de todos los eventos de todas las cosas.

Todo lo que ha ocurrido, ocurre o ocurrirá a alguna cosa es un punto (elemento) del espacio-tiempo. Un **proceso** (sucesión de cambios) es una línea (o subconjunto) del espacio-tiempo.

Debemos ahora caracterizar matemáticamente al espacio-tiempo si queremos hacer predicciones precisas sobre ciertos eventos.

Postulado: El espacio-tiempo se representa por una **variedad real cuadri-dimensional diferenciable**.

Una **variedad real** es un concepto que puede ser completamente cubierto por subconjuntos cuyos elementos pueden ser puestos en correspondencia 1 a 1 con subconjuntos de \mathbb{R}^4 (si la variedad es **cuadri-dimensional**; \mathbb{R}^n si es **n-dimensional**). En forma estricta:

M es una variedad real n -dimensional diferenciable si y solo si:

1. M es un conjunto
2. $\exists O/O = \{O_\alpha \subset M\}$.
3. Todo elemento $p \in M$ es tal que $\exists O_\alpha \in O/p \in O_\alpha$.
4. $\forall_\alpha \exists \Phi_\alpha : O_\alpha \rightarrow U_\alpha$, con U_α subconjunto abierto de \mathbb{R}^n .
5. Si existen dos conjuntos O_1 y $O_2/O_1 \cap O_2 \neq \emptyset$ ($\emptyset = \text{vacío}$) $\Rightarrow \exists \Phi_2 \cdot \Phi_1^{-1}$ que pone en correspondencia 1 a 1 los puntos de $U_1 \subset \mathbb{R}^n$ con los de $U_2 \subset \mathbb{R}^n$.

Vemos de esta definición por qué postulamos una variedad para representar el espacio-tiempo: independientemente de la estructura geométrica de éste, podemos adoptar coordenadas (números reales) para describir procesos que ocurren en él.

Dado un elemento $p \in M$ podemos designar distintos sistemas de coordenadas. Por ejemplo,

$$\begin{aligned} p &\longleftrightarrow \{x^\mu\} \\ p &\longleftrightarrow \{x'^\mu\} \end{aligned}$$

$$\exists \quad x'^\mu = x'^\mu(\{x^\mu\}) \tag{1.3}$$

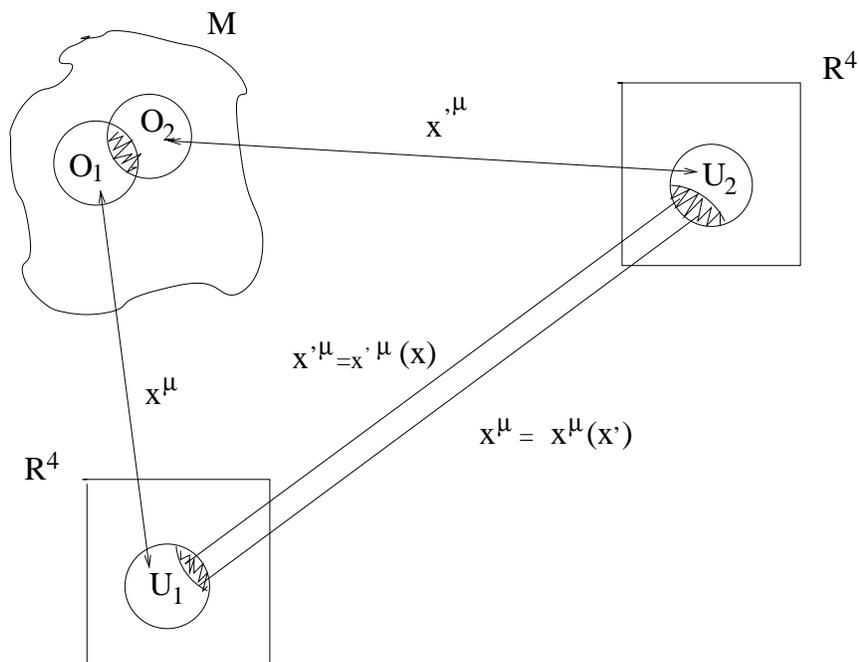


Figura 1.1: Esquema para una variedad cuadri-dimensional.

donde $\mu = 0, 1, 2, 3$. Adoptamos 4 coordenadas porque el mundo parece ser 4-dimensional, pero en principio no hay limitaciones en ese sentido (ver la Figura 1.1).

Para poder hacer física sobre nuestra variedad (esto es, para poder describir procesos reales) necesitamos definir sobre ella objetos matemáticos que puedan ser utilizados luego para representar objetos físicos y sus propiedades.

1.2. Objetos y estructura sobre la variedad

Los objetos sobre la variedad se definen por sus propiedades de transformación frente a cambios de coordenadas $\{x^\mu\} \longleftrightarrow \{x'^\mu\}$. El objeto más simple es un **escalar**:

$$\phi(x^\mu) = \phi'(x'^\mu). \quad (1.4)$$

El **valor** del escalar no cambia cuando el sistema coordenado cambia de $\{x^\mu\}$ a $\{x'^\mu\}$. Notar que la forma ϕ **sí** puede cambiar.

Introduzcamos ahora un objeto de cuatro componentes A^μ . Si realizamos un cambio de coordenadas $\{x^\mu\} \rightarrow \{x'^\mu\} \Rightarrow$

$$A'^\mu = \sum_{\nu=1}^4 A^\nu \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}. \quad (1.5)$$

De aquí en más adoptaremos la **convención de la suma de Einstein**: se suma sobre índices repetidos (de 0 a 4, ó a n , dependiendo de la dimensión de la variedad). Luego la ecuación 1.5 se escribe

$$A'^{\mu} = A^{\nu} \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}}. \quad (1.6)$$

Un objeto que se transforma de esta manera es un **vector contravariante**. Un ejemplo de este tipo de objetos es la línea que une dos puntos arbitrariamente próximos de la variedad:

$$dx'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} dx^{\nu}. \quad (1.7)$$

Los vectores **covariantes** se definen por medio de:

$$B'_{\mu} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}} B_{\nu}. \quad (1.8)$$

Un ejemplo es el gradiente de un campo escalar:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x'^{\nu}} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\nu}} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\mu}}. \quad (1.9)$$

En general, a los vectores sobre la variedad se los llama **tensores de rango 1**. Podemos definir tensores contravariantes (o covariantes) de rango arbitrario:

$$T'^{\overbrace{\dots \mu \dots}^n}_{\underbrace{\dots \nu \dots}_m} = \dots \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\rho}} \dots \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial x'^{\nu}} \dots T^{\dots \rho \dots}_{\dots \sigma \dots} \quad (1.10)$$

El tensor es n veces contravariante y m veces covariante. Ejemplos de tensor de rango 2:

$$T'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} T^{\alpha\beta} \quad 2 \text{ veces contravariante}, \quad (1.11)$$

$$T'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} T_{\alpha\beta} \quad 2 \text{ veces covariante}, \quad (1.12)$$

$$T'^{\mu}_{\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} T^{\alpha}_{\beta} \quad 1 \text{ vez contravariante}, 1 \text{ vez covariante}. \quad (1.13)$$

Un ejemplo de tensor de rango 2 es el tensor de energía-impulso que caracteriza a cualquier sistema físico (ver Sección 1.5).

Un campo tensorial definido sobre alguna región de la variedad es una asociación de un tensor de la misma variedad a cada punto de la región:

$$p \longrightarrow T^{\dots \mu \dots}_{\dots \nu \dots}(p), \quad (1.14)$$

donde $T^{\dots \mu \dots}_{\dots \nu \dots}(p)$ es el valor del tensor en p . El campo tensorial se llama continuo o diferenciable si las componentes del tensor lo son.

Debido a sus propiedades de transformación, toda relación entre tensores mantendrá su relación al cambiar de sistema de coordenadas. Como de las leyes de la física se espera que tengan la misma forma en **todos** los sistemas coordenados, deben ser expresadas en forma de ecuaciones tensoriales. En tal caso se dice que son **covariantes**. La covariancia es invariancia de forma.

Aunque hemos definido objetos sobre la variedad que representa al espacio-tiempo, aún no sabemos medir distancias entre puntos (eventos) de la variedad. Para poder medir distancias debemos asignar una **estructura geométrica** a la variedad. Esto se hace introduciendo un tensor de rango 2 llamado **tensor métrico**. El mismo nos dice cómo calcular la distancia ds entre dos eventos arbitrariamente próximos ϵ_1 y ϵ_2 :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (1.15)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico. En un espacio-tiempo euclídeo, por ejemplo,

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} = \begin{cases} +1 & \text{si } \mu = \nu \\ 0 & \text{si } \mu \neq \nu \end{cases} \quad (1.16)$$

y

$$ds^2 = (dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2. \quad (1.17)$$

El tensor métrico $g_{\mu\nu}$ tiene un contenido empírico: depende de la naturaleza del Mundo. Durante más de 2000 años se pensó que la geometría del espacio-tiempo era euclídea. Entre 1905 y 1908 Einstein y Minkowski propusieron que el tensor métrico del espacio-tiempo es un tensor de rango 2 y traza -2:

$$\mathfrak{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

conocido como **tensor de Minkowski**.

El intervalo entre dos eventos resulta ser:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2. \end{aligned} \quad (1.19)$$

La geometría resultante es **pseudoeuclídea**¹. Un punto importante a notar es que $\eta_{\mu\nu}$ tiene el mismo valor sobre toda la variedad (esta condición se relaja en la Teoría General de la Relatividad, donde $g_{\mu\nu}$ es un campo tensorial cuyas componentes son funciones determinadas por el contenido de energía-impulso de los sistemas físicos en el espacio-tiempo).

Es inmediato establecer que:

$$\eta_{\mu\alpha} \eta^{\alpha\nu} = \delta_\mu^\nu. \quad (1.20)$$

¹Porque ds^2 no es definido positivo.

Las tres coordenadas que aparecen con signo negativo en el intervalo se los suele denominar **espaciales** y se los representa por:

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z. \quad (1.21)$$

La coordenada que aparece con el signo opuesto es llamada **temporal**:

$$x^0 = ct. \quad (1.22)$$

Aquí c es una constante que permite uniformizar las dimensiones, que en principio no tienen porqué ser iguales. Como se verá en la Práctica 1, esta constante coincide con el valor de la velocidad de la luz en el vacío.

En coordenadas esféricas polares tenemos:

$$x^\mu = (ct, r, \theta, \phi), \quad (1.23)$$

donde

$$\begin{aligned} x &= r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\phi) \\ y &= r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\phi) \\ z &= r \cos(\theta). \end{aligned} \quad (1.24)$$

Luego, el intervalo en estas coordenadas resulta:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \operatorname{sen}^2(\theta) d\phi^2. \quad (1.25)$$

La introducción del intervalo nos permite dividir la variedad, en cada punto (evento), en tres regiones bien definidas:

$$\begin{aligned} ds^2 < 0 &: \text{ región tipo espacio,} \\ ds^2 = 0 &: \text{ región tipo luz,} \\ ds^2 > 0 &: \text{ región tipo tiempo.} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Sólo las dos últimas regiones son accesibles a sistemas físicos. La región tipo luz, en particular, sólo a sistemas que se muevan a la velocidad de la luz. Si reescribimos

$$ds^2 = dt^2 \left[c^2 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} \right] = dt^2 [c^2 - v^2], \quad (1.27)$$

donde v es la velocidad del sistema, obtenemos las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned} ds^2 < 0 &\iff v > c. \\ ds^2 = 0 &\iff v = c. \\ ds^2 > 0 &\iff v < c. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Como nunca ocurre que $v > c$ (esto lo sabemos de electromagnetismo), los eventos en la región tipo espacio **no pueden** estar causalmente ligados a eventos de las otras regiones.

Figure 1. Minkowski's light cone

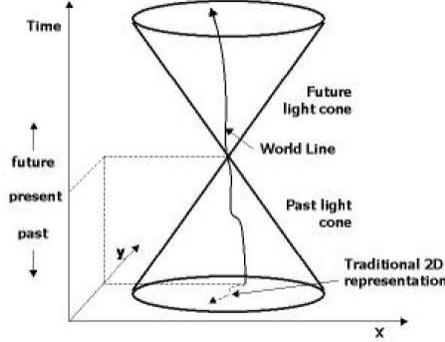


Figura 1.2: Diagrama de un cono de luz.

Esta situación puede representarse gráficamente a través del llamado **cono de luz**, que se muestra en la Figura 1.2.

Al graficar el cono de luz hemos removido la dimensión z y hemos fijado unidades tales que $c = 1$. Las partículas materiales que tienen un estado ϵ_0 coincidente con el origen sólo pueden sufrir cambios o procesos que los lleven a estados que estén dentro del cono. Para ir fuera del cono los procesos deberían ocurrir a una velocidad mayor que c .

Podemos diferenciar ahora pasado y futuro de un dado evento. Un vector x^μ dentro del cono señala hacia el futuro si

$$\eta_{\mu\nu}x^\mu T^\nu > 0, \quad (1.29)$$

con $T^\nu = (1, 0, 0, 0)$. En forma similar, x^μ señala hacia el pasado si:

$$\eta_{\mu\nu}x^\mu T^\nu < 0. \quad (1.30)$$

Es posible definir el **tiempo propio** de un sistema físico que se mueve con velocidad v respecto de un cierto sistema coordenado como

$$d\tau^2 = \frac{1}{c^2}ds^2. \quad (1.31)$$

Este es el tiempo que mide un reloj fijo al sistema físico. Notar que:

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= \frac{1}{c^2}(c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2) \\ &= dt^2 \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \right] \right\} \\ &= dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \end{aligned} \quad (1.32)$$

y si introducimos el **factor de Lorentz**

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \text{con } \beta = \frac{v}{c}, \quad (1.33)$$

obtenemos:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad (1.34)$$

Debido a que $\gamma \geq 1$, el tiempo respecto al sistema propio se dilata. Para un sistema con $\beta = \beta(t)$, obtenemos:

$$\tau = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{\gamma(t)}. \quad (1.35)$$

1.3. El grupo de Lorentz

El grupo más general de transformaciones lineales y homogéneas entre dos sistemas de referencia inerciales es el de Lorentz:

$$L = \{x^\mu \longrightarrow x'^\mu = L^\mu_\nu x^\nu\}, \quad (1.36)$$

donde

$$L^\mu_\nu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}. \quad (1.37)$$

Recordemos la definición general de grupo:

Sea L un conjunto no vacío y sea $*$ una función sobre L . El par ordenado $(L, *)$ es un grupo si y solo si $*$ es una ley interna en L , asociativa, con elemento neutro y tal que todo elemento de L admite inverso respecto de $*$.

En forma simbólica:

$(L, *)$ es grupo si y solo si

- $* : L^2 \longrightarrow L$
- $(\forall a, b, c)_L \quad (a * b) * c = a * (b * c)$
- $(\exists e)_L / (\forall a)_L \quad (a * e = e * a = a)$
- $(\forall a)_L (\exists a^{-1})_L \quad (a * a^{-1} = a^{-1} * a = e)$

Si además se cumple

- $(\forall a, b)_L \quad (a * b = b * a)$

se dice que el grupo es **conmutativo** o **abeliano**.

Debido a que la invariancia del intervalo exige la invarianza del tensor métrico, se cumple que:

$$\begin{aligned}
ds^2 &= \eta_{\mu\nu} dx'^{\mu} dx'^{\nu} \\
&= \eta_{\mu\nu} L_{\alpha}^{\mu} dx^{\alpha} L_{\beta}^{\nu} dx^{\beta} \\
&= \eta_{\mu\nu} L_{\alpha}^{\mu} L_{\beta}^{\nu} dx^{\alpha} dx^{\beta} = \eta_{\alpha\beta} dx^{\alpha} dx^{\beta}
\end{aligned} \tag{1.38}$$

donde en la última igualdad hemos usado la invarianza del intervalo. Luego,

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu} L_{\alpha}^{\mu} L_{\beta}^{\nu}. \tag{1.39}$$

El elemento neutro del grupo de Lorentz es δ_{ν}^{μ} :

$$\delta_{\nu}^{\mu} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} = \eta^{\mu\alpha} \eta_{\alpha\nu}. \tag{1.40}$$

El elemento inverso es la inversa de la matriz L_{ν}^{μ} . Esta siempre tiene inversa, ya que

$$\det[L_{\alpha}^{\mu} L_{\beta}^{\nu} \eta_{\mu\nu}] = \det[\eta_{\alpha\beta}] \tag{1.41}$$

$$[\det L_{\nu}^{\mu}]^2 = 1 \implies \det L_{\nu}^{\mu} = \pm 1. \tag{1.42}$$

O sea que L_{ν}^{μ} es no-singular, es decir, invertible. Se puede demostrar, derivando $L_{\alpha}^{\mu} L_{\beta}^{\nu} \eta_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta}$ respecto de x^{ϵ} que las transformaciones son **únicas** (ver trabajos prácticos y el libro de Weinberg, página 27).

Usando las propiedades del grupo de Lorentz, el producto escalar

$$U_{\alpha} V^{\alpha} = U_0 V^0 + U_1 V^1 + U_2 V^2 + U_3 V^3 \tag{1.43}$$

es un invariante:

$$U'_{\alpha} V'^{\alpha} = L_{\alpha}^{\beta} U_{\beta} L_{\mu}^{\alpha} V^{\mu} = L_{\alpha}^{\beta} L_{\mu}^{\alpha} U_{\beta} V^{\mu} = \delta_{\mu}^{\beta} U_{\beta} V^{\mu} = U_{\mu} V^{\mu}. \tag{1.44}$$

Notar que:

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu} L_{\alpha}^{\mu} L_{\beta}^{\nu} \tag{1.45}$$

con lo cual resulta que la componente

$$\begin{aligned}
\eta_{00} &= 1 = \eta_{\mu\nu} L_0^{\mu} L_0^{\nu} \\
&= \eta_{00} (L_0^0)^2 + \eta_{11} (L_0^1)^2 + \eta_{22} (L_0^2)^2 + \eta_{33} (L_0^3)^2 \\
&= (L_0^0)^2 - (L_0^1)^2 - (L_0^2)^2 - (L_0^3)^2.
\end{aligned} \tag{1.46}$$

Por lo tanto:

$$(L_0^0)^2 = 1 + [(L_0^1)^2 + (L_0^2)^2 + (L_0^3)^2] \geq 1 \tag{1.47}$$

$$(L_0^0)^2 - [(L_0^1)^2 + (L_0^2)^2 + (L_0^3)^2] = 1 \implies L_0^0 \geq 1 \vee L_0^0 \leq -1. \tag{1.48}$$

Esto significa que existe un conjunto de transformaciones de Lorentz prohibidas.

Hay 4 casos posibles:

1. $\det(L) = 1 \wedge L_0^0 \geq 1 \longrightarrow$ grupo propio de Lorentz
2. $\det(L) = 1 \wedge L_0^0 \leq 1 \longrightarrow$ inversiones espacio-temporales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

3. $\det(L) = -1 \wedge L_0^0 \geq 1 \longrightarrow$ inversiones espaciales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

4. $\det(L) = -1 \wedge L_0^0 \leq 1 \longrightarrow$ inversiones temporales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

Los casos 2, 3 y 4 **no** son grupos porque no contienen la identidad.

El grupo de Lorentz es un subgrupo propio del más general **grupo de Poincaré**. Este consiste en las transformaciones lineales **inhomogéneas** que dejan la métrica $\eta_{\mu\nu}$ invariante. Se trata de transformaciones de Lorentz más una traslación arbitraria en el espacio-tiempo:

$$P = \{x^\mu \longrightarrow x'^\mu = L_\nu^\mu x^\nu + t^\mu\}. \quad (1.52)$$

Consideremos, como ejemplo, el caso simple de una transformación con $t^\mu = 0$ y que consista en un cambio entre sistemas que se mueven sobre el eje x con velocidad v :

$$\mathbf{L}_\nu^\mu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

donde $\beta = v/c$ y $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

De la ecuación matricial (1.54) se deducen la fórmulas usuales para las transformaciones de Lorentz debidas a un desplazamiento sobre el eje x :

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - vx/c^2) \\ x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \tag{1.55}$$

1.4. Mecánica relativista

Consideremos una partícula moviéndose en el espacio-tiempo. Su trayectoria es:

$$x^\mu = x^\mu(\tau), \tag{1.56}$$

siendo τ el tiempo propio. Recordemos que la acción de una partícula es:

$$S = \int_1^2 \mathcal{L} dt \tag{1.57}$$

donde $\mathcal{L} = T - U$ es el Lagrangiano de la partícula, siendo T y U la energía cinética y potencial, respectivamente, y los números 1 y 2 representan los puntos inicial y final de la trayectoria. Sobre trayectorias reales $\delta S = 0$.

Como la partícula se mueve libremente, lo hace sobre una geodésica y su acción es:

$$S = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} ds \tag{1.58}$$

donde α es constante y $ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = c^2 dt^2 / \gamma^2$. De esta manera,

$$S = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} c \sqrt{1 - \beta^2} dt = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{c^2 - v^2} dt. \tag{1.59}$$

Luego, el Lagrangiano es: $\mathcal{L} = -\alpha \sqrt{c^2 - v^2}$. Cuando $v \rightarrow 0$, $\mathcal{L} \approx -\alpha c + (1/2) (\alpha/c) v^2 + \dots$. Comparando con la expresión newtoniana, $\mathcal{L} = (1/2) m_0 v^2$, obtenemos que $\alpha = m_0 c$ (masa en reposo) y por lo tanto

$$\mathcal{L} = -m_0 c \sqrt{c^2 - v^2}. \tag{1.60}$$

Definimos el cuadvectores velocidad como:

$$v^\mu \equiv \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{dx^\mu}{dt/\gamma} = (\gamma c, \gamma \vec{v}) = \dot{x}^\mu, \tag{1.61}$$

y la cuadri-aceleración como:

$$a^\mu \equiv \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \ddot{x}^\mu. \quad (1.62)$$

El cuadri-impulso es:

$$p_\mu = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu}, \quad (1.63)$$

con lo cual

$$\vec{P} = \frac{m_0 c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \vec{v} = \gamma m_0 \vec{v} \quad y \quad p_0 = \gamma m_0 c. \quad (1.64)$$

Usando el Hamiltoniano \mathcal{H} definimos la energía como:

$$E = \mathcal{H} = \vec{P} \cdot \vec{v} - \mathcal{L} = \gamma m_0 c^2. \quad (1.65)$$

Luego:

$$P^\mu \equiv (\gamma m_0 c, \gamma m_0 \vec{v}) = \left(\frac{E}{c}, \vec{P} \right) \quad (1.66)$$

y la forma contravariante es

$$P^\mu = \eta^{\mu\nu} P_\nu = m_0 v^\mu. \quad (1.67)$$

Notar que la norma de P^μ está dada por

$$\begin{aligned} P^\mu P_\mu &= m_0 \frac{dx^\mu}{d\tau} m_0 \frac{dx_\mu}{d\tau} = m_0^2 \frac{dx^\mu dx_\mu}{d\tau^2} \\ &= m_0^2 \frac{\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu}{1/c^2 ds^2} = (m_0 c)^2 \frac{\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu}{\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} \\ &= (m_0 c)^2, \end{aligned} \quad (1.68)$$

donde hemos usado que $\eta_{\mu\nu} dx^\nu = dx_\mu$. Luego, $E^2/c^2 - p^2 = m_0^2 c^2$ y

$$E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2. \quad (1.69)$$

Hallemos ahora la ecuación del movimiento. Para ello variamos la acción

$$\begin{aligned} S &= -m_0 c^2 \int_{t_a}^{t_b} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \\ &= -m_0 c^2 \int_a^b d\tau \end{aligned} \quad (1.70)$$

de la siguiente manera:

$$\delta S = -m_0 c^2 \int_a^b \delta d\tau \quad (1.71)$$

$$\delta(ds^2) = \delta(c^2 d\tau^2) \quad (1.72)$$

$$2\eta_{\alpha\beta} dx^\alpha \delta dx^\beta = c^2 2d\tau \delta d\tau \quad (1.73)$$

$$\begin{aligned} \implies \delta d\tau &= \frac{1}{c^2} \eta_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \delta dx^\beta = \frac{1}{c^2} \eta_{\alpha\beta} v^\alpha d\delta x^\beta \\ &= \frac{1}{c^2} \eta_{\alpha\beta} d(v^\alpha \delta x^\beta) - \frac{1}{c^2} \eta_{\alpha\beta} \delta x^\beta dv^\alpha \\ &= \frac{1}{c^2} d(v^\alpha \delta x_\alpha) - \frac{1}{c^2} \eta_{\alpha\beta} \delta x^\beta \frac{dv^\alpha}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (1.74)$$

$$\delta S = -m_0 v^\alpha \delta x_\alpha \Big|_a^b + m_0 \int_a^b \delta x_\alpha \frac{dv^\alpha}{d\tau} d\tau \quad (1.75)$$

En los límites $(\delta x^\alpha)_a = (\delta x^\mu)_b = 0$ la trayectoria real satisface $\delta S = 0$, entonces

$$0 = m_0 \Big|_a^b \delta x_\alpha \frac{dv^\alpha}{d\tau} d\tau. \quad (1.76)$$

Como la variación δx es arbitraria:

$$\frac{dv^\alpha}{d\tau} = 0. \quad (1.77)$$

Esta es la ecuación del movimiento de una partícula libre. Podemos escribir:

$$\frac{dP^\mu}{d\tau} = 0. \quad (1.78)$$

En caso de que haya una fuerza externa f^μ :

$$f^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau}. \quad (1.79)$$

Cuando no hay fuerza, $P^\mu = l^\mu$ con l^μ un quadri-vector constante. Esto expresa la conservación del momento lineal.

Podemos resumir los principales resultados obtenidos para la dinámica relativista de la siguiente forma:

$$E = \gamma m_0 c^2. \quad (1.80)$$

Cuando $\beta \rightarrow 0$, $E \rightarrow m_0 c^2$.

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (1.81)$$

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, \gamma m_0 \vec{v} \right) \quad (1.82)$$

$$f^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau} = \gamma \left(\frac{1}{c} \frac{dE}{dt}, \frac{d\vec{p}}{dt} \right). \quad (1.83)$$

De las transformaciones de Lorentz podemos obtener reglas de transformación para velocidades, aceleración, fuerza y energía, en condiciones arbitrarias, siempre que el espacio-tiempo tenga métrica Minkowskiana. Sin embargo, la geometría del espacio-tiempo real no parece ser plana, sino pseudo-Riemanniana (esto es, sólo el espacio tangente en cada punto es Minkowskiano y la curvatura global es no nula, dependiendo ésta del contenido de energía e impulso de la materia).

1.5. Elementos de relatividad general

La distribución de materia existente en el Universo determina la geometría del mismo, a través del campo tensorial métrico $g_{\mu\nu}(x)$. El potencial gravitacional se representa a través de $g_{\mu\nu}(x)$, que se obtiene resolviendo las ecuaciones de Einstein-Maxwell:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} (T_{\mu\nu}^{\text{mat}} + T_{\mu\nu}^{\text{EM}}), \quad (1.84)$$

donde Λ es la constante cosmológica, $R_{\mu\nu} = g^{\lambda\sigma} R_{\lambda\sigma\mu\nu}$ y $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ son el tensor y el escalar de Ricci, respectivamente, y $R_{\lambda\sigma\mu\nu}$ es el tensor de Riemann (o de curvatura). Este tensor de curvatura se anula si el espacio-tiempo es plano.

Las fuentes de la curvatura del espacio-tiempo son la materia y los campos electromagnéticos que ésta produce si está cargada. Así, las fuentes de las ecuaciones (1.84) son el tensor de energía-impulso de la materia, que en el caso de un fluido ideal tiene la forma:

$$T_{\mu\nu}^{\text{mat}} = (\rho + p) u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu}, \quad (1.85)$$

donde ρ , p y u_μ son la densidad, la presión y la tetra-velocidad, respectivamente, y el tensor de los campos electromagnéticos,

$$T_{\mu\nu}^{\text{EM}} = \frac{1}{4\pi} \left(F_{\mu\alpha} F_{\nu}^{\alpha} - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \right). \quad (1.86)$$

En la ecuación anterior, $F_{\mu\nu} = A_{\mu;\nu} - A_{\nu;\mu}$ donde A_μ es el tetra-potencial. Si llamamos $T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\text{mat}} + T_{\mu\nu}^{\text{EM}}$, las ecuaciones de conservación de la energía y del momento angular pueden derivarse de la relación²

$$T_{;\nu}^{\mu\nu} = 0. \quad (1.87)$$

Si se conoce la distribución de la energía y el impulso de la materia que forma en Universo entonces es posible determinar $g_{\mu\nu}$ y por tanto medir distancias a través de la relación (1.15).

1.5.1. Agujeros negros

Las soluciones de las ecuaciones de Einstein-Maxwell para diferentes distribuciones de materia y de cargas eléctricas corresponden a espacios-tiempo con diferentes propiedades. Debido a la complejidad de la ecuación (1.84), las soluciones halladas analíticamente corresponden a distribuciones de masa localizadas en una región muy pequeña del espacio-tiempo y todo el resto se considera vacío. Cuando la densidad de materia es muy alta, se forma un **agujero negro**. Los agujeros negros son regiones del espacio-tiempo limitadas por un

²Notar que las ecuaciones de Einstein-Maxwell implican las ecuaciones de movimiento de los sistemas materiales.

horizonte de eventos y todas las cosas que crucen el horizonte no podrán volver a cruzarlo en el sentido opuesto (ver las Figuras 1.3 y 1.4). Ni siquiera la luz puede salir de un agujero negro, y de ahí su nombre. Las principales soluciones analíticas conocidas de las ecuaciones (1.84) que describen agujeros negros son:

- Métrica de Schwarzschild: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M que no rota y con carga neta nula.
- Métrica de Kerr: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M en rotación y con carga neta nula.
- Métrica de Reissner-Nordstrom: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M cargada pero con momento angular nulo.
- Métrica de Kerr-Newman: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M en rotación y cargada.

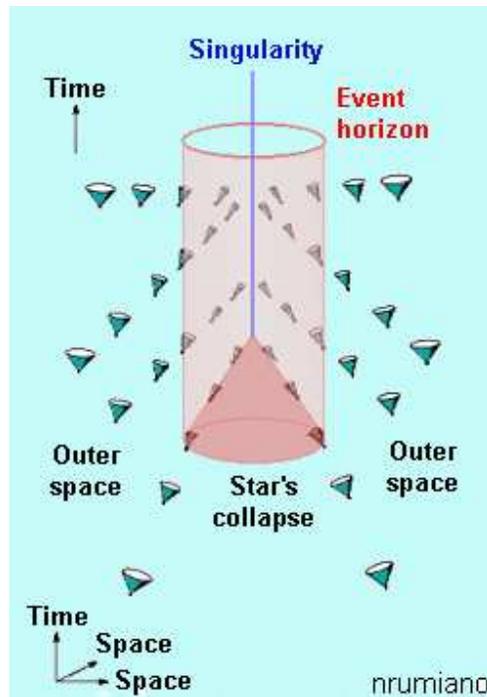


Figura 1.3: Diagrama del espacio-tiempo mostrando la formación de un agujero negro por colapso gravitacional.

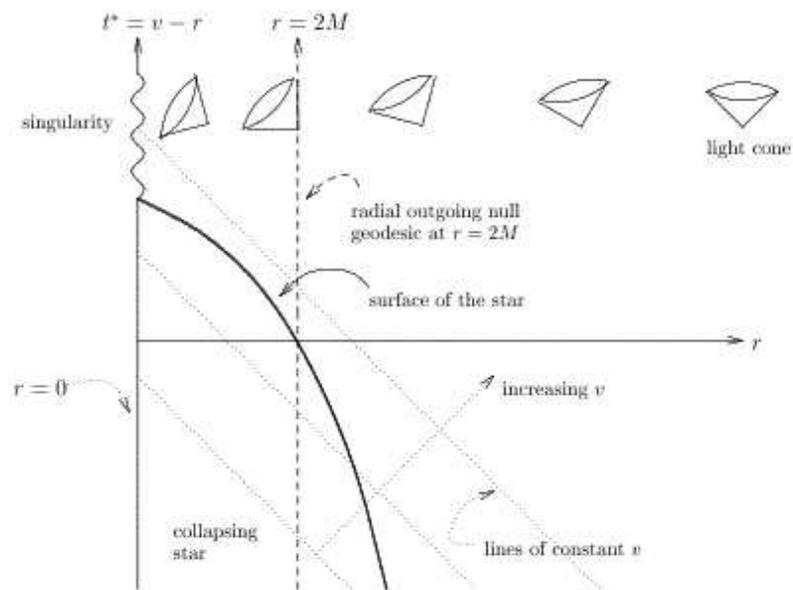


Figura 1.4: Diagrama del espacio-tiempo de Schwarzschild en coordenadas (t, r, θ, ϕ) . En unidades naturales ($c = 1$), $r = 2M$ corresponde al horizonte de eventos y la región comprendida entre $r = 0$ y $r = 2M$ es el agujero negro. En la figura se muestra como los conos de luz se inclinan hacia $r = 0$ a medida que se acercan al horizonte, y una vez dentro de él, el futuro de todos los posibles eventos es la singularidad ($r = 0$).

Capítulo 2

Partículas elementales

Hemos construído un modelo de espacio-tiempo a partir de conceptos generales como los de **cosa**, **propiedad** y **cambio**. Si las cosas se asocian para formar cosas nuevas, es razonable preguntar si existen **cosas básicas** a partir de las cuales todas las demás pueden ser construídas. El concepto de cosa básica fue introducido por Leucipo y Demócrito (ambos de Abdera) hacia el año 460 antes de Cristo. La idea de que hay elementos constitutivos básicos en la naturaleza ha perdurado hasta la actualidad siendo, quizás, la más fecunda y duradera de la historia del pensamiento humano.

Nuestras ideas actuales acerca de los elementos básicos que forman todas las cosas que hay en el Universo están expresadas en el llamado **modelo estándar** de las partículas elementales.¹

Según el modelo estándar hay 12 tipos diferentes de partículas que forman todas las cosas. Estas partículas se dividen en dos grupos llamados **quarks** y **leptones**. Hay 6 quarks y 6 leptones.

Los 6 tipos de quarks se denominan, en orden de masa creciente, **up** (u), **down** (d), **strange** (s), **charm** (c), **bottom** (b) y **top** (t). Los 6 tipos de leptones son el **electrón** (e^-), el **neutrino electrónico** (ν_e), el **muón** (μ^-), el **neutrino muónico** (ν_μ), el **tau** (τ) y el **neutrino tau** (ν_τ).

Quarks	Leptones
UP (u)	ELECTRÓN (e^-)
DOWN (d)	NEUTRINO ELECTRÓNICO (ν_e)
STRANGE (s)	MUÓN (μ^-)
CHARM (c)	NEUTRINO MUÓNICO (ν_μ)
BOTTOM (b)	TAU (τ)
TOP (t)	NEUTRINO TAU (ν_τ)

¹Para más detalles sobre los temas de este capítulo ver los libros de Halzen & Martin (1984) y Griffiths (1987).

Las partículas elementales tienen, a la vez, propiedades elementales. Estas propiedades consisten en la capacidad de cambiar el estado de otras partículas. Se suele llamar a estas propiedades **fuerzas o interacciones elementales**. Hay 4 interacciones elementales:

- Gravedad
- Electromagnetismo
- Fuerza fuerte
- Fuerza débil

Todas estas interacciones actúan a distancia pero con diferente rango o alcance. La gravedad tiene rango infinito pero es muy débil. Actúa sobre todas las partículas y es una fuerza atractiva. Es la interacción que determina la estructura a gran escala del Universo.

El electromagnetismo también tiene rango infinito, pero es una interacción mucho más fuerte. Actúa sobre aquellas partículas que tienen **carga eléctrica**. Hay dos tipos de carga: positiva y negativa. El número total de cargas positivas es igual al número total de cargas negativas, por lo que sobre distancias grandes la fuerza electromagnética se anula. El electromagnetismo es la interacción dominante a escala humana, pero no tiene influencia sobre la estructura a gran escala del Universo.

La interacción fuerte es de corto alcance ($\sim 10^{-15}$ m \equiv 1 fermi) y sólo actúa entre quarks; los leptones no sienten la interacción fuerte. La interacción fuerte cohesiona a los quarks para formar partículas más complejas llamadas **hadrones**.

La interacción débil es de rango aún más corto que la fuerte ($\sim 10^{-18}$ m) y actúa tanto sobre los quarks como sobre los leptones, aunque con ciertas limitaciones.

Respecto a la intensidad relativa de las distintas interacciones, podemos establecer el siguiente cuadro comparativo, donde hemos considerado los efectos sobre dos protones **en contacto**:

Fuerza fuerte	1
Fuerza electromagnética	10^{-2}
Fuerza débil	10^{-7}
Fuerza gravitacional	10^{-39}

Todas las interacciones cambian el estado de las partículas sobre las que actúan. Las tres primeras modifican el momento de las partículas sobre las que actúan. La interacción débil, además, modifica la clase a la que pertenece la partícula.

Es importante enfatizar entonces que:

1. La interacción fuerte actúa sobre los quarks, no sobre los leptones.

2. La gravitación es la única interacción que actúa absolutamente sobre todas las partículas.
3. Como la interacción fuerte no actúa sobre los leptones, estos no forman partículas estables más complejas.

Las partículas elementales pueden dividirse, además, en tres **generaciones**. Esta clasificación se relaciona con el modo de acción de la interacción débil sobre ellas. Como se esquematiza en la Figura 2.1, la interacción débil sólo puede transformar un leptón en otro que pertenezca a la misma generación. Ocasionalmente también puede actuar entre distintas generaciones de quarks.

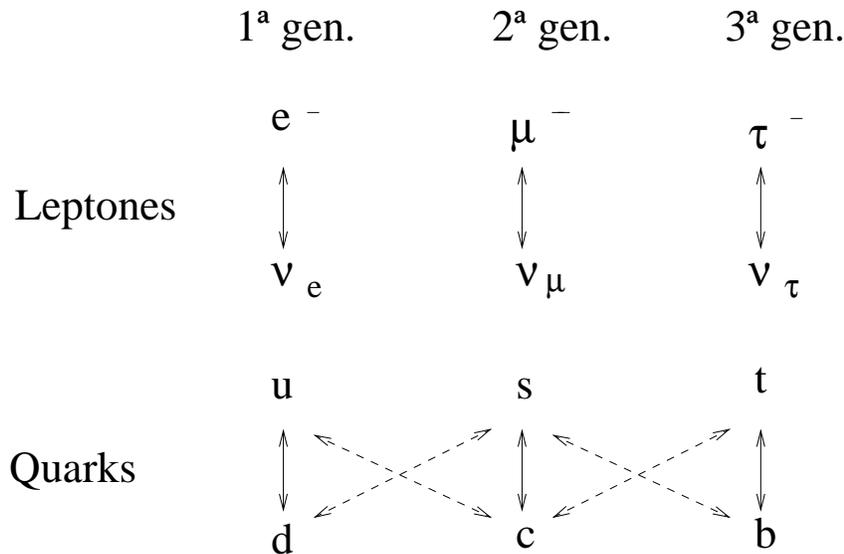


Figura 2.1: Acción de la fuerza débil. Las líneas punteadas representan transiciones “fáciles” y las líneas sólidas transiciones “difíciles”.

2.1. Leptones

Los leptones son las partículas elementales que **no** sufren interacciones fuertes. Hay seis leptones, que pueden clasificarse de acuerdo con sus propiedades: la carga eléctrica Q y el número leptónico L . El electrón, el muón y el tau tienen carga eléctrica $Q = -1$ y los neutrinos carga nula. Como estos últimos tampoco tienen masa sólo interactúan débilmente.² El número leptónico es una propiedad intrínseca de los leptones. Hay tres tipos de número leptónico, L_e , L_μ y L_τ ; cada tipo es característico de una generación. Toda interacción que involucre leptones debe conservar tanto la carga eléctrica como el número leptónico. Las propiedades de los seis leptones se enumeran en la Tabla 2.1.

²La masa de los neutrinos no es en realidad nula, pero sí muy pequeña.

	Partícula	Q	L_e	L_μ	L_τ	mc^2
Generación 1	e	-1	-1	1	0	0.511 MeV
	ν_e	0	1	0	0	$\sim 2\text{-}3$ eV
Generación 2	μ	-1	0	1	0	105.7 MeV
	ν_μ	0	0	1	0	< 0.19 MeV
Generación 3	τ	-1	0	0	1	1776.84 MeV
	ν_τ	0	0	0	1	< 18.2 MeV

Tabla 2.1: Propiedades de los leptones.

2.1.1. Antipartículas

La teoría especial de la relatividad implica que por cada leptón ℓ con número leptónico $L_\ell = 1$ y carga eléctrica $Q_\ell = -1$ debe existir un antileptón $\bar{\ell}$ con número leptónico $L_{\bar{\ell}} = -1$ y carga eléctrica $Q_{\bar{\ell}} = +1$. Si el leptón es neutro el antileptón sólo difiere en el número leptónico. Partículas y antipartículas pueden crearse y aniquilarse conservando la carga eléctrica, la energía y el número leptónico.

El concepto de antipartícula surge naturalmente en relatividad especial a partir de la relación entre energía y momento para una partícula libre:

$$E = \pm(m_0^2 c^4 + c^2 p^2)^{1/2}, \quad (2.1)$$

donde m_0 es la masa en reposo y p es el módulo del vector momento.

En 1927 Dirac formuló una ecuación de onda relativista para describir la propagación de electrones libres cuya solución incluía estos estados de energía negativa. Dirac sugirió que los niveles de energía negativos no están vacíos, sino que están poblados por un “mar” de electrones y por ello los electrones con $E > 0$ no pueden ocuparlos. Cuando en una interacción un electrón del **mar de Dirac** recibe energía, puede pasar a los niveles de energía positiva libres. El espacio vacío que deja en el mar de Dirac se manifiesta como un positrón (antipartícula del electrón). Las Figuras 2.2 y 2.3 muestran una representación esquemática de esta situación.

Posteriormente Stückelberg en 1941 y Feynman en 1948 formularon la interpretación moderna de las soluciones de la ecuación de Dirac. Mientras que las soluciones con energía positiva representan estados de las *partículas* (por ejemplo electrones), las soluciones con energía negativa representan estados de energía positiva de las correspondientes *antipartículas* (por ejemplo positrones).

2.1.2. Interacciones

Consideremos una reacción permitida (que conserve todos los números cuánticos necesarios)

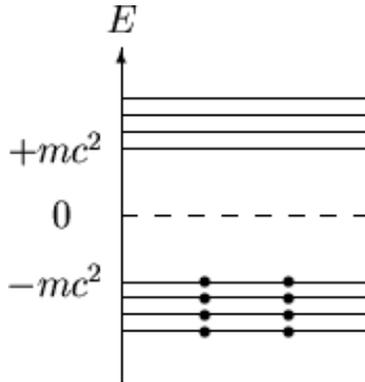


Figura 2.2: Electrones ocupando el llamado “mar de Dirac”, estados con energía negativa.

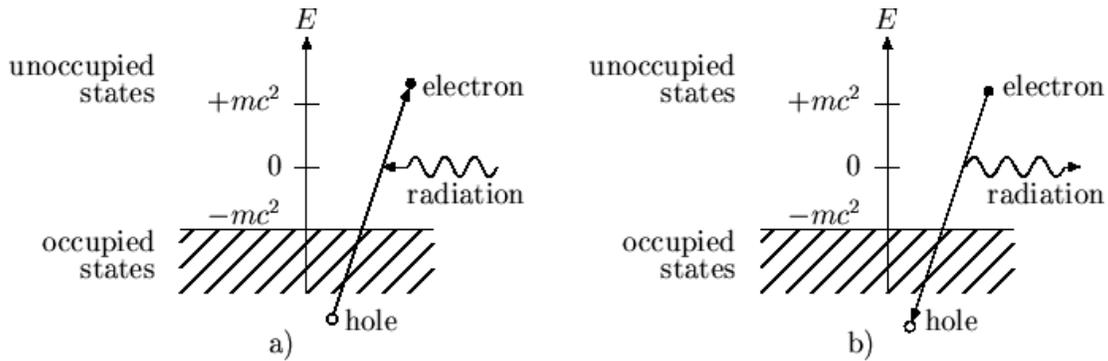


Figura 2.3: a) Si un electrón que ocupa un estado de energía negativa recibe suficiente energía puede pasar a ocupar un estado con energía positiva. El “agujero” que queda en el mar de Dirac se manifiesta como un positrón. b) Un electrón con energía positiva emite un fotón y pasa a formar parte del mar de Dirac llenando un agujero.

$$A + B \rightarrow C + D. \quad (2.2)$$

Entonces cualquier reacción donde una de las partículas pase al otro lado como su antipartícula también está permitida, por ejemplo

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \bar{B} + C + D \\ A + \bar{C} &\rightarrow \bar{B} + D. \end{aligned}$$

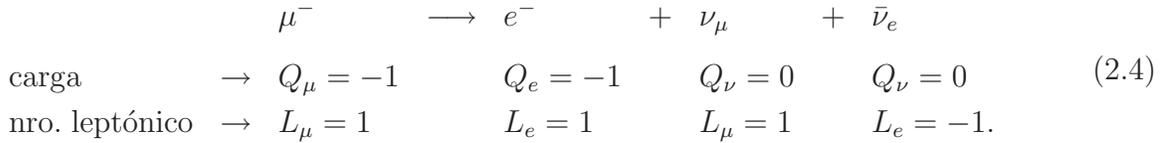
La reacción inversa también está permitida,

$$C + D \rightarrow A + B. \quad (2.3)$$

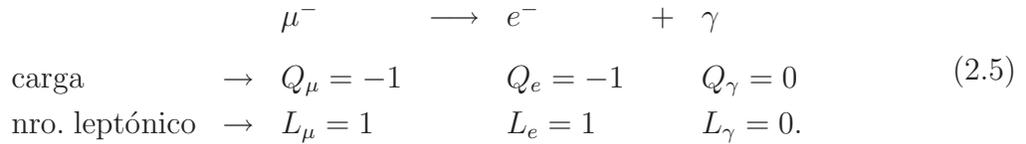
Sin embargo, hay que tener en cuenta que algunas de estas reacciones pueden no ocurrir ya que no se conserva la energía. Se dice entonces que están *cinemáticamente* prohibidas. Por ejemplo, si la masa de A es menor que la de la suma de B , C y D la primera de las reacciones de la Ec. 2.3 no es posible. De la misma forma, si A y C son menos pesadas que B y D la segunda de las reacciones no podrá ocurrir hasta que la energía cinética inicial no supere cierto valor umbral.

Consideremos ahora algunos decaimientos típicos que involucran leptones. Para que sean posibles tanto la carga como el número leptónico deben conservarse.

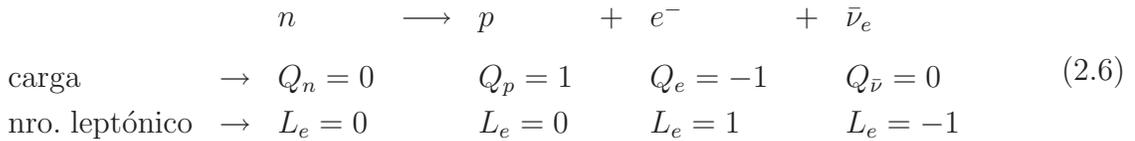
El muón puede decaer en un electrón y dos neutrinos,



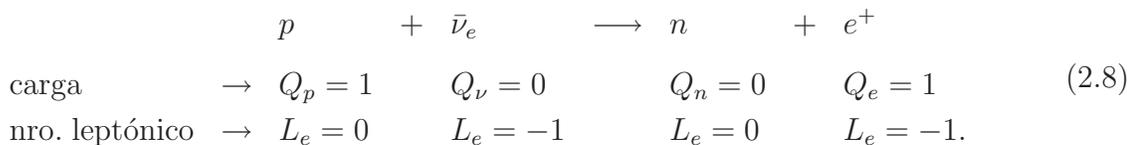
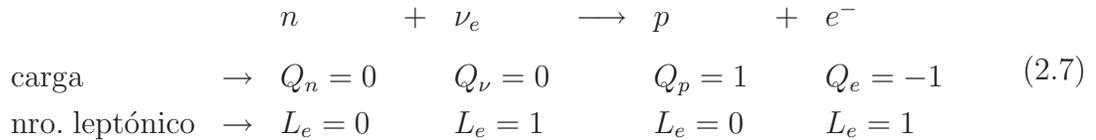
La siguiente reacción, sin embargo, no se observa, ya que aunque se conserva la carga no se conserva el número leptónico:



Otras dos reacciones permitidas importantes son el decaimiento β del neutrón,



y sus versiones “cruzadas”, el decaimiento β inverso,



Otra reacción cruzada posible de 2.6 es la conversión de un protón en un neutrón:

$$\begin{array}{rcccccc}
 & p & \longrightarrow & n & + & e^+ & + & \nu_e \\
 \text{carga} & \longrightarrow & Q_p = 1 & & Q_n = 0 & & Q_e = 1 & & Q_\nu = 0 \\
 \text{nro. leptónico} & \longrightarrow & L_e = 0 & & L_e = 0 & & L_e = -1 & & L_e = 1.
 \end{array} \quad (2.9)$$

Para protones libres esta reacción cinemáticamente prohibida porque la masa del neutrón es mayor que la del protón. Es posible, sin embargo, dentro del núcleo atómico.

De acuerdo con la energía de un par e^\pm pueden ocurrir las siguientes reacciones:

$$\begin{array}{l}
 e^- + e^+ \longrightarrow \gamma + \gamma \\
 e^- + e^+ \longrightarrow \mu^+ + \mu^- \\
 e^- + e^+ \longrightarrow \tau^- + \tau^+.
 \end{array} \quad (2.10)$$

El número leptónico y la carga se conservan en todas ellas.

2.2. Hadrones

Los quarks se combinan para formar partículas no elementales llamadas **hadrones**. Tres quarks forman un **barión**, tres antiquarks forman un **antibarión** y un quark con un antiquark forman un **mesón**.

$$\text{Hadrones} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Bariones} & (qqq) \\ \text{Antibariones} & (\bar{q}\bar{q}\bar{q}) \\ \text{Mesones} & (q\bar{q}) \end{array} \right.$$

El protón y el neutrón, llamados *nucleones*, son ejemplos de bariones. El protón está formado por dos quarks u y un quark d , y el neutrón por dos quarks d y un quark u :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Protón} & p \equiv uud \\
 \text{Neutrón} & n \equiv udd
 \end{array} \quad (2.11)$$

Todos los bariones, excepto el protón, son inestables y decaen. El protón es el barión más ligero y es estable.

Como el protón tiene carga eléctrica $Q_p = +1$ y el neutrón $Q_n = 0$, de lo anterior se deduce que los quarks tienen carga eléctrica fraccionaria. En particular

$$Q_u = +\frac{2}{3} \quad Q_d = -\frac{1}{3}. \quad (2.12)$$

La fuerza débil no puede cambiar un quark en un leptón. De aquí que los quarks tengan su propio número llamado **número bariónico**. Vale $1/3$ para los quarks y 0 para los leptones. El número bariónico se conserva en todas las interacciones. Los antiquarks tienen carga y número bariónico opuesto a los quarks.

La propiedad de los quarks que permite diferenciarlos es el **sabor**. Existen 6 diferentes “cargas” de sabor: U (up), D (down), C (charm), S (strangeness), T (top ó truth) y B (bottom ó beauty). Los antiquarks tienen sabor opuesto. Así como los leptones, los quarks también pueden dividirse en tres generaciones. En la Tabla 2.2 se explicitan las tres generaciones y los valores de carga eléctrica, masa y carga de sabor para todos los quarks.

	quark	Q	D	U	S	C	B	T	mc^2
Generación 1	d	$-1/3$	-1	0	0	0	0	0	3.5 - 6.0 MeV
	u	$2/3$	0	1	0	0	0	0	1.5 - 3.3 MeV
Generación 2	s	$-1/3$	0	0	-1	0	0	0	104^{+26}_{-34} MeV
	c	$2/3$	0	0	0	1	0	0	$1.27^{+0.07}_{-0.11}$ GeV
Generación 3	b	$-1/3$	0	0	0	0	-1	0	$4.20^{+0.17}_{-0.07}$ GeV
	t	$2/3$	0	0	0	0	0	1	171.2 ± 2.1 GeV

Tabla 2.2: Propiedades de los quarks.

Como es imposible aislar un quark sus masas no pueden determinarse en forma directa, sino que deben deducirse a partir de las masas de las partículas que forman.

Combinando los tres quarks más ligeros se pueden formar distintos bariones. El llamado **octeto bariónico** está formado por las siguientes partículas (se indican la extrañeza y entre paréntesis las masas en GeV):

$$\text{Nucleones} \quad p \equiv uud \quad n \equiv udd \quad \mathbf{S} = 0 \quad (2.13)$$

(0.938) (0.940)

$$\text{Sigma} \quad \Sigma^+ \equiv uus \quad \Sigma^0, \Lambda \equiv uds \quad \Sigma^- \equiv dds \quad \mathbf{S} = -1 \quad (2.14)$$

(1.189) (1.192) (1.197)

$$\text{Xi} \quad \Xi^0 \equiv uss \quad \Xi^- \equiv dss \quad \mathbf{S} = -2 \quad (2.15)$$

(1.314) (1.321)

A cualquier hadrón que tenga extrañeza no nula se le llama **partícula extraña**.

Los quarks dentro de los bariones tienen una variedad de niveles energéticos, por lo que los estados excitados dan lugar a partículas más pesadas llamadas **resonancias**. Las más conocidas son las partículas Δ , de extrañeza $S = 0$:

$$\begin{array}{cccc} \Delta^- \equiv ddd & \Delta^0 \equiv uud & \Delta^+ \equiv uud & \Delta^{++} \equiv uuu \\ (1.23) & (1.23) & (1.23) & (1.23) \end{array} \quad (2.16)$$

Las partículas Σ^* son resonancias más pesadas:

$$\begin{array}{ccc} \Sigma^{*+} \equiv dds & \Sigma^{*0} \equiv uds & \Sigma^{*-} \equiv uus \\ (1.383) & (1.384) & (1.387) \end{array} \quad (2.17)$$

Todas ellas son de extrañeza $S = -1$. Las resonancias con $S = -2$ son las partículas Ξ^* :

$$\begin{array}{cc} \Xi^{*0} \equiv uss & \Xi^{*-} \equiv dss \\ (1.531) & (1.535) \end{array} \quad (2.18)$$

Finalmente, es posible formar un barión sólo con quarks extraños, la partícula Ω^- de extrañeza $S = -3$:

$$\begin{array}{c} \Omega^- \equiv sss \\ (1.67) \end{array} \quad (2.19)$$

Estas diez partículas forman el llamado **decuplete bariónico**.

Los **mesones** son hadrones hechos de un quark y un antiquark. Estos **no** tienen porque ser del mismo sabor. Los mesones que se pueden formar con los tres quarks más ligeros son:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{Pi3n} & \pi^- \equiv d\bar{u} & \pi^0 \equiv u\bar{u} & \pi^+ \equiv u\bar{d} & \mathbf{S} = \mathbf{0} \\ (0.14) & (0.135) & (0.140) & & \end{array} \quad (2.20)$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{Eta} & \eta \equiv d\bar{d} & \eta' \equiv s\bar{s} & \mathbf{S} = \mathbf{0} \\ (0.547) & (0.958) & & \end{array} \quad (2.21)$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{Ka3n} & K^0 \equiv d\bar{s} & K^+ \equiv u\bar{s} & \mathbf{S} = \mathbf{1} \\ (0.498) & (0.494) & & \end{array} \quad (2.22)$$

$$\begin{array}{ccc} & K^- \equiv s\bar{u} & \bar{K}^0 \equiv s\bar{d} & \mathbf{S} = \mathbf{-1} \\ (0.494) & (0.498) & & \end{array}$$

Este es el llamado **noneto mes3nico**.

2.3. Interacciones entre partículas

Dos partículas interactúan cuando se acercan lo suficiente como para que las fuerzas fundamentales puedan actuar modificando su estado. La interacción puede tener dos resultados:

1. La trayectoria de las partículas en el espacio-tiempo se modifica.
2. Las partículas pueden cambiar o nuevas partículas pueden aparecer.

Lo que resulta de la interacción queda completamente determinado por las condiciones iniciales, las fuerzas fundamentales y las leyes de conservación. Cuanto más energéticas sean las partículas, mayor será el rango de posibilidades para la actuación de las diferentes fuerzas.

Todas las interacciones deben conservar la energía, el momento y la carga eléctrica. Las interacciones que involucran hadrones conservan el número bariónico y las que involucran leptones el número leptónico. Estrictamente hablando, el sabor no se conserva ya que la fuerza débil puede cambiarlo. Sin embargo, en reacciones puramente hadrónicas es útil asumir conservación de la extrañeza S .

La reacción más simple es

$$p + p \longrightarrow p + p. \quad (2.23)$$

Cuando se incrementa la energía son posibles nuevos canales:

$$\begin{aligned} p + p &\longrightarrow p + p + \pi^0 \\ p + p &\longrightarrow p + p + \pi^+ + \pi^-. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Analicemos la primera de estas reacciones en términos de quarks:

$$\begin{aligned} p + p &\longrightarrow p + p + \pi^0 \\ \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} &\longrightarrow \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ \bar{u} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Parte de la energía fue usada para crear un par quark-antiquark. Observar que tanto la carga como el número bariónico se conservan.

Al aumentar la energía de los protones incidentes, puede aumentar la multiplicidad de los piones producidos. En general:

$$p + p \longrightarrow p + p + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \quad a, b \in \mathbb{N}_0. \quad (2.26)$$

Si aumenta aún más la energía pueden aparecer partículas extrañas:

$$\begin{aligned} p + p &\longrightarrow p + \Sigma^+ + K^0 \\ p + p &\longrightarrow p + n + K^+ + \bar{K}^0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

La fuerza fuerte entre quarks es tal que a mayor separación se hace más fuerte la interacción. Esto significa que la densidad de energía en el campo fuerte aumenta cuando se hace trabajo para separar las cargas. Si se continúa aplicando fuerza para separar las partículas la densidad de energía del campo puede superar el umbral de creación de un par partícula-antipartícula. El proceso se esquematiza en las Figuras 2.4 y 2.5.

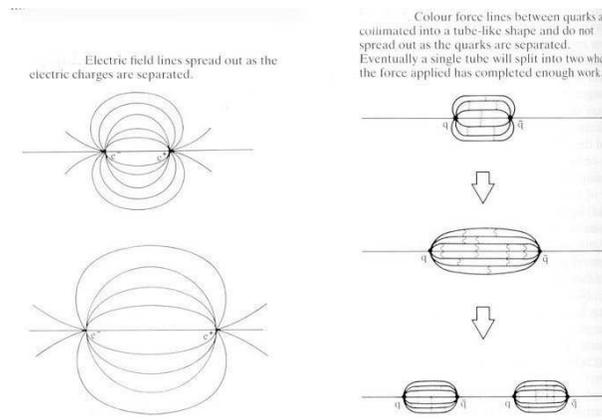


Figura 2.4: Creación de mesones por separación de quarks.

Así, por ejemplo, en la interacción de protones el trabajo realizado durante la colisión sobre un quark incrementa la energía del campo fuerte materializando un mesón. Esto puede verse gráficamente en la Figura 2.6.

La fuerza fuerte no puede extenderse sobre grandes distancias precisamente porque su intensidad se incrementa con la distancia. Si se da energía a los quarks el campo fuerte produce pares de partículas (quarks-antiquarks). Por esta razón nunca puede hallarse un quark aislado.

Las diferentes cargas que dan lugar a las fuerzas elementales producen campos en el espacio-tiempo. Las perturbaciones de estos campos son discretas y forman las llamadas **partículas de interacción** o **mensajeras**.

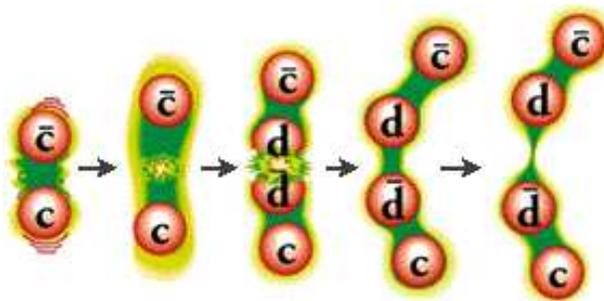


Figura 2.5: Creación de mesones por separación de quarks. Cuando el quark c se separa del \bar{c} se crea un par de quarks $d\bar{d}$. En lugar de conseguir entonces dos quarks separados se crean dos mesones.

El cuanto de interacción del campo electromagnético es el **fotón**. El fotón, a diferencia de las partículas cargadas que producen el campo, no tiene carga eléctrica.

El cuanto de interacción del campo fuerte es el **gluón**. El gluón sí es portador de carga fuerte, por lo que experimenta la fuerza fuerte.

Las perturbaciones del campo débil son los **bosones masivos** W^\pm . Estos tienen carga eléctrica. Además hay un **bosón neutro**, el Z^0 , que se manifiesta en condiciones de unificación con el electromagnetismo.

Finalmente, el cuanto de interacción del campo gravitatorio es el **gravitón**. El gravitón siente los efectos del campo gravitatorio. Es una partícula sin carga eléctrica ni masa en reposo.

2.4. Decaimiento de partículas

Un decaimiento es el proceso por el cual la energía de una partícula aislada se transforma en un cierto número de partículas con menor energía. Un decaimiento también puede ocurrir cuando una partícula pasa a un nivel de energía menor, como cuando un átomo se desexcita emitiendo un fotón al pasar un electrón a un nivel de menor energía. Hay varios tipos de decaimiento, que se describen a continuación.

2.4.1. Decaimiento electromagnético

Dos hadrones pueden estar hechos de los mismos quarks pero en distintos niveles de energía. El decaimiento se produce por la emisión de ese exceso de energía a través de un fotón. En estos decaimientos **no** hay creación de quarks. Un ejemplo es el decaimiento de la partícula Σ^0 en una partícula Λ :

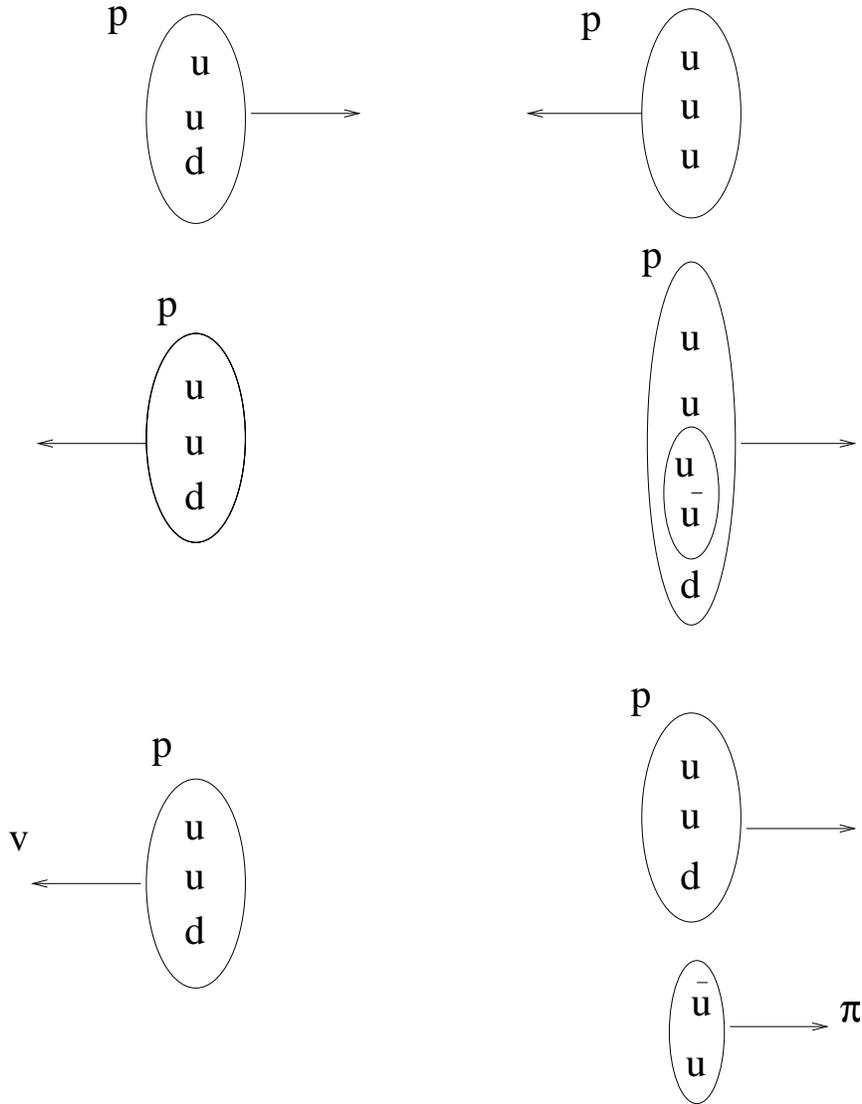
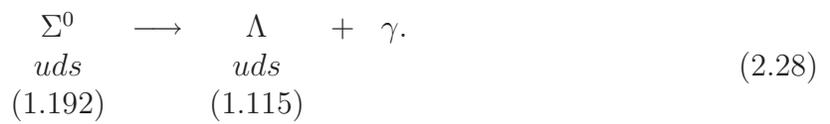


Figura 2.6: Interacción de protones.



Otros decaimientos de este tipo son:



En algunos casos el decaimiento electromagnético opera por aniquilación directa de un par quark-antiquark. Por ejemplo:

$$\begin{array}{c} \pi^0 \\ u\bar{u} \end{array} \longrightarrow \gamma + \gamma \quad (2.31)$$

2.4.2. Decaimientos fuertes

Se trata de decaimientos en los cuales hay creación de quarks. Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{c} \Delta^+ \\ uud \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} p \\ uud \end{array} + \begin{array}{c} \pi^0 \\ u\bar{u} \end{array} \quad (2.32)$$

Aquí el par $u\bar{u}$ es creado no por fotones (perturbaciones del campo electromagnético) sino por gluones (perturbaciones del campo fuerte). En la Figura 2.7 se muestra una representación gráfica de este tipo de decaimiento.

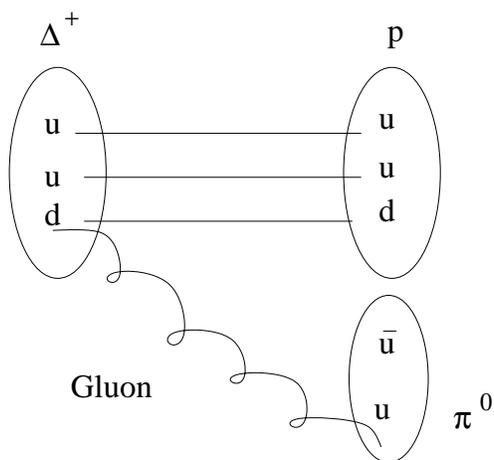


Figura 2.7: Diagrama de la interacción $\Delta^+ \longrightarrow p + \pi^0$

Otros ejemplos son:

$$\begin{array}{l} \Delta^0 \longrightarrow n + \pi^0 \\ \Delta^{++} \longrightarrow p + \pi^+ \\ \Delta^- \longrightarrow n + \pi^- \\ \Sigma^{*+} \longrightarrow \Sigma^+ + \pi^0 \\ \Sigma^{*+} \longrightarrow \Lambda + \pi^+ \end{array} \quad (2.33)$$

Todos estos decaimientos ocurren sobre tiempos extremadamente cortos ($\sim 10^{-25}$ s) en comparación con los decaimientos electromagnéticos ($\sim 10^{-10} - 10^{-16}$ s).

2.4.3. Decaimientos débiles

Son decaimientos en los cuales hay creación de quarks por bosones W . Cuando un quark s cambia a uno u la diferencia de masa y carga escapa como un W^- , como se esquematiza en la Figura 2.8. Cuando un quark u cambia en un d se emite un W^+ . La energía de estos bosones W puede ser usada para crear pares quark-antiquark.

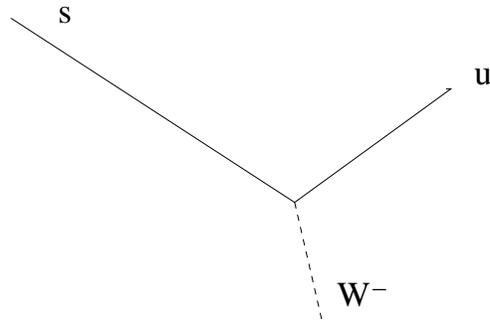


Figura 2.8: Conversión de un quark strange en un quark up por emisión de un bosón W^- .

Dos ejemplos son las reacciones



y

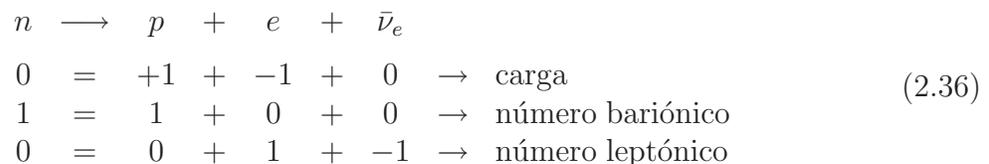


En la Figura 2.9 se muestra esquemáticamente el decaimiento de la partícula Σ^+ . Este proceso involucra la transformación de un quark s en un quark u , por lo que es un ejemplo de interacción débil entre quarks que pertenecen a generaciones distintas.

Los hadrones extraños que decaen produciendo un protón, como el Λ , se suelen llamar **hyperiones**.

2.4.4. Decaimiento del neutrón

Un neutrón aislado tiene una masa mayor que la del protón y por tanto decae según la siguiente reacción:



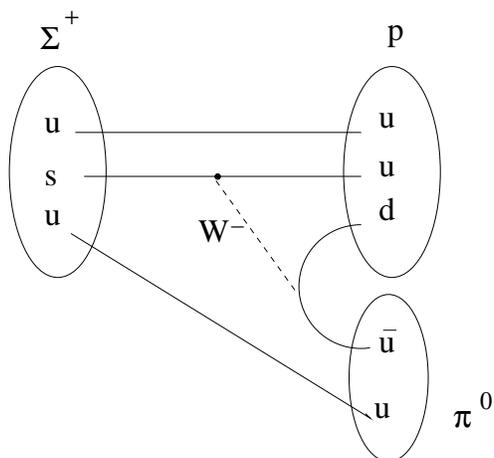


Figura 2.9: Diagrama del decaimiento $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$

En términos de quarks este decaimiento puede interpretarse como se muestra en la Figura 2.10. Este es un tipo de decaimiento débil en el que se producen leptones. La vida media del neutrón aislado es de $\tau_n = (886 \pm 1) \text{ s}$ en el sistema de referencia propio.

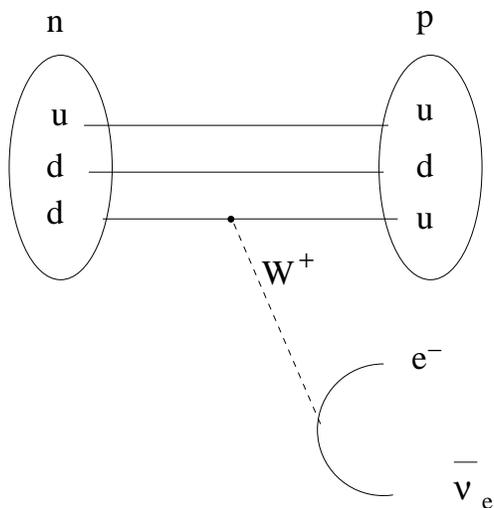


Figura 2.10: Diagrama del decaimiento $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

2.4.5. Decaimiento de mesones

Como hemos visto, los π^0 decaen electromagnéticamente. En el caso de los piones cargados π^\pm la conservación de la carga electromagnética y el sabor impiden que estas partículas decaigan en forma electromagnética o fuerte. El decaimiento de los piones cargados

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad \pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \qquad (2.37)$$

procede a través de los bosones W , como se muestra en la Figura 2.11.

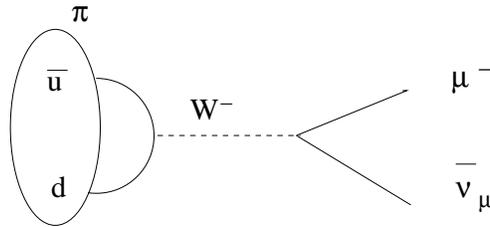


Figura 2.11: Diagrama del decaimiento $\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$.

2.4.6. Decaimiento de leptones

El muón y el tau decaen en leptones de generación más liviana con la emisión de un W^- (ver Figuras 2.12 y 2.13):

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e, \qquad (2.38)$$

$$\tau^- \longrightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu. \qquad (2.39)$$

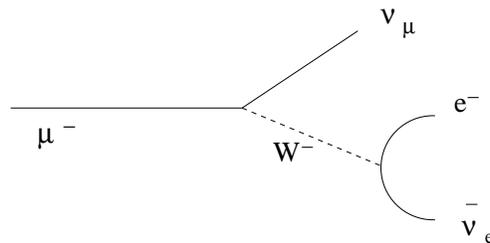


Figura 2.12: Diagrama del decaimiento $\mu^- \longrightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$.

2.5. Propiedades intrínsecas de las partículas: el spin

El **spin** es una propiedad cuántica que poseen **todas** las partículas. El spin se mide en múltiplos de $\hbar = h/2\pi$, donde h es la constante de Planck. Las partículas materiales, tanto

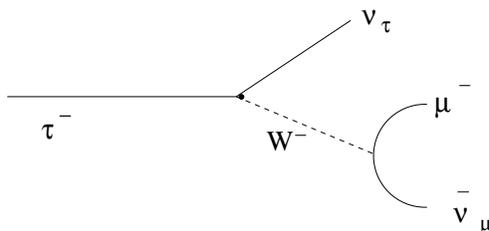


Figura 2.13: Diagrama del decaimiento $\tau^- \longrightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu$.

los quarks como los leptones, tienen spin $\hbar/2$. Por otra parte, el spin de todas las partículas que son perturbaciones en los campos creados por las partículas materiales es un múltiplo entero de \hbar : los fotones, gluones y bosones W^\pm y Z^0 tienen spin \hbar , y los gravitones $2\hbar$.

Las partículas con spin semientero se llaman **fermiones** y obedecen al principio de exclusión de Pauli: dos fermiones no pueden ocupar el mismo estado cuántico. Las partículas con spin entero se llaman **bosones** y no obedecen a este principio.

2.6. Colores y QCD

Como ya hemos mencionado, los quarks sienten la fuerza fuerte mientras que los leptones no. Hay entonces una propiedad de los quarks que los leptones no poseen. El número bariónico no es suficiente porque no explica la razón de que los quarks sólo aparezcan en combinaciones de la forma qqq , $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ y $q\bar{q}$. Esto se puede explicar introduciendo una **carga** para la fuerza fuerte: el **color**.

Hay tres tipos de carga de color: rojo (r), verde (g) y azul (b). Para ser estable un hadrón necesita no tener color neto (ser “blanco”). Esto se logra con cualquier combinación que incluya los tres colores o un color y su **anticolor**. Por ejemplo, un protón puede ser $p \equiv u_r u_b d_g$ o $p \equiv u_r u_g d_b$. Los antiquarks tienen anticolor, por lo que, por ejemplo, $\pi^+ \equiv u_r \bar{d}_{\bar{r}}$, $\pi^0 \equiv u_b \bar{u}_{\bar{b}}$, etc.

Aunque la fuerza fuerte entre quarks no puede describirse en términos clásicos, se la suele representar en términos aproximados a través del siguiente potencial:

$$V(\text{color}) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr. \quad (2.40)$$

donde r es la separación entre los quarks, $\alpha_s \sim 1$ J m y $k = 1.36 \times 10^5$ J m $^{-1}$.

A diferencia del fotón, que no tiene carga y no interacciona electromagnéticamente, el gluón tiene color y por tanto siente la fuerza fuerte. Esto hace que los gluones formen **tubos de flujo**, con los efectos que hemos visto antes (formación de pares quark-antiquark y de aquí mesones).

Como se muestra en el ejemplo de la Figura 2.14, en una interacción fuerte un quark puede cambiar su color (pero no su sabor). Como el color (al igual que la carga eléctrica) debe conservarse, la “diferencia” de color debe llevársela un gluón. Los gluones tienen entonces dos colores, un color y un anticolor.

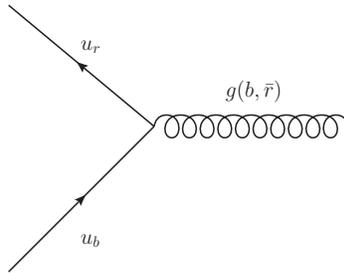


Figura 2.14: Ejemplo de un proceso $q \rightarrow q + g$ en el que cambia el color pero no el sabor de un quark.

Capítulo 3

Aceleración de partículas

Una partícula cargada que se mueve por una región del espacio donde hay campo electromagnético experimenta una fuerza dada por:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e \left(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right); \quad (3.1)$$

donde \vec{v} es la velocidad de la partícula y e su carga. \vec{E} y \vec{B} son los campos eléctrico y magnético, respectivamente.

El segundo término de la ecuación (3.1) corresponde a la fuerza de Lorentz. Como esta fuerza es el resultado de un producto vectorial, será perpendicular a la velocidad y al campo magnético. Al ser perpendicular a la velocidad de la carga, también lo es a su trayectoria, por lo cual dicha fuerza no realiza trabajo sobre la carga, lo que supone que no hay cambio de energía cinética, o lo que es lo mismo, no cambia el módulo de la velocidad. Por lo tanto, la ganancia de energía será:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= e\vec{v} \cdot \vec{E} \\ &= e \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{\nabla}V; \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde V es el potencial escalar. Tomando el caso unidimensional:

$$\Delta E = e \frac{\partial V}{\partial r} dr = e\Delta V. \quad (3.3)$$

Así, la forma más sencilla de acelerar una carga es someterla a una diferencia de potencial.

La fuerza de Lorentz, al ser perpendicular a la velocidad, modifica la dirección del movimiento de la partícula, manteniéndose constante el módulo de la velocidad. Este cambio de dirección es debido a que la fuerza actúa como fuerza centrípeta, originando un movimiento de rotación de la partícula en el interior del campo magnético. Ambas contribuciones en el segundo miembro de la ecuación (3.1) juegan un papel en la aceleración de partículas en ciclotrones y otros aceleradores artificiales.

3.1. Aceleradores artificiales

El primer acelerador moderno fue el ciclotrón de Lawrence, desarrollado en Berkeley, entre 1928 y 1931. Un diagrama de este instrumento se muestra en la Figura 3.1. El instrumento consta de dos regiones semi-circulares donde un campo magnético puede deflectar a las partículas cargadas. El radio de giro de las partículas es:

$$r_g = \frac{(E/eV)}{300 Z (B/G)} \text{ cm}, \quad (3.4)$$

donde Z es el número atómico.

Separando las dos regiones semi-circulares hay una brecha (*gap*) donde se aplica una diferencia de potencial. Las partículas se inyectan en el *gap* (por ejemplo, colocando un material radio-activo) y son aceleradas por la diferencia de potencial. Debido a los efectos del campo, las partículas describían una semi-circunferencia y volvían a cruzar el *gap*, donde la diferencia de potencial había sido invertida durante el tiempo de vuelo. El proceso se repetía una y otra vez, generándose más y más energía, hasta que el giroradio de la partícula se hacía igual al máximo espacio disponible.

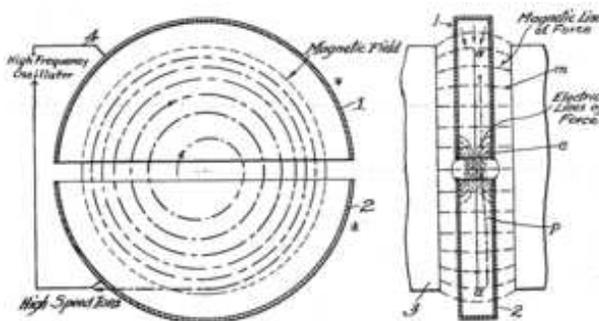


Figura 3.1: Esquema de un acelerador ciclotrón.

El primer ciclotrón fue muy pequeño, tenía un diámetro de 13 cm y aceleraba protones hasta 80 keV de energía cinética. En los llamados sincro-ciclotrones, el cambio de potencial en el *gap* se sincroniza con el paso de las partículas. Con esta técnica, en 1946 se logró acelerar núcleos de deuterio hasta 195 MeV.

A fin de lograr mayores energías se desarrollaron los **sincrotrones**. En éstos las partículas se mueven a lo largo de una trayectoria circular fija y se utilizan campos magnéticos variables. Las diferencias de potencial se aplican en diferentes tramos del circuito por el cual se mueve el haz de partículas. Se utilizan magnetos cuadrupolares para mantener el haz de partículas bien colimado y magnetos superconductores para desviar el haz y mantenerlo dentro del anillo de circulación. En la Figura 3.2 se muestra una parte del anillo de un sincrotrón moderno. Las Figuras 3.3 y 3.4 son fotos del acelerador del CERN.

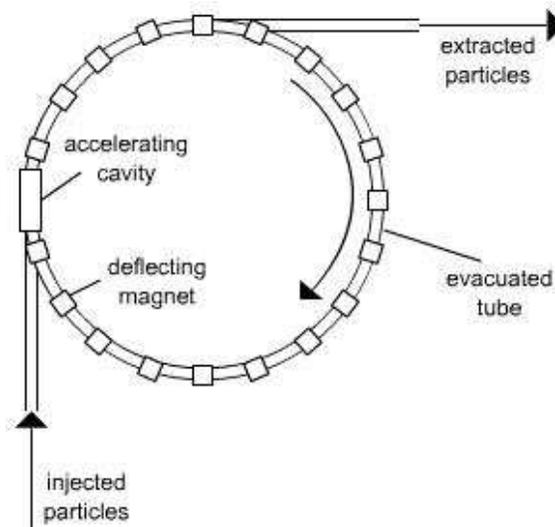


Figura 3.2: Esquema del anillo de un acelerador sincrotrón.



Figura 3.3: Anillo sincrotrón.

La energía máxima que puede obtener una partícula en un acelerador sincrotrón está determinada por:

- La intensidad máxima de los campos magnéticos.
- El tamaño del anillo¹.
- Las pérdidas de las partículas (por radiación sincrotrón).

¹En un acelerador ciclotrón, la energía máxima está determinada por el radio del instrumento

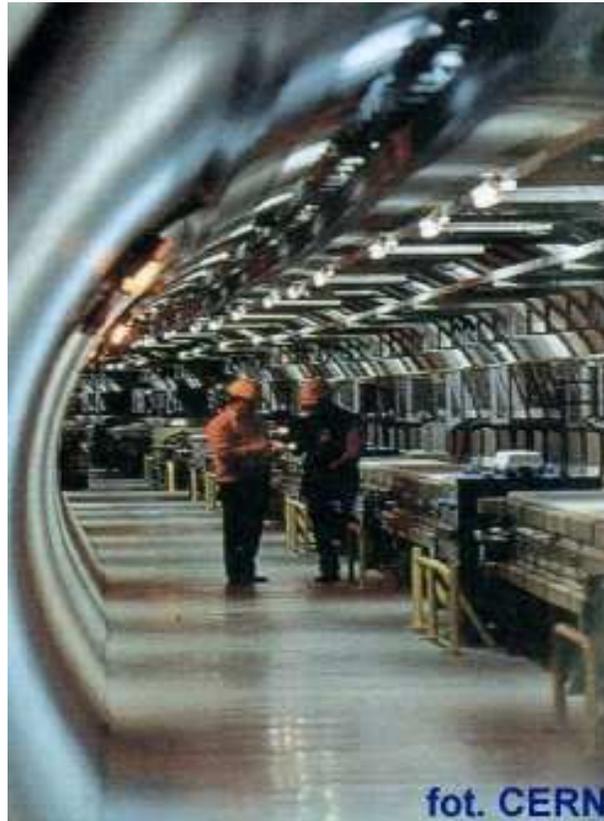


Figura 3.4: Imagen del túnel con el anillo de circulación del LEP.

El Large Electron-Positron Collider del CERN (LEP) usó 1312 magnetos de enfoque, 3304 magnetos de deflexión y un anillo de 27 km de circunferencia. Los e^- y e^+ se aceleraban hasta 50 GeV y colisionaban "de frente".

Otro tipo de aceleradores son los llamados LINACs (por *Linear Accelerator*). Estos no sufren de pérdidas sincrotrón, y no necesitan de magnetos de deflexión. Se suelen usar como inyectores de partículas pre-aceleradas de los aceleradores sincrotrón. En el caso del Stanford Linear Accelerator Centre (SLAC), un linac se usa en forma directa como acelerador. Su tubo de aceleración tiene 3 km. Los e^- y e^+ se aceleran allí y son deflectados en los extremos para luego colisionar con energías ~ 50 GeV.

Los principales aceleradores en el mundo son:

- CERN

- LEP Se usó durante 11 años hasta noviembre de 2000. Colisionó e^- y e^+ hasta energías de ~ 180 GeV.
- LHC (Large Hadron Collider): Usa el túnel del LEP. Colisiona p y \bar{p} a 14 TeV.

- FERMILAB (Chicago): TEVATRÓN: Colisiona p y \bar{p} a 1.8 TeV.
- HERA (Hamburgo): Colisiona p de 820 GeV con e^- de 267 GeV.
- SLAC (Stanford):
 - SLC: Colisiona e^+ con e^- a 100 GeV.
 - PRP: Es un anillo que colisiona e^- y e^+ a 30 GeV.

Un elemento esencial de todo experimento con aceleradores de partículas, independientemente de la forma del acelerador y del hecho de que se colisionen haces de partículas entre sí o con blancos fijos, lo constituyen los DETECTORES. Estos pueden ser de muchos tipos, pero esencialmente todos se basan en el proceso de ionización. La forma en la cual los iones que se forman son usados para rastrear el movimiento de las partículas viene dado por el tipo específico de detector.

Los detectores actuales están basados en semiconductores de silicio que permiten reconstruir el movimiento de las partículas a través de las corrientes generadas. Estos dispositivos permiten una digitalización inmediata y una reconstrucción tridimensional de la trayectoria de la partícula.

Para determinar la energía de las partículas se utilizan calorímetros. Los hay electromagnéticos y hadrónicos. Básicamente, determinan la energía a través de la profundidad hasta la que se desarrolla la lluvia de partículas desencadenada por la partícula incidente. En la Figura 3.5 se muestra un esquema de un detector.

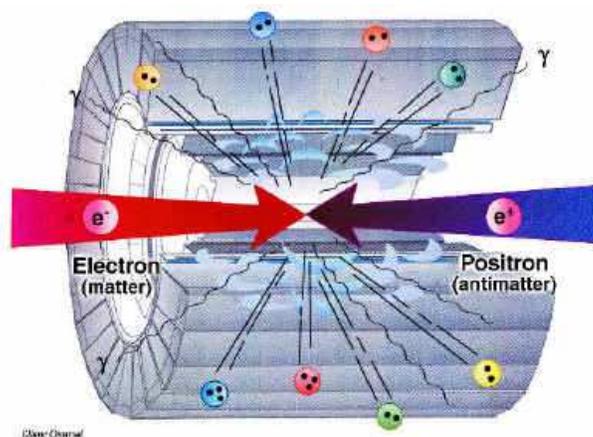


Figura 3.5: Esquema de un detector DELPHI (LEP).

3.2. Rayos cósmicos

Los rayos cósmicos fueron descubiertos por Victor Hess en 1912. Se trata de partículas energéticas que llegan a la Tierra desde el espacio exterior (fuera de la atmósfera).

Las partículas primarias que forman los rayos cósmicos son protones (86%), partículas α (11%), electrones (2%) y núcleos más pesados (1%). Hay, además, pequeñas proporciones de positrones y antiprotones, que se creen de origen secundario (esto es, debido a interacciones de los rayos cósmicos primarios con el medio interestelar).

El espectro en energía de los rayos cósmicos va desde energías del orden de 10^6 eV (rango dominado por contribuciones locales del sistema solar) hasta energías por encima de 10^{20} eV. En el rango más alto de energía la composición de los rayos cósmicos es desconocida.

A energías $\sim 10^{11-12}$ eV el flujo de rayos cósmicos en la Tierra es de ~ 1 partícula por m^2 por segundo. A energías $\sim 10^{15-16}$ eV, donde el espectro cambia de $N(E) \propto E^{-2.7}$ a $N(E) \propto E^{-3}$, el flujo es de una partícula por m^2 y por año. A energías muy altas, arriba de 10^{18} eV, donde el espectro parece volver a endurecerse, el flujo es de ~ 1 partícula por km^2 y por año. En la Figura 3.6 se muestra el espectro observado de rayos cósmicos.

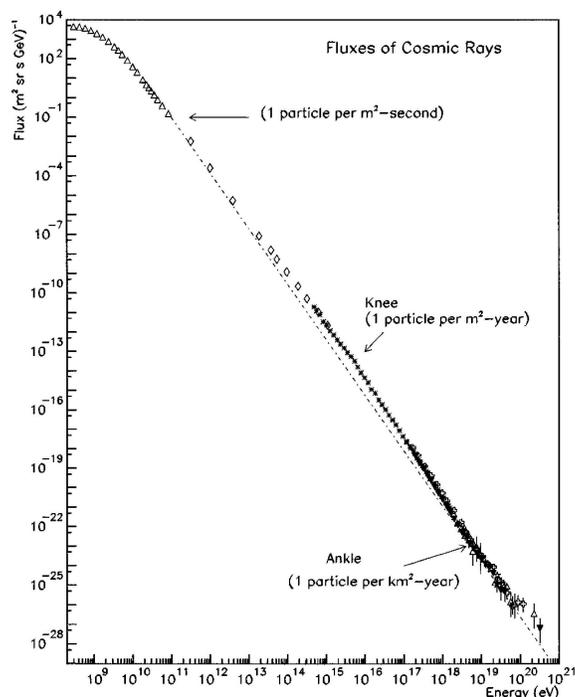


Figura 3.6: Espectro observado de rayos cósmicos.

Entre unos pocos GeV y la llamada **rodilla** (*knee*) del espectro, a unos 10^{14-15} eV, el

espectro está bien descripto por:

$$N(E)dE \propto E^{-2.7} dE. \quad (3.5)$$

Arriba de energías ~ 30 GeV, donde los efectos de modulación de los campos magnéticos solar y terrestre dejan de ser importantes, la radiación cósmica parece ser completamente **isotrópica**. Esto es de esperar ya que, independientemente de la naturaleza de las fuentes, el campo magnético galáctico destruye la anisotropía de partículas cargadas. Sólo en el caso de las energías más altas, efectos anisotrópicos pueden permanecer para fuentes cercanas. Las partículas más energéticas, sin embargo, deben ser extragalácticas, ya que su giroradio no puede ser contenido en la Galaxia.

Los efectos de los campos magnéticos hacen que una astronomía galáctica de rayos cósmicos sea imposible, ya que las partículas detectadas no guardan memoria de las fuentes. Sólo en el caso de fuentes extragalácticas cercanas y para partículas con energías por arriba de 10^{19} eV tal astronomía es factible.

La densidad de energía de rayos cósmicos lejos de la influencia solar es:

$$\omega_{\text{RC}} \sim 1 \quad \frac{\text{eV}}{\text{cm}^3}. \quad (3.6)$$

Esta densidad es comparable a la de la luz estelar (~ 0.6 eV/cm³), a la del fondo cósmico de radiación (CMB, ~ 0.26 eV/cm³) y a la del campo magnético galáctico (~ 0.25 eV/cm³, para $B \sim 3 \mu\text{G}$).

En base a la densidad medida de rayos cósmicos podemos calcular la potencia inyectada por los mismos en la Galaxia. Consideremos que ésta es un disco de radio $R_G = 15$ Kpc y espesor $h_G = 200$ pc. Su volumen será:

$$V_G = \pi R_G^2 h_G \sim 4 \times 10^{66} \quad \text{cm}^3. \quad (3.7)$$

El tiempo de residencia de los rayos cósmicos en el disco vendrá determinado por la escala temporal de difusión de las partículas (ver Capítulo 7):

$$t_d \sim \frac{3r^2}{D} \quad (3.8)$$

donde r es la distancia a recorrer por las partículas y D es el coeficiente de difusión. Para el caso de la Galaxia, $r = h_G$ y resulta $D \sim 10^{28} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Luego:

$$\begin{aligned} W_{\text{RC}} &= \frac{V_G \omega_{\text{RC}}}{t_d} \sim \frac{4.1 \times 10^{66} \text{ cm}^3 10^{-12} \text{ erg cm}^{-3}}{10^{14} \text{ s}} \\ &\sim \sim 4.1 \times 10^{40} \quad \text{erg s}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Esta es la potencia total de los rayos cósmicos en la Galaxia. Cualquier acelerador o conjunto de aceleradores que los produzca debe satisfacer este presupuesto energético.

A fin de buscar posibles aceleradores galácticos de rayos cósmicos, podríamos comenzar preguntándonos si hay sistemas astrofísicos capaces de generar grandes diferencias de potencial que permitan acelerar en forma electrostática partículas cargadas.

3.2.1. Pulsares

Los pulsares son sistemas que aceleran partículas electrostáticamente. Se trata de estrellas colapsadas donde la presión de la gravedad es sostenida por la presión de degeneración de los nucleones. El tamaño típico de estas estrellas es $R_* = 10^6$ cm y su masa $M_* = 1.4M_\odot$. Esto hace que su densidad sea:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{EN}} &\sim \frac{M_*}{(4/3)\pi R_*^3} \sim \frac{1.4 \times 1.99 \times 10^{33} \text{ g}}{(4/3)\pi 10^{18} \text{ cm}^3} \\ &\sim \sim 6.6 \times 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Al colapsar, las estrellas arrastran su campo magnético, por lo que las estrellas de neutrones resultantes están magnetizadas y en rotación rápida (debido a la conservación del momento angular). El campo magnético resultante es, en primera aproximación, dipolar. En la Figura 3.7 se muestra un esquema de un púlsar.

El campo magnético superficial típico es $B \approx 10^{12}$ G. A una distancia

$$R_L = \frac{c}{\Omega} \sim 4.8 \times 10^9 \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right) \text{ cm}, \quad (3.11)$$

donde $P = 2\pi/\Omega$ es el período de rotación y Ω es la velocidad angular, las líneas de campo magnético dipolar deberían moverse más rápido que la luz (y con ellas las partículas que por ellas se muevan). De aquí que a partir de R_L las líneas se abren cerrándose "en el infinito". En otras palabras, las partículas que se muevan sobre estas líneas pueden escapar del sistema.

Si una esfera magnetizada rota, las cargas sobre ella experimentarán una fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = \frac{e}{c} \left(\vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \times \vec{B}. \quad (3.12)$$

Esto hará que las cargas se separen, originando un campo eléctrico

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \left(\vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \times \vec{B}. \quad (3.13)$$

La rotación de la esfera separa la carga y ésta no se modifica a menos que cambie $\vec{\Omega}$. Por lo tanto, el potencial eléctrico es estático. El potencial electrostático generado en la superficie ($r = R_*$) será:

$$V \sim ER_* = \frac{\Omega BR_*^2}{c} \quad (3.14)$$

$$V \sim 6 \times 10^{16} \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{R_*}{10^6 \text{ cm}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-1} \text{ V} \quad (3.15)$$

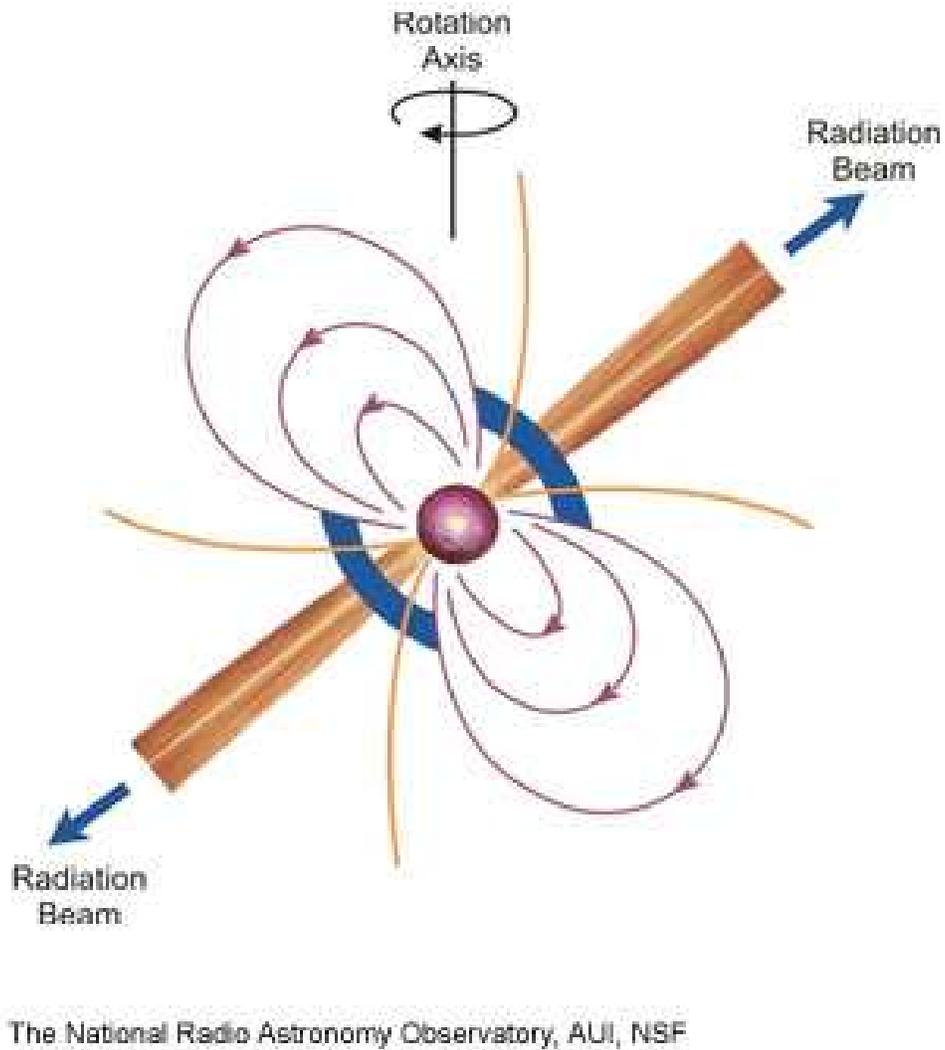


Figura 3.7: Esquema de un púlsar.

Vemos, pues, que partículas arrancadas de la superficie y que se mueven por las líneas de campo pueden ser aceleradas hasta grandes energías.

Sin embargo, como las partículas que escapan del sistema lo hacen a través de las líneas abiertas, el flujo generado quedara determinado por $r = a$, donde a es el radio donde se originan las líneas abiertas (ver Figura 3.8). Como las líneas de un dipolo quedan definidas

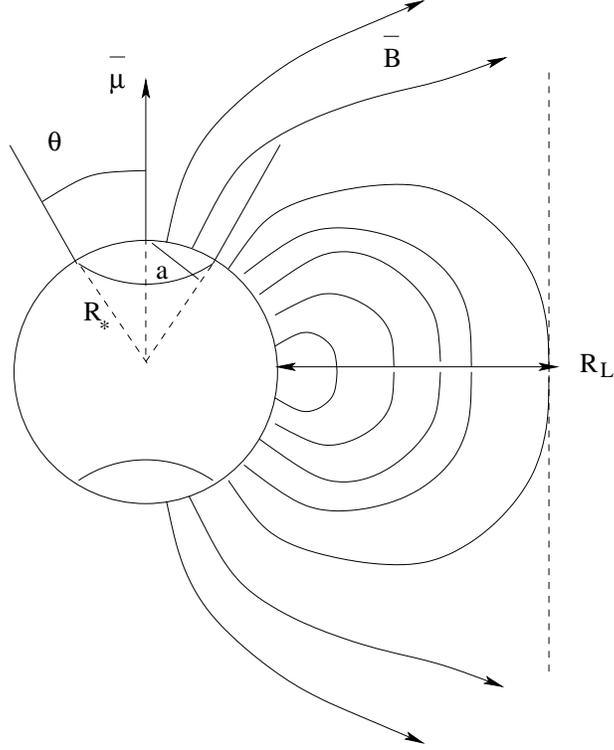


Figura 3.8: Esquema de un púlsar donde se muestran el radio a y la localización del radio de luz R_L .

por $\sin^2(\theta)/r = \text{cte}$ tenemos que $a \simeq R_* \sin(\theta_0)$. Luego,

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2(\theta_0)}{R_*} &\simeq \frac{\Omega}{c} \\ \sin(\theta_0) &\simeq \left(\frac{\Omega R_*}{c}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_*}{R_L}\right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} a &\simeq \left(\frac{R_*^3}{R_L}\right)^{1/2} \\ a &\simeq \sqrt{\frac{R_*^3 \Omega}{c}}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} V &= \frac{\Omega B a^2}{c} = \frac{\Omega^2 B R_*^3}{c^2} \\ V &\approx 10^{13} \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6 \text{ cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1 \text{ s}}\right)^{-2} \quad \text{V}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Vemos, pues, que los pulsares pueden acelerar partículas hasta energías $\sim 10^{13}$ eV = 10 TeV. Si el púlsar es muy rápido, $E_{\max} \sim 10^{15-16}$ eV. El límite efectivo es seguramente menor que esta cantidad ya que las partículas sufrirán pérdidas radiativas durante el proceso de aceleración.

¿Pueden los pulsares contribuir al grueso de los rayos cósmicos en la Galaxia? Para responder necesitamos saber: 1) Cuantos pulsares con períodos $P < 1$ s hay en la Galaxia. 2) Cuanta energía en partículas relativistas deposita un pulsar en el medio interestelar.

1) La tasa de nacimiento de pulsares es de aproximadamente 1 cada 80 años. Como el campo magnético decae con el tiempo, la vida media de ellos es ~ 10 Myr. Entonces:

$$N \sim \frac{10^7}{80} \sim 10^5 \text{ pulsares.} \quad (3.19)$$

2) La radiación emitida por el púlsar es:

$$\dot{E} \sim \frac{B^2 \Omega^4 R_*^6}{c^3} = I \Omega \dot{\Omega}, \quad (3.20)$$

$$\sim 6 \times 10^{31} \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right)^2 \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-4} \text{ erg s}^{-1}. \quad (3.21)$$

donde I es el momento de inercia². Una parte de esta radiación escapa como flujo de Poynting y otra parte como un viento de partículas. Se estima que la razón del flujo de Poynting al flujo de energía en partículas es:

$$\sigma \sim 10 \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{R_*}{10^6 \text{ cm}} \right)^3 \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-2}. \quad (3.22)$$

Para $P = 0.1$ s tenemos $\sigma \sim 1000$ y por lo tanto

$$W_{\text{RC}} \sim \frac{\dot{E}}{\sigma} \approx 6 \times 10^{31} \text{ erg s}^{-1} \times \frac{10000}{1000} \sim 6 \times 10^{32} \text{ erg s}^{-1}. \quad (3.23)$$

Si hay 10^5 pulsares:

$$W_{\text{RC}}^{\text{pulsares}} \sim 6 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}. \quad (3.24)$$

Esto es mucho menor que el valor necesario para explicar el origen de los rayos cósmicos galácticos. Necesitamos encontrar otra fuente astrofísica.

3.2.2. Remanentes de supernova

Cuando ocurre una explosión de supernova (SN) el material que formaba la estrella es eyectado y el medio interestelar es perturbado en la región donde ocurrió la explosión.

² $E = \frac{1}{2} I \Omega^2 \rightarrow \dot{E} = I \Omega \dot{\Omega}$

Una explosión de supernova típica libera una energía $E \sim 10^{51}$ erg. Esto se produce en una escala temporal muy corta, mucho más corta que cualquier otra escala temporal involucrada. La velocidad de la materia eyectada por la explosión, v_{eyec} , se relaciona con la energía a través de la expresión

$$\begin{aligned} v_{\text{eyec}} &\approx 10^4 \left(\frac{E}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/2} \text{ km s}^{-1} \\ &\approx 10^{-2} \left(\frac{E}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/2} \text{ pc yr}^{-1} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Como la velocidad del material eyectado es mayor que la velocidad del sonido en el medio, se forma una onda de choque, i.e. una discontinuidad en el gas que se mueve hacia afuera del sitio de la explosión, viajando delante de la superficie de separación entre el medio interestelar y el material eyectado. Si la velocidad de la onda de choque es V_s y la velocidad del sonido en el medio es C_s , el número de Mach se define como $M \equiv V_s/C_s$.

El medio interestelar puede modelarse a través de una ecuación de estado politrópica tal que

$$PV^{\gamma} = \text{cte}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{cte}; \quad TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}, \quad (3.26)$$

donde $\gamma = C_P/C_V$ es el índice adiabático del gas. Los calores específicos a presión y volumen constante son

$$C_P = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_P = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \text{y} \quad C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_V, \quad (3.27)$$

respectivamente. Para una gas monoatómico $\gamma = 5/3$.

En el caso de una onda de choque fuerte que se propaga por el medio interestelar con un número de Mach $M_1 \gg 1$, la relación entre las densidades a ambos lados del frente de choque es:

$$\xi = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}; \quad (3.28)$$

donde los subíndices 1 y 2 designan a las propiedades del medio no chocado y chocado, respectivamente. Para una gas monoatómico $\gamma = 5/3$ y

$$\implies \frac{\rho_2}{\rho_1} = 4. \quad (3.29)$$

La razón de temperaturas es:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\gamma(\gamma - 1)M_1^2}{(\gamma + 1)^2}. \quad (3.30)$$

Para $\gamma = 5/3$ se tiene

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{16}M_1^2. \quad (3.31)$$

Como M_1 puede ser muy grande, la región chocada puede estar muy caliente respecto a la no chocada.

Etapas de un remanente de supernova

Debido a que la inyección de energía de una explosión de SN es puntual en el tiempo, la onda de choque producida se diluye a medida que se propaga en el medio interestelar. Durante la propagación, las propiedades del choque van cambiando con el tiempo y es posible dividir la vida de aquel en tres etapas principales cuyas características se describirán a continuación.

- **Fase inicial o de expansión libre:** En una etapa inicial, luego de la explosión de SN, el material eyectado se mueve a una velocidad uniforme:

$$r \propto t; \quad (3.32)$$

donde r es el radio de la onda de choque. Esta fase termina cuando la masa del medio barrido por la onda de choque es igual a la masa eyectada en la explosión:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{3} \rho_{\text{ISM}} r_{\text{I,f}}^3 &= M_{\text{eyect}} \\ r_{\text{I,f}} &\propto \rho_{\text{ISM}}^{-1/3} M_{\text{eyect}}^{1/3}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

siendo ρ_{ISM} la densidad del medio interestelar. En unidades convenientes, $r_{\text{I,f}}$ queda:

$$r_{\text{I,f}} \simeq 2 \left(\frac{M_{\text{eyect}}}{M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho_{\text{ISM}}}{2 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/3} \text{ pc}. \quad (3.34)$$

Esta distancia corresponde a un tiempo:

$$t_{\text{I,f}} = \frac{r_{\text{I,f}}}{v_{\text{eyect}}} \simeq 200 \left(\frac{M_{\text{eyect}}}{M_{\odot}} \right)^{5/6} \left(\frac{E}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{-1/2} \left(\frac{\rho_{\text{ISM}}}{2 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/3} \text{ yr}. \quad (3.35)$$

- **Fase Sedov o adiabática.** La siguiente fase de la evolución del remanente de supernova es la fase de Sedov. En ésta, la energía es aproximadamente constante ya que las pérdidas radiativas se pueden despreciar. La evolución es adiabática, es decir,

$$E \approx \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right) \rho_{\text{ISM}} r^3 v_{\text{eyect}}^2 \sim \rho_{\text{ISM}} r^3 \dot{r}^2. \quad (3.36)$$

Luego,

$$\begin{aligned} r^{3/2} \frac{dr}{dt} &\sim \rho_{\text{ISM}}^{-1/2} E^{1/2} \\ r^{3/2} dr &= \rho_{\text{ISM}}^{-1/2} E^{1/2} dt \\ r^{5/2} &\propto \rho_{\text{ISM}}^{-1/2} E^{1/2} t \\ r &\propto \left(\frac{E}{\rho_{\text{ISM}}} \right)^{1/5} t^{2/5}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Teniendo en cuenta los coeficientes y unidades apropiadas:

$$r_{\text{II}} \simeq \left(\frac{E}{\rho_{\text{ISM}}} \right)^{1/5} t^{2/5} \simeq 0.3 E_{51}^{1/5} \left(\frac{\rho_{\text{ISM}}}{2 \times 10^{-22} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/5} t_{\text{yr}}^{2/5} \text{ pc}, \quad (3.38)$$

y

$$v_{\text{II}} = \dot{r} \simeq 5000 \left(\frac{r}{2 \text{ pc}} \right)^{-3/2} E_{51}^{1/2} \left(\frac{\rho_{\text{ISM}}}{2 \times 10^{-22} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \text{ km s}^{-1}. \quad (3.39)$$

Asumiendo equipartición entre la energía interna y la cinética:

$$\frac{3}{2} N_{\text{tot}} kT \sim \frac{1}{2} M_{\text{eyec}} v_{\text{eyec}}^2, \quad (3.40)$$

donde $N_{\text{tot}} = \rho_{\text{ISM}}/m_p$, obtenemos que la temperatura del material eyectado por la SN y calentado por la onda de choque es

$$T \propto v^2 \propto r^{-3} E_{51} n_{\text{H}}^{-1}. \quad (3.41)$$

En unidades convenientes:

$$\begin{aligned} T &\simeq 6 \times 10^8 \left(\frac{r}{2 \text{ pc}} \right)^{-3} E_{51} n_{\text{H}}^{-1} \text{ K} \\ &\simeq 10^6 E_{51}^{2/5} n_{\text{H}}^{-2/5} \left(\frac{t}{3 \times 10^4 \text{ yr}} \right)^{-6/5} \text{ K}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Cuando las pérdidas radiativas empiezan a afectar la dinámica del remanente este sale de la fase de Sedov. Invertiendo la ecuación para la temperatura obtenemos la edad de la fase de Sedov:

$$t_{\text{Sedov}} \simeq 3 \times 10^4 T_6^{-5/6} E_{51}^{1/3} n_{\text{H}}^{-1/3} \text{ yr}; \quad (3.43)$$

donde $T_6 = T/(10^6 \text{ K})$.

- **Fase Radiativa.** Cuando la escala temporal de enfriamiento radiativo del gas, t_{cool} , se hace menor que t_{Sedov} , es decir $t_{\text{cool}} \leq t_{\text{Sedov}}$; se entra en la llamada fase **radiativa**.

$$t_{\text{cool}} \simeq 4 \times 10^4 \frac{T_6^{3/2}}{n_{\text{H}}} \text{ yr}. \quad (3.44)$$

La condición 3.44 se cumple cuando

$$\dot{r} \leq 200 \text{ km s}^{-1} (E_{51} n_{\text{H}}^2)^{1/14}. \quad (3.45)$$

Como la dependencia en E y n es débil, esto ocurre para velocidades

$$v \sim 200 \text{ km s}^{-1}. \quad (3.46)$$

En la nueva fase, el interior del remanente está formado por gas caliente rodeado por una cáscara de gas frío. A medida que la cáscara avanza va barriendo el medio e incrementando su masa. De aquí que a pesar de ir desacelerándose, su momento radial permanezca aproximadamente constante:

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{4\pi}{3} \right) \rho r^3 \dot{r} \right] \approx 0. \quad (3.47)$$

Si la cáscara se formó en t_0 con radio $r = r_0$ y velocidad $v = v_0$, entonces,

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{3} \rho r^3 \dot{r} &= \frac{4\pi}{3} \rho r_0^3 v_0 \\ r &= r_0 \left[1 + 4 \frac{v_0}{r_0} (t - t_0) \right]^{1/4} \\ \dot{r} &= v_0 \left[1 + 4 \frac{v_0}{r_0} (t - t_0) \right]^{3/4}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Para t grande

$$\begin{aligned} r &\propto t^{1/4} \\ \dot{r} &\propto t^{-3/4} \simeq 200 \text{ km s}^{-1} \left(\frac{t}{3 \times 10^4 \text{ yr}} \right)^{-3/4}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Cuando $t \sim 10^5$ yr, la velocidad cae a un valor $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$ y el remanente comienza a disiparse.

Las explosiones de supernova inyectan en el medio interestelar cantidades enormes de energía, $\sim 10^{51}$ erg. Es razonable preguntarnos, entonces, si juegan algún papel en la producción de rayos cósmicos.

La tasa de explosiones de supernova es de 1 cada 50 años en la Galaxia. La potencia total que inyectan en el medio interestelar es:

$$\begin{aligned} W_{\text{SN}} &= \frac{10^{51} \text{ erg}}{50 \times 3.15 \times 10^7 \text{ s}} \\ &\sim 6.3 \times 10^{41} \text{ erg s}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Vemos, pues, que si las supernovas pudieran transformar menos del 10 % de su energía en rayos cósmicos, serían capaces de explicar el origen de éstos.

El hecho de que se observe emisión de origen no-térmico en remanentes de supernovas implica que en ellos hay partículas relativistas. La detección de rayos X de origen sincrotrónico indica la presencia de electrones con energías por arriba del TeV y la detección de radiación gamma podría señalar la presencia de hadrones con energías similares. El mecanismo que acelera estas partículas parecería ser difusivo (lo que lleva fácilmente a una ley de potencia).

3.3. Mecanismo de aceleración difusivo

Consideremos la siguiente situación: arrojamos una pelota perfectamente elástica contra un muro. Si la velocidad de la pelota es $-V$ en el sistema de referencia del laboratorio, rebotará con velocidad $+V$, como se muestra en la Figura 3.9.

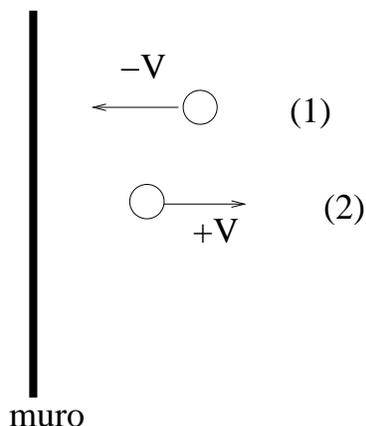


Figura 3.9: Colisión elástica de una partícula con una pared fija.

Si ahora la pared se mueve con una velocidad \vec{u} , luego del choque la velocidad de la pelota será $\vec{V} + 2\vec{u}$ (la velocidad no cambia en el sistema de referencia de la pared), como puede verse en la Figura 3.10.

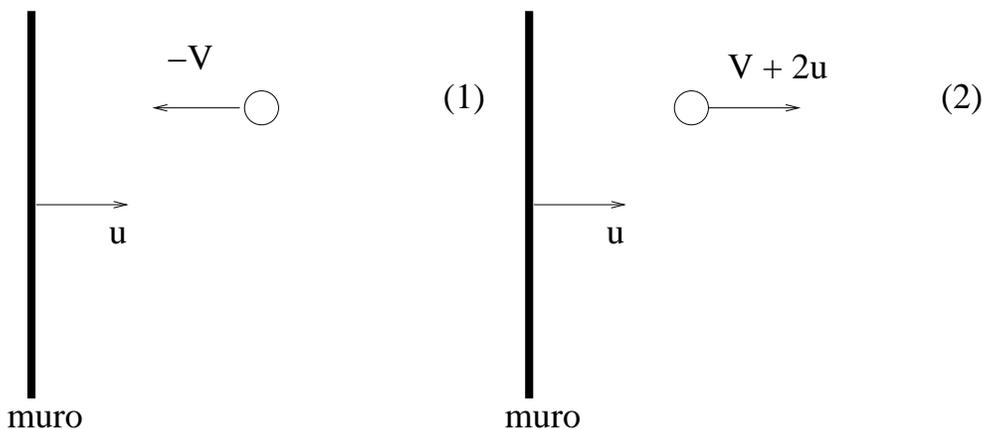


Figura 3.10: Colisión elástica de una partícula con una pared en movimiento. Se muestra la velocidad de la partícula antes (izquierda) y después (derecha) de la colisión.

Si en vez de una tenemos 2 paredes, cada una moviéndose hacia la otra, la partícula ganará velocidad con cada choque hasta que: 1) las paredes se detengan o 2) la pelota se

haga tan energética que atraviese una de las paredes. Se dice que la pared se ha hecho “transparente” a la pelota.

Reemplacemos ahora las paredes por nubes en movimiento y con turbulencia en sus campos magnéticos. La turbulencia puede actuar como un “espejo magnético” creando regiones con mayor densidad de energía magnética donde las partículas cargadas pueden ser deflectadas (ver la Figura 3.11). Esta situación, considerada originalmente por Fermi (1949), es físicamente improbable y no es posible generar de esta manera los rayos cósmicos galácticos.

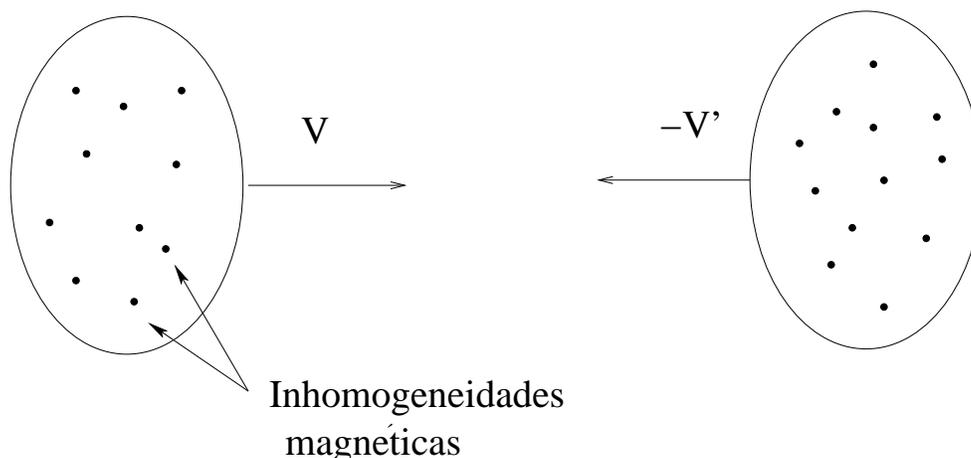


Figura 3.11: Nubes con inhomogeneidades magnéticas pueden actuar como centros dispersivos.

El mismo mecanismo básico puede operar, sin embargo, en remanentes de supernova o en otros sistemas astrofísicos con choques. Consideremos la onda de choque que genera una supernova. Una onda de choque es una discontinuidad en los parámetros que caracterizan un medio. El espacio queda dividido por la onda de choque en 2 regiones: la región chocada y la no chocada. En ambas regiones puede establecerse turbulencia magnética. En la región chocada por la compresión del fluido y el desarrollo de inestabilidades. En la región no chocada, por los efectos de los propios rayos cósmicos que atraviesan el frente de choque y perturban el plasma generando inestabilidades.

Supongamos que el choque se mueve con velocidad V_s en la dirección del eje x , como se muestra en la Figura 3.12. El plasma en la región chocada se mueve con velocidad V_p . La velocidad del choque y la del gas detrás de él se relacionan por el factor de compresión ξ , que para un choque fuerte no-relativista vale $\xi = 4$, a través de

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{\xi}{\xi - 1}. \quad (3.51)$$

Usando transformaciones relativistas (ver Gaisser 1990) puede establecerse que la variación neta de energía de una partícula que completa un ciclo yendo de la región chocada

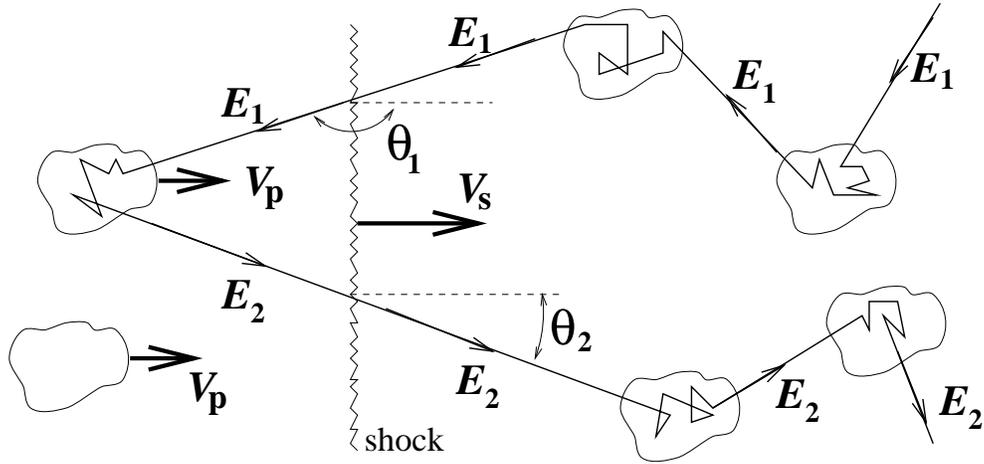


Figura 3.12: Interacción de un rayo cósmico de energía E_1 con un frente de choque que avanza a velocidad V_s (Phrotheroe 1999).

a la no chocada y de vuelta a la chocada es:

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E} \approx \frac{4}{3} \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right) \frac{V_s}{c}. \quad (3.52)$$

Para obtener el espectro de energía tenemos que hallar la probabilidad de que una dada partícula cruce el choque un número arbitrario de veces. Para ello consideremos el proceso en el sistema de referencia del choque (ver la Figura 3.13). El flujo neto de partículas que

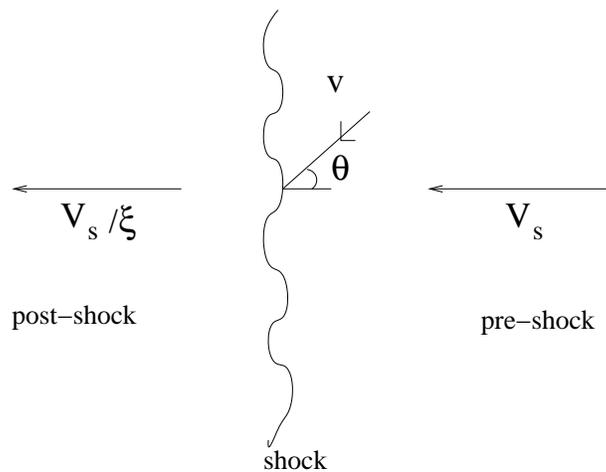


Figura 3.13: Un rayo cósmico cruza un choque. Este esquema muestra la situación en el sistema de referencia con el choque en reposo.

se pierden en la región chocada es:

$$r_{\text{per}} = n_{\text{RC}} \frac{V_s}{\xi} \quad \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}; \quad (3.53)$$

donde n_{RC} es la densidad de partículas relativistas.

En la región no chocada, un rayo cósmico con velocidad v (en el SR del laboratorio) que forma un ángulo θ , se acercará al choque con velocidad $V_s + v \cos(\theta)$ en el SR del choque. A fin de que pueda cruzar el choque:

$$\cos(\theta) > -\frac{V_s}{v}. \quad (3.54)$$

Entonces, asumiendo que los rayos cósmicos en la región no chocada son isotrópicos, la razón a la cual las partículas cruzan desde la región no chocada a la chocada es:

$$r_{\text{cruce}} = n_{\text{RC}} \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{V_s}{v}}^1 (V_s + v \cos(\theta)) 2\pi d(\cos(\theta)) \quad (3.55)$$

$$r_{\text{cruce}} \approx n_{\text{RC}} \frac{v}{4} \quad \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}. \quad (3.56)$$

La posibilidad de cruzar y luego escapar en la región chocada es:

$$P_{\text{escape}} = \frac{r_{\text{per}}}{r_{\text{cruce}}} \approx 4 \frac{V_s}{\xi v}. \quad (3.57)$$

La probabilidad de que la partícula sea deflectada en la región chocada y vuelva al choque es:

$$P_{\text{regreso}} = 1 - P_{\text{escape}}. \quad (3.58)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que cruce el choque n o más veces es:

$$P_{(\text{cruce} > n)} = (1 - P_{\text{escape}})^n. \quad (3.59)$$

Como el incremento fraccional de energía por cruce es $\Delta E/E$, la energía luego de cruzar n veces es:

$$E = E_0 \left(1 + \frac{\Delta E}{E} \right)^n, \quad (3.60)$$

donde E_0 es la energía inicial. Tomando logaritmos:

$$\ln \left(\frac{E}{E_0} \right) = n \ln \left(1 + \frac{\Delta E}{E} \right), \quad (3.61)$$

donde

$$n = \frac{\ln(E/E_0)}{\ln \left(1 + \frac{\Delta E}{E} \right)}. \quad (3.62)$$

Luego, el espectro de partículas aceleradas y con energías $> E$ será:

$$\begin{aligned}
 J(> E) &\propto (1 - P_{\text{escape}})^n \\
 J(> E) &= k(1 - P_{\text{escape}})^{\frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1+\Delta E/E)}}; \quad k = \text{cte} \\
 \ln(J(> E)) &= k' + \frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1+\Delta E/E)} \ln(1 - P_{\text{escape}}); \quad k' = \ln(k) = \text{cte}.
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

Finalmente:

$$\ln(J(> E)) = k'' - (\Gamma - 1) \ln(E); \tag{3.64}$$

donde

$$\Gamma = 1 - \frac{\ln(1 - P_{\text{escape}})}{\ln(1 + \Delta E/E)} = 1 - \frac{\ln(1 - \frac{4V_s}{\xi v})}{\ln(1 + \frac{4(\xi-1)V_s}{3\xi c})}. \tag{3.65}$$

Teniendo en cuenta que, si $x \sim 0$:

$$\ln(1+x) \approx x - \frac{x^2}{2} + \dots \quad \text{y} \quad \ln(1-x) \approx -x + \frac{x^2}{2} - \dots, \tag{3.66}$$

tenemos:

$$\begin{aligned}
 \Gamma &\approx 1 - \frac{-\frac{4V_s}{\xi v}}{\frac{4(\xi-1)V_s}{3\xi c}} \\
 \Gamma &\approx 1 + \frac{3}{\beta(\xi-1)}.
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

$$\beta \sim 1 \implies \Gamma = \frac{\xi - 1 + 3}{\xi - 1}. \tag{3.68}$$

$$\Gamma = \frac{\xi + 2}{\xi - 1} \tag{3.69}$$

Luego, el espectro diferencial de rayos cósmicos que emerja de la fuente luego de n cruces será:

$$J(E) \propto E^{-\Gamma}. \tag{3.70}$$

Para una onda de choque fuerte:

$$\xi = 4 \implies \Gamma = 2. \tag{3.71}$$

Que el espectro observado de rayos cósmicos sea $J(> E) \propto E^{-2.7}$ se explica a través de los efectos de difusión de las partículas en el medio interestelar.

¿Cuál es la energía máxima que pueden alcanzar las partículas? Para responder a esta pregunta necesitamos calcular la razón de ganancia de energía de las partículas e igualar

ésta a la razón de pérdidas radiativas. De allí podremos despejar la energía máxima siempre que ésta sea tal que el giroradio de las partículas de esa energía sea menor que el tamaño de la región de aceleración de la fuente.

La razón de aceleración es:

$$\begin{aligned} r_{\text{acel}} &= \frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{\langle \Delta E \rangle / E}{t_{\text{ciclo}}} \\ &\approx \frac{4}{3} \frac{(\xi - 1) V_s}{\xi c} t_{\text{ciclo}}^{-1} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Aquí t_{ciclo} depende del coeficiente de difusión del medio. Este coeficiente se supone que depende de la energía:

$$D = D(E) \propto E^{-\delta}. \quad (3.73)$$

El coeficiente de difusión a lo largo del campo magnético es un cierto número de veces el valor del coeficiente de difusión mínimo, conocido como **coeficiente de difusión de Bohm**:

$$D_{\text{Bohm}} = \frac{1}{3} r_g c, \quad (3.74)$$

donde r_g es, como antes, el giroradio de las partículas. El coeficiente de difusión paralelo a \vec{B} es:

$$D_{\parallel} = \zeta D_{\text{Bohm}}. \quad (3.75)$$

En el caso de los choques, se llama a un choque **paralelo** si la normal al frente de choque es paralela a \vec{B} . Para valores típicos de $V_s = 0.1 c$ y $\zeta = 10$ se obtiene:

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{acel}} \approx 1.5 \times 10^{-4} e c^2 B \quad (\text{en SI}) \quad (3.76)$$

Por otro lado, el coeficiente de difusión perpendicular, correspondiente al caso en el cual $\vec{V}_s \perp \vec{B}$, es:

$$D_{\perp} \approx \frac{D_{\parallel}}{1 + \zeta^2}, \quad (3.77)$$

de donde puede deducirse:

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{acel}} \approx 0.04 e c^2 B \quad (\text{en SI}). \quad (3.78)$$

Las ondas de choque de los remanentes de supernova permanecen fuertes como para acelerar partículas durante $\sim 10^3$ años. Las energías máximas que se logran (considerando $B \sim 10^{-5}$ G y pérdidas sincrotrón) son

$$E_{\text{max}}^{\text{SN}} \sim 10^{14} \times Z \quad \text{eV} \quad (3.79)$$

para choques paralelos, y

$$E_{\max}^{\text{SN}} \sim 10^{16} \times Z \quad \text{eV} \quad (3.80)$$

para choques perpendiculares.

Para el caso de que el choque sea oblicuo, con un ángulo θ entre la normal al choque y el campo magnético, el coeficiente de difusión es:

$$D = D_{\parallel} \cos^2(\theta) + D_{\perp} \sin^2(\theta). \quad (3.81)$$

Bajo esta situación, el valor de la energía máxima estará comprendido entre los valores dados más arriba.

Efectos adicionales a tener en cuenta en diversas situaciones astrofísicas son:

1. La modificación del choque por efecto de la presión de los rayos cósmicos que están siendo acelerados, lo que lleva a situaciones no-lineales.
2. Ondas de choque relativistas. En este caso el índice adiabático del gas es $\gamma = 4/3$ en vez de $5/3$, lo que lleva a $\xi = 7$ y por lo tanto a espectros con $\Gamma \sim 1.5$ si se tienen en cuenta efectos anisotrópicos. En casos relativistas tenemos:

$$1.5 \leq \Gamma \leq 2.0. \quad (3.82)$$

Hay muchas fuentes astrofísicas en las que se forman ondas de choque y las partículas cargadas pueden ser aceleradas hasta velocidades relativistas. Estas fuentes incluyen:

- *Jets* en núcleos galácticos activos (AGNs) y microcuásares (MQs).
- Ondas de choque producidas por erupciones de rayos gamma (GRBs).
- Lóbulos y manchas calientes (*hot-spots*) de radio galaxias.
- Asociaciones de estrellas masivas.
- Estrellas tempranas con vientos poderosos.
- Cúmulos de galaxias, donde colisiones pueden formar ondas de choque.
- Sistemas binarios con colisión de vientos estelares.
- Choques de nubes de alta velocidad con el medio interestelar.

Capítulo 4

Difusión

Cuando una distribución de partículas se inyecta en una región del espacio donde hay campos magnéticos, campos de radiación y campos de materia, las partículas sufrirán diversos tipos de pérdidas radiativas modificando su distribución (como se verá en los Capítulos 5 y 6). Las partículas, además, se difundirán en el medio con una escala temporal típica dada por:

$$\tau_D \sim \frac{R^2}{D}, \quad (4.1)$$

donde R es la distancia que recorre y D es el coeficiente de difusión definido por:

$$D = \frac{1}{3} \lambda v. \quad (4.2)$$

El camino libre medio de las partículas es λ (que depende de las características del medio) y $v \sim c$ es velocidad de las mismas. Notar que $[D] = \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$.

Estudiando la composición química de los rayos cósmicos es posible hacer inferencias sobre el valor medio en la Galaxia del coeficiente de difusión, obteniéndose (e.g. Ginzburg & Syrovatskii 1964):

$$D_G \sim 0.5 - 1 \times 10^{29} \quad \text{cm}^2 \text{s}^{-1}. \quad (4.3)$$

Estudios más recientes (Berlinskii et al. 1990) indican:

$$D_G(10^9 - 10^{10} \text{eV}) \approx 10^{28} - 10^{29} \quad \text{cm}^2 \text{s}^{-1}, \quad (4.4)$$

$$D_G(10^{12} - 10^{13} \text{eV}) \approx 10^{29} - 10^{30} \quad \text{cm}^2 \text{s}^{-1}. \quad (4.5)$$

Si el medio es uniforme, $D = D(E)$. En general se asume que esta relación viene dada por una ley de potencia:

$$D(E) = D_0 E^\mu. \quad (4.6)$$

La evolución de una población de partículas relativistas $n(E, \vec{r}, t)$ viene determinada por la ecuación de difusión. La forma más general de esta ecuación es:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \nabla^2 n + \frac{\partial}{\partial E}(bn) + \frac{n}{T} = Q(E, \vec{r}, t), \quad (4.7)$$

donde $D = D(E)$ y $b = b(E) = dE/dt$ es la razón de pérdida de energía de las partículas debido a los distintos procesos radiativos involucrados. $T = T(E)$ es la escala temporal de escape de las partículas, de tal forma que (n/T) mide la pérdida de partículas por difusión espacial. El **término fuente** $Q = Q(E, \vec{r}, t)$ es la inyección de partículas nuevas con energía E , en \vec{r} , al instante t .

La ecuación (4.7) de evolución es una ecuación diferencial en derivadas parciales de tipo inhomogéneo. Puede resolverse utilizando el método de la función de Green (ver Apéndice A).

4.1. Solución de la ecuación de difusión

La función de Green de la ecuación de difusión (4.7) satisface:

$$\frac{\partial G}{\partial t} - D \nabla^2 G + \frac{\partial}{\partial E}(bG) + \frac{G}{T} = \delta(E - E_0)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\delta(t - t_0), \quad (4.8)$$

donde E_0 , \vec{r}_0 y t_0 son los valores iniciales. Syrovatskii (1959) halló la función de Green correspondiente:

$$G(E, \vec{r}, t) = \frac{1}{|b(E)| (4\pi\lambda)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{\tau}{T} - \frac{(\vec{r} - \vec{r}_0)^2}{4\lambda}\right\} \delta(t - t_0 - \tau), \quad (4.9)$$

donde:

$$\tau \equiv \tau(E, E_0) = \int_{E_0}^E \frac{dE}{b(E)} \quad (4.10)$$

y

$$\lambda \equiv \lambda(E, E_0) = \int_{E_0}^E \frac{D(E)}{b(E)} dE. \quad (4.11)$$

Luego, la solución general de la ecuación (4.7) es:

$$n(E, \vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3r_0 \int dE_0 \int_{-\infty}^t dt_0 Q(E_0, \vec{r}_0, t_0) G(E, \vec{r}, t; E_0, \vec{r}_0, t_0). \quad (4.12)$$

Si consideramos una solución estacionaria $n = n(E)$, entonces

$$G(E, E_0) = \frac{1}{|b(E)|} \exp\left\{-\int_E^{E_0} \frac{1}{b(E')T(E')}\right\} dE' \quad (4.13)$$

y

$$n(E) = \int_E^{E_{\max}} dE' Q(E') G(E, E'). \quad (4.14)$$

Si el proceso es no-estacionario, pero homogéneo en el espacio:

$$G(E, t; E_0, t_0) = \frac{1}{|b(E)|} \exp \left\{ -\frac{\tau}{T} \right\} \delta(t - t_0 - \tau). \quad (4.15)$$

La determinación de la evolución de una población de partículas relativistas requiere, en general, el conocimiento del coeficiente de difusión. Es usual suponer que en el medio interestelar este coeficiente es una ley de potencia en la energía, pero esto puede variar significativamente en diversos medios. En ausencia de cualquier otra información se suele adoptar el coeficiente de difusión mínimo, conocido como coeficiente de difusión de Bohm:

$$D_B = \frac{1}{3} r_g c \quad (4.16)$$

donde r_g es el giroradio de las partículas, definido a través de la ecuación (3.4).

En algunos casos, la difusión compite con la convección en el transporte de las partículas (por ejemplo en regiones donde hay vientos fuertes).

4.2. Ecuación de difusión en dos dimensiones

Consideremos un espacio de dos dimensiones: la energía y una dimensión espacial. Podemos introducir coordenadas cartesianas de forma tal que el eje de las ordenadas corresponda a la energía y el eje de las abscisas corresponda a la dimensión espacial, como se muestra en la Figura 4.1.

Denotaremos por ϕ al flujo de partículas a través de una superficie en este espacio. Las partículas se mueven en la dirección x por difusión espacial y en la dirección E por ganancia o pérdida de energía. El número de partículas entre x y $x + dx$ con energías entre E y $E + dE$ en el instante t es

$$dN = n(E, x, t) dE dx. \quad (4.17)$$

Por otro lado, la razón de cambio en la densidad de partículas en el elemento $dE dx$ es

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n(E, x, t) dE dx &= [\phi_x(E, x, t) - \phi_{x+dx}(E, x + dx, t)] dE \\ &+ [\phi_E(E, x, t) - \phi_{E+dE}(E + dE, x, t)] dx \\ &+ Q(E, x, t) dE dt \end{aligned} \quad (4.18)$$

donde $Q(E, x, t)$ es la tasa de producción de partículas relativistas por unidad de volumen en el espacio $E - x$. Luego

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial \phi_x}{\partial x} - \frac{\partial \phi_E}{\partial E} + Q(E). \quad (4.19)$$

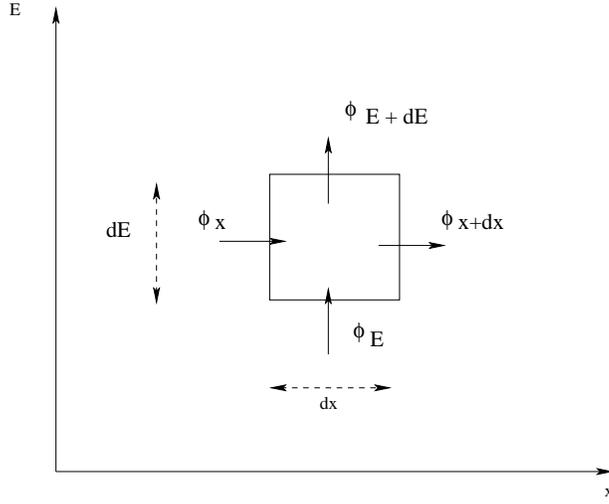


Figura 4.1:

La función ϕ_x es el flujo de partículas a través del intervalo de energía dE en el punto x . Si el transporte se realiza por difusión

$$\phi_x = -D \frac{\partial n}{\partial x}, \quad (4.20)$$

donde D es el coeficiente de difusión. Por otro lado, si llamamos a la tasa de pérdida de energía de las partículas

$$b(E) = -\frac{dE}{dt}, \quad (4.21)$$

entonces

$$n(E) \frac{dE}{dt} = \phi_E = -b(E) n(E). \quad (4.22)$$

Reemplazando (4.20) y (4.22) en (4.19) hallamos

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial E} (b n) + Q(E). \quad (4.23)$$

Finalmente, generalizando a tres dimensiones espaciales, la ecuación de difusión de las partículas se escribe como

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n + \frac{\partial}{\partial E} [b(E) n(E)] + Q(E). \quad (4.24)$$

4.2.1. Caso estacionario

Consideremos ahora una solución de estado estacionario sin difusión, para una distribución uniforme de fuentes que inyectan electrones relativistas con un espectro $Q(E) =$

KE^{-p} . La ecuación para $n(E)$ es en este caso

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial E}[b(E)n(E)] &= -Q(E) \\
\int d[b(E)n(E)] &= -\int Q(E) dE \\
\int_E^\infty d[b(E)n(E)] &= -\int_E^\infty KE^{-p} dE \\
-b(E)n(E) &= -\left. \frac{KE^{-p+1}}{-p+1} \right|_E^\infty = -\frac{KE^{-(p-1)}}{(p-1)} \\
n(E) &= \frac{KE^{-(p-1)}}{(p-1)b(E)}. \tag{4.25}
\end{aligned}$$

4.2.2. Casos no estacionarios

Si queremos estudiar soluciones no estacionarias debemos conocer como varía la inyección de partículas con el tiempo. Supongamos que existe una inyección continua durante un tiempo t_0 , con $Q(E) = KE^{-p}$ si $t < t_0$ y $Q(E) = 0$ para $t > t_0$. Supongamos además que las pérdidas de energía son del tipo $b(E) = AE^2$. Resolviendo

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n(E)] + Q(E) \tag{4.26}$$

para $t > t_0$,

$$n(E) = \begin{cases} \frac{KE^{-(p+1)}}{A(p-1)} [1 - (1 - AEt)^{p-1}] & \text{si } AEt_0 \leq 1 \\ \frac{KE^{-(p+1)}}{A(p-1)} & \text{si } AEt_0 > 1 \end{cases} \tag{4.27}$$

En forma similar, si tenemos una inyección instantánea en $t = 0$ del tipo $Q(E) = KE^{-p}\delta(t)$ la distribución de partículas resulta

$$n(E) = KE^{-p}(1 - AEt)^{p-2}. \tag{4.28}$$

Notar que para $p = 2$ el espectro no se modifica en su forma, solo va cambiando la energía máxima de las partículas.

Capítulo 5

Procesos radiativos I

5.1. Conceptos básicos

El concepto básico en el estudio de los procesos radiativos es el de **intensidad**. Se define de la siguiente manera:

Intensidad: número de partículas incidentes por unidad de área por unidad de ángulo sólido y por unidad de tiempo sobre un cierto detector no especificado.

Designaremos a la intensidad de partículas de tipo i por I_i . Así la intensidad de rayos gamma será I_γ , la de protones I_p , etc.

A partir de la intensidad se define el **flujo** de partículas como

$$F = \int_{\Omega} I \cos(\theta) d\Omega, \quad (5.1)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de movimiento de las partículas y la normal al área sobre la que inciden. La integración se hace sobre todo el ángulo sólido subtendido por las partículas.

En particular, para un flujo isotrópico de radiación

$$F = \pi I, \quad (5.2)$$

y el número de partículas por unidad de volumen es

$$n = \frac{4\pi}{v} I, \quad (5.3)$$

donde v es la velocidad de las partículas. Como nos interesarán partículas relativistas, $v \approx c$ en la mayoría de los casos.

Por lo general las partículas que se detectan no tienen una única energía, así que es conveniente introducir una función **distribución en energías** $n(E)$:

$$n(E) = \frac{\# \text{ de partículas}}{\text{unidad de volumen} \times \text{unidad de energía}} \quad [n(E)] = \text{cm}^{-3} \text{ erg}^{-1}. \quad (5.4)$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías entre E y $E + dE$ es entonces $n(E)dE$, por lo que el número total de partículas por unidad de volumen puede calcularse como

$$n = \int_0^{\infty} n(E) dE \quad [n] = \text{cm}^{-3}. \quad (5.5)$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías mayores de E es

$$n(> E) = \int_E^{\infty} n(E') dE', \quad (5.6)$$

y el correspondiente flujo integrado resulta

$$F(> E) = \int_E^{\infty} F(E') dE'. \quad (5.7)$$

La densidad de energía de las partículas se puede calcular como

$$w = \int_0^{\infty} E n(E) dE \quad [w] = \text{erg cm}^{-3}, \quad (5.8)$$

por lo que el flujo de energía será

$$S = \frac{c}{4\pi} w \quad [S] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}. \quad (5.9)$$

Finalmente, consideremos una fuente localizada a una distancia d y que radía isotrópicamente. En ese caso, su **luminosidad** puede definirse como

$$L(> E) = 4\pi d^2 \int_E^{\infty} F(E') dE' \quad [L] = \text{erg s}^{-1}. \quad (5.10)$$

Notar entonces que para una fuente isotrópica de radio R

$$L = 4\pi R^2 S. \quad (5.11)$$

Introduciremos ahora un concepto de gran importancia, el de **sección eficaz** para una interacción. Consideremos un flujo de partículas de clase a con velocidad v_a , que interaccionan con un blanco de volumen $dV = dA dx$ formado por partículas de tipo b .

El número dn_i de interacciones de tipo i que ocurren en el intervalo de tiempo dt en el volumen dV será proporcional a:

1. el número de partículas de tipo b que haya en dV ,
2. el número de partículas incidentes de tipo a que atraviesan dA en dt .

Si n_b^0 es la densidad inicial de partículas de tipo b en el blanco, y n_a es la densidad de partículas incidentes de tipo a en el sistema de referencia del blanco, entonces

$$dn_i = d\sigma_i(n_b^0 dV)(n_a v_a dt). \quad (5.12)$$

La constante de proporcionalidad $d\sigma_i$ es la **sección eficaz diferencial**, que caracteriza el número de reacciones de tipo i que ocurren por unidad de tiempo por unidad de volumen por unidad de flujo incidente por unidad de densidad en el blanco.

La **sección eficaz total** (no diferencial) σ_i para la interacción i es la suma sobre todos los posibles momentos de las partículas después de la interacción. Tiene unidades de área,

$$[\sigma_i] = \text{cm}^2.$$

Tanto $d\sigma_i$ como σ_i son invariantes relativistas.

La unidad de medida típica para la sección eficaz de interacción entre partículas es el barn (b):

$$\begin{aligned} 1 \text{ b} &= 10^{-24} \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ mb} &= 10^{-27} \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

La sección eficaz total para la interacción entre dos tipos de partículas se obtiene sumando las secciones eficaces de todos los posibles procesos que pueden ocurrir durante la interacción entre las partículas,

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum_i \sigma_i. \quad (5.13)$$

La probabilidad relativa de que ocurra un cierto canal de reacción i es entonces

$$P_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{\text{tot}}}. \quad (5.14)$$

La radiación gamma se produce por la interacción de partículas de algún tipo i e intensidad $I_i(E_i, \vec{r})$, con un blanco de densidad $n(\vec{r})$. El blanco puede estar formado por partículas materiales o por fotones. La intensidad de la radiación gamma resultante será:

$$I_\gamma(E_\gamma) = \int_\ell \int_{E_\gamma}^\infty n(\vec{r}) \sigma(E_i, E_\gamma) I_i(E_i, \vec{r}) dE_i d\ell \quad (5.15)$$

donde $d\ell$ indica integración a lo largo de la línea de la visual.

La **emisividad** de la fuente de rayos gamma se define como:

$$q_\gamma(E_\gamma) = \int_{E_\gamma}^\infty n(\vec{r}) \sigma(E_i, E_\gamma) I_i(E_i, \vec{r}) dE_i \quad (5.16)$$

de tal forma que

$$I_\gamma(E_\gamma) = \int_\ell q_\gamma(E_\gamma, \vec{r}) d\ell. \quad (5.17)$$

El problema fundamental de la astrofísica de rayos gamma consiste en la determinación de q_γ para distintos escenarios astrofísicos.

5.2. Radiación térmica

La forma más sencilla de producir radiación electromagnética es calentando un gas. Un **cuerpo negro** es un absorbente radiativo perfecto en equilibrio termodinámico a una temperatura T . El espectro de emisión de un cuerpo negro en función de la energía está dado por la distribución de Planck:

$$I_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) = \frac{2}{h^3 c^2} \left[\frac{E_{\text{ph}}^2}{\exp(E_{\text{ph}}/kT) - 1} \right] \quad [I_{\text{BB}}] = \text{erg}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}. \quad (5.18)$$

Aquí $E_{\text{ph}} = h\nu$ es la energía de los fotones de frecuencia ν , h es la constante de Planck y k es la constante de Boltzmann. La correspondiente densidad de fotones por unidad de energía es

$$\begin{aligned} n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) &= \frac{4\pi}{c} I_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) \\ &= \frac{1}{\pi^2 \lambda_{\text{C}}^3 m_e c^2} \left(\frac{E_{\text{ph}}}{m_e c^2} \right)^2 \left[\frac{1}{\exp(E_{\text{ph}}/kT) - 1} \right], \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde $\lambda_C = h/(2\pi m_e c)$ es la longitud de onda Compton del electrón.

El máximo de la distribución de Planck ocurre para

$$E_{\text{ph, max}} \approx 1.59 kT \approx 1.37 \times 10^{-10} \left(\frac{T}{\text{K}} \right) \text{ MeV.} \quad (5.20)$$

Esta es la llamada Ley de desplazamiento de Wien, $E_{\text{ph, max}} \propto T$ (ver Figura 5.1).

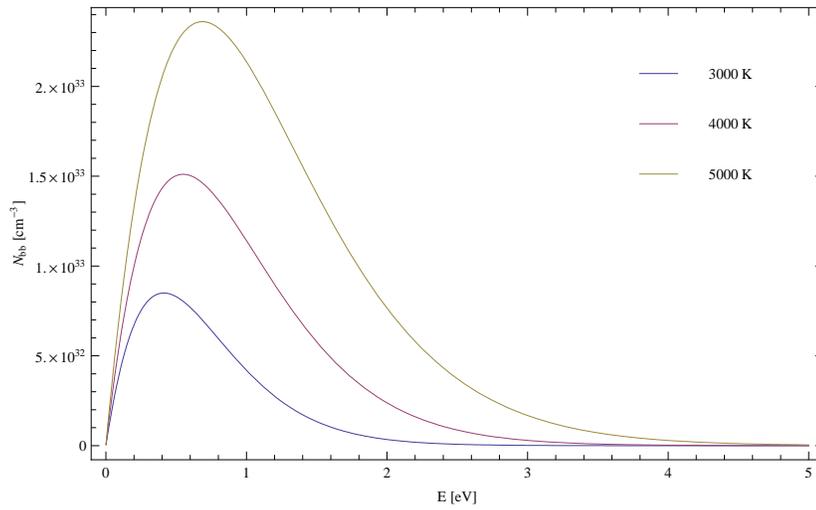


Figura 5.1: Densidad de fotones emitidos por un cuerpo negro en función de la energía para distintas temperaturas. La energía a la que se alcanza el máximo aumenta al aumentar T .

La energía media $\langle E_{\text{ph}} \rangle$ de los fotones emitidos por un cuerpo negro puede obtenerse dividiendo la densidad de energía

$$U_{\text{BB}} = \int_0^{\infty} E_{\text{ph}} n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}, \quad (5.21)$$

por el número total de fotones por unidad de volumen

$$N_{\text{BB}} = \int_0^{\infty} n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}. \quad (5.22)$$

De aquí resulta que

$$\langle E_{\text{ph}} \rangle = 2.7 kT \approx 2.3 \times 10^{-10} \left(\frac{T}{\text{K}} \right) \text{ MeV.} \quad (5.23)$$

Vemos, pues, que si queremos fotones con energías medias de 1 GeV debemos tener temperaturas $T \sim 10^{13}$ K. Estas temperaturas no pueden hallarse en objetos astrofísicos usuales. Sólo son posibles durante breves lapsos en eventos explosivos, como los llamados *gamma-ray bursts* (GRBs) o el Big-Bang.

La temperatura típica en un GRB es del orden de 10^{15} K. La densidad de fotones de una fuente tipo cuerpo negro con esa temperatura es extremadamente alta: $N_{\text{BB}} \sim 4.6 \times 10^{46} \text{ cm}^{-3}$. El camino libre medio de un fotón en un medio de densidad n_γ es

$$\lambda_\gamma \sim (n_\gamma \sigma_{\gamma\gamma})^{-1}, \quad (5.24)$$

donde $\sigma_{\gamma\gamma}$ es la sección eficaz para la interacción $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$. Entonces, para cualquier valor razonable de la sección eficaz ($\sigma_{\gamma\gamma} \sim \sigma_{\text{T}} \sim 10^{-24} \text{ cm}^2$),

$$\lambda_\gamma \ll 1 \text{ cm}. \quad (5.25)$$

Luego, la fuente será auto-absorbida y los fotones no podrán escapar de ella.

De todo esto concluimos que las fuentes de radiación γ que se observan en el continuo son de origen **no térmico**. Describiremos a continuación varios mecanismos no térmicos de producción de rayos γ , empezando por aquellos que implican interacción de partículas cargadas con campos electromagnéticos.

5.3. Radiación sincrotrón

5.3.1. Radiación sincrotrón de una partícula

El movimiento de una partícula de carga e en un campo magnético \vec{B} queda determinado por la fuerza de Lorentz,

$$\frac{d(\gamma m \vec{v})}{dt} = \frac{e}{c} (\vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (5.26)$$

Como la fuerza es perpendicular a \vec{B} la componente de la velocidad paralela al campo permanecerá constante, $v_{\parallel} = \text{cte}$. A su vez $|\vec{v}| = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \text{cte}$ y entonces $v_{\perp} = \sqrt{v^2 - v_{\parallel}^2} = \text{cte}$. De aquí que la partícula se mueva describiendo una hélice con su eje paralelo a \vec{B} , como puede verse en la Figura 5.3.

La frecuencia de giro en el plano normal a \vec{B} es

$$\omega_{\text{B}} = \frac{eB}{mc} \frac{mc^2}{E}. \quad (5.27)$$

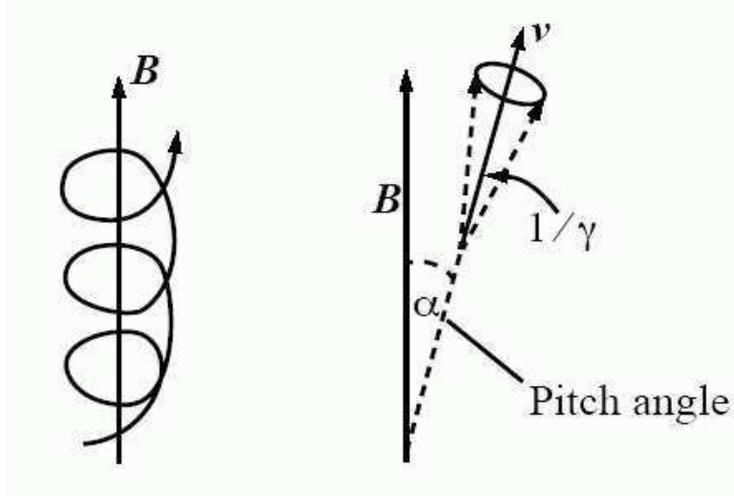


Figura 5.2: Diagrama del movimiento de una partícula alrededor de una línea de campo magnético. La mayor parte de los fotones radiados son emitidos en un cono de semi apertura $\sim 1/\gamma$ en la dirección de movimiento de la partícula.

Introduciendo el factor de Lorentz γ tal que $E = \gamma mc^2$, se tiene que

$$\omega_B = \frac{eB}{\gamma mc}. \quad (5.28)$$

La expresión relativista para potencia total radiada por una carga acelerada está dada por

$$P = \frac{2e^4}{3m^2c^5} \gamma^2 v_{\perp}^2 B^2. \quad (5.29)$$

Introduciendo el radio clásico del electrón $r_e = e^2/m_e c^2$, y usando que $\beta = v/c = v_{\perp}/c \sin \alpha$ (ver Figura 5.3.1) la potencia total puede escribirse como

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 c r_e^2 \beta^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha. \quad (5.30)$$

Al ángulo α que forman la velocidad de la partícula y el campo magnético se lo conoce como **pitch angle**. Si además la partícula es ultra relativista, $\beta \sim 1$ y la potencia total radiada resulta

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 c r_e^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha. \quad (5.31)$$

Gran parte de la radiación es emitida en un cono de ángulo de apertura $\theta \sim 1/\gamma$ en la dirección del momento de la partícula, por lo que la emisión será tanto más colimada cuanto más enérgica sea la partícula.

La pérdida de energía por unidad de tiempo se obtiene directamente a partir de la expresión para la potencia:

$$P_{\text{sinc}} = - \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{sinc}} = - \frac{2}{3} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 c r_e^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha. \quad (5.32)$$

Notar que, para un valor dado del factor de Lorentz, las pérdidas dependen de la masa de la partícula como m^{-2} , por lo que son $\sim 10^6$ veces más importantes para electrones que para protones.

Si ahora definimos la sección eficaz de Thompson como

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \sim 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2, \quad (5.33)$$

y promediamos sobre el ángulo α suponiendo una distribución isotrópica ($P(\alpha)d\alpha = 1/2 \sin \alpha d\alpha$, $\alpha \in [0, \pi]$), se obtiene que

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{sinc}} &= - \frac{4}{3} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 c \sigma_T \omega_{\text{mag}} \gamma^2 \\ \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{sinc}} &\approx -6.6 \times 10^{-4} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 \left(\frac{B}{G} \right)^2 \gamma^2 \text{ eV s}^{-1} \end{aligned} \quad (5.34)$$

donde $\omega_{\text{mag}} = B^2/8\pi$ es la densidad de energía magnética.

La ecuación 5.32 da la pérdida total de energía por radiación sincrotrón de una partícula con factor de Lorentz γ . La emisión no es monoenergética, su distribución en energía está dada por

$$P(\gamma, E_{\text{ph}}, \alpha) = \frac{\sqrt{3} e^3 B \sin \alpha E_{\text{ph}}}{h m c^2 E_c} \int_{E_{\text{ph}}/E_c}^{\infty} K_{5/3}(\zeta) d\zeta, \quad (5.35)$$

donde $E_{\text{ph}} = h\nu$ y $K_{5/3}$ es la función de Bessel modificada de segunda especie y orden 5/3. La energía crítica E_c se define como

$$E_c = \frac{3}{4\pi} \frac{e h B \sin \alpha}{m c} \gamma^2. \quad (5.36)$$

La función 5.35 alcanza su valor máximo para $E_{\text{ph},\text{max}} \approx 0.29 E_c$. En unidades convenientes, el valor de la energía donde se alcanza el máximo es, aproximadamente,

$$E_{\text{ph,max}} \approx 5.1 \times 10^{-15} \left(\frac{m_e}{m} \right) \left(\frac{B}{\text{G}} \right) \gamma^2 \sin \alpha \text{ MeV.} \quad (5.37)$$

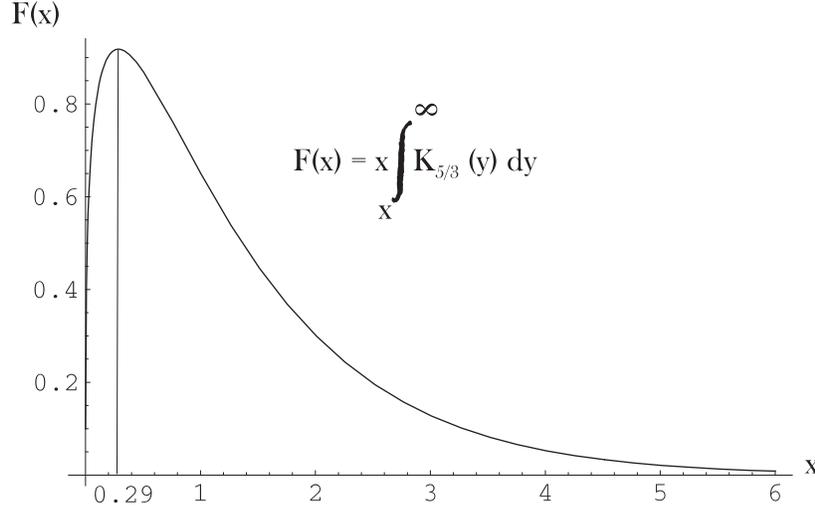


Figura 5.3: Gráfica de la función $F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\zeta) d\zeta$.

Entonces para que un electrón con $\gamma \sim 10^3$ emita rayos gamma de energía de 5 GeV hace falta un campo $B \sim 10^{12}$ G.

5.3.2. Una aproximación útil

Como hemos visto, la expresión para la potencia sincrotrón emitida por una partícula relativista es

$$P(\gamma, E_{\text{ph}}, \alpha) = \frac{\sqrt{3} e^3}{h m_e c^2} B \sin \alpha x \int_x^\infty K_{5/3}(\zeta) d\zeta, \quad (5.38)$$

donde $x = E_{\text{ph}}/E_c$ y la energía E_c está dada por la ec. 5.36.

La función

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\zeta) d\zeta \quad (5.39)$$

puede aproximarse dentro del rango dinámico $0.1 \leq x \leq 10$ por una expresión mucho más simple:

$$F(x) = C x^{1/3} e^{-x} \quad (5.40)$$

con $C \approx 1.85$. Cerca del máximo en $x \approx 0.3$ esta expresión tiene una exactitud del 1%, y es así mismo una muy buena aproximación para todo $x \in [0.1, 10]$, como se puede ver en la Figura 5.4.

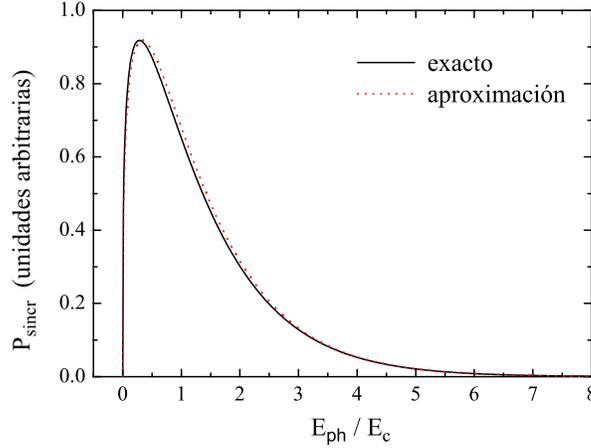


Figura 5.4: Comparación entre la función $F(x)$ de la ec. 5.39 y la aproximación simple de la ec. 5.40.

5.3.3. Radiación sincrotrón de una distribución de partículas

Supongamos ahora que tenemos no una, sino toda una distribución espectral de partículas $n(E, \alpha)$ en algún intervalo de energía $E^{\min} \leq E \leq E^{\max}$. En ese caso, el espectro sincrotrón puede calcularse integrando la ec. 5.35 en la energía de la partículas y en el pitch angle,

$$P(E_{\text{ph}}) = \int_{\Omega_\alpha} \int_{E^{\min}}^{E^{\max}} P(E, E_{\text{ph}}, \alpha) n(E, \alpha) dE d\Omega_\alpha. \quad (5.41)$$

Supongamos que la distribución de partículas es istrópica y su forma funcional es la de una ley de potencias en la energía,

$$n(E) dE = K_0 E^{-p} dE \quad [n] = \text{erg}^{-1} \text{cm}^{-3}, \quad (5.42)$$

donde K es una constante y p es el **índice espectral**. Para valores de E_{ph} tales que $E_c(E^{\min}) \ll E_{\text{ph}}$ y $E_c(E^{\max}) \gg E_{\text{ph}}$, los límites de la integral en la ec. 5.41 pueden reemplazarse por cero e infinito, respectivamente. En ese caso la ec. 5.41 puede integrarse para dar

$$P(E_{\text{ph}}) = a(p) \frac{(4\pi)^2 K_0 e^3 B^{\frac{p+1}{2}}}{hmc^2} \left(\frac{3he}{4\pi m^3 c^5} \right)^{\frac{p-1}{2}} E_{\text{ph}}^{-\frac{p-1}{2}}, \quad (5.43)$$

donde $a(p)$ es una función del índice espectral,

$$a(p) = \frac{2^{(p-1)/2} \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{3p-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p+5}{4}\right)}{8\sqrt{\pi}(p+1)\Gamma\left(\frac{p+7}{4}\right)}. \quad (5.44)$$

El valor de $a(p)$ para algunos valores de p se indica en la Tabla 5.1.

p	1	1.5	2.0	2.5	3.0
$a(p)$	0.283	0.147	0.103	0.085	0.074

Tabla 5.1: Algunos valores de la función $a(p)$.

El punto importante es que el espectro sincrotrón de una distribución de partículas tipo ley de potencias es otra ley de potencias en la energía de los fotones, $P(E_{\text{ph}}) \propto E_{\text{ph}}^{-\delta}$ con

$$\delta = \frac{p-1}{2}. \quad (5.45)$$

La emisión sincrotrón es polarizada. En el caso de un campo magnético homogéneo el grado de polarización lineal es

$$\Pi_0(p) = \frac{p+1}{p+7/3}. \quad (5.46)$$

Esto da valores de 69 – 75 % para $p = 2 - 3$. Si el campo magnético tiene una componente aleatoria o randómica el nivel de polarización será menor,

$$\Pi(p) = \Pi_0(p) \frac{B_0^2}{B_0^2 + B_r^2} \quad (5.47)$$

donde B_r es la componente randómica del campo.

5.3.4. Absorción de la radiación sincrotrón

Los fotones sincrotrónicos pueden ser absorbidos por los propios electrones en presencia de un campo magnético. Esto lleva a una modificación del espectro sincrotrón a bajas frecuencias.

Puede mostrarse que el coeficiente de absorción de la radiación es

$$\alpha_\nu = A \nu^{-(p+4)/2}, \quad (5.48)$$

donde ν es la frecuencia y A es una función complicada de p :

$$A = \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi m} \left(\frac{3e}{4\pi m^3 c^5} \right)^{p/2} 2^{1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} c K_e B^{(p+2)/2} \frac{\Gamma\left(\frac{3p+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+22}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p+6}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{p+8}{4}\right)} \quad (5.49)$$

Luego, la intensidad de la radiación resultante será

$$I(\nu) = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} (1 - e^{-\alpha_\nu l}), \quad (5.50)$$

donde j_ν es la emisividad de la fuente (cantidad de energía emitida por unidad de tiempo, de frecuencia, de ángulo sólido y de volumen) y l es su dimensión lineal.

Cuando $\tau_\nu \equiv \alpha_\nu l \ll 1$ la fuente es transparente a su propia radiación y decimos que es **ópticamente delgada**. En ese caso

$$I(\nu) = \lim_{\alpha_\nu \rightarrow 0} \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} (1 - e^{-\alpha_\nu l}) \approx j_\nu l \propto \nu^{-\delta}. \quad (5.51)$$

Si en cambio $\tau_\nu \gg 1$, la fuente es opaca u **ópticamente gruesa** y

$$I(\nu) \sim \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-(p-1)/2}}{\nu^{-(p+4)/2}} = \nu^{-\frac{p+1}{2} + \frac{p+4}{2}} = \nu^{5/2}. \quad (5.52)$$

Por lo tanto tenemos que la condición $\tau_\nu \approx 1$ divide el espectro de la fuente en dos regiones. Si llamamos ν_a a la frecuencia crítica tal que $\tau(\nu_a) = 1$, entonces

- $\nu < \nu_a \implies \tau_\nu > 1$: la fuente es ópticamente gruesa y $I(\nu) \propto \nu^{5/2}$,
- $\nu > \nu_a \implies \tau_\nu < 1$: la fuente es ópticamente delgada y $I(\nu) \propto \nu^{-\delta}$.

Como $\tau_\nu = \alpha_\nu l$ la frecuencia crítica depende del tamaño de la fuente. Una fuente en expansión, como un jet, presenta regiones de diferentes tamaños que se hacen ópticamente delgadas a diferentes frecuencias. El resultado es un espectro chato, combinación de los distintos espectros emitidos en distintas zonas. En la Figura 5.5 se muestra cómo diferentes regiones del jet emiten a distintas frecuencias.

La presencia de un plasma térmico también puede modificar el espectro sincrotrónico, ya que el plasma puede absorber la radiación. El coeficiente de absorción en este caso es $\alpha_\nu \propto \nu^{-2}$ por lo que

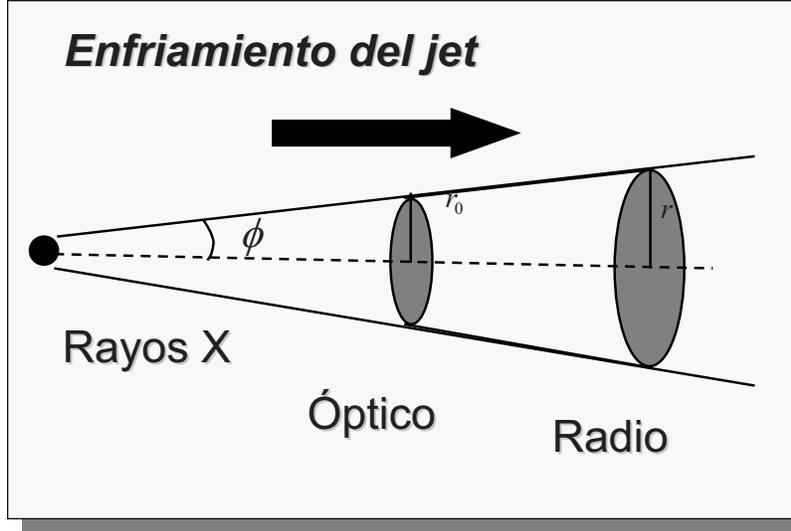


Figura 5.5: Emisión a distintas frecuencias de las diferentes regiones de un jet. A medida que el plasma se expande el valor de la frecuencia crítica ν_a se va corriendo hacia frecuencias más bajas.

$$I(\nu) \sim \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-\alpha}}{\nu^{-2}} \propto \nu^{-(\alpha-2)}. \quad (5.53)$$

En el rango $100 \text{ MHz} \leq \nu \leq 10 \text{ GHz}$ y para una temperatura del plasma absorbente $T \sim 10^4 \text{ K}$, tenemos que

$$\alpha_\nu = 5.5 \times 10^{-2} \left(\frac{n_e}{\text{cm}^{-3}} \right) \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}} \right)^{-3/2} \left(\frac{\nu}{100 \text{ MHz}} \right)^{-2} \text{ Kpc}^{-1} \quad (5.54)$$

$$\nu_a = 23.4 \left(\frac{n_e}{\text{cm}^{-3}} \right) \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}} \right)^{-3/2} \left(\frac{l}{\text{Kpc}} \right)^{-1/2} \text{ MHz}. \quad (5.55)$$

Aquí n_e es la densidad del plasma y l la dimensión lineal de la fuente.

5.3.5. Límite cuántico

Si el campo magnético donde son inyectados electrones ultra relativistas es muy intenso, la aproximación clásica a la radiación sincrotrón puede dejar de ser válida, y pueden comenzar a crearse pares electrón-positrón. El umbral para que la probabilidad de que sucedan estos fenómenos cuánticos sea distinto de cero es $E_e > E_{\text{crit}}$, con

$$E_{\text{crit}} = m_e c^2 \frac{B_c}{B}. \quad (5.56)$$

Aquí E_e es la energía del electrón, B es el campo magnético y

$$B_c = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \approx 4.4 \times 10^{13} \text{ G}. \quad (5.57)$$

Así por ejemplo en un campo de 10^7 G, electrones con energía $E_e > 0.511$ MeV ($4.4 \times 10^{13}/10^7$) $\sim 2.2 \times 10^{12}$ eV serán capaces de crear pares iniciando cascadas electromagnéticas.

5.3.6. Efecto sobre el espectro de electrones

Las pérdidas radiativas sufridas por las partículas relativistas modifican su distribución en energía. Para determinar cómo consideremos la solución 4.25 hallada en el Capítulo 4.

Para pérdidas por radiación sincrotrón $b(E) \propto E^2$, luego $n(E) \propto E^{-(p+1)}$. O sea que el espectro de los electrones se hace más “blando” respecto de la inyección, incrementándose en uno la potencia de E (ver Figura 5.6).

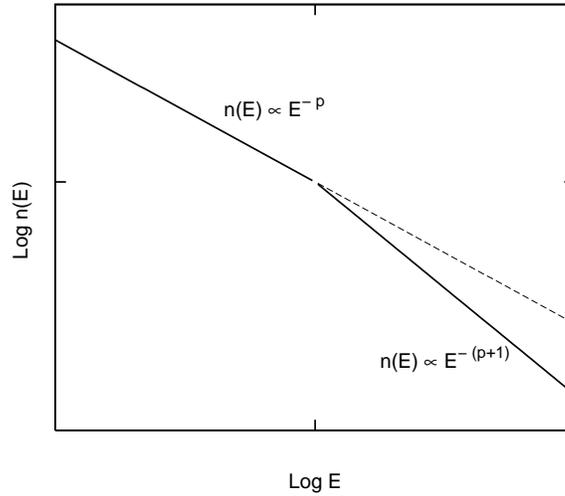


Figura 5.6: Espectro de partículas relativistas en estado estacionario con pérdidas $b(E) = AE^2$. A energías altas la distribución se quiebra haciéndose más “blanda”.

5.4. Radiación de curvatura

El giroradio de una partícula relativista de carga $q = Ze$ y energía E en un campo B es

$$r_g = \frac{E}{qB \sin \alpha} \approx \frac{(E/\text{eV})}{300Z(B/\text{G})} \text{ cm.} \quad (5.58)$$

Cuando $B \rightarrow \infty$, $r_g \rightarrow 0$ y la partícula comienza a moverse sobre la línea de campo. En esta configuración la fuerza de Lorentz se hace cero. Sin embargo, si la línea de campo tiene un cierto radio de curvatura la partícula radiará ya que estará acelerada.

La energía perdida por la partícula es radiada en la dirección del movimiento dentro de un cono de ángulo $1/\gamma$. El espectro de emisión de un electrón con energía $E_e = \gamma_e m_e c^2$ es el mismo que en el caso de la radiación sincrotrón, excepto que el giroradio se reemplaza por el radio de curvatura R_c de la línea de campo:

$$P(E_e, E_{\text{ph}}) = \frac{\sqrt{3}e^2}{h} \frac{E_e}{R_c} \frac{E_{\text{ph}}}{mc^2} \frac{1}{E_c} \int_{E_{\text{ph}}/E_c}^{\infty} K_{5/3}(\zeta) d\zeta, \quad (5.59)$$

con

$$E_c = \frac{3}{4\pi} \frac{hc}{R_c} \gamma_e^3 \approx \frac{2.96 \times 10^{-5}}{(R_c/\text{cm})} \gamma_e^3 \text{ eV.} \quad (5.60)$$

La tasa total de pérdida de energía se calcula integrando el espectro de emisión sobre la energía de los fotones,

$$\left(\frac{dE_e}{dt} \right)_{\text{curv}} = - \int P(E, E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}} = - \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R_c^2} \gamma_e^4. \quad (5.61)$$

Notar que esta expresión no depende de la intensidad del campo magnético sino sólo de su radio de curvatura. Tampoco depende (a factor de Lorentz fijo) de la masa de la partícula como m^{-2} como en el caso de la radiación sincrotrón.

Si se tiene una distribución de electrones $N(E_e)dE_e$ en un campo con curvatura R_c , el espectro total emitido por radiación de curvatura se obtiene integrando 5.59 en la energía de los electrones,

$$P(E_{\text{ph}}) = \int_{E_e^{\text{min}}}^{E_e^{\text{max}}} P(E_{\text{ph}}, E_e) N(E_e) dE_e. \quad (5.62)$$

Nuevamente, el resultado no dependerá de $|\vec{B}|$ sino de R_c . Cuanto menor sea R_c mayor será la potencia radiada.

Si una partícula se mueve alrededor de una línea de campo con curvatura finita, en general emitirá tanto radiación de curvatura como sincrotrón. Se pueden igualar las pérdidas sincrotrón con las de curvatura para definir un ángulo crítico α_{crit} , de tal forma que la radiación de curvatura domina para valores del pitch angle $\alpha < \alpha_{\text{crit}}$:

$$\sin(\alpha_{\text{crit}}) = \frac{\gamma m_e c^2}{e B R_c} = \frac{r_g}{R_c}. \quad (5.63)$$

Cuando $\alpha \sim \alpha_{\text{crit}}$ ambos procesos deben tenerse en cuenta. Si el campo magnético es regular, la radiación de curvatura estará polarizada como la sincrotrón.

La radiación de curvatura es un proceso importante en la región polar de los púlsares. Allí el radio de curvatura de las líneas de campo magnético vale

$$R_c \sim \left(\frac{c R_*}{\Omega} \right)^{1/2}, \quad (5.64)$$

donde R_* es el radio de la estrella de neutrones y Ω su velocidad de rotación.

Nota sobre el cálculo del radio de curvatura

Sea C una curva en el plano (x, y) con una parametrización $C(t) = (x(t), y(t))$. Su curvatura $\kappa = 1/R_c$ se puede calcular como

$$\kappa = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}. \quad (5.65)$$

5.5. Radiación Cherenkov

La radiación Cherenkov ocurre cuando una partícula cargada viaja a través de un medio dieléctrico con una velocidad que localmente excede la velocidad de la luz en ese medio.

Cuando la partícula pasa por el medio dieléctrico interacciona con las moléculas locales induciéndoles una polarización que desaparece cuando la partícula se aleja. En el proceso se emite un pulso electromagnético en forma de luz visible.

La radiación se emite en un cono cuyo eje es paralelo a la velocidad v de la partícula y que tiene un ángulo de semiapertura θ que depende del índice de refracción $n(\omega)$ del medio,

$$\cos \theta = \frac{c}{v n(\omega)}. \quad (5.66)$$

Aquí ω es la frecuencia de la radiación emitida y c/n es la velocidad de la luz en el medio.

La energía radiada por unidad de frecuencia $d\omega$ por unidad de longitud dx recorrida por la partícula en el material está dada por

$$\left(\frac{dE}{d\omega dx} \right)_{\text{Cher}} = \frac{2\pi e^2}{c^2} \omega \left[1 - \frac{c^2}{n(\omega)^2 v^2} \right]. \quad (5.67)$$

5.6 Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, IC)

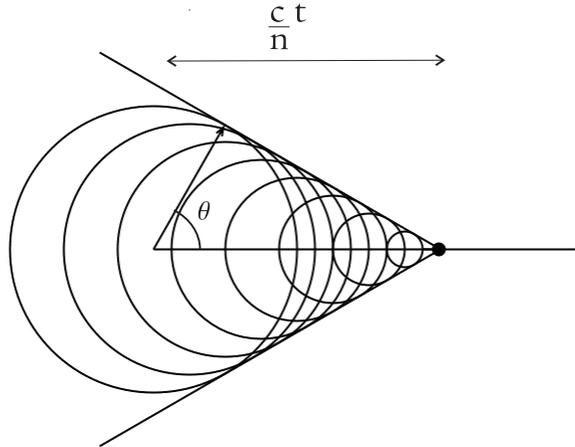


Figura 5.7: Cono de radiación Cherenkov emitido por un medio dieléctrico cuando es atravesado por una partícula cargada.

Usando que $dx = v dt$, la tasa de pérdida de energía por unidad de frecuencia resulta

$$\left(\frac{dE}{d\omega dt} \right)_{\text{Cher}} = \frac{2\pi e^2 v}{c^2} \omega \left[1 - \frac{c^2}{n(\omega)^2 v^2} \right]. \quad (5.68)$$

Una aplicación importante de la radiación Cherenkov es en la detección de rayos gamma de muy alta energía. Cuando estos entran en la atmósfera terrestre disparan una cascada electromagnética. Los electrones y positrones que se crean pueden tener energías tan altas que su velocidad excede la de la luz en la atmósfera. La radiación Cherenkov que se emite puede detectarse al nivel de suelo, proveyendo información sobre los rayos gamma primarios.

Es importante enfatizar que la radiación Cherenkov es un proceso macroscópico, ya que involucra características globales del medio como el índice de refracción, y que la radiación no es emitida por la partícula sino por el medio.

5.6. Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, IC)

Cuando un fotón de energía E_{ph} es dispersado por un electrón de energía E_e ,

$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma. \quad (5.69)$$

el electrón puede ceder energía al fotón y producir rayos gamma. Este proceso se denomina efecto Compton inverso.

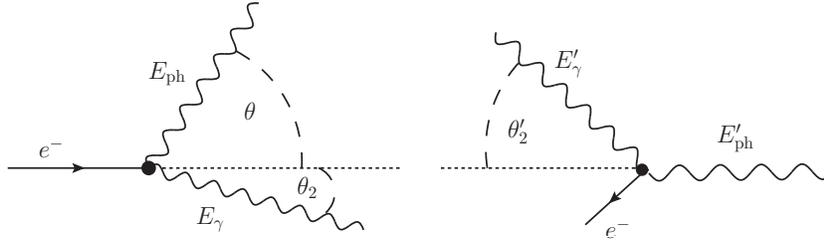


Figura 5.8: Diagrama de la interacción Compton inversa vista en el sistema del laboratorio (izquierda) y el sistema en reposo del electrón (derecha).

En la Figura 5.8 se muestra un esquema de la interacción en el sistema propio del electrón y en el sistema del laboratorio, donde el electrón está en movimiento antes de la colisión. Notaremos a las cantidades medidas en estos dos sistemas de referencia con símbolos primados y no primados, respectivamente. A partir de la conservación de la energía y del momento puede hallarse la energía del fotón luego de la colisión,

$$E'_\gamma = \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + (E'_{\text{ph}}/m_e c^2)(1 - \cos \theta'_2)}, \quad (5.70)$$

donde θ'_2 es el ángulo de dispersión. La energía final del fotón en el sistema de referencia del laboratorio es entonces

$$E_\gamma = \gamma E'_\gamma (1 - \beta \cos \theta'_2), \quad (5.71)$$

donde γ es el factor de Lorentz del electrón y $\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$.

Si $E'_{\text{ph}} \ll m_e c^2$ la interacción ocurre en el llamado **límite de Thomson**.¹ En este régimen la colisión es casi elástica en el sistema en reposo del electrón y $E'_\gamma \approx E'_{\text{ph}}$. La máxima energía que puede alcanzar el electrón dispersado será entonces

$$E_{\gamma, \text{max}} \approx 4\gamma_e^2 E_{\text{ph}}, \quad (5.72)$$

que corresponde al caso de una colisión frontal. Aunque la energía característica de los fotones dispersados es grande aún es mucho menor que la del electrón, que en este límite sólo pierde una pequeña fracción de su energía en cada interacción.

Consideremos un fotón de energía E_{ph} que se mueve formando un ángulo θ respecto de la dirección de la velocidad del electrón. En el sistema en reposo del electrón este ángulo vale

¹La condición equivalente en el sistema del laboratorio es $E_e E_{\text{ph}} \ll m_e^2 c^4$.

5.6 Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, ICS)

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_e(\cos \theta - \beta)}. \quad (5.73)$$

Si el electrón es muy energético $\beta \approx 1$ y

$$\tan \theta' \approx -\frac{1}{\gamma_e} \cot \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.74)$$

Entonces, en su sistema en reposo, el electrón “ve” a los fotones incidir sobre él en dirección contraria a la de su movimiento y formando un cono de semi apertura $\sim 1/\gamma$.

Algo parecido ocurre con el ángulo de dispersión de los fotones en el sistema del laboratorio. Su valor es

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos \theta'_2 + \beta}{1 + \beta \cos \theta'_2}, \quad (5.75)$$

donde θ'_2 es el ángulo de dispersión en el sistema en reposo del electrón. Cuando $\beta \sim 1$, $\cos \theta_2 \sim 1$, por lo que los fotones son dispersados en la dirección en la dirección del movimiento del electrón antes de la colisión, dentro de un cono de semi apertura pequeña $\sim 1/\gamma$.

5.6.1. La sección eficaz IC

La sección eficaz diferencial exacta para la interacción Compton está dada por la fórmula de Klein-Nishina,

$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{d\Omega'_2 dE'_\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} \right)^2 \left(\frac{E'_{\text{ph}}}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} - \sin^2 \theta'_2 \right) \delta \left(E'_\gamma - \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + \frac{E'_{\text{ph}}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta'_2)} \right), \quad (5.76)$$

donde r_e es el radio clásico del electrón. En el límite de Thomson, $E'_\gamma \approx E'_{\text{ph}}$ y la sección eficaz se reduce a

$$\frac{d\sigma_{\text{Th}}}{d\Omega'_2 dE'_\gamma} \approx \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta'_2) \delta (E'_\gamma - E'_{\text{ph}}). \quad (5.77)$$

La sección eficaz total σ_{IC} es un invariante así que puede hallarse, por ejemplo, integrando 5.76. Definiendo $x = E_e E_{\text{ph}} / m_e^2 c^4$, la sección eficaz total (promediada en ángulo) en el sistema del laboratorio resulta

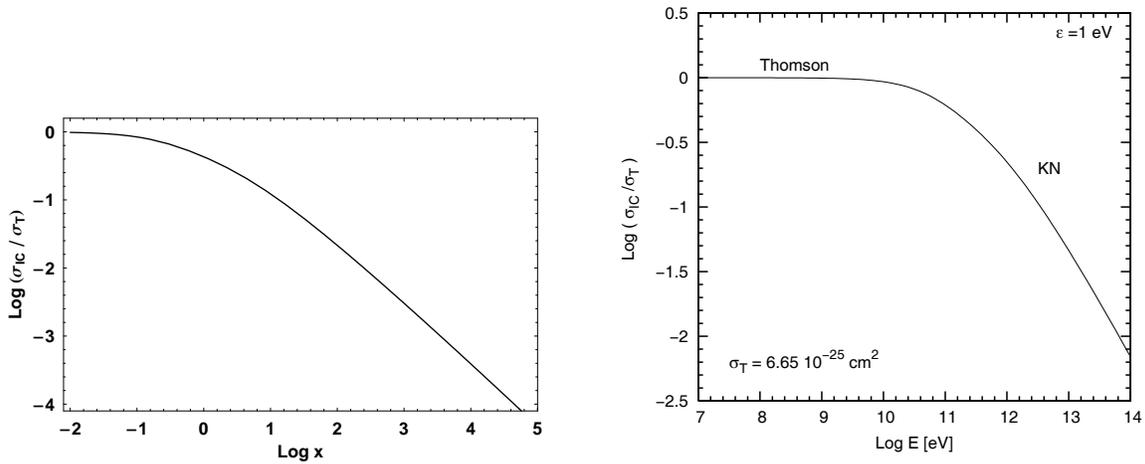


Figura 5.9: Sección eficaz de la interacción Compton inversa en función de la variable $x = E_e E_{\text{ph}} / m_e^2 c^4$ (izquierda) y de la energía del electrón E_e para una energía inicial del fotón fija $\varepsilon = E_{\text{ph}} = 1$ eV.

$$\sigma_{\text{IC}} = \frac{3\sigma_{\text{T}}}{8x} \left[\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} \right) \ln(1+2x) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(1+2x)^2} \right], \quad (5.78)$$

donde $\sigma_{\text{T}} = (8/3)\pi r_e^2 \approx 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ es la sección eficaz de Thomson. En la Figura 5.9 se grafica la sección eficaz total. Se observa claramente que existen dos regímenes distintos de interacción. En el régimen de Thomson, para $x \ll 1$,

$$\sigma_{\text{IC}} \approx \sigma_{\text{T}} (1 - 2x) \quad x \ll 1. \quad (5.79)$$

Para $x \gg 1$, sin embargo, la sección eficaz total decrece abruptamente,

$$\sigma_{\text{IC}} \approx \frac{3}{8} \sigma_{\text{T}} x^{-1} \ln(4x) \quad x \gg 1. \quad (5.80)$$

5.6 Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, **ICS**)

Este límite se conoce como **regimen de Klein-Nishina**.

5.6.2. Tasa de enfriamiento y espectro de emisión

Consideremos la interacción de una distribución de electrón con un campo de fotones. Si la intensidad de electrones es $I_e(E_e, \vec{r})$ y el campo de fotones viene dado por $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r})$, la intensidad resultado de la interacción será

$$I_{\gamma}^{\text{ph}}(E_{\gamma}) = \int_{\vec{r}} \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \int_0^{\infty} I_e(E_e, \vec{r}) \sigma^{\text{IC}}(E_e, E_{\gamma}, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} dE_e d\vec{r}. \quad (5.81)$$

Podemos introducir un parámetro ξ tal que

$$\xi = \frac{E_e E_{\text{ph}}}{(m_e c^2)^2}. \quad (5.82)$$

Si $\xi \ll 1$ la interacción es clásica y la sección eficaz puede ser aproximada por la de Thomson

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{T}} &= \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} = \frac{8}{3}\pi r_e^2 \\ &\sim 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2. \end{aligned} \quad (5.83)$$

A fin de poder resolver la ec. 5.81 debemos antes conocer la potencia radiada por un único electrón que se mueve a través de un campo de fotones con distribución en energía $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}})$. En el límite de Thomson, el número de fotones que son dispersados por unidad de tiempo en el sistema propio del electrón es

$$c \sigma_{\text{T}} n'_{\text{ph}}(E'_{\text{ph}}) dE'_{\text{ph}}. \quad (5.84)$$

La potencia total que se llevan estos fotones es

$$P'_{\text{IC}} = c \sigma_{\text{T}} \int (E'_{\gamma} - E'_{\text{ph}}) n'_{\text{ph}} dE'_{\text{ph}}. \quad (5.85)$$

Como $E'_{\gamma} \gg E'_{\text{ph}}$, la energía inicial del fotón puede despreciarse en la diferencia que aparece en el integrando. Ahora bien, la cantidad $(n'_{\text{ph}}/E'_{\text{ph}})dE'_{\text{ph}}$ es un invariante relativista. Convirtiendo al sistema del laboratorio usando que

$$E'_{\text{ph}} = \gamma E_{\text{ph}}(1 - \beta \cos(\theta)), \quad (5.86)$$

donde θ es el ángulo entre las direcciones de movimiento del electrón y el fotón en el sistema del laboratorio, obtenemos

$$\begin{aligned} P_{\text{IC}}(E_\gamma) &= c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \int (1 - \beta \cos(\theta))^2 E_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}} \\ P_{\text{IC}}(E_\gamma) &= c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 (1 + 1/3\beta^2) \omega_{\text{ph}}, \end{aligned} \quad (5.87)$$

donde

$$\omega_{\text{ph}} = \int E_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}} \quad (5.88)$$

es la densidad de energía del campo de fotones, y hemos sumado sobre todos los ángulos,

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 (1 - \beta \cos(\theta))^2 d(\cos(\theta)). \quad (5.89)$$

Luego, la energía perdida por unidad de tiempo por el electrón es la energía que recibió menos la que radió,

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE_e}{dt} \right)_{\text{IC}} &= c \sigma_{\text{T}} \omega_{\text{ph}} - c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 (1 + 1/3\beta^2) \omega_{\text{ph}} \\ &= c \sigma_{\text{T}} \omega_{\text{ph}} (1 - \gamma^2 - 1/3\beta^2 \gamma^2) \\ &\approx -c \sigma_{\text{T}} \omega_{\text{ph}} (\gamma^2 + 1/3\gamma^2) \\ &\approx -4/3 c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \omega_{\text{ph}}, \end{aligned} \quad (5.90)$$

de donde

$$\begin{aligned} - \left(\frac{dE_e}{dt} \right)_{\text{IC}} &\approx 4/3 c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \omega_{\text{ph}} \\ &\approx 2 \times 10^{-14} \omega_{\text{ph}} \gamma^2 \text{ eV s}^{-1}. \end{aligned} \quad (5.91)$$

Recordemos que esta expresión es válida en el régimen de Thomson.²

Si definimos la escala temporal de las pérdidas como

²Las unidades de las pérdidas por IC son eV/s si $[\omega_{\text{ph}}] = \text{eV}/\text{cm}^3$.

5.6 Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, IC)

$$t_{\text{perd}} \sim E \left(\frac{dE}{dt} \right)^{-1}, \quad (5.92)$$

entonces

$$\frac{t_{\text{T}}^{\text{IC}}}{t_{\text{sinc}}} \approx \frac{\omega_{\text{mag}}}{\omega_{\text{ph}}}. \quad (5.93)$$

O sea que, en el régimen de Thomson, la importancia relativa de las pérdidas sincrotrón e inverse Compton depende únicamente del cociente entre las densidades de energía del campo magnético y el campo de radiación.

Podemos definir el número total de fotones por unidad de volumen como

$$n_{\text{tot}} = \frac{\omega_{\text{ph}}}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}, \quad (5.94)$$

donde $\langle E_{\text{ph}} \rangle$ es la energía media de los fotones antes de la colisión. De ellos, $c\sigma_{\text{T}}n_{\text{tot}}$ fotones inciden sobre el electrón por unidad de tiempo. Por tanto, el número de interacciones por unidad de volumen por unidad de tiempo es $c\sigma_{\text{T}}\omega_{\text{ph}}/\langle E_{\text{ph}} \rangle$.

Si después de la interacción la energía media de los fotones es $\langle E_{\gamma} \rangle$, la pérdida de energía es

$$\langle E_{\gamma} \rangle c \sigma_{\text{T}} \frac{\omega_{\text{ph}}}{\langle E_{\text{ph}} \rangle} = \frac{4}{3} c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \omega_{\text{ph}} \quad (5.95)$$

$$\langle E_{\gamma} \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle E_{\text{ph}} \rangle. \quad (5.96)$$

La energía máxima de los fotones dispersados se obtiene cuando ocurre un choque de frente y $\cos(\theta) = -1$. En ese caso,

$$E_{\gamma}^{\text{max}} = 4\gamma^2 E_{\text{ph}}. \quad (5.97)$$

La forma del espectro resultante por interacciones Compton inversas dependerá de la distribución incidente de electrones relativistas y de la distribución del campo de fotones.

Para una distribución de electrones tipo ley de potencias, $I_e(E_e) = K_e E_e^{-p}$, y una distribución de fotones n_{ph} monoenergética, la integral de la ec. 5.81 nos da

$$I_{\gamma}^{\text{IC}}(E_{\gamma}) = \frac{1}{2} n_{\text{ph}} L \sigma_{\text{T}} (m_e c^2)^{(1-p)/2} \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{(p-1)/2} K_e E_{\gamma}^{-(p+1)/2}. \quad (5.98)$$

Aquí L es la dimensión típica de la fuente, $\langle E_{\text{ph}} \rangle$ la energía de los fotones originales y n_{ph} su densidad. En el Apéndice A se muestra la deducción de esta ecuación, válida en el régimen de Thomson.

Si en cambio la distribución de fotones es térmica con una temperatura característica T ,

$$I_{\gamma}^{\text{IC}}(E_{\gamma}) = \frac{(m_e c^2)^{(1-p)/2} r_e^2}{4\pi^2 \hbar^3 c^3} L K_e (\kappa T)^{(p+5)/2} F(p) E_{\gamma}^{-(p+1)/2}, \quad (5.99)$$

donde

$$F(p) = \frac{2^{p+3}(p^2 + 4p + 11)\Gamma\left[\frac{1}{2}(p+5)\right]\zeta\left[\frac{1}{2}(p+5)\right]}{(p+3)^2(p+1)(p+5)} \quad (5.100)$$

y $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^x$ es una función de Riemann. Algunos valores de $F(p)$ para distintos valores del índice espectral de la distribución de electrones son:

p	1.5	2.0	2.5
$F(p)$	3.91	5.25	7.57

Cuando $\xi \gg 1$, los efectos cuánticos se hacen importantes y cambia el régimen de interacción. En este régimen, llamado de Klein-Nishina, el electrón pasa casi toda su energía al fotón:

$$E_{\gamma} \sim E_e. \quad (5.101)$$

Como ya hemos visto, en este régimen la sección eficaz decrece dramáticamente (ver Figura 5.9). A altas energías la sección eficaz se hace mucho más pequeña que la de Thomson y el flujo gamma (proporcional al número de interacciones) se reduce en forma importante.

La tasa de pérdida de energía del electrón en este régimen pueden escribirse como

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{IC}}^{\text{KN}} &= \frac{3}{8}c \sigma_{\text{T}} \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln\left(\frac{2\gamma \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e c^2} + \frac{1}{2}\right) \\ &\approx 10^{-14} \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln\left(\frac{2\gamma \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e c^2}\right) \text{ eV s}^{-1}. \end{aligned} \quad (5.102)$$

Existen parametrizaciones para la sección eficaz de la interacción Compton inversa que se comportan adecuadamente en los límites de bajas y altas energías. Un ejemplo es la dada por Blumenthal & Gould (1970):

5.6 Radiación Compton inversa (Inverse Compton Scattering, IC)

$$\sigma_{\text{IC}}(x, E_{\text{ph}}, \gamma) = \frac{3\sigma_{\text{T}}}{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma^2} f(x). \quad (5.103)$$

Aquí

$$f(x) = \left[2x \ln x + x + 1 - 2x^2 + \frac{(4\epsilon_{\text{ph}}\gamma x)^2(1-x)}{2(1+4\epsilon_{\text{ph}}\gamma x)} \right] P\left(\frac{1}{4\gamma^2}, 1, x\right), \quad (5.104)$$

donde

$$\epsilon_{\text{ph}} = \frac{E_{\text{ph}}}{m_e c^2}, \quad \epsilon_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2}, \quad (5.105)$$

$$x = \frac{\epsilon_{\gamma}}{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma^2(1-\epsilon_{\gamma}/\gamma)}, \quad (5.106)$$

y

$$P = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{1}{4\gamma^2} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } \frac{1}{4\gamma^2} > x > 1. \end{cases}$$

La energía máxima de los fotones dispersados es:

$$\epsilon_{\gamma}^{\text{max}} \sim \frac{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma_{\text{max}}^2}{1+4\epsilon_{\text{ph}}\gamma_{\text{max}}} \quad (5.107)$$

con

$$\gamma_{\text{max}} = \frac{E_e^{\text{max}}}{m_e c^2}. \quad (5.108)$$

Se han derivado también expresiones útiles para las pérdidas que se reducen a los casos límites de Thomson y Klein-Nishina. La más exacta es la de Aharonian y Atoyan (1981):

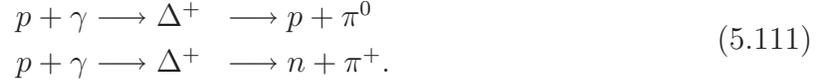
$$-\left(\frac{dE_e}{dt}\right)^{\text{IC}} = \frac{3\sigma_{\text{T}} c m_e c^2 n_{\text{ph}}}{4\epsilon_{\text{ph}} b} \left[\left(6 + \frac{b}{2} + \frac{6}{b}\right) \ln(1+b) - \ln^2(1+b) - 2\text{Li}\left(\frac{1}{1+b}\right) - \frac{(11/12)b^3 + 8b^2 + 13b + 6}{(1+b)^2} \right]. \quad (5.109)$$

donde $b = 4\epsilon_{\text{ph}}\epsilon_e$ y

$$\text{Li}(x) = -\int_x^1 (1-y)^{-1} \ln(y) dy. \quad (5.110)$$

5.7. Radiación por producción de foto-mesones

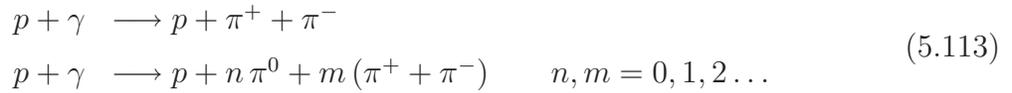
La interacción de protones energéticos con fotones puede resultar en la creación de piones a través de las reacciones



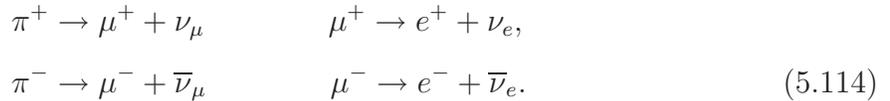
Para que esto ocurra la energía del fotón en el sistema en reposo del protón debe superar el valor umbral

$$\epsilon'_{\text{th}} = m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{2m_p} \right) = 144.7 \text{ MeV}. \quad (5.112)$$

Para energías mayores también es posible la creación de múltiples piones,



La vida media de los piones cargados es de $\sim 2.6 \times 10^{-8}$ s. Decaen produciendo, con una probabilidad del 99.98770 %, un neutrino y un muón, que a su vez decae en un electrón/positrón y otro neutrino,



Los piones neutros tienen una vida media mucho más corta, $\sim 8.4 \times 10^{-17}$ s. Decaen el 98.798 % de las veces en dos fotones,



En la Figura 5.10 se muestra un gráfico de la sección eficaz. La sección eficaz para el proceso $p + \gamma \longrightarrow p + \pi^0$ tiene un pico de ~ 0.25 mb para $\epsilon' \sim 300$ MeV, y luego decrece a menos de $30 \mu\text{b}$ cerca de $\epsilon' \sim 1$ GeV. Algo similar ocurre para la sección eficaz del proceso $p + \gamma \longrightarrow n + \pi^+$, pero con un segundo pico de ~ 0.1 mb para $\epsilon \sim 700$ MeV.

El valor medio de la sección eficaz total, para todos los canales de interacción, es del orden de

$$\langle \sigma_{p\gamma} \rangle \sim 0.1 \text{ mb}. \quad (5.116)$$

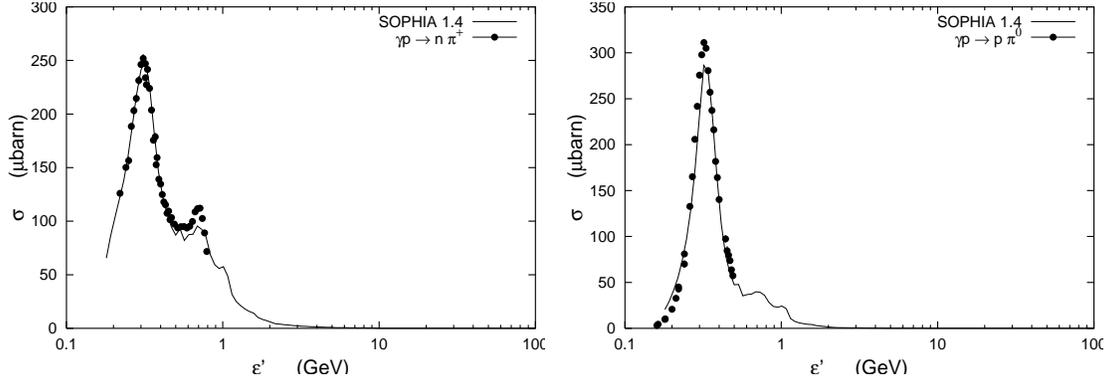


Figura 5.10: Sección eficaz para la creación de piones por interacciones protón-fotón. Los puntos son datos experimentales y la curva sólida la sección eficaz calculada usando el código Monte Carlo SOPHIA para interacciones fotohadrónicas (Mücke et al. 2000).

Dermer & Atoyan (2003) han propuesto la siguiente parametrización sencilla:

$$\sigma_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 340 \mu\text{b} & 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 120 \mu\text{b} & \epsilon' > 500 \text{ MeV}. \end{cases}$$

El primer rango de energía corresponde, aproximadamente, a aquel donde se produce un sólo pión por interacción, mientras que en el segundo es posible que se creen múltiples piones por colisión.

Las tasa de pérdida de energía para un protón que interacciona con un campo de fotones con una distribución en energía $n(\epsilon)$ se calculan como (Stecker 1968)

$$-\left(\frac{dE_p}{dt}\right)_\pi^{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{ph}(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}}^{2\epsilon\gamma_p} d\epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') \kappa_{p\gamma}(\epsilon') \epsilon'. \quad (5.117)$$

Aquí $\kappa_{p\gamma}(\epsilon')$ es la inelasticidad, que se define como la fracción de su energía inicial que pierde el protón en la interacción. De acuerdo con Atoyan & Dermer (2003), $\kappa_{p\gamma}$ también puede aproximarse en forma sencilla por una función de tipo escalón,

$$\kappa_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 0.2 & 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 0.6 & \epsilon' > 500 \text{ MeV}. \end{cases}$$

En el caso de un campo de radiación térmico de densidad de energía ω_{ph} con una energía media por fotón $\langle kT \rangle$, se obtiene (Mannheim & Schlickeiser 1994)

$$-\left(\frac{dE_p}{dt}\right)_\pi^{p\gamma} = 1.8 \times 10^{10} \left(\frac{\omega_{\text{ph}}}{\text{erg cm}^{-3}}\right) \left(\frac{\langle kT \rangle}{\text{eV}}\right)^{-2} \text{ eV s}^{-1}. \quad (5.118)$$

Para un campo de radiación con una distribución en energías del tipo ley de potencias $n_{\text{ph}} \propto \epsilon^{-2}$, en cambio,

$$-\left(\frac{dE_p}{dt}\right)_\pi^{p\gamma} = 4.3 \times 10^{-7} \left(\frac{\omega_{\text{ph}}}{\text{erg cm}^{-3}}\right) \left(\frac{E_p}{\text{GeV}}\right)^2 \text{ eV s}^{-1}. \quad (5.119)$$

La intensidad de los piones resultantes puede obtenerse en forma similar a lo visto para la producción de fotones a través de la interacción Compton inversa, utilizando las secciones eficaces adecuadas al caso,

$$I_\pi^{p\gamma}(E_\pi) = \int_{\vec{l}} \int_{E_\pi}^{\infty} \int_0^{\infty} I_p(E_p, \vec{r}) \sigma_{p\gamma}(E_p, E_\pi, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} dE_p d\vec{r}. \quad (5.120)$$

Aproximadamente 1/3 de los piones creados serán π^0 , que decaerán en rayos γ . De acuerdo con Kelner & Aharonian (2008), la emisividad de rayos gamma (en unidades de $\text{erg}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$) producto del decaimiento de piones neutros creados en interacciones fotohadrónicas puede calcularse como

$$q_\gamma(E_\gamma) = \int N_p(E_p) n_{\text{ph}}(\epsilon) \Phi(\eta, x) \frac{dE_p}{E_p} d\epsilon. \quad (5.121)$$

En esta expresión $N_p(E_p)$ y $n_{\text{ph}}(\epsilon)$ son las distribuciones en energía de los protones y fotones, respectivamente, $\eta = 4\epsilon E_p/m_p^2 c^4$ y $x = E_\gamma/E_p$. La función $\Phi(\eta, x)$ vale

$$\Phi = \begin{cases} B_\gamma [\ln 2]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x < x_- \\ B_\gamma \exp \left\{ -s_\gamma \left[\ln \left(\frac{x}{x_-} \right) \right]^{\delta_\gamma} \right\} \left[\ln \left(\frac{2}{1+y^2} \right) \right]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x_- < x < x_+ \\ 0 & x > x_+ \end{cases}$$

donde, si $r = m_\pi/m_p$,

$$x_\pm = \frac{1}{2(1+\eta)} \left[\eta + r^2 \pm \sqrt{(\eta - r^2 - 2r)(\eta - r^2 + 2r)} \right], \quad (5.122)$$

$$y = \frac{x - x_-}{x_+ - x_-}, \quad (5.123)$$

y el valor de η_0 está relacionado con la energía umbral,

$$\eta_0 = 2 \frac{m_\pi}{m_p} + \frac{m_\pi^2}{m_p^2}. \quad (5.124)$$

Finalmente, los valores de B_γ , δ_γ y s_γ (en unidades de $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) en función de η están tabulados en Kelner & Aharonian (2008).

Un tratamiento alternativo más sencillo para calcular la emisividad de rayos gamma es el de Atoyan & Dermer (2003), que hace uso de la llamada *aproximación de la funcional* δ .

En este formalismo se supone que la energía de cada tipo de partícula que se crea producto de la interacción puede tener un único valor. En el canal de producción de un único pión por colisión la inelasticidad vale $\kappa_1 \sim 0.2$. Entonces, si la energía del protón es E_p , la energía de cada π^0 será $E_{\pi_0} \approx 0.2E_p$ y la de cada fotón $E_\gamma \approx 0.5E_{\pi_0} = 0.1E_p$. En el regimen de producción de múltiples piones la inelasticidad vale $\kappa_2 \sim 0.6$. La energía perdida por el protón se divide casi completamente entre tres piones (π^0 , π^- y π^+) llamados “leading pions”; cada uno tendrá una energía $E_\pi \approx 0.2E_p$. La energía de cada rayo gamma será entonces nuevamente $E_\gamma \approx 0.1E_p$. Teniendo además en cuenta que en cada colisión $p\gamma$ existe una probabilidad $\xi \approx 0.5$ de que el protón se convierta en un neutrón con la emisión de un π^+ , la emisividad de rayos gamma resulta

$$q_\gamma(E_\gamma) \approx 20 (1 - \xi P_1) \nu_{p\gamma}(10E_\gamma) N_p(10E_\gamma). \quad (5.125)$$

Aquí $\nu_{p\gamma}$ es la tasa de colisiones,

$$\nu_{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{ph}(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}}^{2\epsilon\gamma_p} d\epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') (\epsilon') \epsilon', \quad (5.126)$$

y $P_1 = (\kappa_1 - \bar{\kappa}_{p\gamma}) / (\kappa_2 - \kappa_1)$ es la probabilidad de que la interacción proceda a través del canal de creación de un único pión. La inelasticidad media es $\bar{\kappa}_{p\gamma} = t_{p\gamma}^{-1} / \nu_{p\gamma}$.

5.8. Formación de pares por interacciones foto-hadrónicas

Para energías del fotón en el sistema de referencia del protón mayores que $\epsilon'_{\text{th}} = 2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$, de la interacción entre un protón relativista y un fotón pueden crearse pares:

$$p + \gamma \longrightarrow p + e^+ + e^-. \quad (5.127)$$

La sección eficaz diferencial es la de Bethe-Heitler:

$$\sigma(E_{e^-}, \epsilon') dE_{e^-} = \frac{4\alpha r_e^2}{\epsilon'^3} \left(E_{e^-}^2 + E_{e^+}^2 + \frac{2}{3} E_{e^-} E_{e^+} \right) \left[\ln \left(\frac{2E_{e^-} E_{e^+}}{\epsilon' m_e c^2} \right) - \frac{1}{2} \right] dE_{e^-}, \quad (5.128)$$

donde $\alpha = 1/137$ es la constante de estructura fina y E_{ph} es la energía del fotón en el sistema del protón. La sección eficaz total $\sigma(E_{\text{ph}})$ se obtiene integrando desde $E_{e^-} = m_e c^2$ hasta $E_{e^-} = E_{\text{ph}} - m_e c^2$,

$$\begin{aligned} \sigma_{e^\pm}(E_{\text{ph}}) &= 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{2E_{\text{ph}}}{m_e c^2} \right) - \frac{109}{54} \right] \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \ll \frac{m_e c^2}{\alpha} \\ \sigma_{e^\pm}(E_{\text{ph}}) &= 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln(183) - \frac{1}{54} \right] \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \gg \frac{m_e c^2}{\alpha}. \end{aligned} \quad (5.129)$$

Notar que $4\alpha r_e^2 \approx 2.3 \times 10^{-27} \text{ cm}^2$.

Una parametrización útil para la inelasticidad κ_{e^\pm} puede encontrarse en Begelman, Rudak & Sikora (1990). Con un error menor al 1%, para $x' = \epsilon'/m_e c^2 < 1000$ puede aproximarse como

$$\kappa_{e^\pm} \approx 4 \frac{m_e}{m_p} \frac{1}{x'} \left[1 + 0.3957 \ln(x' - 1) + 0.1 \ln^2(x' - 1) + 0.0078 \ln^3(x' - 1) \right]. \quad (5.130)$$

Es interesante notar que la sección eficaz para la producción de pares es ~ 100 veces más grande que la de la creación de fotomesones. Sin embargo, la inelasticidad del proceso de creación de pares es muy pequeña, $\kappa_{e^\pm} \leq 2m_e/m_p$. Esto significa que, apenas se supera el umbral para la creación de piones, este proceso pasa a dominar las pérdidas radiativas de los protones.

La tasa de pérdida para un protón que interacciona con una distribución de fotones se calcula de forma análoga al caso de producción de fotomesones,

$$- \left(\frac{dE_p}{dt} \right)_{e^\pm} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{\text{ph}}(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{\text{th}}}^{2\epsilon\gamma_p} d\epsilon' \sigma_{e^\pm}(\epsilon') \kappa_{e^\pm}(\epsilon') \epsilon'. \quad (5.131)$$

La Figura 5.11 muestra un gráfico de la tasa de pérdida de energía de un protón en función de su energía debido a la interacción con fotones del fondo cósmico de radiación,

5.9 Producción de pares “triple” (*triplet pair production, TPP*) 99

de acuerdo con los cálculos de Kelner & Aharonian (2008). Para energías mayores a $E_p \sim 6 \times 10^{19}$ eV las pérdidas por creación de mesones dominan completamente el enfriamiento. Debido entonces a la interacción con los fotones del fondo cósmico, no se espera que lleguen a la Tierra protones con energías mayores a $\sim 10^{20}$ eV provenientes de fuentes a distancias mayores a unos 50 Mpc. Debería aparecer por lo tanto un quiebre en el espectro de rayos cósmicos a muy altas energías, efecto conocido como de Greisen-Zatsepin-Kuzmin (efecto GZK).

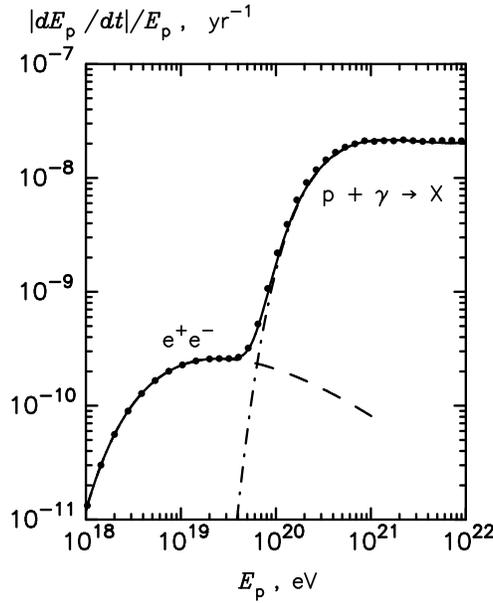


Figura 5.11: Tasa de pérdida de energía por interacciones fotohadrónicas con el fondo cósmico de radiación. La producción de pares es importante a energías por debajo del umbral de creación de piones, que luego domina completamente el enfriamiento de los protones. De Kelner & Aharonian (2008).

5.9. Producción de pares “triple” (*triplet pair production, TPP*)

Un electrón o un positrón pueden producir un par electrón-positrón al interactuar con un fotón a través de las reacciones



Para que el proceso sea posible la energía de las partículas debe superar cierto valor umbral. Medida en el sistema en reposo del electrón (positrón), la energía del fotón debe ser

$> 4m_e c^2$.

La sección eficaz para esta interacción se puede aproximar como:

$$\sigma_{\text{TPP}}(k') = \alpha \sigma_{\text{T}} f(\epsilon') \quad (5.133)$$

donde $\alpha = 1/137$ es la constante de estructura fina, σ_{T} es la sección eficaz de Thomson, $\epsilon' = E'_\gamma/m_e c^2$ es la energía del fotón en el sistema de referencia en reposo del electrón y f es una función que vale ~ 1 para energías cerca del umbral. Algunos valores de f para distintos valores de ϵ son:

$$\begin{aligned} f(100) &= 0.86 \\ f(300) &= 1.32 \\ f(10^3) &= 1.81 \\ f(10^4) &= 2.70. \end{aligned}$$

Así para un electrón de 10 GeV que interacciona con un fotón de 100 keV, $\sigma_{\text{TPP}} \simeq 10$ mb.

La tasa de pérdida de energía para un electrón de energía E_e que interacciona con una distribución de fotones $n(\epsilon)$ es

$$-\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{TPP}} \approx \frac{\sqrt{2}\alpha c \sigma_{\text{T}}}{E_e} \int_{\epsilon_{\text{min}}}^{\epsilon_{\text{max}}} d\epsilon \frac{n(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_4^{2\epsilon E_e} d\epsilon' \epsilon'^{1/2} f(\epsilon'). \quad (5.134)$$

En el caso particular de una distribución monoenergética de fotones de energía ϵ y densidad n_{ph} , y aproximando además $f(\epsilon') \sim 1$,

$$-\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{TPP}} \approx \frac{8}{3} \alpha c \sigma_{\text{T}} n_{\text{ph}} \left(\frac{\gamma_e}{\epsilon}\right)^{1/2}, \quad (5.135)$$

donde $\gamma_e = E_e/(m_e c^2)$.

Para más detalles sobre este proceso, ver Mastichiadis (1991) y Dermer & Schlickeiser (1991).

Capítulo 6

Procesos radiativos II

Estudiaremos ahora los procesos producidos por la interacción de partículas relativistas con la materia.

6.1. Interacciones de electrones relativistas con materia

6.1.1. Bremsstrahlung relativista

Es la radiación producida cuando un electrón relativista es acelerado en el campo electrostático de un núcleo u otra partícula cargada. Si consideramos un electrón con energía $E_e \gg m_e c^2$ que es dispersado por un núcleo de carga Ze , un fotón de energía E_γ es producido. La sección eficaz para la interacción es:

$$\sigma_B(E_e, E_\gamma)dE_\gamma = \frac{4\alpha r_e^2 Z^2}{E_\gamma} \phi(E_e, E_\gamma)dE_\gamma, \quad [\sigma_B] = \text{fraccm}^2 \text{erg}, \quad (6.1)$$

donde, como antes, $r_e = e^2/(m_e c^2)$ es el radio clásico del electrón y $\alpha \approx 1/137$ es la constante de estructura fina. La función ϕ viene dada por:

$$\phi(E_e, E_\gamma) = \left[1 + \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e} \right) \right] \times \left\{ \ln \left[\frac{2E_e(E_e - E_\gamma)}{m_e c^2 E_\gamma} \right] - \frac{1}{2} \right\} \quad (6.2)$$

para un núcleo desnudo. Para el caso en que el núcleo está completamente apantallado por todos los electrones:

$$\phi(E_e, E_\gamma) = \left[1 + \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e} \right) \right] \ln \left(\frac{191}{Z^{1/3}} \right) + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e} \right). \quad (6.3)$$

Una vez que se conoce la expresión para la sección eficaz, la intensidad de la radiación producida se obtiene de inmediato:

$$I_\gamma^B(E_\gamma) = \int_{\vec{l}} \int_{E_\gamma}^{\infty} n_a(\vec{r}) \sigma_B(E_e, E_\gamma) I_e(E_e, \vec{r}) dE_e d\vec{r} \quad (6.4)$$

donde n_a es la densidad de átomos e I_e es el espectro de los electrones relativistas. Si consideramos:

$$I_e(E_e) = K_e E_e^{-p} \quad (6.5)$$

en el caso $E_e \gg m_e c^2$ y para átomos con apantallamiento completo (como el caso del hidrógeno neutro del medio interestelar) se obtiene:

$$I_\gamma^B(E_\gamma) dE_\gamma = \frac{m_p N(L)}{\chi_0} \left(\frac{K_e}{p-1} \right) E_\gamma^{-p} dE_\gamma \quad (6.6)$$

donde

$$N(L) = \int_0^L n_a dl, \quad (6.7)$$

y

$$\chi_0 = \frac{A}{4\alpha N_0 Z^2 r_e^2 \ln(191 Z^{-1/3})} \quad \text{g cm}^{-2} \quad (6.8)$$

donde N_0 es el número de Avogadro y A es el peso atómico.

Es importante destacar que el espectro de rayos γ resultante tiene la misma forma que el espectro original de electrones relativistas.

Las pérdidas por Bremsstrahlung son muy grandes para los electrones, siendo $E_\gamma \sim E_e$.

Las pérdidas para un electrón individual vienen dadas por:

$$-\left(\frac{dE_e}{dt} \right)_B = c n_a \int_0^{E_e - m_e c^2} E_\gamma \sigma_B(E_e, E_\gamma) dE_\gamma. \quad (6.9)$$

En el caso de un plasma ionizado (sin apantallamiento) éstas resultan ser:

$$-\left(\frac{dE_e}{dt} \right)_B = 4n_a Z^2 r_e^2 \alpha c [\ln(\gamma_e) + 0.36] E_e. \quad (6.10)$$

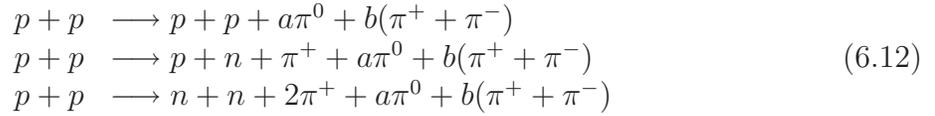
En el caso de apantallamiento total, tenemos:

$$-\left(\frac{dE_e}{dt} \right)_B = 4n_a Z^2 r_e^2 \alpha c \left[\ln(183 Z^{-1/3}) - \frac{1}{18} \right] E_e. \quad (6.11)$$

6.2. Interacciones de protones relativistas con materia

6.2.1. Radiación por decaimiento de piones

Los principales canales para la producción de piones en interacciones hadrónicas $p - p$ son:



donde a y b son enteros positivos cualesquiera.

El umbral de energía cinética de los protones para que se produzcan las reacciones es:

$$E_{\text{th}} \sim 2m_{\pi} c^2 \left(1 + \frac{m_{\pi}}{4m_p} \right) \approx 280 \text{ MeV} \tag{6.13}$$

donde $m_{\pi}c^2 \sim 135 \text{ MeV}$.

La vida media de los π^0 es $\bar{\tau} \sim (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17} \text{ s}$. Luego decaen como

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma + \gamma \quad (98.8 \%). \tag{6.14}$$

Los piones cargados viven $\bar{\tau} \sim 2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ y decaen como

$$\pi^{\pm} \longrightarrow \mu^{\pm} + \bar{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu}) \quad (99.99 \%). \tag{6.15}$$

Consideremos, a continuación, el decaimiento de los π^0 .

Si el π^0 está en reposo cada uno de los rayos γ tendrá una energía

$$E_{\gamma} = \frac{1}{2}m_{\pi}c^2 \sim 67.5 \text{ MeV}. \tag{6.16}$$

Sin embargo, los piones neutros rara vez son creados en reposo y por tanto decaen en vuelo. Consideremos el decaimiento para un pión que en el sistema del laboratorio tiene una velocidad $\beta_{\pi}c$. En el sistema de referencia del pión los dos rayos γ salen formando ángulos α y $(\pi + \alpha)$ con la dirección de la velocidad del pión, a fin de que se conserve el momento. En la Figura 6.1 se muestra un diagrama de esta situación.

La distribución de los γ será isotrópica en el sistema de los piones (o sea que α cambia aleatoriamente de un pión a otro). El número de rayos γ emitidos entre α y $\alpha + d\alpha$ es:

$$N(\alpha)d\alpha = \sin(\alpha)d\alpha. \tag{6.17}$$

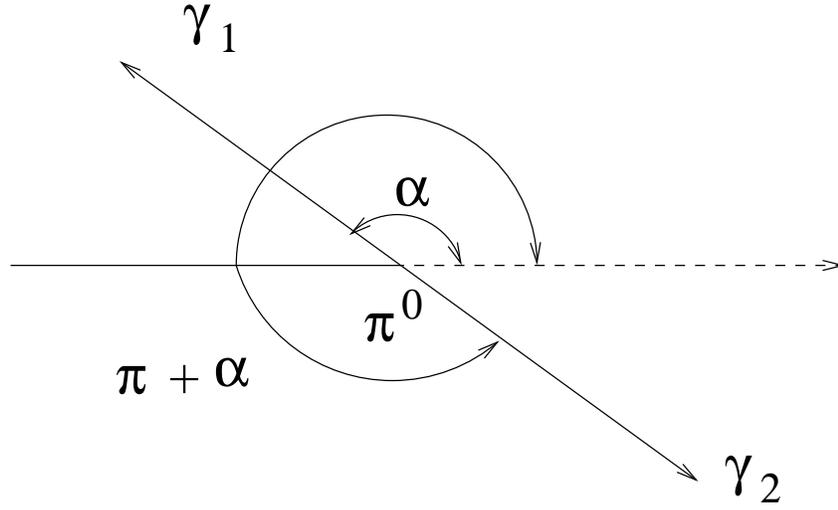


Figura 6.1: Ángulos en el decaimiento de un pión neutro, medidos en el sistema co-movil. La flecha punteada indica la dirección de movimiento en el sistema de laboratorio.

Si el γ tiene una energía en el centro de masas de E_γ^{cm} , entonces, en el sistema del laboratorio:

$$E_\gamma = \frac{E_\gamma^{\text{cm}}(1 - \beta_\pi \cos(\alpha))}{\sqrt{1 - \beta_\pi^2}} \quad (6.18)$$

Luego:

$$\begin{aligned} dE_\gamma &= \frac{E_\gamma^{\text{cm}} \beta_\pi \sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{1 - \beta_\pi^2}} \\ dE_\gamma &= \frac{E_\gamma^{\text{cm}} \beta_\pi N(\alpha) d\alpha}{\sqrt{1 - \beta_\pi^2}} \\ N(\alpha) d\alpha &= \frac{1}{E_\gamma^{\text{cm}}} \frac{\sqrt{1 - \beta_\pi^2}}{\beta_\pi} dE_\gamma. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Como

$$N(E_\gamma) dE_\gamma = N(\alpha) d\alpha \quad (6.20)$$

entonces

$$\begin{aligned}
N(E_\gamma)dE_\gamma &= \frac{1}{E_\gamma^{\text{cm}}} \frac{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}{\beta_\pi} dE_\gamma \\
N(E_\gamma) &= \frac{1}{E_\gamma^{\text{cm}}} \frac{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}{\beta_\pi} \\
N(E_\gamma) &= \frac{1}{\gamma_\pi E_\gamma^{\text{cm}} \beta_\pi} \\
N(E_\gamma) &= \frac{2}{\gamma_\pi m_\pi c^2 v_\pi/c} \\
N(E_\gamma) &= \frac{2}{\gamma_\pi m_\pi c v_\pi} \\
N(E_\gamma) &= \frac{2}{cp_\pi} \tag{6.21}
\end{aligned}$$

Como $E_\pi^2 = c^2 p_\pi^2 + m_\pi^2 c^4$, entonces

$$\begin{aligned}
N(E_\gamma) &= \frac{2}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}} \\
N(E_\gamma)dE_\gamma &= \frac{2}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}} dE_\gamma \tag{6.22}
\end{aligned}$$

Notar que la distribución de los rayos γ del decaimiento de piones con energía $\gamma_\pi m_\pi c^2$ es un rectángulo de altura $2/(cp_\pi)$ que se extiende desde $((1-\beta_\pi)/(1+\beta_\pi))^{1/2} E_\gamma^{\text{cm}}$ hasta $((1+\beta_\pi)/(1-\beta_\pi))^{1/2} E_\gamma^{\text{cm}}$.

Cuanto mayor sea la energía del pión, más achatado será el rectángulo, pero también más alargado. En escala logarítmica, el centro de cada rectángulo cae en $E_\gamma^{\text{cm}} = 67.5$ MeV. Si tenemos piones de diferentes energías, se produce un pico a esta energía (ver la Figura 6.2).

Cuando los protones tienen energía que superan largamente la del umbral, se pueden crear muchos piones. La fracción de energía del protón incidente que pasa a los piones es llamada la **inelasticidad** η y el número de piones creados es la **multiplicidad** ξ . En general:

$$\begin{aligned}
\eta(E_p) &\propto E_p^\delta \\
\xi(E_p) &\propto E_p^\epsilon \tag{6.23}
\end{aligned}$$

Si los protones incidentes tienen una distribución tipo ley de potencia:

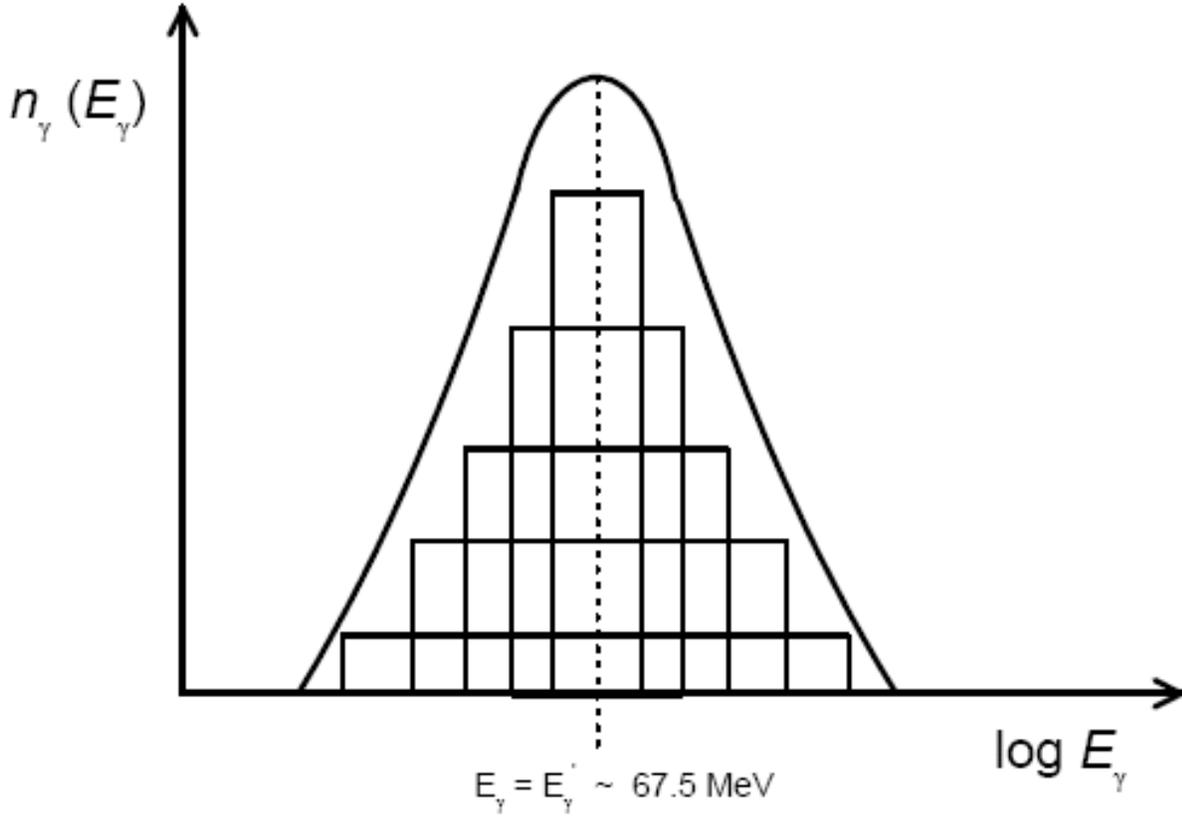


Figura 6.2: Esquema de la distribución espectral de rayos γ resultantes de una población de piones neutros.

$$N_p(E_p) dE_p = K_p E_p^{-\Gamma} dE_p \quad (6.24)$$

entonces,

$$N_\pi(E_\pi) dE_\pi \propto N_p(E_p) \xi(E_p) dE_p \quad (6.25)$$

donde, en promedio

$$E_\pi \propto E_p \frac{\eta(E_p)}{\xi(E_p)} \implies E_p \propto E_\pi^{1/(1+\delta-\epsilon)}. \quad (6.26)$$

Luego, $N_\pi(E_\pi) dE_\pi \propto E_\pi^{-p} dE_\pi$ con

$$p = \frac{\Gamma + \delta - 2\epsilon}{1 + \delta - \epsilon} \quad (6.27)$$

Como experimentalmente $\delta = 0$ y $\epsilon = 1/4$

$$p = \frac{\Gamma - 1/2}{1 - 1/4} \sim \frac{4}{3}(\Gamma - \frac{1}{2}). \quad (6.28)$$

Para $\Gamma = 2 \longrightarrow p = 2$ y se respeta el espectro.

La emisividad γ producida por piones neutros con una emisividad $q_\pi(E_\pi)$ es:

$$q_\gamma(E_\gamma) = 2 \int_{E_\pi^{\min}}^{\infty} \frac{q_\pi(E_\pi)}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}} dE_\pi \quad (6.29)$$

con

$$E_\pi^{\min}(E_\gamma) = E_\gamma + \frac{m_\pi^2 c^4}{4E_\gamma}. \quad (6.30)$$

La emisividad $q_\pi(E_\pi)$, a su vez, es:

$$q_\pi(E_\pi, \vec{r}) = 4\pi \int_{E_p^{\min}}^{E_p^{\max}} n(\vec{r}) I_p(E_p) \frac{d\sigma_\pi(E_p, E_\pi)}{dE_\pi} dE_p. \quad (6.31)$$

Aquí $d\sigma_\pi(E_p, E_\pi)/dE_\pi$ es la sección eficaz diferencial para la producción de π^0 de energía E_π por un protón de energía E_p en una interacción $p-p$. $n(\vec{r})$ es la densidad de partículas que actúan como "blanco" para los protones relativistas.

En general:

$$\frac{d\sigma_\pi(E_p, E_\pi)}{dE_\pi} = \langle \xi \sigma_\pi(E_p) \rangle \frac{dN_\pi(E_p, E_\pi)}{dE_\pi} \quad (6.32)$$

donde ξ es la multiplicidad y $\langle \xi \sigma_\pi(E_p) \rangle$ es la sección eficaz inclusiva, mientras que $dN_\pi(E_p, E_\pi)/dE_\pi$ es la función de distribución normalizada.

En las Figuras 6.3 y 6.4 se muestran las diferentes curvas para las secciones eficaces y el producto de la sección eficaz por la multiplicidad, respectivamente.

En la práctica se utilizan diferentes aproximaciones con parametrizaciones adecuadas de la sección eficaz.

En la aproximación de la función delta, tenemos:

$$\begin{aligned} Q_{\pi^0}(E_{\pi^0}) &= 4\pi n \int dE_p I_p(E_p) \delta(E_{\pi^0} - \kappa E_{\text{kin}}) \sigma_{pp}(E_p) \\ Q_{\pi^0}(E_{\pi^0}) &= \frac{4\pi n}{\kappa} I_p(m_p c^2 + \frac{E_{\pi^0}}{\kappa}) \sigma_{pp}(m_p c^2 + \frac{E_{\pi^0}}{\kappa}) \end{aligned} \quad (6.33)$$

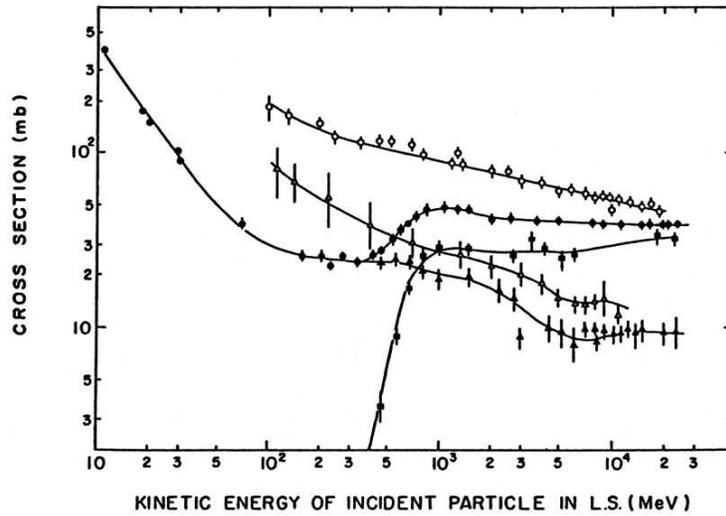


Figura 6.3: Sección eficaz $p-p$ y $p-\bar{p}$ en función de la energía cinética medida en el sistema de laboratorio.

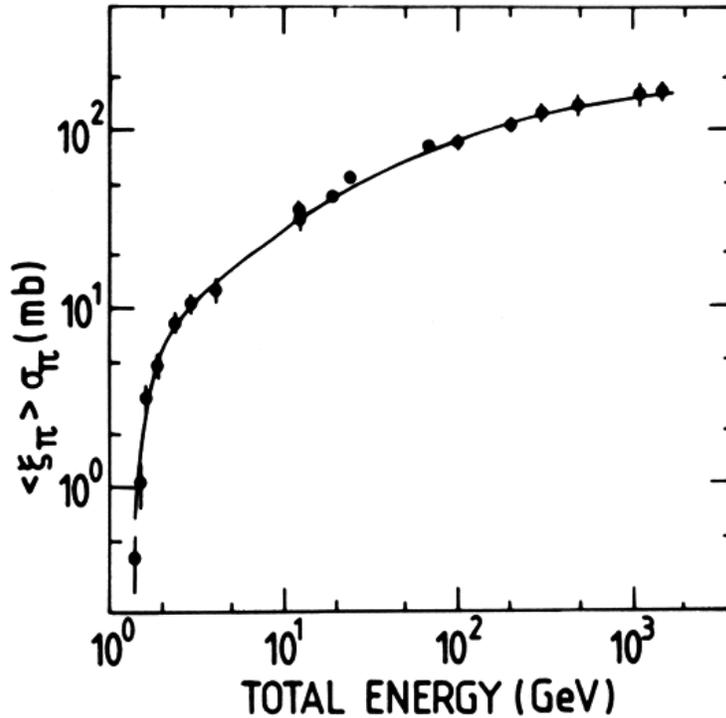


Figura 6.4: Sección eficaz inclusiva $p-p$ para la creación de piones. Los puntos son datos de aceleradores de partículas.

donde $E_{\text{kin}} = E_p - m_p c^2$ es la energía cinética del protón, κ es la fracción de esta energía cinética que es transferida a piones neutros y σ_{pp} es la sección eficaz total para interacciones $p - p$.

Experimentalmente, sobre un amplio rango de energías (GeV a TeV) $\kappa \sim 0.17$. Para σ_{pp} se usa la siguiente parametrización:

$$\sigma_{pp}(E_p) = \begin{cases} 30 \times [0.95 + 0.06 \log(\frac{E_{\text{kin}}}{\text{GeV}})] & \text{mb} \quad E_p \geq 1 \text{ GeV} \\ 0 & E_p \leq 1 \text{ GeV} \end{cases} \quad (6.34)$$

Un método alternativo, semi-empírico, es el de los **momentos espectrales pesados**. En este, directamente escribimos

$$q_\gamma(E_\gamma, \vec{r}) \approx 4\pi \sigma_{pp} n(\vec{r}) 2 \frac{Z_{p \rightarrow \pi^0}^\Gamma}{\Gamma} I_p(E_p) \eta_A \quad (6.35)$$

donde hemos evaluado en E_γ al espectro de protones que se asume:

$$I_p(E_p) = K_p E_p^{-\Gamma}. \quad (6.36)$$

$Z_{p \rightarrow \pi^0}^\Gamma$ son los momentos espectrales pesados, cuyo valor cambia con Γ :

$$\begin{aligned} Z_{p \rightarrow \pi^0}^2 &= 0.17 & Z_{p \rightarrow \pi^0}^{2.2} &= 0.092 & Z_{p \rightarrow \pi^0}^{2.4} &= 0.066 \\ Z_{p \rightarrow \pi^0}^{2.6} &= 0.048 & Z_{p \rightarrow \pi^0}^{2.8} &= 0.036 \end{aligned} \quad (6.37)$$

Estos números representan la fracción aproximada de la energía del protón que va a los π^0 .

La sección eficaz, como antes, se puede parametrizar por:

$$\sigma_{pp}(E_p) \approx 30 \times \left[0.95 + 0.06 \log\left(\frac{E_{\text{kin}}}{\text{GeV}}\right) \right] \quad \text{mb} \quad (6.38)$$

con $E_p \approx 2\xi E_\gamma / \eta$ y $E_p > 1 \text{ GeV}$.

Notar que a 1 TeV $\sigma_{pp} \sim 34 \text{ mb}$.

El parámetro η_A tiene en cuenta la contribución de núcleos más pesados que el H. Para la composición típica del medio interestelar $\eta_A \sim 1.4 - 1.5$.

Un método alternativo consiste en dar una parametrización de la sección eficaz diferencial para la producción de piones neutros. Blattnig et al. (2000) han propuesto:

$$\frac{d\sigma_\pi(E_\pi, E_p)}{dE_{\pi^0}} = e^A \quad \text{mb GeV}^{-1} \quad (6.39)$$

con

$$A = \left(-5.8 - \frac{1.82}{(E_p - m_p c^2)^{0.4}} + \frac{13.5}{(E_{\pi^0} - m_{\pi^0} c^2)^{0.2}} - \frac{4.5}{(E_{\pi^0} - m_{\pi^0} c^2)^{0.4}} \right), \quad (6.40)$$

donde las energías van en GeV. Esta parametrización da resultados más exactos a bajas energías que el método de la función δ , el cuál, a su vez, es más preciso a altas energías.

La más reciente parametrización para la sección eficaz de la interacción pp es la dada por Kelner, Aharonian & Bugayov (2006):

$$\sigma_{pp}(E_p) = 34.3 + 1.88 L + 0.25 L^2 \quad \text{mb}, \quad (6.41)$$

donde $L = \log(E_p/1 \text{ TeV})$.

Las pérdidas por emisión de piones para un protón que se mueve a velocidad relativista en un medio de hidrógeno de densidad n_H son:

$$- \left(\frac{dE_p}{dt} \right)_\pi = 0.65 c n_H \sigma_{pp}(E_p - m_p c^2) \Theta(E_p - 1.22 \text{ GeV}) \quad (6.42)$$

donde Θ es una función de Heaviside ($\Theta(x) = 1$ para $x \geq 0$ y $\Theta(x) = 0$ para $x < 0$) y 1.22 GeV es el umbral de energía para la producción de piones.

La multiplicidad de los piones es:

$$\xi_\pi(E_p) = N_0 E_p^\epsilon, \quad \text{con } N_0 = 0.33 \text{ y } \epsilon = 1/4. \quad (6.43)$$

Estos piones producidos por la interacción $p-p$ son 1/3 de π^+ , 1/3 de π^- , y 1/3 de π^0 .

La energía total del protón que va a los piones es:

$$\eta(E_p) = \kappa_0 E_p^\delta. \quad (6.44)$$

Experimentalmente $\delta = 0$ y $\kappa_0 = 1/3$ por lo que aproximadamente 30 % de la energía del protón va a los piones. La energía media de estos es:

$$\begin{aligned} \langle E_\pi \rangle &= \frac{\kappa_0 E_p^\delta E_p}{N_0 E_p^\epsilon} = \frac{\kappa_0}{N_0} E_p^{\delta-\epsilon+1} \\ \langle E_\pi \rangle &= \frac{1}{3 \times 3.3} E_p^{0-1/4+1} \\ \langle E_\pi \rangle &\approx 0.1 E_p^{3/4} \end{aligned} \quad (6.45)$$

donde $[E_P] = \text{GeV}$.

La intensidad espectral en una fuente es:

$$I_\gamma(E_\gamma) = \int_{\bar{l}} q_\gamma(E_\gamma, \vec{r}) dr. \quad (6.46)$$

6.2.2. Radiación por aniquilación protón-antiprotón

La reacción básica es:

$$p + \bar{p} \longrightarrow \xi \pi. \quad (6.47)$$

$p + \bar{p} \rightarrow \pi^0$ está prohibida por conservación del momento, mientras que $p + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ y $p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ están prohibidas por conservación de la paridad.

La primera reacción que no está prohibida es:

$$p + \bar{p} \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \searrow 2\gamma \quad (6.48)$$

La sección eficaz para esta reacción es: $\sigma_{p\bar{p}} \sim 2.4 \times 10^{-26} \text{ cm}^2$.

En general, la multiplicidad $\xi > 3$.

El proceso $p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma$ puede ocurrir pero la sección eficaz es muy chica.

$$\sigma_{p\bar{p} \rightarrow \gamma\gamma} \sim 3 \times 10^{-30} \text{ cm}^2. \quad (6.49)$$

6.2.3. Pérdidas por ionización

Cuando un protón o un núcleo (de carga eZ y masa M) se mueve por un medio lo ioniza y por tanto pierde energía.

Las pérdidas de ionización vienen dadas por:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \beta^{-1} \left[22.2 + 4 \ln \left(\frac{E}{m_e c^2} \right) + 2 \ln \beta^2 - 2\beta^2 \right] \quad (6.50)$$

donde $E \ll (M/m_e)Mc^2$ y n es la densidad del medio (H).

En el extremo no-relativista:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \sqrt{\frac{2Mc^2}{E_{\text{kin}}}} \left[11.8 + \ln \left(\frac{E_{\text{kin}}}{Mc^2} \right) \right] \text{ eV s}^{-1} \quad (6.51)$$

con $E_{\text{kin}} = E - Mc^2 \simeq Mv^2/2 \ll Mc^2$.

Cuando $E \gg Mc^2$:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \left[20.2 + 4 \ln \left(\frac{E_{\text{kin}}}{Mc^2} \right) \right] \quad \text{eV s}^{-1} \quad (6.52)$$

Si consideramos un medio ya ionizado, con una concentración n de electrones, en el caso no-relativista, tenemos:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \sqrt{\frac{2Mc^2}{E_{\text{kin}}}} \left[\ln \left(\frac{E_{\text{kin}}}{Mc^2} \right) - \frac{1}{2} \ln(n) + 38.7 \right] \quad \text{eV s}^{-1} \quad (6.53)$$

y si $E \gg Mc^2$

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \left[\ln \left(\frac{W}{m_e c^2} \right) - \ln(n) + 74.1 \right] \quad \text{eV s}^{-1} \quad (6.54)$$

con

$$\begin{aligned} W &= E \quad \text{para } E \gg \left(\frac{M}{m_e}\right) Mc^2 \\ W &= 2m_e c^2 \left(\frac{M}{m_e}\right)^2 \quad \text{para } Mc^2 \ll E \ll \left(\frac{M}{m_e}\right) Mc^2 \end{aligned} \quad (6.55)$$

Aunque éstas pérdidas no llevan a radiación significativa por parte del núcleo, su cálculo puede ser valioso cuando se desean considerar interacciones de un núcleo que primero debe atravesar un medio. A altas energías las pérdidas por creación de piones son dominantes.

6.2.4. Interacciones pión-núcleo y pión-pián

Si la densidad de hadrones es importante pueden ocurrir interacciones de piones con núcleos o entre piones.

En el primer caso la sección eficaz presenta un pico para energías del pián de ~ 190 MeV con valores $\sigma_{\pi p} \sim 200$ mb. Luego la sección eficaz cae rápidamente hasta unos 40 mb a 1 GeV. A altas energías la sección se vuelve suave y se puede parametrizar como:

$$\sigma_{\pi p} = a + \frac{b}{p} \quad (6.56)$$

donde p es el momento en GeV/ c del pián. Los valores de a y b para π^+ y π^- son:

$$\begin{aligned}
 a^+ &= 22.26 \pm 0.33 \text{ mb} & b^+ &= 25.10 \pm 2.83 \text{ mb GeV/c} \\
 a^- &= 24.37 \pm 0.29 \text{ mb} & b^- &= 24.94 \pm 2.65 \text{ mb GeV/c}
 \end{aligned}$$

Los π^0 decaen demasiado rapidamente como para interaccionar.

La sección eficaz para la interacción $\pi - \pi$ es, a bajas energías:

$$\sigma_{\pi-\pi} \sim 35 \text{ mb.} \quad (6.57)$$

A energías altas la sección eficaz es incierta (ver la Figura 6.5).

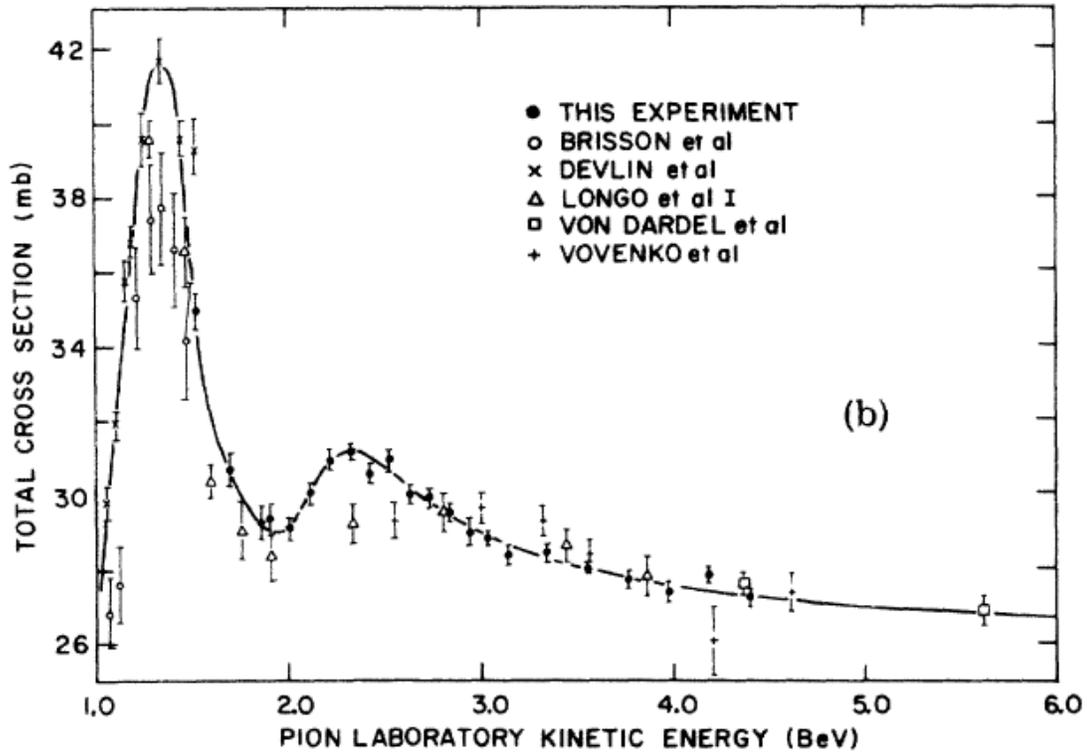
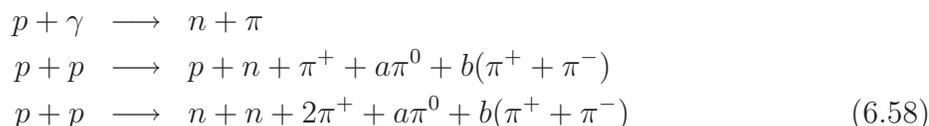


Figura 6.5: Sección eficaz de la interacción $\pi - \pi$.

6.2.5. Interacción neutrón-protón

Las interacciones

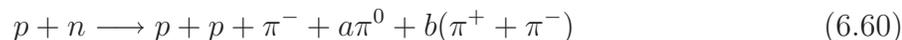


producen neutrones. Estos pueden a su vez interactuar antes de decaer. La sección eficaz para interacciones $n - n$ es igual a la de $p - p$. Las secciones eficaces para $p - n$ y $n - p$ también son iguales. Para energías incidentes del neutrón mayores que 290 MeV la sección eficaz permanece constante en

$$\sigma_{n-p} \simeq 39.5 \pm 1.0 \quad \text{mb} \tag{6.59}$$

A energías menores la sección eficaz se incrementa hasta llegar a 1 b a energías del MeV. Por debajo de 100 MeV la sección eficaz se comporta como E^{-1} .

La interacción básica es:



6.2.6. Aniquilación de electrones y positrones

La aniquilación de electrones con positrones puede ser una fuente importante de rayos γ a través de la reacción (ver la Figura 6.6):

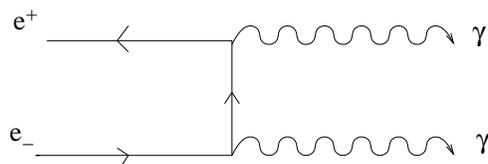
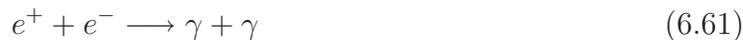


Figura 6.6: Diagrama de la aniquilación de un electrón con un positrón.

Cuando las dos partículas están en reposo, la energía de los fotones resultantes es simplemente:

$$E_\gamma = m_e c^2 = 0.511 \quad \text{MeV} \tag{6.62}$$

La radiación de línea de esta energía se suele referir como **radiación de aniquilación**. Si uno de los leptones se mueve a gran velocidad, uno de los fotones emergentes tendrá gran energía, mientras que el otro tendrá una energía de ~ 511 KeV.

La sección eficaz para la aniquilación de un positrón de energía $E_e = \gamma m_e c^2$ con un electrón en reposo es:

$$\sigma_{e^\pm} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right] \quad (6.63)$$

Cuando $\gamma \gg 1$

$$\sigma_{e^\pm} \approx \frac{\pi r_e^2}{\gamma} [\ln(2\gamma) - 1] \quad (6.64)$$

y cuando $\beta \ll 1$ ($\beta = v/c$)

$$\sigma_{e^\pm} \approx \frac{\pi r_e^2}{\beta} \quad (6.65)$$

Expresada en términos del sistema del centro de masas, la sección eficaz se puede escribir como:

$$\sigma_{e^\pm}^{\text{cm}} = \frac{\pi r_e^2}{4\beta_{\text{cm}} \gamma_{\text{cm}}^2} \left[\frac{1}{\beta_{\text{cm}}} \left(2 + \frac{2}{\gamma_{\text{cm}}^2} - \frac{1}{\gamma_{\text{cm}}^4} \right) \ln \left(\frac{1 + \beta_{\text{cm}}}{1 - \beta_{\text{cm}}} \right) - 2 - \frac{2}{\gamma_{\text{cm}}^2} \right] \quad (6.66)$$

donde $\beta_{\text{cm}} = v_{\text{cm}}/c$ es la velocidad del centro de masas en unidades de c y

$$\gamma_{\text{cm}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{\text{cm}}^2}} \quad (6.67)$$

Si tenemos un plasma formado por e^+ y e^- , la razón de aniquilación de las partículas es:

$$R_{e^\pm} = \frac{3}{8} \frac{\sigma_{\text{TC}}}{x} [\ln(x) + x^{-1/2}] \quad [R] = \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad (6.68)$$

donde $x = \gamma_{e^+} \gamma_{e^-}$ y la exactitud está dentro del 14%.

Si tenemos una distribución no-térmica:

$$n_{e^\pm}(E_{e^\pm}) dE_{e^\pm} \quad (6.69)$$

en el plasma, el número de aniquilaciones por unidad de tiempo es:

$$\dot{N} = n_{e^+} n_{e^-} R_{e^\pm} dE_{e^+} dE_{e^-} dV \quad (6.70)$$

donde dV es el elemento de volumen del plasma.

La luminosidad de aniquilación de pares, por consiguiente, será:

$$L_{\gamma}^{e^{\pm}} = \int (E_{e^+} + E_{e^-}) R_{e^{\pm}} n_{e^+}(E_{e^+}) n_{e^-}(E_{e^-}) dE_{e^+} dE_{e^-} dV \quad (6.71)$$

La aniquilación de pares e^{\pm} puede ocurrir también con la emisión de un único fotón. Pero en este caso el electrón debe estar ligado a un átomo. El átomo asegura la conservación del momento. La sección eficaz del proceso es:

$$\begin{aligned} \sigma_{e^{\pm}}^{1\text{ph}} &= \frac{4\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2}{\beta \gamma (\gamma + 1)^2} \left\{ \gamma^2 + \frac{2\gamma}{3} + \frac{4}{3} - \frac{\gamma + 2}{\beta \gamma} \ln[(1 + \beta)\gamma] \right\} \\ &\approx \frac{4\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2}{\gamma} \quad \text{para } \gamma \gg 1 \\ &\approx \frac{4\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2 \beta}{3} \quad \text{para } \beta \ll 1 \end{aligned} \quad (6.72)$$

donde la energía del positrón es $\gamma m_e c^2$ y el núcleo atómico tiene carga eZ .

Las reacciones $e^+ + e^- \rightarrow i\gamma$ también son posibles pero la sección eficaz cae con un factor

$$q^{i-2} \sim \left(\frac{1}{137} \right)^{i-2} \quad (6.73)$$

Para 3 fotones, entonces, la reacción es 137 veces menos probable que la más usual $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$. La reacción $e^+ + e^- \rightarrow 4\gamma$ es 18769 veces menos probable que $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$.

Otras formas de aniquilación de pares e^{\pm} son posibles:

$$\blacksquare e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

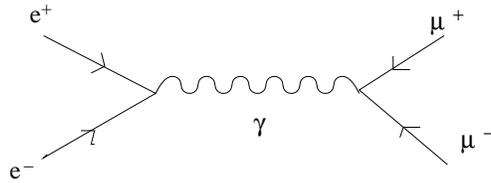


Figura 6.7: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$.

Esta es una reacción electromagnética, no débil. La sección eficaz es:

$$\sigma_{e^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm}} \simeq \frac{87}{s} \quad \text{mb}, \quad (6.74)$$

donde $s = (E_{e^+} + E_{e^-})^2 - (c\bar{p}_{e^+} + c\bar{p}_{e^-})^2$ y se mide en GeV^2 . Es el cuadrado de la energía en el centro de masas.

- $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu} + \nu$

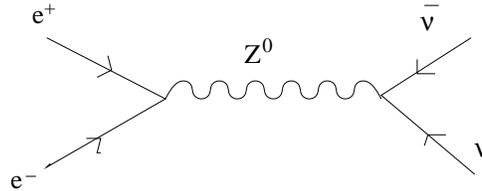


Figura 6.8: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu} + \nu$.

$$\sigma_{e^\pm \rightarrow \nu\bar{\nu}} \simeq \frac{10^{-10}}{6\pi} s \quad \text{b} \quad (6.75)$$

- Finalmente, se pueden producir hadrones por aniquilación de pares $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow$ hadrones. Esta es una interacción electromagnética, como se muestra en la Figura ??.

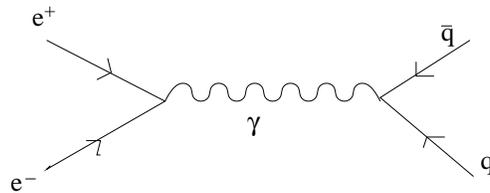


Figura 6.9: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow$ hadrones.

La sección eficaz depende del tipo de quark. Para la creación de $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ y $s\bar{s}$ la sección eficaz es el doble de la de $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$.

Capítulo 7

Absorción

Los rayos γ , una vez que son creados en una fuente astrofísica por partículas relativistas, pueden ser absorbidos por campos de radiación o materia en la fuente misma o en su trayecto al observador. Los principales mecanismos de absorción son la creación de pares en el campo Coulombiano de un núcleo, y la creación de pares por aniquilación de fotones:

$$\gamma + \gamma \longrightarrow e^+ + e^-. \quad (7.1)$$

A bajas energías, el efecto Compton directo puede ser relevante y a energías muy altas y en presencia de campos magnéticos intensos los fotones γ pueden ser absorbidos por

$$\gamma + B \longrightarrow e^+ + e^-. \quad (7.2)$$

Supongamos que la intensidad original de los rayos γ es:

$$I_\gamma^0(E_\gamma) \quad (7.3)$$

y que se los inyecta en un medio de densidad n . Luego de atravesar una distancia x , la intensidad será

$$I_\gamma(E_\gamma) = I_\gamma^0(E_\gamma)e^{-\tau}, \quad (7.4)$$

donde la cantidad

$$\tau = \sigma n x \quad (7.5)$$

se llama **profundidad óptica** del medio y σ es la sección eficaz del proceso. En general, la profundidad óptica es una integral de línea que tiene en cuenta el efecto acumulado de la absorción a lo largo de la visual.

El **camino libre medio** del fotón en un medio de densidad n uniforme es:

$$\lambda_\gamma = \frac{1}{\sigma n}. \quad (7.6)$$

La probabilidad de que el fotón sea absorbido luego de haber atravesado una distancia L es:

$$P_L = 1 - e^{-L/\lambda_\gamma}. \quad (7.7)$$

7.1. Procesos de absorción de energía

7.1.1. Creación de pares en un campo Coulombiano

El umbral de energía para que un rayo γ cree un par e^\pm en el campo electrostático de un núcleo de carga eZ es $2m_e c^2 \sim 1.022$ MeV.

La sección eficaz para el proceso es:

$$\sigma_{\gamma p \rightarrow e^\pm} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left\{ \frac{7}{9} \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{109}{54} \right\} \quad \text{para} \quad \frac{2E_{e^+} E_{e^-}}{E_\gamma} \ll \frac{m_e c^2}{\alpha Z^2} \quad (7.8)$$

y

$$\sigma_{\gamma p \rightarrow e^\pm} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left\{ \frac{7}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right\} \quad \text{para} \quad \frac{2E_{e^+} E_{e^-}}{E_\gamma} \gg \frac{m_e c^2}{\alpha Z^2}. \quad (7.9)$$

En estas fórmulas, E_{e^\pm} es la energía de los leptones producidos. La primera ecuación se usa para casos sin apantallamiento del núcleo (gases completamente ionizados), mientras que la segunda para casos con apantallamiento.

Notar que como $r_e = 2.8 \times 10^{-13}$ cm, la sección eficaz es pequeña y el camino libre medio en el medio interestelar donde típicamente $n_{\text{ISM}} \sim 0.01 - 1$ cm $^{-3}$ es extremadamente largo. Esto significa que la Galaxia es esencialmente transparente a los rayos γ .

7.1.2. Absorción por creación de pares en un campo de radiación

Un fotón de energía E_γ^1 puede producir un par e^\pm en una interacción con un fotón de energía E_γ^2 si

$$E_\gamma^1 E_\gamma^2 > (m_e c^2)^2. \quad (7.10)$$

La sección eficaz del proceso $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ depende del ángulo de interacción entre los fotones.

$$\sigma_{\gamma\gamma}(E_\gamma^1, E_\gamma^2) = \frac{\pi r_e^2}{2} (1 - \beta^2) \left[2\beta(\beta^2 - 2) + (3 - \beta^4) \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \right] \quad (7.11)$$

donde, asumiendo isotropía en la distribución de los fotones interactuantes, se tiene:

$$\beta = \left[1 - \frac{(m_e c^2)^2}{E_\gamma^1 E_\gamma^2} \right]^{1/2}. \quad (7.12)$$

Los leptones resultantes tendrán una energía $E_{e^\pm} = m_e c^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$ en el sistema de referencia del centro de masas.

Si un fotón de energía E_γ debe atravesar una región de tamaño R con un campo de fotones de densidad n_{ph} , la profundidad óptica será:

$$\tau_\gamma(E_\gamma) = \int_{E_{\text{min}}(E_\gamma)}^{\infty} \int_0^R n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, r) \sigma_{\gamma\gamma}(E_\gamma, E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}} dr. \quad (7.13)$$

En medios astrofísicos, n_{ph} puede ser muy alta en cercanía de fuentes, por lo que la absorción en campos de radiación es un fenómeno común. Por otro lado, la densidad de fotones media interestelar de nuestra Galaxia es demasiado baja como para que la opacidad sea significativa. En cambio, sobre escalas cosmológicas la opacidad del fondo cósmico de radiación puede ser importante.

En el caso de tener una fuente de rayos γ con una luminosidad intrínseca L_γ , la atenuación por $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ intrínseca será determinada por la cantidad de fotones absorbentes. La mayor eficiencia de absorción $\gamma\gamma$ se dá con fotones cuya energía es cercana al umbral de la interacción, y por lo tanto inversamente proporcional a la de los rayos γ :

$$E_{\text{soft}} \sim \frac{(m_e c^2)^2}{E_\gamma}. \quad (7.14)$$

El **parámetro de compacticidad** l para fotones de energía E_γ , se define entonces como:

$$l \equiv \frac{L_{\text{soft}}}{R}, \quad [l] = \text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (7.15)$$

donde R es el radio de la fuente. Considerando que $L_{\text{soft}} \approx 4\pi c n_{\text{soft}} R^2 E_{\text{soft}}$, es posible estimar la opacidad $\tau_{\gamma\gamma}$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \tau_\gamma(E_\gamma) &\approx \sigma_{\gamma\gamma} n_{\text{soft}} R \\ &\approx \sigma_{\gamma\gamma} \left(\frac{L_{\text{soft}}}{4\pi c R^2 E_{\text{soft}}} \right) R \\ &\approx \sigma_{\gamma\gamma} \left(\frac{L_{\text{soft}}}{R} \right) \left(\frac{1}{4\pi c R E_{\text{soft}}} \right) R \\ &\approx \sigma_{\gamma\gamma} l \frac{1}{4\pi c R E_{\text{soft}}} R \\ \tau_{\gamma\gamma}(E_\gamma) &\approx \frac{\sigma_{\gamma\gamma}}{4\pi c E_{\text{soft}}} l. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Donde además es útil notar que, cerca del valor umbral $\sigma_{\gamma\gamma} \simeq \sigma_T/2$. En el caso particular en que $E_\gamma = 1 \text{ MeV} \sim E_{\text{soft}}$, se tiene $\tau_{\gamma\gamma} \sim 1.7 \times 10^{-31} l$. La región central de un AGN puede tener luminosidades isotrópicas de $L_\gamma \sim 10^{48} \text{ erg s}^{-1}$ y dimensiones $R \sim 10^{15} \text{ cm}$.

Luego $l \sim 10^{33} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-1}$, y por tanto $\tau_{\gamma\gamma} \sim 10^2$.

Por consiguiente, las fuentes pueden estar fuertemente auto-absorbidas a menos que la emisión no sea isotrópica. De hecho, el que se observe emisión γ indica que debe existir una importante anisotropía o *beaming* el cual es consistente con la idea de que la radiación γ se origina en *jets* o chorros de partículas eyectadas por la fuente central.

7.1.3. Absorción en campos magnéticos

Un fotón γ puede ser convertido en un par e^\pm en presencia de un campo magnético:

$$\gamma + B \longrightarrow e^+ + e^-. \quad (7.17)$$

La razón a la que se produce esta transformación es muy pequeña a menos que

$$\xi = \left(\frac{E_\gamma}{2m_e c^2} \right) \left(\frac{B}{B_{\text{cr}}} \right) \sim 0.1, \quad (7.18)$$

donde

$$B_{\text{cr}} = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \sim 4.4 \times 10^{13} \text{ G}. \quad (7.19)$$

Se necesitan, pues, campos magnéticos muy fuertes para que este fenómeno domine la atenuación de los rayos γ . Estos campos se dan en los púlsares.

El camino libre medio de un fotón con energía $E_\gamma > m_e c^2$ en un campo B es:

$$\lambda_\gamma = \frac{44}{10(e^2 \hbar)} \frac{\hbar}{m_e c} \frac{B_{\text{cr}}}{B \sin(\theta)} \exp\left(\frac{4}{3\xi}\right), \quad (7.20)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de propagación del fotón y \vec{B} . Para $\theta = 0$ no hay producción de pares. Como la creación magnética de pares es muy sensible a la intensidad del campo magnético, el criterio para que ocurra es (Erber 1966):

$$\frac{E_\gamma}{2m_e c^2} \left(\frac{B \sin(\theta)}{B_{\text{cr}}} \right) \geq \frac{1}{15}. \quad (7.21)$$

7.1.4. Interacción Compton directa

La interacción Compton directa puede ser una causa importante de absorción para fotones de energías $\sim 1 \text{ MeV}$. Cuando el electrón está en reposo, la energía E_γ^1 del fotón dispersado es:

$$E_\gamma^1 = \frac{E_\gamma^0}{1 + (E_\gamma^0/m_e c^2)(1 - \cos(\theta))}, \quad (7.22)$$

donde θ es el ángulo de dispersión y E_γ^0 la energía original del fotón. La energía cinética que gana el electrón es:

$$\Delta E_e = E_e^{\text{kin}} = \frac{E_\gamma^0(1 - \cos(\theta))}{m_e c^2 [1 + (E_\gamma^0/m_e c^2)(1 - \cos(\theta))]} \quad (7.23)$$

La sección eficaz para la interacción Compton directa depende de la polarización de los fotones. Si el vector eléctrico de los fotones incidentes forma un ángulo Θ con el de los fotones emergentes, la sección eficaz puede expresarse como (en unidades de $\text{cm}^2 \text{ electrón}^{-1}$):

$$d\sigma_C(E_\gamma^1, E_\gamma^0, \Theta) = \frac{r_e^2}{4} \left(\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma^0}{E_\gamma^1} + \frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0} - 2 + 4 \cos^2(\Theta) \right) d\Omega. \quad (7.24)$$

Si el fotón incidente no está polarizado:

$$d\sigma_C(E_\gamma^1, E_\gamma^0, \Theta) = \frac{r_e^2}{4} \left(\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma^0}{E_\gamma^1} + \frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0} - \sin^2(\Theta) \right) d\Omega. \quad (7.25)$$

A bajas energías, e integrando sobre $d\Omega$, esta última expresión se transforma en la sección eficaz Thomson:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2. \quad (7.26)$$

7.1.5. Debilitamiento de rayos γ por efectos Doppler y gravitacional

Los rayos γ pueden ser afectados por el estado de movimiento de la fuente o por la presencia de campos gravitacionales intensos en la fuente.

Si la fuente se mueve hacia el detector a una velocidad $c\beta$ formando un ángulo θ con la visual, como se muestra en la Figura 7.1, entonces la frecuencia de la radiación electromagnética, ν , y por tanto la energía del fotón, $E_\gamma = h\nu$, se ven modificadas por efecto Doppler:

$$E_\gamma^{\text{obs}} = \delta E_\gamma^0, \quad (7.27)$$

donde $\delta = [\gamma(1 - \beta \cos(\theta))]^{-1}$ es el factor Doppler, E_γ^0 es la energía del fotón en el sistema de referencia de la fuente y E_γ^{obs} es la energía en el sistema de referencia del observador. Cuando la fuente se aleja del observador:

$$\delta = [\gamma(1 + \beta \cos(\theta))]^{-1}, \quad (7.28)$$

y la energía observada resulta menor que la emitida por un dado fotón.

La expansión cosmológica del Universo también modifica la energía de los fotones. El **corrimiento cosmológico al rojo** se define como:

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma^0}, \quad (7.29)$$

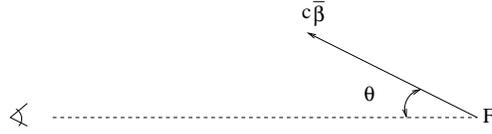


Figura 7.1: La fuente F se mueve con una velocidad $c\vec{\beta}$ en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección de la visual.

donde λ es la longitud de onda de los fotones γ . De aquí que la variación de energía del fotón debida a la expansión es:

$$\Delta E_\gamma = z E_\gamma^0 \quad (7.30)$$

y

$$E_\gamma^{\text{obs}} = E_\gamma^0 - \Delta E_\gamma. \quad (7.31)$$

El corrimiento al rojo puede expresarse en función del factor escala del Universo al tiempo actual t_{actual} y el factor de escala cuando el fotón fue emitido t_{emitido} :

$$(1 + z) = \frac{R(t_{\text{actual}})}{R(t_{\text{emitido}})}. \quad (7.32)$$

La diferencia $t_{\text{actual}} - t_{\text{emitido}}$ es el tiempo en que la radiación viajó hasta el observador. El factor de escala se determina a través de un modelo cosmológico relativista.

Si la fuente de los fotones está sometida a un campo gravitacional fuerte, la energía del fotón emitida sufrirá un **corrimiento al rojo** de origen gravitacional, de acuerdo con la teoría general de la relatividad. Si la fuente tiene una masa M y un radio R , la variación de la energía de un fotón emitido con energía E_γ^0 será:

$$\Delta E_\gamma = \frac{GM}{c^2 R} E_\gamma^0, \quad (7.33)$$

de tal forma que:

$$E_\gamma^{\text{obs}} = E_\gamma^0 - \Delta E_\gamma. \quad (7.34)$$

7.2. Cascadas electromagnéticas

La inyección de rayos γ de alta energía en medios formados por materia (plasma, gas, sólidos), radiación o campos magnéticos resulta en la formación de pares e^\pm si la opacidad a la propagación de los γ es mayor que 1. Si estos pares tienen suficiente energía, pueden producir, a su vez, más radiación por Bremsstrahlung relativista, efecto Compton inverso y/o radiación sincrotrón. Entonces bajo condiciones adecuadas, una cascada electromagnética se desarrollará en el medio. El resultado de esta cascada será degradar la energía de

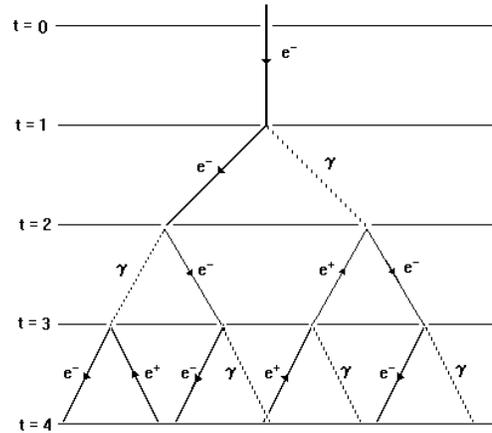


Figura 7.2: Modelo simplificado de una lluvia electromagnética.

los fotones originales y multiplicar el número de leptones. El espectro emergente dependerá del espectro original de inyección y de las características del medio.

Una vez iniciada la cascada se desarrollará hasta que las escalas temporales de los diferentes procesos radiativos en competición que producen fotones fuera del rango γ sea menor que la de los procesos que resultan en rayos γ . La cascada también se detendrá si el tiempo de enfriamiento radiativo de las partículas excede el tiempo de las pérdidas no-radiativas o si la opacidad a la propagación de los γ cae por debajo de 1.

Cascadas electromagnéticas se desarrollan en numerosas situaciones astrofísicas. Por ejemplo, la inyección de rayos γ en binarias de rayos X o núcleos extragalácticos activos, puede iniciar cascadas. En la magnetósfera de los pulsares, se espera el desarrollo de cascadas en los gaps electrostáticos donde los electrones son acelerados. Los rayos γ originados en fuentes extragalácticas distantes pueden iniciar cascadas electromagnéticas en el fondo cósmico de radiación, etc.

A energías donde $\tau > 1$ efecto sobre el espectro inyectado es un factor $e^{-\tau_{\text{eff}}}$, donde la opacidad efectiva es menor que la original. Dependiendo de la dureza (pendiente) del espectro inyectado, puede ser más o menos notable la acumulación de fotones con energías por debajo de la condición $\tau = 1$. En la Figura se muestra un ejemplo considerando una cascada que se desarrolla en forma unidimensional por interacción de fotones γ con la radiación de una estrella gran masa. En un caso general, la presencia de campos magnéticos obliga a realizar un tratamiento 3D.

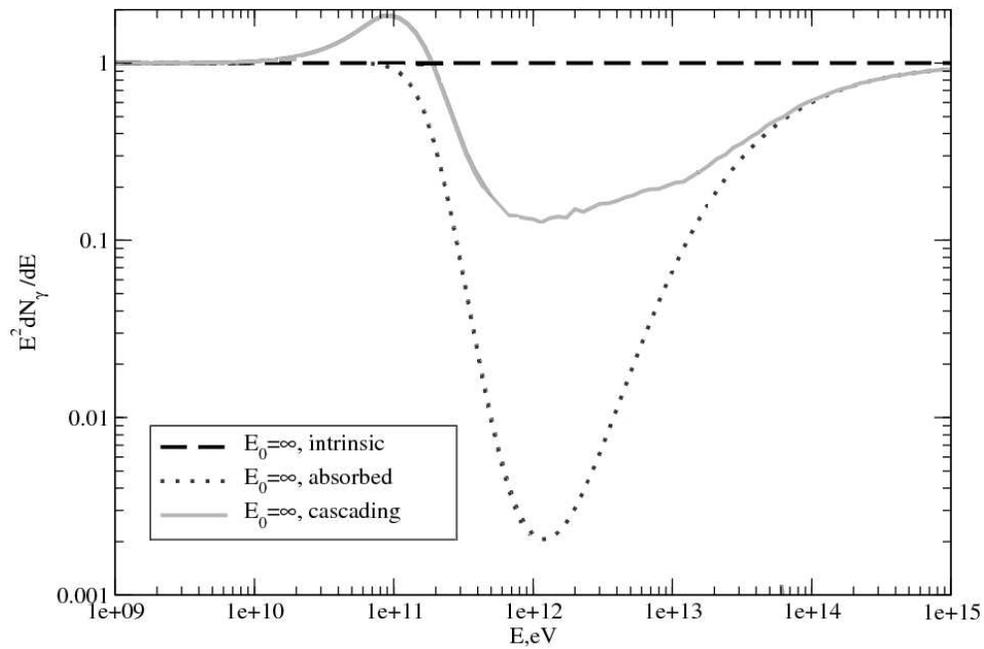


Figura 7.3: Comparación del efecto de absorción pura con un caso donde se desarrollan cascadas electromagnéticas en un campo radiativo con $T = 10^4$ K. La E_0 se refiere a energía máxima donde el espectro caería en forma exponencial. Ref: Aharonian et al. (2008).

7.2.1. Cascadas electromagnéticas en la materia

Consideremos una cascada electromagnética en un medio donde el Bremsstrahlung relativista es el principal mecanismo de enfriamiento. Supongamos que un fotón de energía $E_\gamma \gg m_e c^2$ incide en tal medio. Su camino libre medio será:

$$\lambda_\gamma \sim (\sigma_{\gamma p} n)^{-1}, \quad (7.35)$$

donde $\sigma_{\gamma p}$ es la sección eficaz para la creación de un par e^\pm en el medio y n es su densidad.

El par creado a una profundidad $\lambda_\gamma = R$ dentro del medio tendrá, a su vez, un camino libre medio de:

$$\lambda_{e^\pm} \sim \frac{1}{\sigma_B n}, \quad (7.36)$$

donde σ_B es la sección eficaz para Bremsstrahlung relativista. La energía de cada elemento del par e^\pm es

$$E_{e^\pm}^{(1)} \sim \frac{E_0}{2}, \quad (7.37)$$

donde $E_0 = E_\gamma$. Después de una distancia λ_B (que es $\sim \lambda_\gamma = R$) cada partícula radía un nuevo fotón con energía

$$E_\gamma^{(1)} = \frac{E_0}{4}. \quad (7.38)$$

Estos fotones, al cabo de una distancia R , crearán nuevos pares. A medida que la cascada se desarrolla el número total de fotones y leptones aumenta pero la energía media disminuye.

A una profundidad $L = Z/R$ el número de partículas será:

$$N(L) \sim e^L. \quad (7.39)$$

La energía por partícula a la profundidad L es:

$$E_\gamma \sim E_0 e^{-L}. \quad (7.40)$$

O sea que la energía va decayendo aproximadamente en forma exponencial con la profundidad.

La cascada cesa cuando se alcanza una energía:

$$E_c \sim E_0 e^{-L_{\max}} \quad (7.41)$$

o

$$L_{\max} \sim \ln \left(\frac{E_0}{E_c} \right), \quad (7.42)$$

donde L_{\max} es la distancia a la cual el Bremsstrahlung deja de dominar las pérdidas. El número de fotones a esta profundidad es 1/3 del número total de partículas.

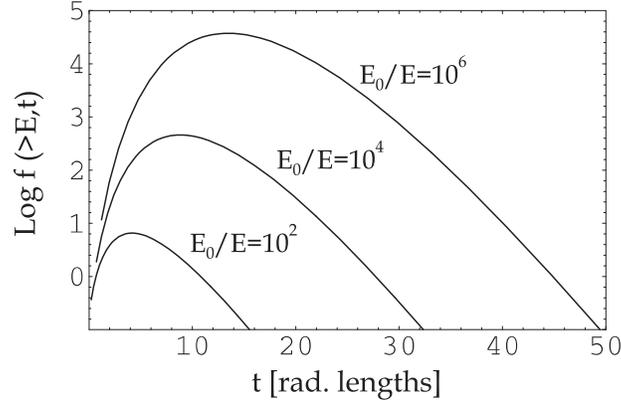


Figura 7.4: Número de fotones con energía $> E$ que una cascada genera a una dada profundidad dentro del material. Cuanto mayor es la energía E_0 del fotón inicial, más fotones se generan en total.

$$\begin{aligned}
 N_{e\pm}(L_{\max}) &\sim \frac{2}{3} e^{\ln(\frac{E_0}{E_c})} \\
 N_{e\pm}(L_{\max}) &\sim \frac{2}{3} \left(\frac{E_0}{E_c} \right) \\
 N_{\text{total}} &\sim e^{-L_{\max}}
 \end{aligned} \tag{7.43}$$

El tratamiento general de una cascada electromagnética implica resolver las ecuaciones cinéticas acopladas que describen la cascada (se trata de ecuaciones integrodiferenciales). Es posible realizar ciertas aproximaciones que arrojan resultados semi-analíticos, como los que se muestran en la Figura 7.4. Para mayores detalles ver Rossi & Greissen (1941).

7.3. Cascadas hadrónicas

Cuando un protón de muy alta energía impacta en un núcleo, interacciona con algún nucleón produciendo piones. Partículas extrañas y antinucleones también pueden ser producidos. Si hay suficiente energía, cada nuevo hadrón puede también interaccionar dentro del núcleo dando lugar a una "mini-cascada" hadrónica. Los nucleones que interaccionan con el protón primario por lo general son removidos del núcleo, dejándolo a este en un estado que puede ser inestable, llevando a la fragmentación del núcleo y a la emisión de núcleos más livianos. Los núcleos ligeros eyectados se suelen llamar **astillas** o **fragmentos de astillado** (*spallation*). Estos fragmentos son emitidos más o menos isotrópicamente en el sistema del laboratorio. En cambio, los resultados de la cascada hadrónica, salen con un gran momento en la dirección del protón original. Normalmente, neutrones son eyectados tanto por el núcleo original como por los fragmentos.

En la cascada nucleónica, los siguientes decaimientos ocurren:

$$\begin{aligned}\pi^0 &\longrightarrow 2\gamma \\ \pi^+ &\longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\tag{7.44}$$

Los muones, a su vez, decaen como:

$$\begin{aligned}\mu^+ &\longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- &\longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu\end{aligned}\tag{7.45}$$

Los muones tienen vidas medias relativamente largas por lo que pueden desacelerarse por los mismos mecanismos radiativos que afectan a los electrones y positrones. Si son el resultado de una cascada iniciada por un rayo cósmico en la atmósfera, pueden alcanzar la superficie terrestre.

Los detectores de rayos cósmicos, precisamente, operan detectando luz Cherenkov que producen estos muones. Puede detectarse la luz que producen en la atmósfera o la que generan en tanques cerrados, llenos de agua.

Tanto los rayos γ como los e^\pm producidos en los decaimientos dan lugar a cascadas electromagnéticas.

Capítulo 8

Detectores

Los problemas y desafíos que plantea la detección y medición de rayos γ de origen cósmico son formidables. De hecho, la situación de la astronomía a estas energías es única, en el sentido de que sólo en esta banda el RUIDO DE FONDO es mucho mayor que las señales a detectar.

Para cuantificar este problema, consideremos el flujo medio de rayos X de 1 keV en órbita es de 15 cm^{-2} , lo que es unas 100 veces más que el flujo de rayos cósmicos en las mismas condiciones. En cambio, el flujo medio de rayos γ con $E_\gamma > 100 \text{ MeV}$ es de $\sim 2 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, esto es, unas mil veces menor que el correspondiente flujo de rayos cósmicos.

Los rayos cósmicos, al interactuar con un detector, producen partículas secundarias que a su vez producen rayos γ localmente. La eliminación de estas contribuciones locales al “fondo” de radiación ha sido y es el principal problema técnico en la astronomía γ .

Dado que los rayos γ interactúan en diferentes formas a diferentes energías, las técnicas de detección varían con la frecuencia de los fotones a detectar.

La relativa importancia de las distintas formas de interacción para los rayos γ de distintas energías en distintos materiales se muestra en la Figura 8.1.

Los distintos instrumentos harán uso de estos efectos a las distintas energías. A energías muy altas ($E \geq 100 \text{ MeV}$) los rayos γ producen cascadas en la atmósfera y sus características pueden ser inferidas a partir de la reconstrucción de las cascadas. Comenzaremos describiendo estos instrumentos y luego iremos hacia energías decrecientes, revisando los principales detectores espaciales.

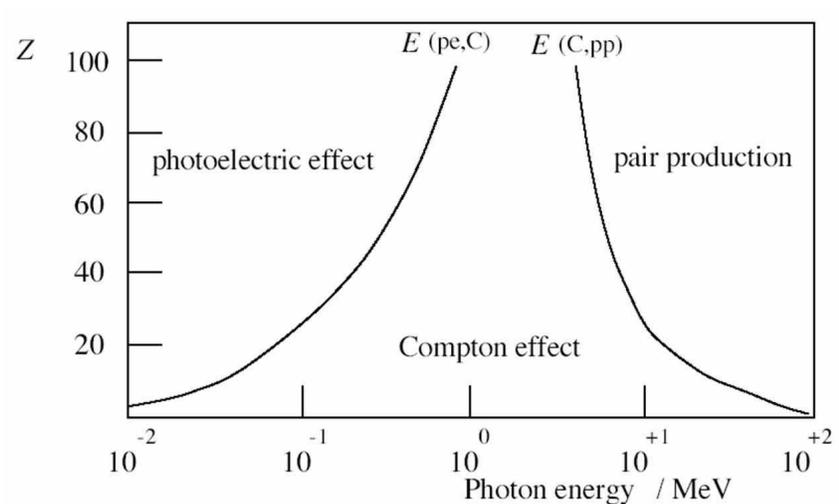


Figura 8.1: Importancia relativa de los diferentes mecanismos de pérdida de energía de un rayo γ en función de la energía del fotón y del número atómico del material.

8.1. Astronomía γ desde tierra: Telescopios Cherenkov

Cuando un rayo γ llega a la atmósfera inicia una cascada electromagnética. Si $E_\gamma > 100$ GeV la cascada se desarrolla hasta una altitud de unos pocos km sobre el nivel del mar y la luz Cherenkov producida por los leptones relativistas en la atmósfera puede detectarse en la forma de una columna de luz. El eje de la columna coincide con la proyección del eje de la cascada y su punto inicial indica el punto del cielo donde el rayo γ interaccionó (ver Figura 8.2).

La luz Cherenkov, tal como la ve el detector, proviene de 3 regiones. El 25 % viene de la región entre la interacción original y una altitud de unos 10 km. El grueso de la luz (50 %) viene de un cilindro de unos 4 km de longitud y un radio de ~ 21 cm centrado en el eje de la lluvia de partículas. La luz de esta región es una buena medida de la energía total. El último 25 % de la luz viene de la componente local de la cascada, a altitudes por debajo de los 6 km. Esta luz cae cerca la intersección del eje de la cascada con la tierra y está sujeta a grandes fluctuaciones debido a las partículas sobrevivientes.

La duración del pulso Cherenkov es muy corta: 35 ns.

El detector consiste en un espejo que colecta y refleja la luz sobre un foco donde hay un tubo fotomultiplicador.

Si el tiempo de integración del tubo fotomultiplicador (PMT) es mayor que la duración del destello Cherenkov, la señal detectada es:

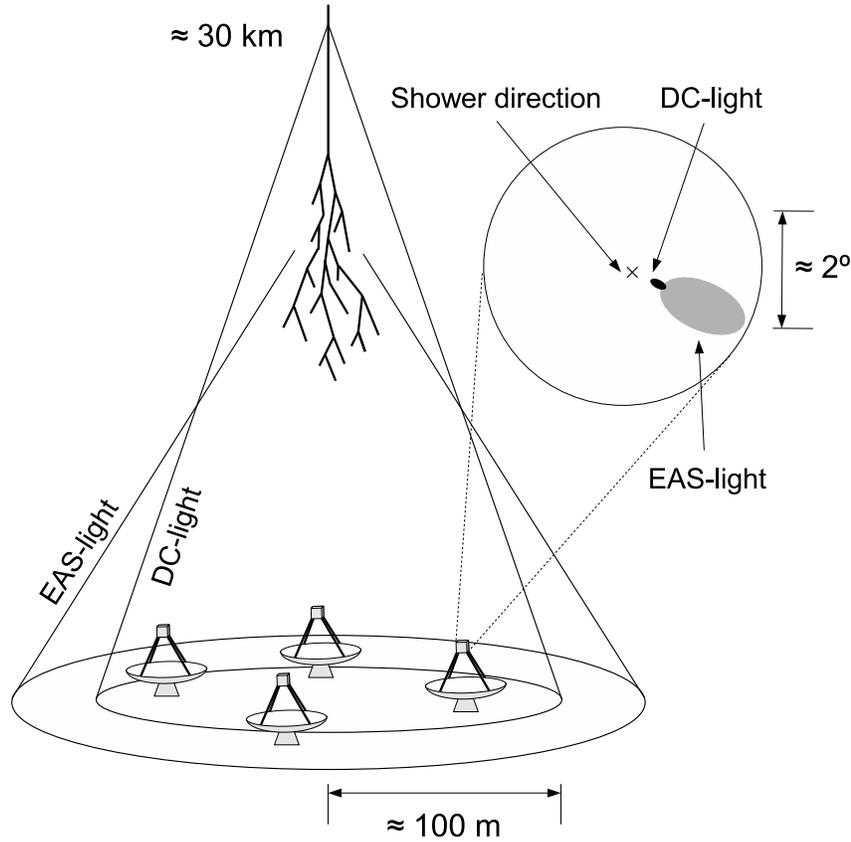


Figura 8.2: Detección de la luz Cherenkov.

$$C = \int_{E_1}^{E_2} C(E) \zeta(E) A dE \quad (8.1)$$

donde $C(E)$ es el flujo Cherenkov dentro de los límites de sensibilidad en energía E_1 y E_2 del PMT y $\zeta(E)$ es la curva respuesta del PMT. A es el área colectora.

A su vez $C(E)$ depende de la transmisión atmosférica $T(E)$ y del espectro de emisividad de la cascada $\epsilon(E)$:

$$C(E) = \kappa \epsilon(E) T(E); \quad \kappa = \text{cte.} \quad (8.2)$$

La señal Cherenkov se detecta sobre un ruido producido por el cielo nocturno. El brillo del cielo es:

$$B = \int_{E_1}^{E_2} B(\bar{E}) \zeta(E) \tau A \Omega dE \quad (8.3)$$

donde τ es el intervalo de integración y $B(E)$ la dependencia del brillo con la energía de los fotones. Ω es el ángulo sólido cubierto por el telescopio.

La relación señal-ruido es:

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{\sqrt{B}} = \int_{E_1}^{E_2} C(E) \left\{ \frac{\zeta(E)A}{B(E)\tau\Omega} \right\}^{1/2} dE. \quad (8.4)$$

La mínima señal detectable es $\propto [S/N]^{-1}$. De aquí que la energía mínima detectable sea

$$E_{\gamma}^{\min} \propto \left\{ \frac{B(E)\tau\Omega}{\zeta(E)A} \right\}^{1/2} \frac{1}{C(E)}. \quad (8.5)$$

El brillo del cielo está constituido por la luz de las estrellas, el sol, la luna, el brillo nocturno, meteoros, rayos, nubes y fuentes de origen artificial. Para minimizar estos efectos, se observa en sitios aislados, durante noches sin luna.

El principal problema para las observaciones Cherenkov, sin embargo, es el ruido de fondo producido por los rayos cósmicos. Las cascadas hadrónicas iniciadas por los rayos cósmicos tienen componentes electromagnéticas que emiten luz Cherenkov.

Hay diferencias, no obstante, entre las cascadas iniciadas por rayos γ y aquellas iniciadas por rayos cósmicos que permiten diferenciarlas. La tarea no es fácil: las cascadas iniciadas por rayos cósmicos, a una energía dada, son 10^3 veces más numerosas que las iniciadas por rayos γ .

La diferenciación efectiva de ambos tipos de eventos se hace sobre la base de una técnica conocida como *Cherenkov imaging* o “mapeo Cherenkov”. La técnica consiste en “pixelar” la imagen de la lluvia Cherenkov utilizando un arreglo de muchos PMT que forman una cámara colocada en el foco del telescopio. Al obtenerse una imagen de la lluvia Cherenkov es posible descartar eventos de fondo en base a dos criterios:

- 1 Geometría: las lluvias de los rayos γ tienen una forma aproximadamente elíptica alrededor del eje óptico.
- 2 Físico: las lluvias debidas a rayos γ son más angostas. Las imágenes obtenidas de cascadas hadrónicas son más anchas e irregulares.

La nueva generación de telescopios Cherenkov incluye a los siguientes instrumentos:

HESS (HIGH ENERGY STEREO SCOPIC SYSTEM) Una colaboración entre Alemania y Francia. Está ubicado en Namibia y consta de 4 telescopios. Hay uno más, de 28 m de diámetro, en construcción.

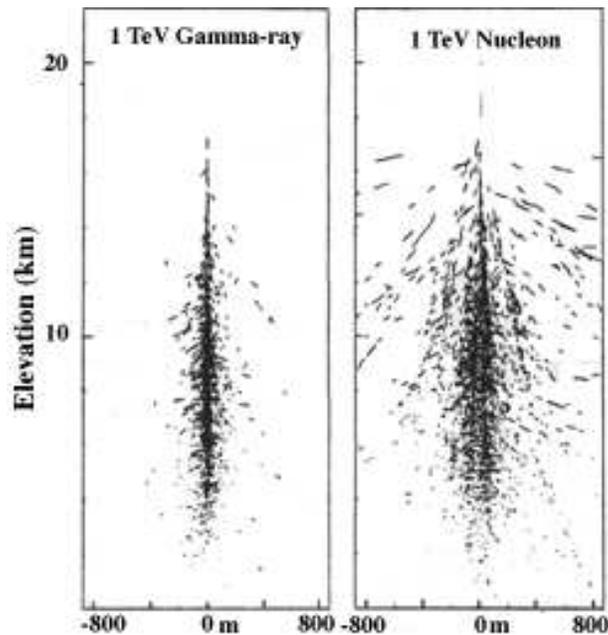


Figura 8.3: Geometría de una cascada producida por un rayo γ y de una producida por un rayo cósmico.

CANGAROO III Se trata de una colaboración entre Japón y Australia. Se encuentra en Australia y actualmente consta de 4 telescopios.

VERITAS (VERY ENERGETIC RADIATION IMAGING TELESCOPE ARRAY SYSTEM). Es un instrumento estadounidense en Arizona. Consta de 4 telescopios.

MAGIC MAJOR ATMOSPHERIC GAMMA-RAY IMAGING CHERENKOV Es una colaboración entre Alemania y España. Se trata de un único telescopio de 17 m de diámetro ubicado en La Palma. Hay un segundo telescopio en construcción (MAGIC II).

Con la excepción de MAGIC, todos estos instrumentos utilizan tecnología estereoscópica: varios telescopios que detectan la lluvia desde localizaciones diferentes, facilitando la reconstrucción de la misma y por lo tanto permitiendo descartar lluvias iniciadas por rayos cósmicos.

Todos estos telescopios se caracterizan por tener una gran área efectiva ($> 0.1 \text{ km}^2$), lo que da sensibilidad para medidas de variabilidad sobre escalas de tiempo cortas. Tienen además buena sensibilidad de flujo ($\sim 0.5\%$ de CRAB a 200 GeV en 50 horas), una

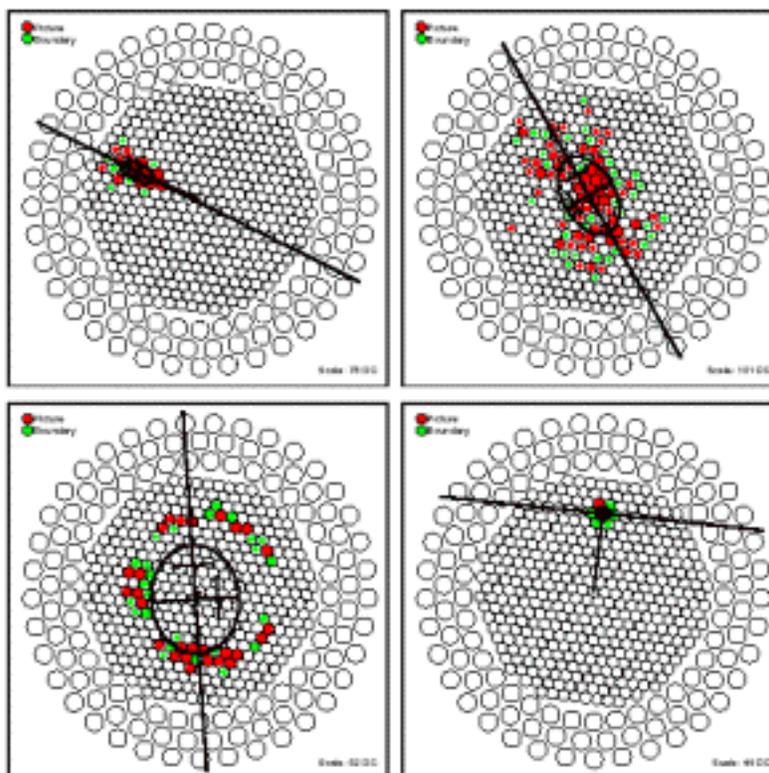


Figura 8.4: Imágenes de lluvia Cherenkov en la cámara de Whipple

energía de umbral baja (< 100 GeV, o en el caso de MAGIC llega a 30-50 GeV), buena resolución espectral ($\Delta E/E < 0.15$), una muy buena resolución angular ($< 0.05^\circ$ para fotones individuales y menor de 0.005° para localizar una fuente) y finalmente tienen un gran campo visual ($\sim 3^\circ$).

El primer telescopio de este tipo, que detectó la primera fuente de rayos con una significancia de más de 5σ en 1989, fue el telescopio Whipple, en Arizona, ahora reemplazado por VERITAS. La fuente detectada fue la nebulosa de CRAB.

Complementariamente a los telescopios Cherenkov basados en cámaras, se han utilizado detectores de partículas. Estos detectores consisten de grandes tanques donde las partículas cargadas de las cascadas emiten luz Cherenkov. La resolución angular es $\sim 1^\circ$, la espectral $\sim 30\%$ y la superficie colectora es inmensa (~ 10000 m²). Se ubican a gran altitud. El descarte de las lluvias hadrónicas es complejo y se suele hacer sobre la base de las razones de muones a electrones medidos. Estos instrumentos operan a energías altas ($10^{14} - 10^{16}$ eV). Su interés radica en que operan en forma continua, día y noche. Los dos instrumentos de esa clase que han detectado fuentes (ya detectadas por los instrumentos atmosféricos) son MILAGRO (cerca de Los Alamos, USA) y el detector de Tibet, en los Himalayos (a 4.3 km de altura).



Figura 8.5: Telescopio Whipple. Construido en 1968 y aún en funcionamiento.

8.2. Astronomía γ espacial

8.2.1. $30 \text{ MeV} \leq E \leq 300 \text{ GeV}$

En este rango de energía se utilizan instrumentos basados en la creación de pares. A estas energías, con instrumentos orbitales, el detector es el telescopio mismo y la superficie del detector el área colectora.

Historicamente, el principal tipo de telescopio por producción de pares ha sido “la cámara de chispas” (*spark chamber*). Los principales instrumentos que utilizaron esta tecnología fueron SAS-II (1973), COS-B (1975-1982) y EGRET (1991-2000).

Los elementos básicos en una cámara de chispas son:

- El rastreador (*tracker*). Su función es determinar la dirección de llegada del rayo a través de las trayectorias de un par creado por él. En general consiste en una serie de placas metálicas colocadas en paralelo en una cámara sellada y llena con gas a una presión que el paso de un e^+ o de un e^- deja una estela de ionización. Las placas están conectadas de forma tal que cuando una partícula cargada se mueve en la cámara hay una diferencia de potencial entre placas sucesivas. Al pasar la partícula cargada e ionizar el gas, se produce una chispa eléctrica entre placas. Las posiciones en las que se producen las chispas permiten determinar el movimiento de la partícula.

El gas que llena la cámara suele ser una mezcla de neón y etano. Las placas pueden estar hechas de tungsteno. Las placas deben ser suficientemente gruesas como para que un rayo γ en el rango de energía del instrumento sea absorbido y cree un par e^\pm , pero no tan gruesas como para que afecten en forma significativa la trayectoria del par e^\pm una vez creado.

El área efectiva y la resolución angular del instrumento quedan determinadas por la geometría de la cámara de chispas.

- El disparador (*trigger*). El disparador activa la diferencia de potencial entre las placas cuando la cámara es atravesada por una partícula cargada. En general se utilizan centelleadores plásticos. La eficacia de los disparadores es la que basicamente determina el campo visual del instrumento.
- El calorímetro. Su función es absorber los e^\pm para así medir su energía y por tanto la del rayo γ original. Su espesor debe ser de varios caminos libres medios del electrón en el material usado. EGRET usaba un cristal de NaI (T1).
- El escudo de anti-coincidencias (*anticoincidence shield*). Rodea al receptor e indica el paso de partículas cargadas. Tiene, por el contrario, una sección eficaz muy baja para interacción con rayos γ . Generalmente es un centellador plástico monitoreado por fotomultiplicadores. Cuando los fotomultiplicadores se disparan (indicando el paso de un rayo cósmico) no se aplica una diferencia de potencial a las placas y el evento no se registra. Esto permite eliminar el ruido de fondo producido por rayos cósmicos cargados (aunque no por neutrones).

El mayor telescopio que utilizó una cámara de destellos fue EGRET, uno de los 4 telescopios del satélite COMPTON. Su peso total era de 1.9 toneladas y su área efectiva de 1600 cm². El rango de energía en que operaba era 20 MeV - 30 GeV. Su campo visual cubría ~ 0.6 sr, con una resolución en energía $\Delta E/E \sim 0.2$. La sensibilidad en el continuo era $\sim 5 \times 10^{-8}$ ph s⁻¹ cm⁻² a energías $E_\gamma > 100$ MeV. Una caja de error típica en la localización de una fuente tenía un radio $\sim 0.5^\circ$.

La principal limitación de las cámaras de chispas es que el contenido de gas se agota y a medida que eso sucede el rendimiento del instrumento se va deteriorando.

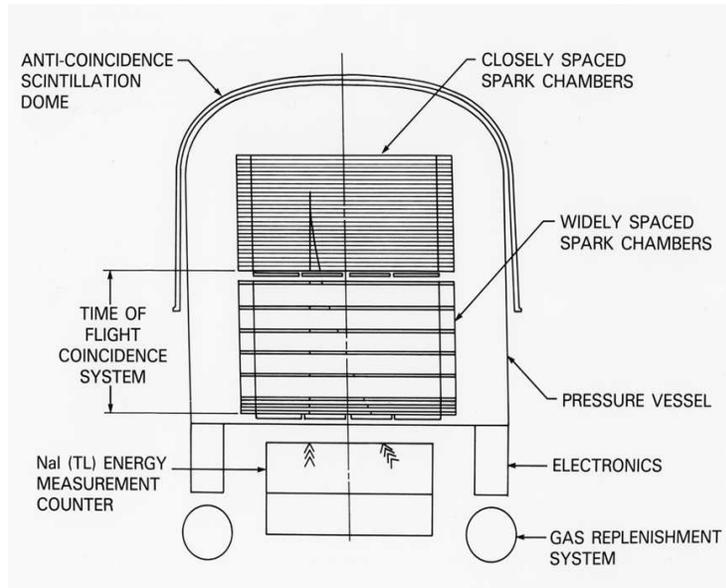


Figura 8.6: Diagrama del instrumento EGRET del satélite CGRO

Los telescopios actuales que operan por creación de pares utilizan los mismos principios físicos pero no usan cámaras con gas. Esta tecnología ha sido remplazada por la de detectores de silicio. Estos son semiconductores que permiten medir el punto de interacción de una partícula cargada con gran precisión. La interacción con la partícula cargada genera corrientes en el semiconductor. Esto permite una inmediata digitalización de la lectura del instrumento. Al no depender de chispas, el gas no es necesario para rastrear el camino de las partículas.

Los satélites GLAST y AGILE incorporan esta tecnología. LAT, el “LARGE AREA TELESCOPE” de GLAST, es un telescopio de producción de pares con tecnología de silicio. El instrumento tiene 16 módulos de conversión/rastreo de pares en una disposición de 4×4 torres independientes, cada una con su calorímetro. Las placas (18) de cada torre utilizan tungsteno como elemento de conversión $\gamma \rightarrow e^\pm$ y luego tiras de semiconductores de silicio como trazadores. Cada torre mide 87.5 cm. Los calorímetros están hechos de CsI(Tl) (ioduro de Cesio).

Todos los sistemas están rodeados por un escudo de anticoincidencia construido con un centellador plástico y fototubos en miniatura para las lecturas. No hay elementos consumibles (gas) en el instrumento. El peso total es de 3 toneladas y sus características implican una mejora notable respecto de EGRET.

GLAST fué lanzado el 11 de junio de 2008 y opera en el rango de energía entre 20 MeV y 300 GeV. El área efectiva supera los 8000 cm^2 con un campo visual de más de 2 sr. La sensibilidad es 2 órdenes de magnitud mayor que la de EGRET.

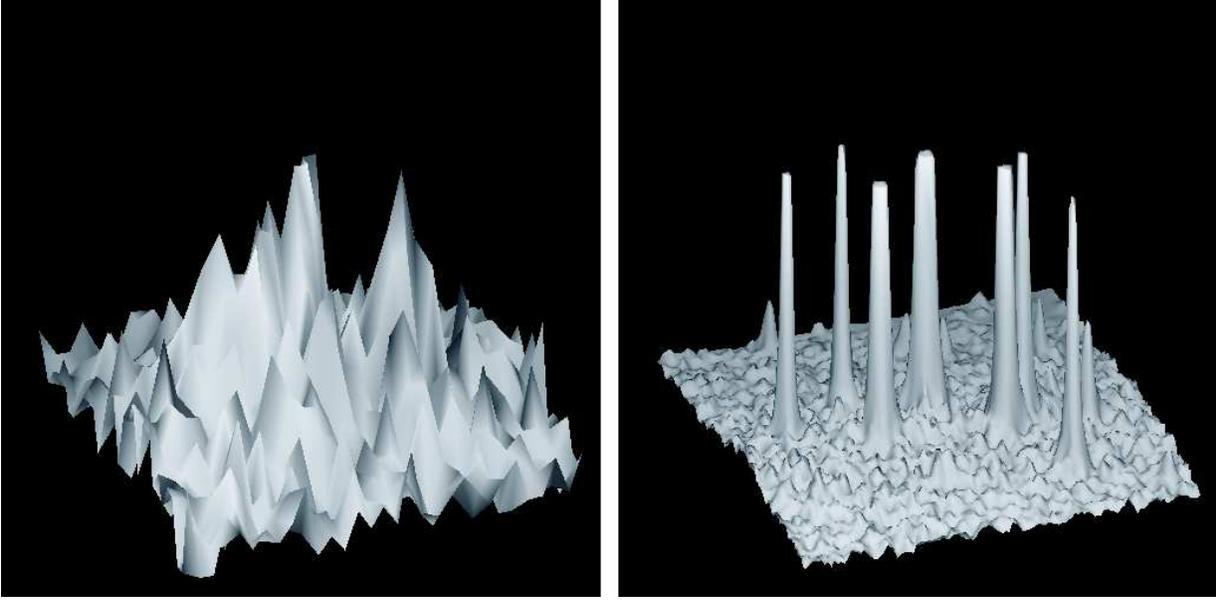


Figura 8.7: Simulaciones de la resolución de EGRET y GLAST (de la región de Cygnus)

8.2.2. $1 \text{ MeV} \leq E \leq 30 \text{ MeV}$

El coeficiente de absorción de un rayo γ en un medio material alcanza un máximo en el rango de 1 a 10 MeV. El mecanismo de interacción dominante es el de la interacción Compton directa: un rayo γ es dispersado por un electrón, transfiriendo parte de su energía a éste. El rayo γ original pierde energía y altera su dirección de propagación. La energía transmitida al electrón E_1^e y la energía del fotón original se relacionan con el ángulo de dispersión por:

$$E_1^e = \frac{E_\gamma^2(1 - \cos \varphi)}{E_\gamma(1 - \cos \varphi) + m_e c^2}. \quad (8.6)$$

Un telescopio Compton consiste de dos planos de detección P_1 y P_2 . En el primer plano hay un detector-dispersor y en el segundo un detector-absorbente. Ambos detectores se separan por una distancia $d \sim 2 \text{ m}$. El detector P_1 está hecho de un material de bajo z (ej. un centelleador orgánico) mientras que P_2 está hecho con materiales de alto z a fin de facilitar la absorción (ej. CsI o NaI).

La determinación de E_1^e y E_2^e permiten obtener E_γ y φ :

$$E_\gamma = E_1^e + E_2^e \quad (8.7)$$

$$\varphi = \arccos \left\{ 1 - m_e c^2 \left(\frac{1}{E_2^e} - \frac{1}{E_1^e + E_2^e} \right) \right\}. \quad (8.8)$$

Sin embargo, esto no es suficiente para determinar la dirección de llegada del rayo γ original en forma unívoca. Hay todo un cono de posibilidades. Esto hace que la resolución angular del instrumento no sea muy buena. El primer telescopio Compton que se construyó tenía una resolución angular de solo 30° (FWHM). Esto fue en 1973.

COMPTEL, el telescopio Compton del Compton Gamma Ray Observatory logró mejorar sustancialmente la resolución angular hasta $\sim 1.25^\circ$ a 10 MeV (3.5° a 0.5 MeV). En COMPTEL los planos de detección, compuestos de varios módulos, son monitoreados por el PMT lo que permite fijar los puntos de interacción dentro de un círculo de sólo 2 cm y de allí se obtiene una mejor caracterización del ángulo de dispersión. La determinación unívoca de la dirección de llegada del rayo γ puede lograrse midiendo la dirección de movimiento del electrón que absorbe E_1^e . Ciertos materiales orgánicos permiten estas determinaciones.

8.2.3. $E_\gamma \leq 1$ MeV

A bajas energías el efecto fotoeléctrico es dominante y se utilizan distintos tipos de centelleadores en los telescopios. Un centelleador consiste de un material que convierte parte de la energía perdida por una partícula cargada por ionización en luz. Se suele acoplar con un instrumento fotoeléctrico que convierte la luz en una señal eléctrica. Los materiales para el centelleador pueden ser orgánicos (incorporados a plásticos) o cristales inorgánicos como NaI o CsI.

El principal problema de estos detectores es la contaminación de la señal por eventos disparados por rayos cósmicos. Una forma de disminuir el problema es utilizar un escudo activo, formado por centelleadores, que indican cuando pasa a través de ellos una partícula cargada. Los eventos disparados en el detector principal se descartan. El problema con este tipo de protección es el costo.

La dirección de los rayos γ suele determinarse a través del uso de colimadores. Estos son opacos a los rayos γ y su geometría permite determinar un rango de ángulos de llegada para los rayos γ .

8.3. Emisión difusa y detección de fuentes puntuales

La interacción de los rayos cósmicos con el medio interestelar de la Galaxia produce emisión γ difusa. Toda fuente discreta debe ser detectada contra este fondo. Hay dos técnicas básicas para remover la contaminación del fondo difuso.

Una es la llamada técnica *on/off*. Consiste en observar alternativamente en dirección a la supuesta fuente y luego a una región cercana libre de fuentes. El resultado de esta última observación se sustrae de la primera a fin de determinar el flujo real de la fuente. El problema de esta técnica es que la radiación de fondo dista de ser uniforme y una mala elección de la región *off* puede introducir errores considerables.

La otra técnica consiste en hacer un modelo teórico del fondo que se sustrae a las observaciones. El modelo tiene como entradas las distribuciones de gas y polvo en la Galaxia, así como campos de radiación. Se calcula entonces, utilizando todos los procesos radiativos relevantes, la distribución de emisión γ resultante, que será una función de E_γ , l y b (energía de los fotones, longitud y latitud galáctica, respectivamente). El modelo de emisión difusa se sustrae sistemáticamente de todas las observaciones realizadas con el instrumento a fin de identificar fuentes discretas. El problema de esta técnica es que si el modelo es incompleto (por ejemplo si no incluye alguna clase de material que no es fácilmente trazable por las observaciones disponibles a otras longitudes de onda) entonces se pueden generar fuentes espurias.

Una técnica alternativa, similar a la *on/off* es la llamada **de ocultación**. En esta técnica se utiliza un ocultador hecho de algún material pesado como ser Pb para “tapar” la fuente del campo visual. Se miden entonces los fotones que llegan del fondo. Luego, la fuente se descubre y se vuelve a medir. El espectro de la fuente se obtiene sustrayendo ambos espectros. En algunos casos, el ocultador se mueve hacia delante y hacia atrás produciendo una modulación de la señal. De los cambios en la modulación pueden inferirse cambios en el fondo, especialmente si el instrumento se está moviendo. Esta técnica de la modulación se llama “*chopper technique*”.

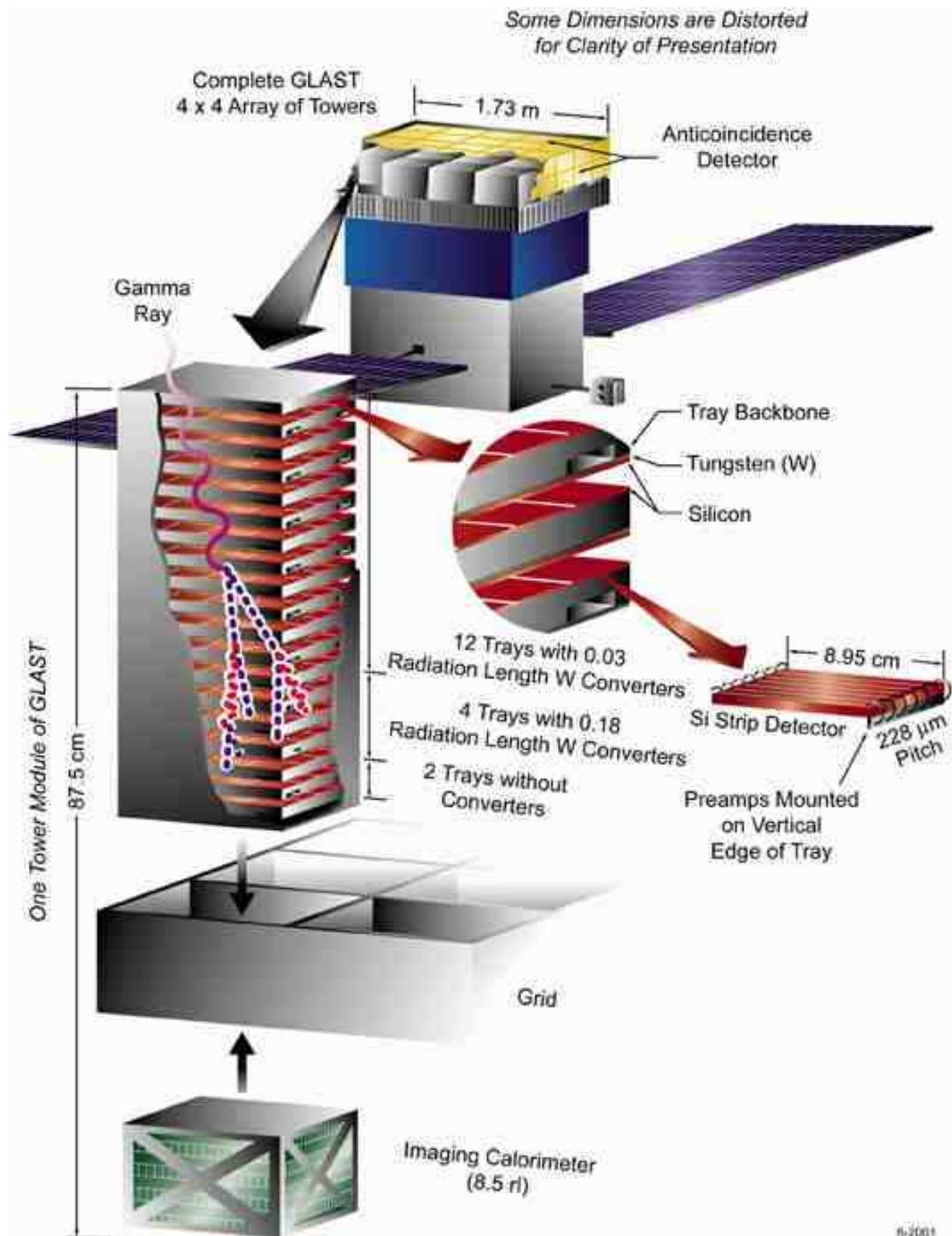


Figura 8.8: Diagrama de GLAST

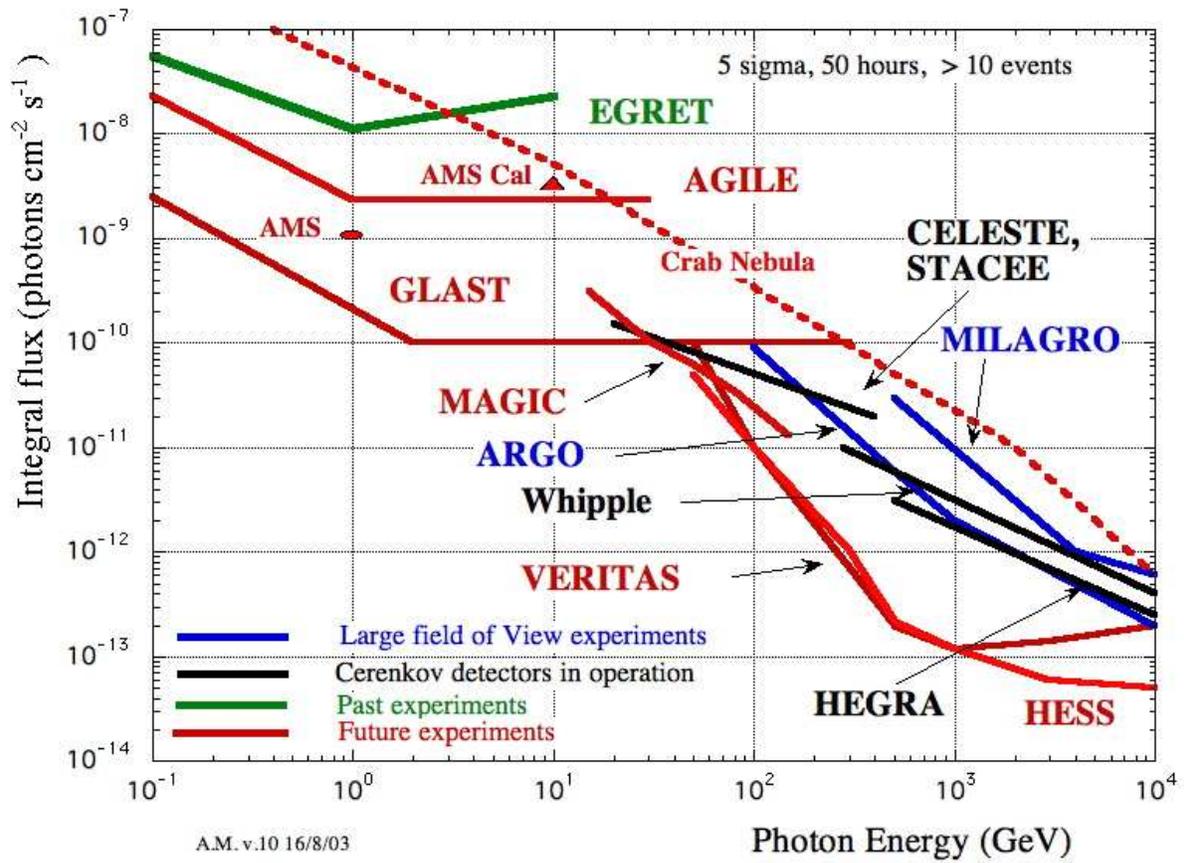


Figura 8.9: Sensibilidad de diferentes instrumentos.

Capítulo 9

Fuentes de rayos γ

Llamamos fuente de rayos γ a un sistema astrofísico que emite una fracción significativa de su luminosidad electromagnética a energías mayores que 0.5 MeV. Las fuentes de rayos γ pueden clasificarse en 2 grandes grupos:

$$\text{Fuentes } \gamma \left\{ \begin{array}{l} \text{Pasivas} \\ \text{Activas} \end{array} \right.$$

Las fuentes pasivas son simplemente "blancos" para flujos de partículas relativistas originadas en una región diferente. Las fuentes activas, por el contrario, aceleran partículas hasta velocidades relativistas y la interacción de estas partículas con los diferentes campos (materiales o electromagnéticos) locales da lugar a la radiación γ .

9.1. Fuentes pasivas

Las fuentes pasivas pueden ser, a su vez, de dos tipos: **difusas** o **discretas**.

$$\text{Fuentes } \gamma \text{ pasivas } \left\{ \begin{array}{l} \text{Difusas} \\ \text{Discretas} \end{array} \right.$$

Las fuentes difusas están formadas por un medio extendido y de baja densidad que es atravesado por rayos cósmicos. Observacionalmente, la fuente difusa más importante es el medio interestelar acumulado sobre el plano de la Galaxia. La irradiación de este material (básicamente H, más trazos de elementos más pesados como He, y material molecular como CO y polvo) produce emisión γ hadrónica a través de interacciones $p - p$. La existencia de esta emisión fue predicha por Hayakawa a principios de los años 1950, poco tiempo después del descubrimiento del pión. La intensidad de esta emisión dependerá de la densidad del medio y de la densidad local de los rayos cósmicos. La emisión muestra un fuerte gradiente de intensidad hacia bajas latitudes galácticas, donde se concentra la mayoría

del gas. Esta emisión es la contribución más importante al fondo difuso detectado por varios instrumentos, incluido EGRET, y que debe sustraerse a fin de detectar las fuentes galácticas discretas.

Si escribimos

$$\epsilon_\gamma(\vec{r}) = \frac{q_\gamma(\vec{r})}{n(\vec{r})}, \quad (9.1)$$

donde n es la densidad del medio, y $q_\gamma(\vec{r})$ la emisividad por decaimientos de π^0 en la dirección \vec{r} , el flujo total recibido a una distancia d será:

$$F_\gamma = \frac{1}{4\pi d^2} \int n(\vec{r}) \epsilon_\gamma(\vec{r}) d^3 r, \quad (9.2)$$

donde la integral se extiende sobre toda la región donde se distribuye el gas. Si llamamos $\epsilon_{\gamma,0}$ a la emisividad local (en la vecindad del Sol), podemos escribir:

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_{\gamma,0}} \sim \frac{\omega_{\text{cr}}}{\omega_{\text{cr},0}} = \kappa_{\text{S}} \quad (9.3)$$

donde ω_{cr} es la densidad de energía de los rayos cósmicos que localmente vale

$$\omega_{\text{cr},0} \sim 1 \quad \text{eV cm}^{-3}. \quad (9.4)$$

Luego

$$F_\gamma \sim \frac{1}{4\pi d^2} \int \kappa_{\text{S}} \epsilon_{\gamma,0} n(\vec{r}) d^3 r. \quad (9.5)$$

De aquí que, si se conoce la distribución de densidad del medio y su distancia (por ejemplo a través de observaciones radioastronómicas) puedan hacerse inferencias sobre la distribución de los rayos cósmicos en la Galaxia.

Sin embargo, la contribución del decaimiento de π^0 s no es la única a la emisión difusa total. La interacción de la componente leptónica de los rayos cósmicos con el gas interestelar también puede producir radiación por Bremsstrahlung relativista. Además, la interacción de éstas mismas partículas con la radiación de fondo de 2.73 K puede resultar en la producción de rayos γ . De aquí que modelos muy detallados deban ser desarrollados para hacer una reproducción confiable de la emisión difusa de la Galaxia. Estos modelos deben contar con una descripción cuantitativa detallada de la distribución de materia en la Galaxia y con modelos adecuados de los diferentes campos radiativos (que además de la radiación de fondo cósmica incluyan campos infrarrojos y de luz estelar).

Las **fuentes pasivas discretas** están formadas básicamente por medio interestelar altamente estructurado. En particular, pueden ser fuentes discretas nubes moleculares masivas, nubes de polvo, o incluso nubes más pequeñas ubicadas localmente o próximas a aceleradores de rayos cósmicos.

Si la densidad de la nube es aproximadamente constante:

$$F_\gamma \sim \frac{M_{\text{cl}}}{m_p} \frac{\epsilon_\gamma}{4\pi d^2}, \quad (9.6)$$

donde hemos asumido que la nube esta formada principalmente por H y M_{cl} es la masa total que es irradiada por los rayos cósmicos. Si $\epsilon_\gamma \sim \kappa_S \epsilon_{\gamma,0}$,

$$F_\gamma \sim \frac{1}{4\pi d^2} \kappa_S \epsilon_{\gamma,0} \frac{M_{\text{cl}}}{m_p}. \quad (9.7)$$

Luego, podemos escribir:

$$\frac{F_\gamma}{\text{ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1}} \sim 10^{-9} \left(\frac{M_{\text{cl}}}{1000 M_\odot} \right) \left(\frac{d}{\text{Kpc}} \right)^{-2} \kappa_S \left(\frac{\omega_{\text{cr},0}}{\text{eV cm}^{-3}} \right) \eta_A, \quad (9.8)$$

donde η_A es un factor que tiene en cuenta la presencia en el medio de elementos más pesados que el H.

De la ecuación 9.8 vemos que si $\kappa_S \sim 1$ la mayoría de las nubes moleculares no serían detectables para instrumentos como EGRET (sensibilidad $\sim 10^{-8} \text{ ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) a menos que: 1) estén muy cerca ó 2) haya un acelerador cerca de tal forma que $\kappa_S > 1$.

Este último caso se puede dar si la nube está cerca de una fuente activa como ser un remanente de supernova o un microcuasar, objetos capaces de producir rayos cósmicos que se difunden por el medio. Es interesante notar que hay una acumulación de fuentes de rayos γ en regiones de formación estelar conocidas como asociaciones OB. En estas asociaciones hay objetos jóvenes que pueden acelerar partículas (pulsares, microcuasares, remanentes de supernova) y nubes que pueden ofrecer blancos pasivos a las partículas relativistas que en estas regiones tienen una densidad de energía mayor que la usual ($\kappa_S \gg 1$).

Como los campos magnéticos en las nubes moleculares son mayores que en el medio interestelar, una vez que los rayos cósmicos penetran en ellos pueden quedar atrapados allí, con tiempos de difusión muy largos, lo que aumenta la densidad de partículas relativistas en su interior.

9.2. Fuentes activas

Las fuentes activas de rayos γ son aquellas que son aceleradores eficientes de partículas relativistas y, al mismo tiempo, ofrecen campos adecuados para que estas partículas interaccionen y emitan radiación γ .

Podemos dividir a las fuentes activas en dos grandes clases: **acretantes** y **no-acretantes**.

$$\text{Fuentes activas} \begin{cases} \text{Acretantes} \\ \text{No - acretantes} \end{cases}$$

Entre las no-acretantes podemos incluir a los púlsares aislados, los remanentes de supernova y los sistemas binarios de estrellas tempranas con vientos en colisión.

$$\text{Fuentes activas no acretantes galácticas} \left\{ \begin{array}{l} \text{Púlsares} \\ \text{Remanentes de supernovas} \\ \text{Binarias con colisión de vientos} \end{array} \right.$$

Todas estas fuentes son galácticas. Entre las extragalácticas podemos mencionar a los *starbursts*, a los cumulos de galaxias y a las galaxias normales.

$$\text{Fuentes activas no acretantes extragalácticas} \left\{ \begin{array}{l} \text{Galaxias eruptivas (starbursts)} \\ \text{Cúmulos de galaxias} \\ \text{Galaxias normales} \end{array} \right.$$

Las galaxias normales son, por supuesto, fuentes débiles. Emiten, como nuestra Galaxia, radiación difusa que debido a su distancia puede aparecer como emisión discreta en el campo visual de un instrumento. Tal es el caso de la Gran Nube de Magallanes, detectada por EGRET. Como las galaxias normales son fuentes débiles, sólo las más cercanas pueden ser detectadas con la tecnología actual.

Los *starbursts* o galaxias eruptivas, son galaxias con episodios de formación estelar masiva. Están llenos de gas y se espera que en ellos la densidad de rayos cósmicos sea alta. De aquí que puedan ser fuentes de rayos γ significativas. Entre las más cercanas, NGC 253 ha sido detectada por CANGAROO II y M83 y Arp21 probablemente lo sean por GLAST.

Concentrémonos ahora en las fuentes galácticas no-acretantes. Discutiremos brevemente los casos de los púlsares, los remanentes de supernova y las binarias tempranas.

9.2.1. Púlsares

Hemos visto ya que los púlsares generan diferencias de potencial que permiten acelerar partículas hasta altas energías. Si $\vec{\Omega} \cdot \vec{B} < 0$ el campo eléctrico sobre el *polar cap* del pulsar se dirige siempre hacia afuera de la estrella. A diferencia de los leptones, los iones pueden estar firmemente aferrados a la superficie formando una red cristalina. En cambio, los positrones pueden ser libremente acelerados. Estos se mueven a lo largo de las líneas de campo sufriendo pérdidas por radiación de curvatura. Si el factor de Lorentz de los positrones es γ , entonces

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m_e c^2} \left(\frac{c}{R_c} \right)^2 \gamma^4, \quad (9.9)$$

donde

$$R_c \sim 10^{4.9} \left(\frac{R_*}{1 \text{ cm}} \right)^{1/2} \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{1/2}, \quad (9.10)$$

es el radio de curvatura. Esta energía se emite en fotones γ que inician una cascada electromagnética a través de la reacción:



Los e^+ son acelerados a su vez hacia fuera del pulsar, produciendo nuevos fotones γ y más pares e^\pm . Los electrones son acelerados hacia la superficie donde impactan produciendo un calentamiento que resulta en la emisión de rayos X térmicos. La interacción de estos rayos X con los fotones γ producidos por los electrones al moverse hacia el pulsar sobre las líneas de campo da lugar a pares sobre la superficie, de donde salen los positrones originalmente acelerados. La situación puede esquematizarse como se muestra en la Figura 9.1:

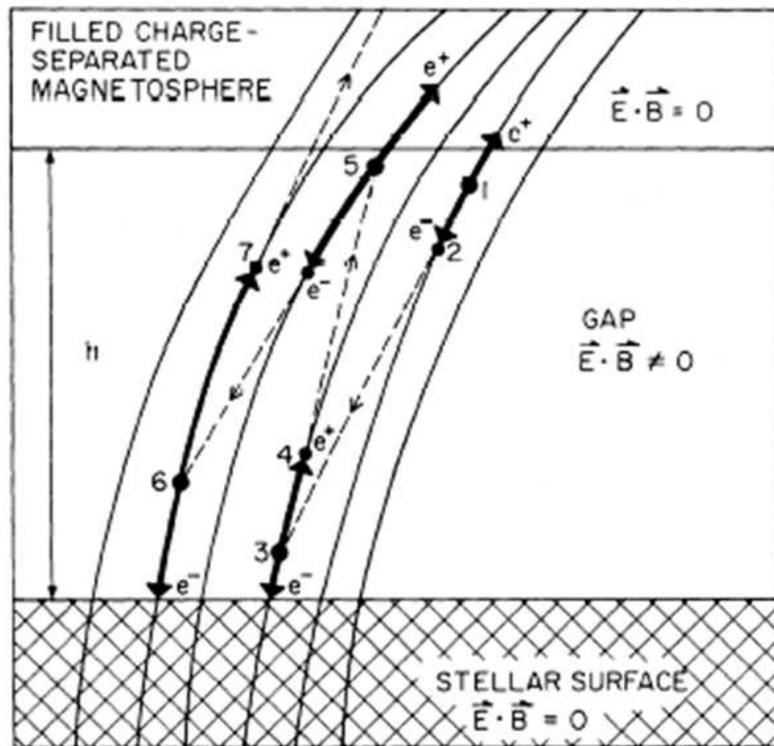


Figura 9.1:

Los rayos γ finalmente se escapan formando un cono con centro en el momento dipolar magnético. Además de esta emisión no isotrópica, puede haber emisión de rayos γ en el viento del pulsar y en la llamada nebulosa sincrotrón, como se muestra en la Figura 9.2 .

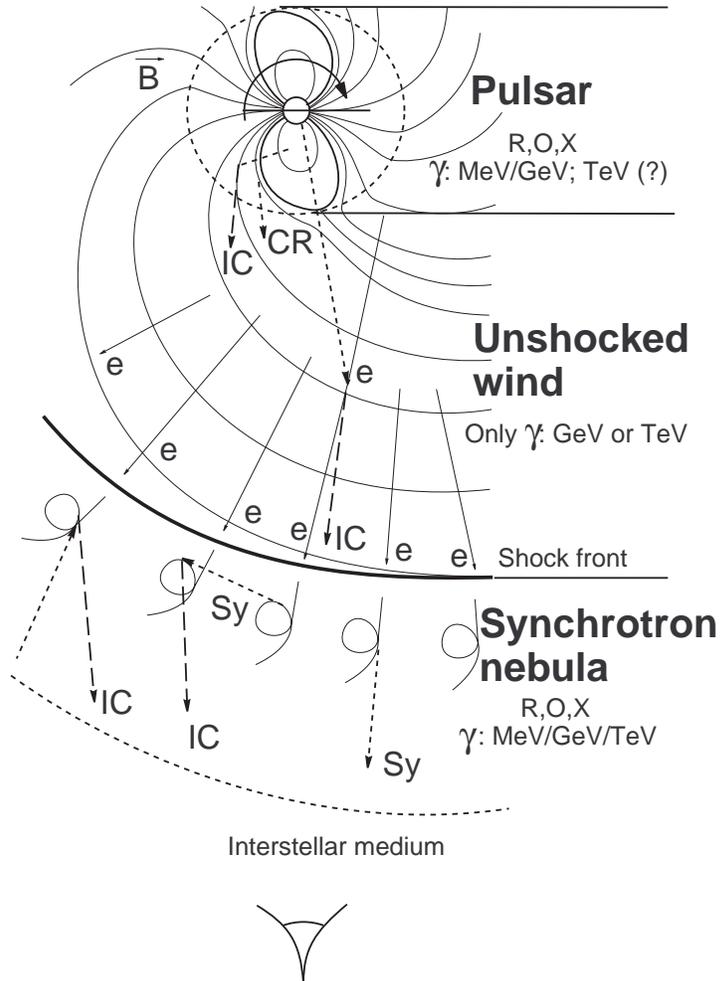
Radiation from a **Pulsar-wind-nebula** complex

Figura 9.2: Existen tres regiones de radiación no-térmica asociadas con la emisión por pérdida de energía rotacional en una estrella de neutrones. La primera región corresponde al pulsar y su magnetósfera, hasta el cilindro de luz. Esta emisión es periódica (pulsada). La segunda región corresponde al viento del pulsar, cuya emisión es debida principalmente a dispersiones Compton inverso de los e^- relativistas. Por último la nebulosa sincrotrón, donde las partículas son re-aceleradas en el choque entre el viento y el medio interestelar. (Aharonian & Bogovalov, 2003)

Como el pulsar esta en rotación, si Ω no es paralelo a $\vec{\mu}$ en el sistema del observador, la emisión aparece pulsada. El período de pulsación es igual al período de rotación P .

La avalancha electromagnética produce un aumento del número de pares, que son eyectados a lo largo de las líneas de campo abierto formando el viento del pulsar. Una parte

significativa de la energía, sin embargo, escapa en forma de rayos γ .

El número de pares creados depende de las características del sistema y los parámetros particulares asumidos, pero típicamente la multiplicidad (número de secundarios producidos por cada leptón primario inyectado) es

$$\kappa \sim 10^2 - 10^3. \quad (9.12)$$

El número de pares eyectados es:

$$\dot{N} = \frac{\kappa V}{e} = \frac{\kappa \Omega^2 B_S R_*^3}{eC} \sim 2.7 \times 10^{33} \left(\frac{\kappa}{10^3} \right) \left(\frac{B_S}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (9.13)$$

y por tanto la luminosidad total es:

$$L_{\text{total}} \sim 2.7 \times 10^{33} \gamma \left(\frac{m_e c^2}{\text{erg}} \right) \left(\frac{\kappa}{10^3} \right) \left(\frac{B_S}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-2} \text{ erg s}^{-1}. \quad (9.14)$$

Para $\gamma \sim 1000$, $\kappa \sim 10^3$, $B_S \sim 10^{12} \text{ G}$ y $P \sim 0.1 \text{ s}$ tenemos

$$L_{\text{total}} \sim 10^{32} \text{ erg s}^{-1}. \quad (9.15)$$

Para hallar la fracción de esta luminosidad que se va en rayos γ , consideramos:

$$\gamma_0 = \frac{e \Delta V}{m_e c^2}. \quad (9.16)$$

Luego, la dependencia de γ con la distancia al centro de la estrella será (integrando la ecuación diferencial para $\dot{\gamma}$):

$$\gamma(r) = \gamma_0 \left[1 + \frac{9 e^2 \Omega \gamma_0^3}{8 m_e c^3} \ln \left(\frac{r}{R_*} \right) \right]^{-1/3}. \quad (9.17)$$

Como las partículas escapan más allá del cilindro de luz:

$$\gamma_{\text{final}} = \gamma(R_{\text{cl}}), \quad \text{con } R_{\text{cl}} = \frac{c}{\Omega}. \quad (9.18)$$

Luego, la luminosidad en rayos γ será:

$$L_\gamma \sim \frac{\gamma_0 - \gamma_{\text{final}}}{\gamma_0} L_{\text{total}}. \quad (9.19)$$

Nombre	P (s)	τ (Ky)	\dot{E} (erg/s)	F_E (erg/cm ² s)	d (kpc)	L_{HE} (erg/s)	η (E>1 eV)
Crab	0.033	1.3	4.5×10^{38}	1.3×10^{-8}	2.0	5.0×10^{35}	0.001
B1509-58	0.150	1.5	1.8×10^{37}	8.8×10^{-10}	4.4	1.6×10^{35}	0.009
Vela	0.089	11	7.0×10^{36}	9.9×10^{-9}	0.3	8.6×10^{33}	0.001
B1706-44	0.102	17	3.4×10^{36}	1.3×10^{-9}	2.3	6.6×10^{34}	0.019
B1951+32	0.040	110	3.7×10^{36}	4.3×10^{-10}	2.5	2.5×10^{34}	0.007
Geminga	0.237	340	3.3×10^{34}	3.9×10^{-9}	0.16	9.6×10^{32}	0.029
B1055-52	0.197	530	3.0×10^{34}	2.9×10^{-10}	0.72	1.4×10^{33}	0.048
B1046-58	0.124	20	2.0×10^{36}	3.7×10^{-10}	2.7	2.6×10^{34}	0.013
B0656+14	0.385	100	4.0×10^{34}	1.6×10^{-10}	0.3	1.3×10^{32}	0.003
J0218+4232	0.002	460,000	2.5×10^{35}	9.1×10^{-11}	2.7	6.4×10^{33}	0.026

Tabla 9.1: Resumen de las propiedades de algunos candidatos a púlsares de rayos γ .

Esto da del orden de 10^{31} erg s⁻¹ para púlsares con $P \sim 0.1$ s. Debido a la dependencia con P^{-2} , púlsares más rápidos pueden ser significativamente más luminosos.

Modelos más complejos implican gaps electrostáticos en regiones cercanas al cilindro de luz. Son los modelos de *outer gap*.

Los diferentes telescopios del satélite Compton han identificado 7 púlsares que emiten en rayos γ , y hay varios candidatos más. En la Tabla 9.1 se dan las principales características de estos objetos. En dicha tabla, η es la eficiencia en la producción de rayos γ (L_γ/\dot{E}), τ la edad del pulsar, d su distancia, F_E el flujo de energía medido en la Tierra y L_{HE} la luminosidad a altas energías.

En la Tabla 9.1 vemos que los períodos están comprendidos entre 0.033 segundos (Crab) y 0.237 segundos (Geminga). Las luminosidades en rayos γ pueden llegar, como en el caso de Crab, a 5×10^{35} erg s⁻¹.

En la Figura 9.3 mostramos los pulsos de la emisión, a diferentes longitudes de onda. Como puede verse, en rayos γ es común una estructura doble del pulso que puede deberse a un efecto de apantallamiento de la radiación dentro del cono de emisión en el *polar cap* o a efectos asociados a la presencia de un gap exterior.

El pulsar Geminga fue descubierto primero como una fuente de rayos γ no identificada y muy luego se hallaron pulsos en su emisión.

La existencia de estas pulsaciones indica que la fuente es un objeto compacto en rotación. Sobre escalas de tiempo largas, sin embargo, los púlsares no parecen ser variables. Por ello se los suele usar como población de comparación para estudiar la variabilidad de otras fuentes de rayos γ .

Los espectros de los púlsares de rayos γ muestran diferentes contribuciones: emisión no-térmica de origen coherente en radio, emisión de rayos X térmica, proveniente de la

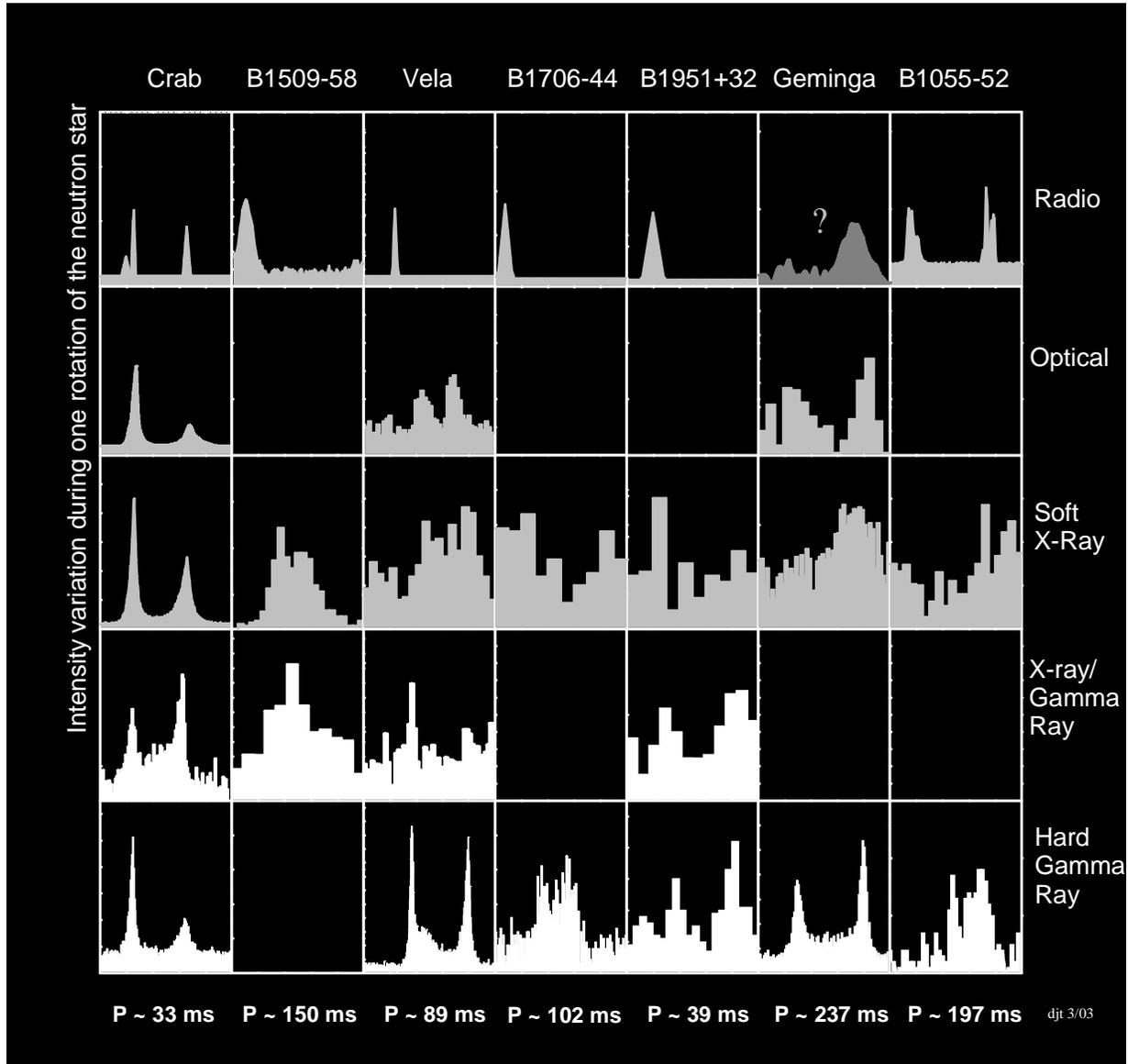


Figura 9.3: Curvas de luz de púlsares en distintas bandas de observación.

superficie, y emisión no-térmica incoherente en rayos γ . La mayor parte de la luminosidad es producida en rayos γ .

9.2.2. Remanentes de supernovas

Como hemos visto, los remanentes de supernova pueden acelerar partículas cargadas hasta velocidades relativistas por medio del mecanismo de Fermi. Se trata de un proceso de aceleración difusivo que lleva a una ley de potencia en la distribución de las partículas:

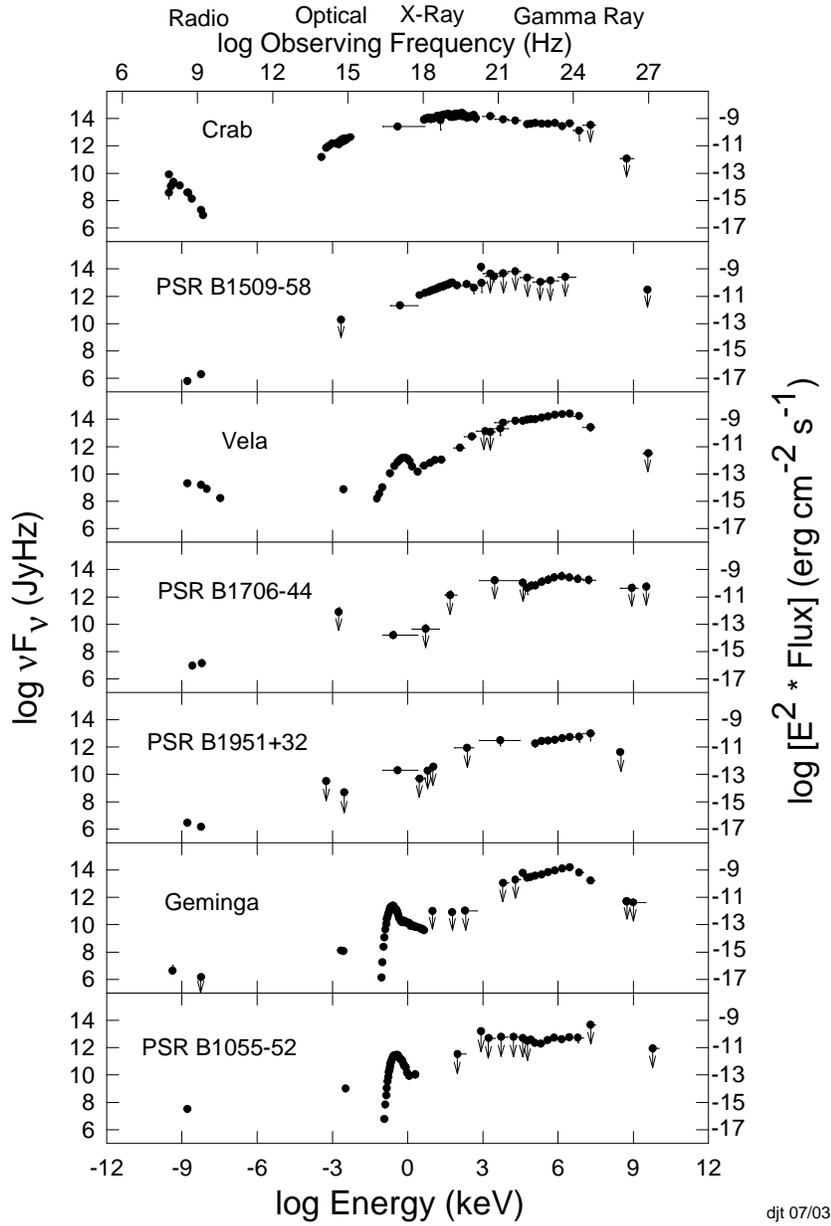


Figura 9.4: Distribución espectral de la emisión de algunos pulsares

$$n(E)dE = KE^{-\Gamma}dE \quad [\text{cm}^{-3}]. \quad (9.20)$$

El flujo isotrópico de estas partículas es:

$$I(E) = \frac{c n(E)}{4\pi} \quad [\text{cm}^{-2} \text{ erg}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}]. \quad (9.21)$$

Estas partículas, ya sean electrones o protones, pueden interaccionar con el material barrido por la explosión de supernova produciendo rayos γ .

Consideremos un remanente de unos 10 pc de radio que se expande en un medio que originalmente tenía una densidad $n = 0.1 \text{ cm}^{-3}$. El material desplazado por la onda de choque será:

$$\begin{aligned} N &= \frac{4}{3}\pi R^3 n \sim \frac{4}{3}\pi (3 \times 10^{19})^3 \text{ cm}^3 0.1 \text{ cm}^{-3} \\ &\sim 10^{59} \quad \text{partículas.} \end{aligned} \quad (9.22)$$

Si se trata de un medio formado por H:

$$\begin{aligned} M &\sim m_p N \sim 1.67 \times 10^{-24} \text{ g } 10^{59} \sim 2 \times 10^{35} \text{ g} \\ &\sim 100 M_\odot. \end{aligned} \quad (9.23)$$

Si el remanente está a una distancia d :

$$F_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}(E > 100 \text{ MeV}) \sim 10^{-10} \left(\frac{M}{100 M_\odot} \right) \left(\frac{d}{\text{Kpc}} \right) \kappa_S \quad \text{ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (9.24)$$

Vemos que para un remanente a 2 Kpc necesitamos $\kappa_S > 200$ a fin de que sea detectable por un instrumento como EGRET. Si el remanente, por el contrario, se encuentra en un medio denso ($n > 1 \text{ cm}^{-3}$), está en interacción con alguna nube molecular o es muy cercano, puede ser detectable. Un ejemplo de remanente con emisión γ de posible origen hadrónico es RX J1713-39, detectado por EGRET, CANGAROO III y HESS.

En remanentes no muy fuertes en radio (emisión producida por la radiación sincrotrón de leptones relativistas), se espera en general que la emisión de origen hadrónico domine sobre el Bremsstrahlung relativista. Por otro lado, en remanentes jóvenes, con alta densidad de rayos cósmicos que se expanden en un medio no muy denso la interacción Compton inversa con fotones de 2.7 K puede ser dominante. Este parece ser el caso de SN 1006.

En el siguiente esquema ilustramos los diferentes mecanismos y regiones de emisión de un remanente que se encuentra interaccionando con una nube molecular.

Hay 22 fuentes γ en el tercer catálogo EGRET que coinciden posicionalmente con remanentes de supernovas conocidos. La significancia estadística de este resultado es de 5.7σ , lo que sugiere que no todas esas coincidencias son fruto del azar.

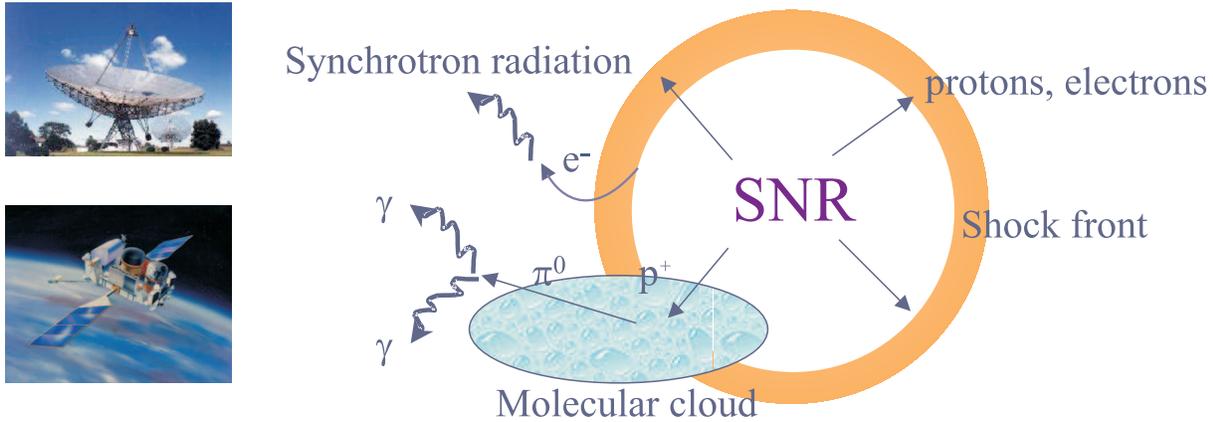


Figura 9.5: El remanente de supernova puede alcanzar una nube molecular cercana y fotones γ pueden producirse via interacciones pp entre los p acelerados en el remanente y el material de la nube.

9.2.3. Binarias de estrellas tempranas

Estos sistemas están formados por estrellas tempranas como ser Wolf-Rayet o estrellas O, las cuales tienen fuertes vientos. Los vientos colisionan formando una onda de choque que puede acelerar partículas hasta velocidades relativistas. Los electrones se enfrían entonces a través de radiación sincrotrón en radio (puede llegar hasta el IR o el óptico), que es detectada en muchos casos. Como las estrellas emiten mucha radiación electromagnética (con un pico en el UV) los electrones se enfrían también por interacciones Compton inverso. Estos últimos fotones caen en el rango X- γ . Los protones acelerados en la onda de choque también pueden producir rayos γ por decaimiento de π^0 si logran difundirse hasta la base del viento. La situación general es ilustrada a continuación para un sistema WR + O.

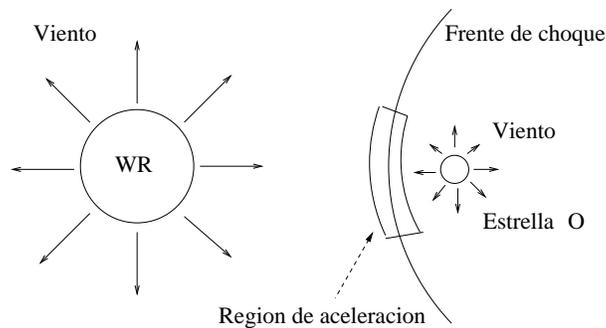


Figura 9.6: Sistema binario de dos estrellas de gran masa. En el frente de choque se reacceleran partículas y se produce la colisión de los vientos estelares.

Un ejemplo de binaria con colisión de vientos, emisión no-térmica en radio y posible

emision γ es CygnOB2 5.

Trataremos ahora de **fuentes activas acretantes**. Veremos primero el caso de los núcleos galácticos activos, que fueron las primeras fuentes extragalácticas de rayos γ en ser identificadas. La primera fuente de esta clase fue el quasar 3C273, detectado por el satélite Cos B en los años 1970.

9.2.4. Núcleos galácticos activos (AGNs)

Los núcleos galácticos activos presentan emisión electromagnética a lo largo de todo el espectro, desde radio hasta, en muchos casos, rayos γ . Las distancias determinadas a través del corrimiento cosmológico al rojo de sus líneas espectrales y los flujos observados permiten inferir luminosidades gigantescas ($\geq 10^{44}$ erg s $^{-1}$). Al mismo tiempo suelen presentar variabilidad muy rápida lo cual implica que la región de emisión es extremadamente compacta. Resulta natural entonces suponer que la acreción de materia sobre un objeto compacto (por ejemplo, un agujero negro supermasivo con $M \sim 10^7-10^9 M_\odot$) es responsable de la emisión.

Para que la acreción esférica de un gas sobre un objeto se mantenga, la fuerza de la gravedad debe sobrepasar a la fuerza ejercida por la presión de radiación.

Consideremos un gas de protones:

$$|\vec{F}_{\text{rad}}| \leq |\vec{F}_{\text{grav}}| \quad (9.25)$$

$$\frac{\sigma_T L}{4\pi c r^2} \leq \frac{GMm_p}{r^2}, \quad (9.26)$$

donde M es la masa del objeto compacto y L su luminosidad.

Luego,

$$L \leq \frac{4\pi G c m_p}{\sigma_T} M. \quad (9.27)$$

La luminosidad a la cual la acreción se detiene se denomina **luminosidad de Eddington**:

$$\begin{aligned} L_E &= \frac{4\pi G c m_p}{\sigma_T} M \\ L_E &\simeq 1.3 \times 10^{46} \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right) \text{ erg s}^{-1}. \end{aligned} \quad (9.28)$$

Asociada a esta luminosidad hay una tasa de acreción de Eddington:

$$\dot{M} = \frac{L_E}{c^2} \sim 0.23 \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right) M_\odot \text{ yr}^{-1}. \quad (9.29)$$

Ahora bien, algunos AGNs parecen presentar luminosidades mayores que la de Eddington. Esto se interpreta como un indicio de la anisotropía de la emisión. De hecho, observaciones con interferómetros de radio muestran que la emisión no-térmica forma **jets** o “chorros” que emanan de la fuente central.

La energía potencial de una masa m a una distancia r de la masa central M es:

$$U = \frac{GMm}{r}. \quad (9.30)$$

La tasa a la cual la energía potencial de la materia acretante es convertida en radiación es:

$$L \approx \frac{dU}{dt} = \frac{GM}{r} \frac{dm}{dt} = \frac{GM\dot{M}}{r}, \quad (9.31)$$

donde \dot{M} es la tasa de acreción sobre el objeto compacto.

El radio de Schwarzschild de un agujero negro de masa M es:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \sim 3 \times 10^{13} \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right) \text{ cm}. \quad (9.32)$$

El radio de Schwarzschild indica la posición de la superficie que separa el interior del agujero negro del resto del Universo. La última órbita estable alrededor del agujero está a $3R_S$, por tanto la energía liberada por la materia acretante es:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{3R_S} = \frac{GM\dot{M}}{6GM/c^2} \sim \frac{1}{6} \dot{M} c^2. \quad (9.33)$$

La eficiencia del proceso, por tanto, es mucho mayor que la de procesos termonucleares. De hecho, la eficiencia radiativa real es un poco menor ya que por el teorema virial, la mitad de la energía va a calentar el gas, y la otra mitad es radiada. Luego

$$L \sim 0.1 \dot{M} c^2. \quad (9.34)$$

La energía radiada se emite según la ley de Wien:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{2r} = 2\pi r^2 \sigma T^4, \quad (9.35)$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Luego,

$$T(r) = \left(\frac{GM\dot{M}}{4\pi\sigma r^3} \right)^{1/4} \quad (9.36)$$

Si la materia tiene momento angular formará un disco alrededor del objeto compacto. En este caso es posible demostrar que:

$$T(r) = \left\{ \frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/4} \quad (9.37)$$

donde R_{in} es el borde interno del disco de acreción.

A cada r el disco radía como un cuerpo negro:

$$B_\nu(T) \propto \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/\kappa T) - 1}. \quad (9.38)$$

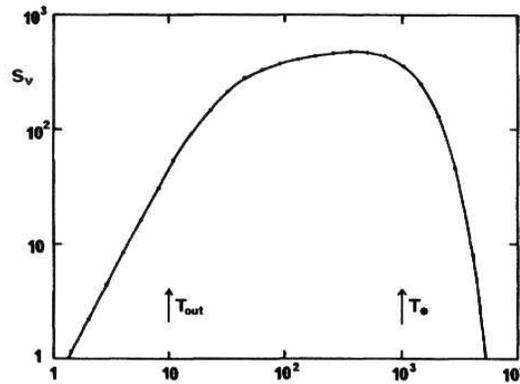


Figura 9.7: Espectro típico del disco de acreción delgado, en función de la frecuencia.

El espectro total se obtiene integrando sobre todo el disco:

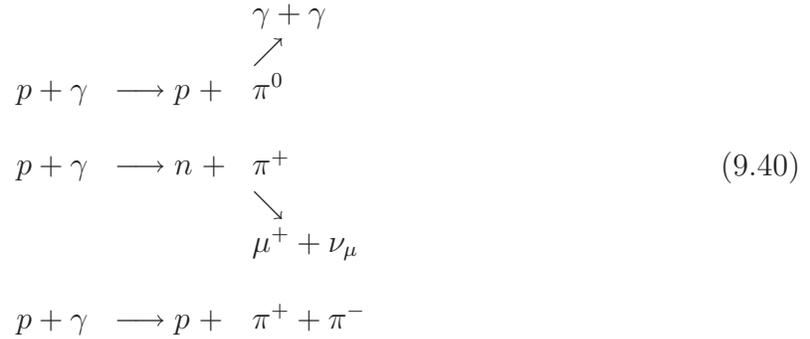
$$I(\nu) \propto \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} B_\nu(T(r)) r dr. \quad (9.39)$$

No podemos entrar ahora en detalles de la emisión de los discos de acreción y los diferentes modelos existentes. Basta decir que estos modelos permiten reproducir de forma razonable la emisión térmica (desde el óptico a los rayos X suaves) que presentan los AGNs.

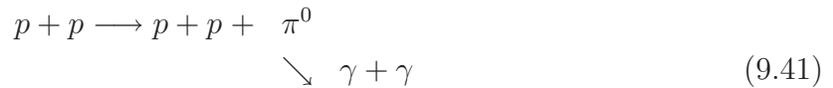
A energías más altas la emisión puede tener una componente debida a Comptonización térmica pasando luego a ser no-térmica y dominada por los jets.

El mecanismo de producción de los jets no está claramente establecido. Es muy probable que los campos magnéticos asociados al disco de acreción jueguen un papel importante en el lanzamiento y la colimación del plasma relativista. El fluido puede comenzar como un plasma térmico que se mueve a velocidades relativistas macroscópicas. Ondas de choque pueden entonces transformar la energía cinética macroscópica en energía de las partículas, que al volverse relativistas se enfrían por radiación sincrotrón e interacciones Compton inverso. Los fotones "semilla" para estas últimas interacciones pueden ser los propios fotones sincrotrónicos, o fotones de fuentes externas como pueden ser el disco o radiación reprocessada en nubes que orbitan cerca del objeto compacto. Las nubes mas cercanas se encuentran en la llamada **región de líneas anchas** (BLR: BROAD LINE REGION). Se trata de nubes que se mueven a velocidades $\sim 5000 \text{ km s}^{-1}$ en el campo gravitacional del objeto compacto. Mas lejos hay una **región de líneas angostas** (NLR: NARROW LINE REGION), mas lentas.

Si el jet tiene contenido hadrónico, rayos γ se pueden producir por reacciones del tipo



donde los fotones para la reacción original pueden venir de una **corona** formada por un plasma muy caliente ($T \sim 10^9 \text{ K}$) alrededor de la fuente central. Este plasma, que probablemente es calentado por procesos de reconexión magnética, se enfría por Comptonización de los fotones más fríos del disco produciendo rayos X que pueden interaccionar con protones relativistas para producir piones. El decaimiento de estos piones lleva a rayos γ y a cascadas electromagnéticas. También es posible que un haz de protones interaccione con una nube molecular y se produzcan rayos γ a través de reacciones :



El contenido de materia de los jets de los AGNs, sin embargo, no está claramente establecido. Podría tratarse de un fluido formado por e^- y e^+ relativistas, por e^\pm relativistas y e^- y p fríos, o por una mezcla de estas posibilidades.

En la Figura 9.8 mostramos los elementos básicos de un AGN.

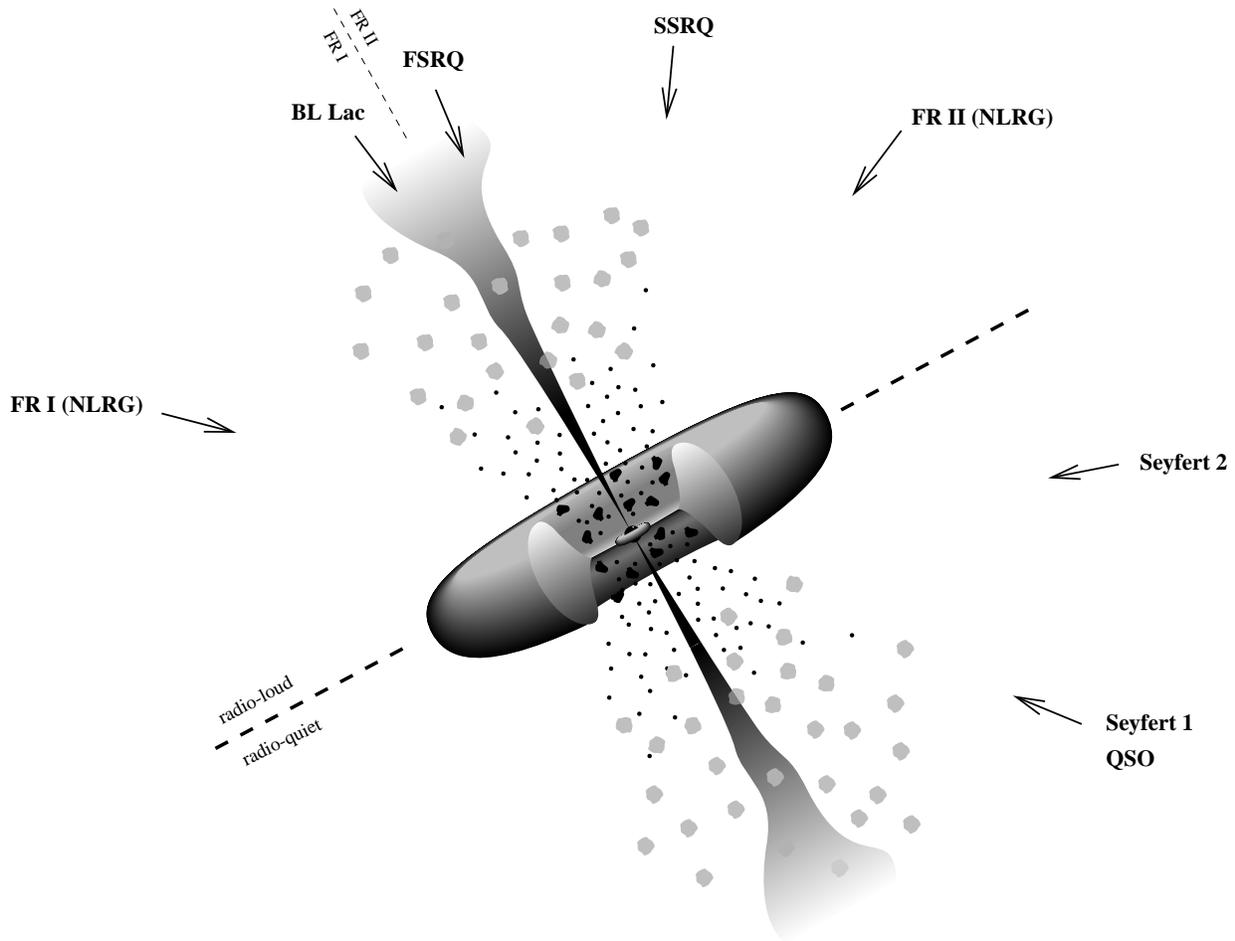


Figura 9.8: Modelo estándar de AGNs. En la figura se señalan las distintas fenomenologías (distintos ángulos) que se observan, de acuerdo al modelo de Unificación

9.2.5. Microcuasares (Mqs)

Los llamados **microcuasares** fueron descubiertos en la década de 1990. Se trata de sistemas binarios formados por una estrella y un objeto compacto (agujero negro o estrella de neutrones). Si la estrella es de la secuencia principal de baja masa, hablamos de **Mqs de baja masa**. Si la compañera es una estrella temprana de gran masa, se habla de **Mq de alta masa**.

Las características definitorias de estos sistemas son que la materia de la estrella se acreta sobre el objeto compacto formando un disco de acreción que emite en rayos X y que sobre el eje de rotación del sistema se forman y coliman jets relativistas que pueden ser detectados en radio debido a su emisión sincrotrónica. Vemos entonces, que en su morfología general los Mqs parecen ser versiones a escala reducida de los cuasares extragalácticos.

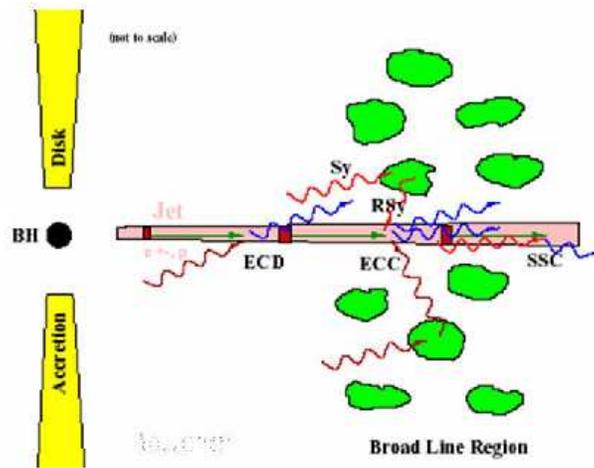


Figura 9.9: Diagrama (fuera de escala) de la región central de una AGN

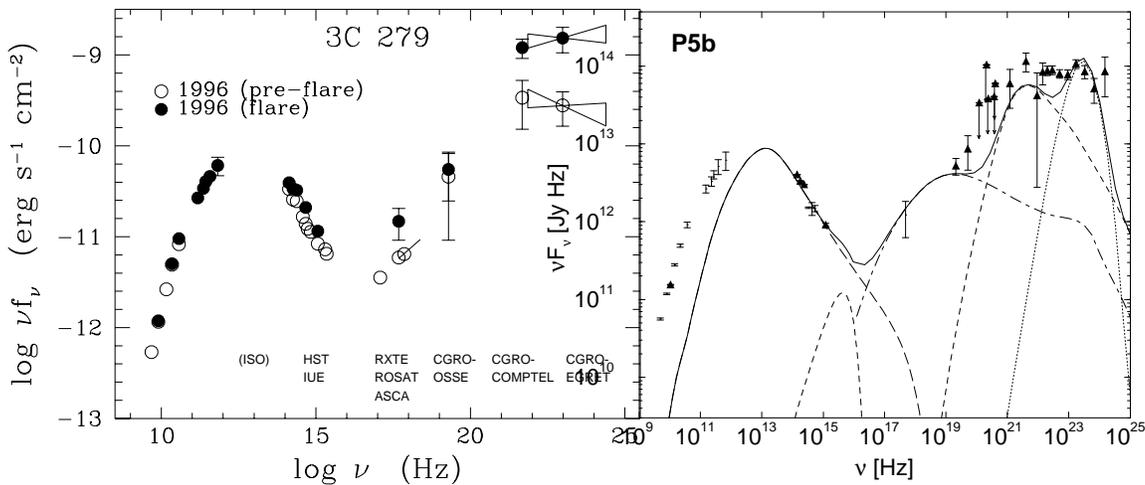


Figura 9.10: Espectro, observado y teórico, del blazar 3C 279

Los Mqs presentan distintos estados espectrales. Los dos estados más característicos que pueden observarse en la mayoría de las fuentes son:

1. El estado dominado "termicamente", conocido como **estado *soft-high***

Se caracteriza porque la distribución espectral de energía tiene un claro pico a energías de ~ 1 KeV. Esta emisión se interpreta como originada en el disco de acreción y puede aproximarse por un cuerpo negro con temperaturas tales que $\kappa T \sim 1$ KeV. En este estado, además, se observa una contribución débil en forma de ley de potencia con un espectro muy **blando** (índice espectral $n_{\text{ph}} \propto E^\Gamma$ con $\Gamma < 2$). Esta componente se

crea originada en una corona de plasma caliente alrededor del objeto compacto (ver la Figura 9.11).

En este estado NO se observan jets. La situación parece dominada por el disco de acreción, que se extiende hasta la última órbita estable.

2. El estado dominado por la emisión no-térmica, conocido como **estado *low-hard***.

Se caracteriza por una distribución espectral de energías en la cual la componente térmica está disminuida y corrida hacia energías más bajas. Hay ahora una fuerte contribución en forma de ley de potencia con un espectro mucho más duro ($\Gamma < 1.6$), como se muestra en la Figura 9.11.

En este estado se observa un jet, que emite radiación sincrotrón. Esta emisión quizás contribuya a la emisión observada en rayos X duros. También es posible que a estas energías haya una contribución Compton inverso ($E \sim 100$ KeV). El disco de acreción, en esta configuración, parece estar truncado a una cierta distancia del objeto compacto y el papel de la corona ahora es más importante.

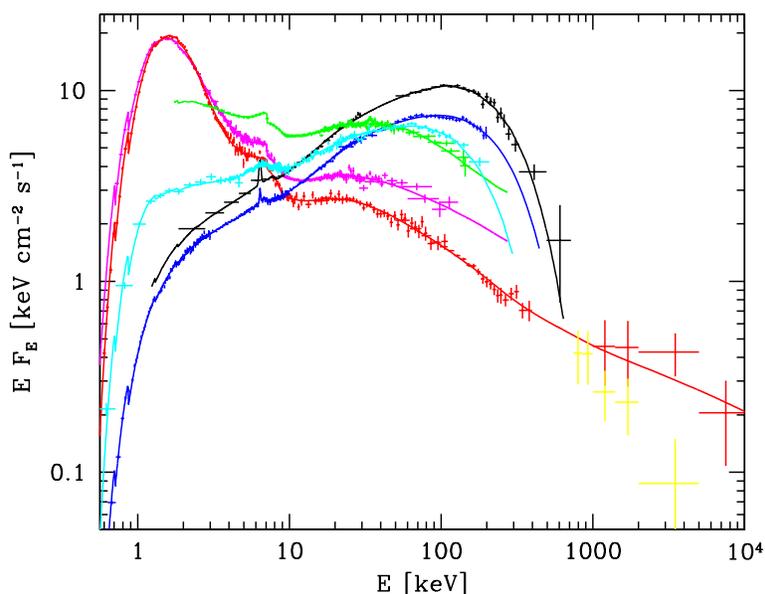


Figura 9.11: Espectros representativos de los estados *soft-high* y *low-hard*

Los Mqs permanecen la mayor parte del tiempo en el estado *low-hard*. El cambio al estado *high-soft* suele ser rápido y va acompañado de la eyección de componentes o plasmones relativistas cuyas velocidades inferidas son mayores de lo que se espera sea la velocidad macroscópica del jet en el estado *low-hard*. El movimiento de estas componentes, cuando es proyectado en el plano del ciclo, puede aparecer como **supralumínico**, debido al efecto de aberración relativista.

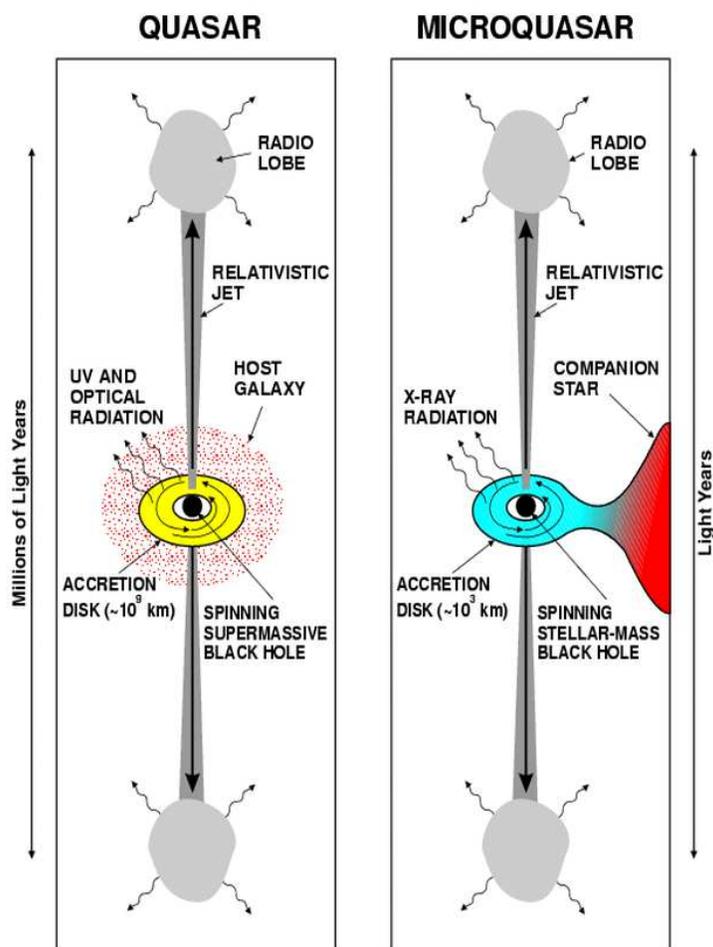


Figura 9.12: Similitudes, a diferentes escalas, entre un quasar y un microcuasar (Mirabel & Rodríguez 1998)

Consideremos un poco mas en detalle como es posible el movimiento aparente mayor que la velocidad de la luz.

Consideremos una fuente que en t_1 esta en B. Su emisión es detectada por un observador en A en un instante posterior t'_1 . La fuente se mueve de B a B' en un tiempo δt . La distancia entre B y B' es $v\delta t$ y la dirección del movimiento forma un ángulo θ con la visual (ver Figura 9.14).

La distancia \bar{AB} es $d + v\delta t \cos(\theta)$. Si θ es pequeño, entonces $\bar{AB}' \simeq d$. La separación angular entre B y B' es:

$$\Delta\varphi \sim \frac{v\delta t \sin \theta}{d}, \quad (9.42)$$

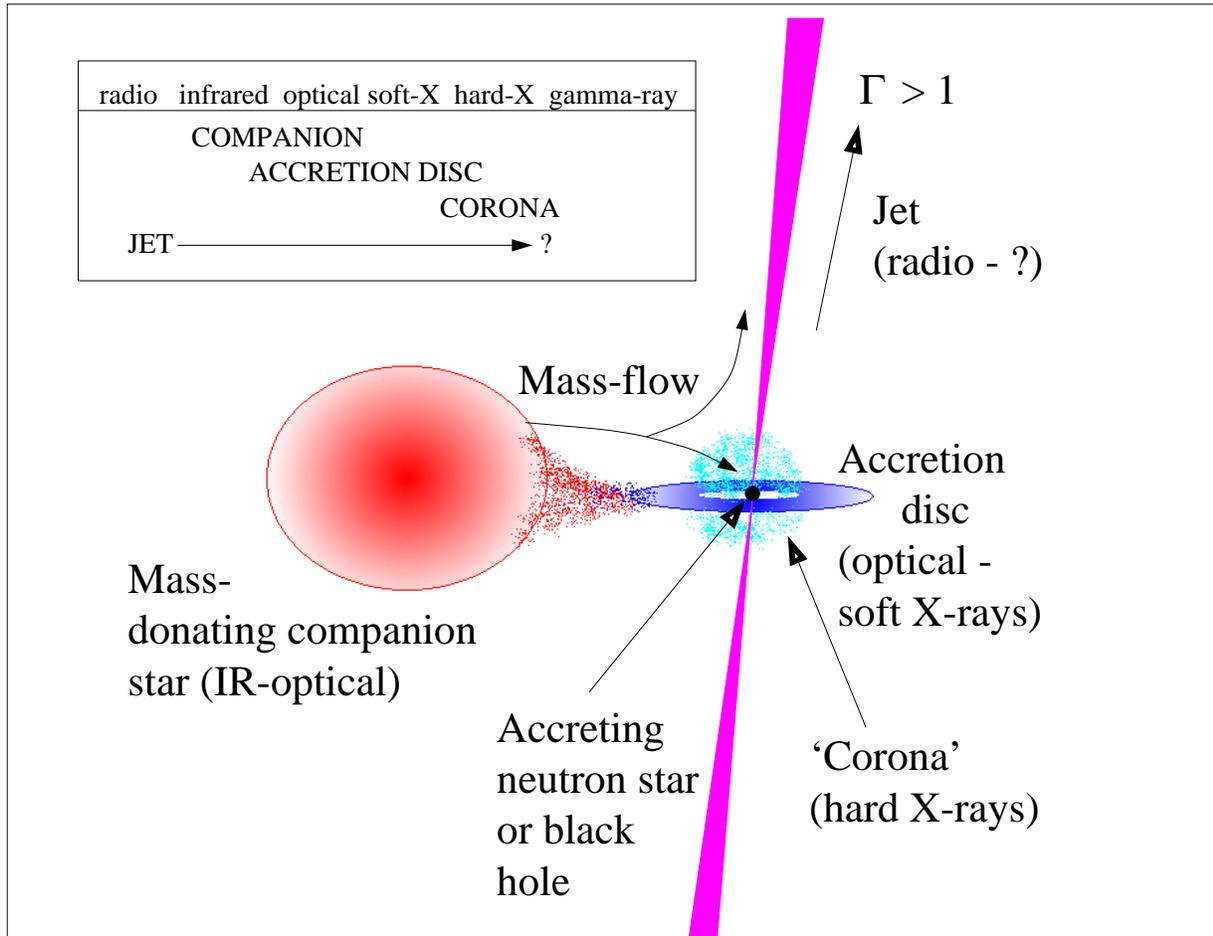


Figura 9.13: Diagrama de las distintas componentes de un microcuasar. El sistema binario esta formado por un objeto compacto (agujero negro o estrella de neutrones) que acreta material a través de la estrella compañera, formando un disco de acreción y una corona. La energía potencial de acreción es convertida en energía radiativa y mecánica del jet, el cual emite radiación desde las frecuencias de radio hasta los rayos gamma (Fender & Maccarone 2004).

y los instantes t'_1 y t'_2 son

$$\begin{aligned}
 t'_1 &= t_1 + \frac{d + v\delta t \cos \theta}{c} \\
 t'_2 &= t_2 + \frac{d}{c}.
 \end{aligned}
 \tag{9.43}$$

El intervalo entre las observaciones es:

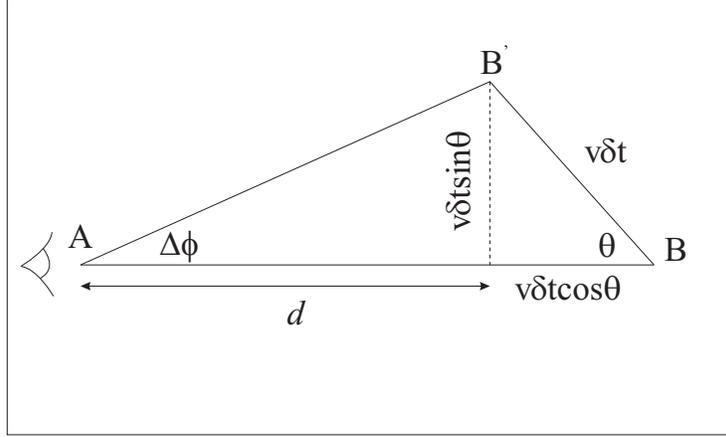


Figura 9.14: Movimiento supralumínico.

$$\begin{aligned}\Delta t &= t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1 - \frac{v\delta t \cos(\theta)}{c} \\ &= \delta t(1 - \beta \cos \theta),\end{aligned}\tag{9.44}$$

donde $\beta = v/c$.

Luego, la velocidad transversal inferida por el observador es:

$$\beta_T = \frac{v_T}{c} = \frac{d \Delta\phi}{c \Delta t} = \frac{v \sin(\theta)}{c(1 - \beta \cos(\theta))} = \frac{\beta \sin(\theta)}{1 - \beta \cos(\theta)}.\tag{9.45}$$

Notar que $\beta_T \rightarrow \infty$ si θ es pequeño y $v \rightarrow c$.

El resultado es que en el sistema del observador la fuente parece moverse a velocidades superiores a la de la luz. Es un efecto aparente de aberración relativista producido por el hecho de que la fuente se mueve hacia el observador a una velocidad comparable a la de la luz.

En el estado *low-hard* la potencia total del jet, L_j , esta relacionada con la tasa de acreción sobre el objeto compacto:

$$L_j = q_j \dot{M} c^2,\tag{9.46}$$

donde $q_j \sim 0.1-0.01$. Una parte de esta potencia se halla en forma de partículas relativistas, por lo que el jet puede generar rayos γ por medio de interacciones Compton inverso. Los campos de fotones "semilla" para los leptones pueden ser el propio campo sincrotrón, el campo del disco, la corona o la estrella compañera (esta última, un ingrediente importante que no está presente en el caso de los AGNs).

Si el jet posee hadrones relativistas, entonces interacciones con protones del viento de la estrella compañera pueden dar lugar a rayos γ en el caso de Mqs de alta masa.

Debido a que presentan órbitas excéntricas y cambios de estado, los Mqs deberían ser fuentes de rayos γ variables. La precesión del jet también puede jugar un papel importante en la generación de la variabilidad, cambiando el ángulo de la emisión con la línea de la visual.

Al presente, hay 2 Mqs que son emisores de rayos γ en el rango $E \sim 100 \text{ MeV} - 10 \text{ GeV}$: LS 5039 y LSI+61303. El primero ha sido detectado a energías de TeV por HESS. El Mq Cygnus X-1 ha sido detectado por otro lado, por COMPTEL en el rango 1-10 MeV. Otros Mqs aún no descubiertos pueden ser las contrapartidas de varias de las fuentes variables de rayos γ detectadas por el instrumento EGRET sobre el plano galáctico y que aún no han sido identificadas.

9.3. Fuentes transitorias de rayos γ

9.3.1. Erupciones de rayos gamma (Gamma-Ray Bursts, GRBs)

Las erupciones de rayos γ son un fenómeno astronómico caracterizado por un rápido incremento de la radiación γ que llega a la Tierra desde el espacio. Este incremento puede ser tal que llegue a superar a toda otra fuente γ del Universo. La duración de este fenómeno es muy corta, usualmente yendo de unos pocos segundos a algunas decenas de ellos. Se han observado GRBs con duraciones extremas del orden del ms y de decenas de minutos. En promedio ocurren entre 1 y 2 GRBs por día.

Los GRBs fueron descubiertos por los satélites militares Vela en 1967 y la información sobre su existencia recién se desclasificó en 1973, cuando estuvo claro que se trataba de un fenómeno natural y no del efecto de pruebas nucleares ilegales en el espacio. Desde entonces se han detectado más de 3000 de estos eventos. Diversas misiones espaciales han llevado a bordo instrumentos dedicados a detectar GRBs. Entre los últimos y más exitosos podemos mencionar a BATSE (en el CGRO) y SWIFT.

A continuación describimos algunas características fenomenológicas de los GRBs.

Características fenomenológicas

Perfiles temporales: La morfología de los perfiles temporales de los GRBs es extremadamente variada. Algunos tienen una estructura sencilla caracterizada por un solo pico, mientras que otros presentan picos múltiples y subestructura al nivel de milisegundo.

Algunos ejemplos se muestran en la Figura 9.15.

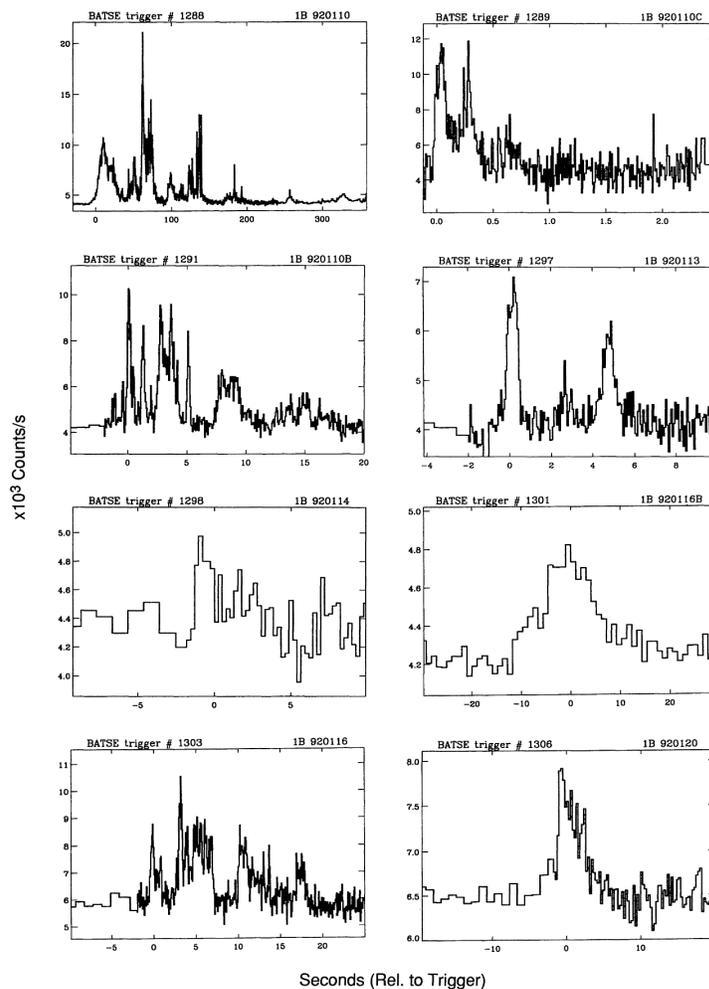


Figura 9.15: Diferentes perfiles temporales de GRBs

La distribución temporal de los GRBs parece ser bimodal, existiendo dos clases bien definidas: GRBs cortos con duración $T < 2$ s y GRBs largos con $T \geq 2$ s. Esta distribución se muestra en la siguiente figura. Se supone que esta dicotomía refleja una diferencia intrínseca en el mecanismo que genera ambas clases de eventos.

Propiedades espectrales

La energía de los fotones que caracterizan a los GRBs está típicamente en el rango que va de algunas decenas de KeV a unos pocos MeV. En algunos casos excepcionales se han observado fotones de hasta 10 GeV. El espectro es claramente no-térmico y puede representarse por:

$$n(E)dE = n_0 \begin{cases} AE^{-\alpha}e^{-(E/E_0)} & E < E_0 \\ BE^\beta & E > E_0 \end{cases} \quad (9.47)$$

con $\alpha \in (\sim 0.1, \sim 1)$, $\beta \in (\sim -2, -3)$ y $E_0 \in (\sim 0.1, \sim 1)$ MeV.

La intensidad itegrada en el tiempo T esta en el rango:

$$F \sim (0.1 - 10) \times 10^{-6} \text{ erg cm}^{-2} \quad (9.48)$$

Distribución espacial: El instrumento BATSE mostró claramente que la distribución de los GRBs es altamente **isotrópica**, lo cual sugiere un origen extragaláctico (ver figura).

La distribución de intensidades, sin embargo, muestra una falta de eventos débiles respecto a lo que se espera de una población homogeneamente distribuída en el espacio. Esto sugiere que hay un limite espacial máximo hasta el cual se producen los GRBs y que estamos observando algunos de esos eventos extremadamente lejanos (ver la Figura 9.16).

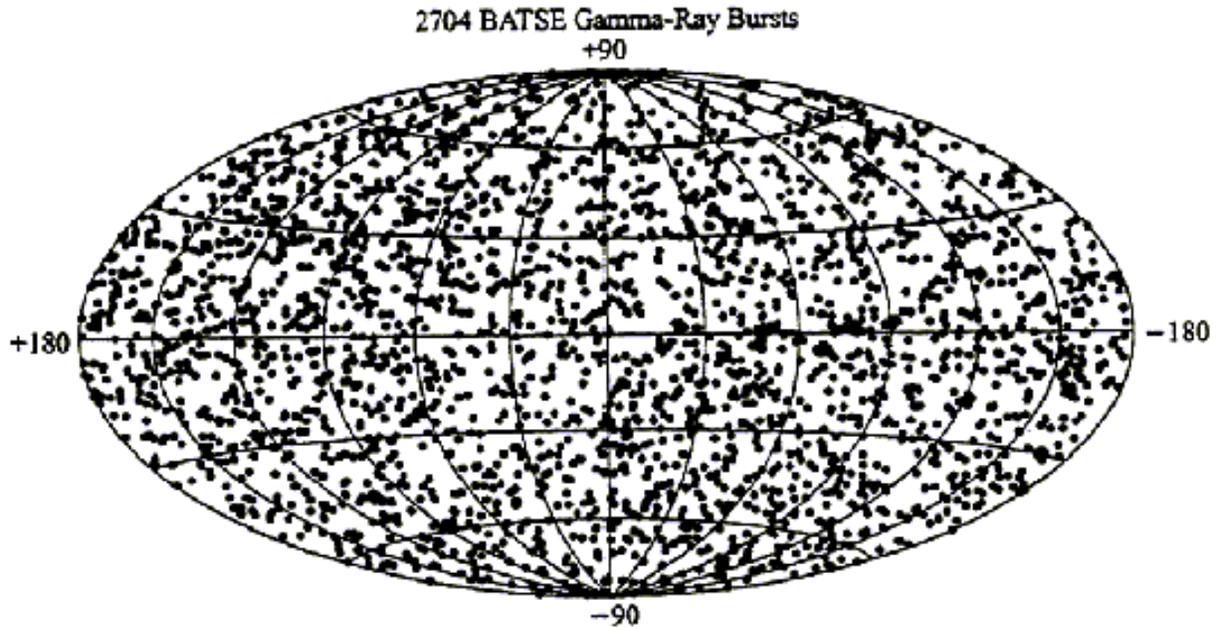


Figura 9.16: Distribución espacial de los GRBs.

Contrapartidas a bajas energías Satélites de rayos X como Beppo SaX han detectado contrapartidas a energías más bajas de ciertos GRBs. Estas también han sido halladas con telescopios ópticos y de radio. Las duraciones de los eventos son mayores a energías más bajas, llegando a unas cuantas semanas y meses en radio.

Las contrapartidas son variables y su intensidad decae como leyes de potencia: $F_\nu \propto t^{-\alpha}$ ($\nu = x$, $\alpha = 1.1 - 1.6$; $\nu = ?$, $\alpha = 1.1 - 2.1$)

Los espectros de las contrapartidas también son leyes de potencia o en algunos casos leyes de potencia quebradas. En las Figuras 9.17 y 9.18 mostramos los espectros de algunas contrapartes.

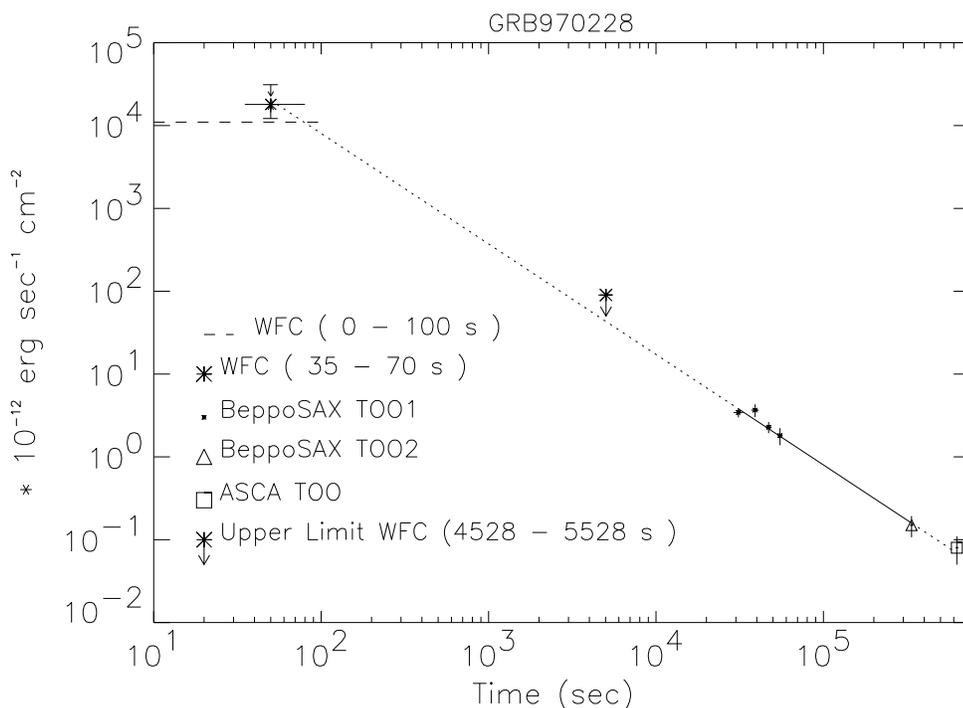


Figura 9.17: Curva de luz de la post-luminiscencia de GRB 970228.

Galaxias anfitrionas Debido a las localizaciones precisas obtenidas primero por Beppo SaX y ahora por SWIFT, ha sido posible determinar el corrimiento al rojo e incluso el tipo de galaxia en las que ocurren los GRBs. Parece existir una tendencia a que los GRBs de larga duración ocurran en galaxias ricas en formación estelar.

Modelos

Modelo fenomenológico básico: la “bola de fuego”. La escala temporal de variabilidad de los GRBs es en general muy corta: $\delta T \sim 1 \text{ ms}$

$$\implies R < \delta T \sim 3 \times 10^2 \text{ km} \quad (9.49)$$

o sea que la fuente inicial debe ser muy compacta.

El objeto más compacto que existe es un agujero negro, para el cual

$$R = \frac{2GM}{c^2} \quad (9.50)$$

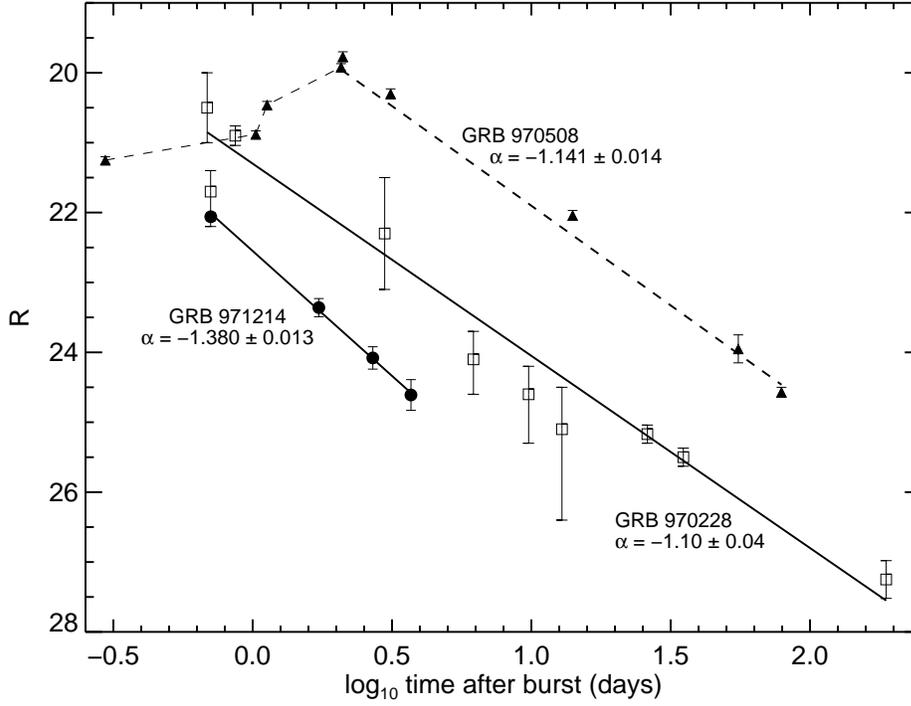


Figura 9.18: Curvas de luz de la post-luminiscencia de los GRBs 970228, 971214 y 970228.

$$\Rightarrow M \geq \frac{c^3 \delta T}{2G} \sim 10^2 M_{\odot} \quad (9.51)$$

Si el objeto *no* es un agujero negro, su masa debe ser aún menor. De aquí vemos que, sea lo que sea, un GRB debe ser un fenómeno de **naturaleza estelar**.

La energía liberada en un GRB es enorme:

$$E_0 = F(4\pi d^2) \equiv 10^{51} \left(\frac{F}{10^{-6} \text{ erg cm}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \text{ erg} \quad (9.52)$$

Si esta cantidad enorme de energía es liberada en una región muy pequeña de volumen

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \sim 10^{23} \text{ cm}^3 \quad (9.53)$$

la fuente será opaca a su propia emisión γ ya que debido a interacciones

$$\gamma + \gamma \longrightarrow e^- + e^+ \quad (9.54)$$

resulta $\tau_{\gamma\gamma} \gg 1$. Específicamente,

$$\tau_{\gamma\gamma} = \frac{f_p \sigma_T F D^2}{R^2 m_e c^2} \equiv 10^{14} f_p \left(\frac{F}{10^{-7} \text{ erg cm}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \left(\frac{\delta T}{10 \text{ ms}} \right)^{-2} \quad (9.55)$$

donde f_p es la fracción de fotones con energías por arriba del umbral de creación de fotones.

Para valores típicos $\tau_{\gamma\gamma} \sim 10^{14}$ la fuente es opaca. Esto presenta *dos* grandes problemas:

1. La radiación debería ser térmica, mientras que la que se observa es no-térmica.
2. Con semejante opacidad no deberían observarse fotones de más de 0.511 MeV, mientras que claramente se observan muchos fotones con $E_{\text{ph}} > 1$ MeV

La solución a este problema consiste en introducir una : **expansión relativista** del plasma emisor.

La enorme presión de la radiación dentro de la fuente hace que esta se expanda relativísticamente con un factor de Lorentz γ . Los fotones observados, pues, están corridos hacia el azul (*blueshifted*) por lo que el factor f_p debe sufrir una expansión relativista (Piran T., 1999).

La opacidad corregida es:

$$\tau_{\gamma\gamma} \equiv \frac{10^{14}}{\gamma^{2+2\alpha}} f_p \left(\frac{F}{10^{-7} \text{ erg cm}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \left(\frac{\delta T}{10 \text{ ms}} \right)^{-2} \quad (9.56)$$

Como $\alpha \sim 2$, para tener $\tau_{\gamma\gamma} < 1$ se debe cumplir que $\gamma \geq 10^2$. Cuando la fuente llega a expandirse a esta velocidad se hace transparente permitiendo que se observe la emisión no-térmica de su interior.

Esta expansión ultrarelativista, a su vez, limita el contenido de materia de la **bola de fuego**. En efecto si $\gamma > 100 \implies M < 10^{-5} M_{\odot}$.

Este es el famoso problema de la **contaminación bariónica** que deben evitar los modelos de GRBs.

En el modelo de “bola de fuego” la energía interna del sistema se transforma en energía cinética de expansión macroscópica.

Cuando la *cáscara* en expansión de la bola de fuego colisiona con el medio interestelar produce una onda de choque. Esta transforma parte de la energía cinética de expansión en energía cinética de las partículas microscópicas, que entonces es radiada por mecanismo sincrotrón o Compton inverso.

Ondas de choque pueden ser también producidas por colisiones entre cáscaras eyectadas con diferentes velocidades. Estos shocks son llamados *internos* y dan lugar a la variada morfología temporal de los GRBs. Los shocks *externos*, producen las contrapartidas en rayos X y frecuencias más bajas.

Colimación

En algunos GRBs para los que se ha medido el corrimiento al rojo, las energías internas inferidas bajo la suposición de emisión isotrópica son tan grandes como 10^{54} erg. Esto es más de $M_{\odot}c^2$ por lo que se supone que la emisión no debe ser isotrópica. Los requerimientos energéticos disminuyen considerablemente si se asume que la emisión está colimada en forma de jets. La colimación, además, ayuda a explicar ciertas peculiaridades de la emisión temporal de las contrapartidas a bajas energías.

Mecanismo central

El mecanismo que produce la liberación de la energía en forma de radiación está oculto por la “bola de fuego”, que es opaca en su estadio inicial.

Se suele suponer que los GRBs cortos son el resultado de fusiones de estrellas de neutrones con agujeros negros en sistemas binarios de período ultracorto, mientras que los GRBs largos podrían ser el resultado de la implosión de estrellas muy masivas.

Este último modelo, llamado **collapsar**, consiste en la formación de un agujero negro en el centro de una estrella masiva. El agujero es rodeado por un disco de acreción ultradenso, produciéndose jets relativistas en el proceso. Las capas exteriores de la estrella podrían ser eyectadas en un evento explosivo. Parece haber abundante evidencia que asocia GRBs con explosiones de supernova.

Implicaciones cosmológicas

A diferencia de lo que sucede con los blazares, el Universo es transparente a los GRBs (debido a que su emisión γ es de baja energía).

Los GRBs pueden dar información importante sobre la formación de las primeras estrellas y (a través de las contrapartes de baja energía) del medio que las rodeaba.

En principio, debido a las restricciones existentes sobre la energía liberada, los GRBs pueden dar información sobre la energía oscura y los parámetros cosmológicos, en un dominio de z donde las supernovas ya no son identificadas.

9.4. Fuentes no identificadas de rayos γ

Al presente, la mayoría de las fuentes de rayos γ con $E_{\gamma} > 100$ MeV detectadas por EGRET no han sido identificadas. Entre las identificaciones hay unos 70 AGNs, 6 púlsares, 1 explosión solar, la Gran Nube de Magallanes y una radio-galaxia. El resto de las fuentes es de origen desconocido (hay 271 fuentes en el último catálogo EGRET).

Estas fuentes no identificadas pueden dividirse en 3 grandes grupos:

1. Fuentes distribuidas isotrópicamente, de un claro origen extragaláctico.
2. Fuentes a latitudes galácticas medias que parecen formar un halo alrededor del centro galáctico. Estas fuentes deben ser de origen galáctico, pero viejas (edades $\sim 10^{8-9}$ años).
3. Fuentes sobre el plano galáctico. Estas están muy bien correlacionadas con trazadores de objetos de Población I, por lo que deben ser jóvenes (edades $\sim 10^{6-7}$ años) y se acumulan en las regiones de formación estelar y en los brazos espirales de la Galaxia. Estas fuentes a su vez se pueden dividir en variables y no variables. Las variables pueden ser objetos compactos como los Mqs, mientras que las otras pueden incluir púlsares, nubes moleculares, remanentes de supernova, etc.

Fuentes no identificadas $\left\{ \begin{array}{l} \text{Isotrópicas : Extragalácticas, variables en su mayoría} \\ \text{Halo : galácticas, fuentes viejas, muy variables} \\ \text{Plano galáctico : galácticas, jóvenes (variables y no variables)} \end{array} \right.$

Capítulo 10

Aspectos cosmológicos

El Universo está lleno de radiación difusa conocida como radiación extragaláctica difusa (RED). La distribución de esta RED es isotrópica, pero en sus inhomogeneidades y en su espectro guarda información sobre la composición y evolución del Universo.

Hay tres posibilidades sobre el origen de la RED: 1) se deba a la superposición de fuentes discretas no resueltas por los instrumentos, 2) es originada por mecanismos difusos que operan a gran escala en el Universo o 3) se debe a una mezcla de ambos casos anteriores.

La multitud de objetos y procesos que pueden manifestarse en la RED sólo puede desentrañarse si se poseen determinaciones precisas de cómo se distribuye la radiación a lo largo del espectro electromagnético.

La emisión difusa en microondas, infrarrojo, óptico y ultravioleta está casi con seguridad dominada por procesos térmicos. La radiación de fondo de microondas es única en el sentido de que tiene un origen cosmológico claro: es la radiación que escapó durante el período de recombinación del Universo, cuando la temperatura cayó, debido a la expansión, a niveles tales que los electrones pudieron ser capturados por los núcleos, cambiando entonces súbitamente la opacidad y haciéndose el Universo transparente a los fotones. Esta radiación, conocida como CMB (por Cosmic Microwave Background) es el más perfecto ejemplo de espectro de cuerpo negro conocido. Corresponde a un cuerpo negro con una temperatura $T = 2.73$ K. La anisotropía que pudiese haber en la emisión de CMB sirve para establecer las fluctuaciones originales de densidad a partir de las cuales se formaron las galaxias.

En los rangos infrarrojo, óptico y ultravioleta la emisión difusa está dominada por radiación térmica debida a galaxias, estrellas individuales y polvo. Las relaciones entre las intensidades de la RED en las distintas bandas guarda relación con los contenidos y la evolución del Universo. Sin embargo, estas componentes son influenciadas más por la evolución de las galaxias que por el modelo cosmológico subyacente, al contrario de lo que pasa con el CMB.

Las longitudes de onda a las cuales la RED tiene contribuciones dominantes no-térmicas son radio, rayos X y rayos γ . Lo que parece dominar la emisión aquí es la contribución de

Longitud de onda	Densidad de energía de la radiación (eV m ⁻³)	Densidad de fotones (m ⁻³)
Radio	$\sim 5 \times 10^{-2}$	$\sim 10^6$
Microondas	3×10^5	5×10^8
Infra-rojo	-	-
Óptico	$\sim 2 \times 10^3$	$\sim 10^3$
Ultravioleta	-	-
Rayos X	75	3×10^{-3}
Rayos γ	8.2	1.3×10^{-6}

Tabla 10.1: Características de los distintos campos radiativos cosmológicos.

diversos tipos de AGNs.

La densidad de energía y de fotones de la RED están dominadas por la contribución del CMB. La Tabla 10.1 muestra nuestro conocimiento actual de estas cantidades para los distintos rangos de longitudes de onda:

En la actualidad nuestro conocimiento de la radiación de fondo infrarroja y ultravioleta es demasiado pobre como para arrojar valores confiables de densidad.

En lo que concierne al fondo difuso gamma, recién con la llegada del satélite Compton y sus instrumentos COMPTEL y EGRET, ha podido ser medido con razonable exactitud. En la Figura 10.1 mostramos este espectro.

El espectro está determinado sólo por debajo de 100 GeV. Su forma puede ser ajustada por:

$$I(E) \propto E^{-2.1 \pm 0.03} \quad (10.1)$$

A energías mayores de 100 GeV los rayos son absorbidos por el fondo infrarrojo. La detección de fuentes discretas de rayos gamma de energías de TeV es siempre de objetos cercanos. De hecho, los cambios de su distribución espectral con el corrimiento al rojo de las detecciones puede utilizarse para imponer restricciones al fondo infrarrojo.

Volviendo a los rayos γ , los objetos discretos que contribuyen a la RED son:

- **Galaxias normales.** Esta contribución es difícil de establecer ya que no se conoce la función de luminosidad de las galaxias normales. Su emisividad a estas energías depende de su contenido de polvo y gas, así como de la población de rayos cósmicos que haya en ellas.
- **AGNs.** Estos son probablemente la contribución dominante. Como los principales AGNs que emiten en γ son fuentes intensas en radio, debería de haber correlación entre los fondos difusos a ambas bandas. Sin embargo, aún no es posible cuantificar

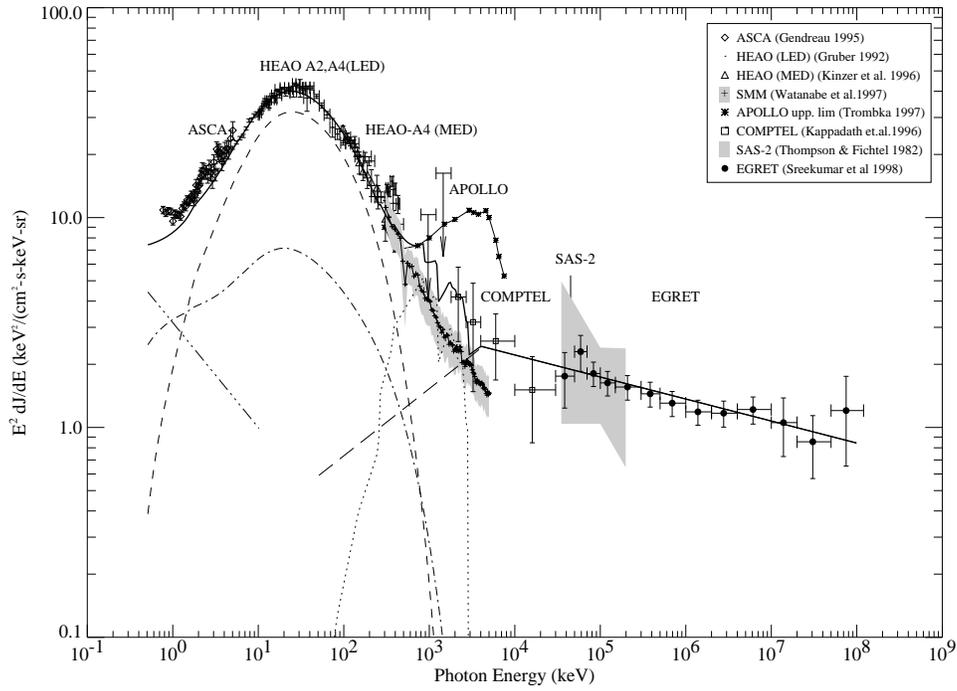


Figura 10.1: Espectro multifrecuencia (desde rayos X hasta rayos γ) de la emisión difusa extragaláctica (Sreekumar et al. 1997).

la contribución de AGNs radio-silenciosos y débiles. El espectro promedio en rayos γ de los AGNs detectados es:

$$I(E) \propto E^{-2.13 \pm 0.31} \quad (10.2)$$

lo que los hace candidatos firmes para explicar el fondo.

- **Galaxias ultra-luminosas:** Son galaxias con mucho gas y formación estelar, por lo que se espera también que sean ricas en explosiones de supernovas y de aquí, en rayos cósmicos. Esto las hace candidatas atractivas para la producción de rayos y podrían contribuir al fondo difuso. Es posible que GLAST detecte varias de estas galaxias dando así apoyo adicional a la hipótesis. Aun no hay información observacional sobre su espectro .
- **Supernovas:** Supernovas extragalácticas pueden contribuir a la RED en energías bajas debido a las desexcitaciones nucleares a las que dan lugar, como ser:



Esta cadena produce líneas de emisión entre 0.85 MeV y 3.25 MeV. Pérdidas por dispersión Compton de estos fotones pueden resultar en una distribución continua.

- **Agujeros negros primordiales** Se ha sugerido que agujeros negros de baja masa ($< 10^{15}$ g) podrían haberse formado en el Big Bang. Estos agujeros se enfrían por radiación Hawking y se desintegran liberando rayos γ . Se ha mostrado, sin embargo, que el espectro esperado de la desintegración de una población primordial de agujeros negros es una ley de potencia quebrada:

$$I(E) \propto \begin{cases} E^{-1} & E < 100 \text{ MeV} \\ E^{-3} & E \geq 100 \text{ MeV} \end{cases} \quad (10.4)$$

lo cual entra en conflicto con las determinaciones de la RED realizadas por EGRET. Por tanto, queda descartado que haya habido una formación masiva de agujeros negros primordiales de baja masa en el Big Bang.

Además de estas contribuciones de fuentes discretas no resueltas a la RED, se han sugerido también fuentes intrínsecamente difusas. Entre ellas mencionamos:

- **Aniquilación materia-antimateria.** Si el Universo está lleno de antimateria uniformemente distribuída, entonces las aniquilaciones:

$$p + \bar{p} \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (10.5)$$

producen emisión γ difusa. Esta debería producir un espectro que promediado sobre todos los corrimientos al rojo sería:

$$I(E) \propto E^{-2.8} \quad (10.6)$$

lo que está en conflicto con las observaciones. En consecuencia, el Universo parece estar formado, en su mayor parte al menos, por materia.

- **Partículas exóticas.** Observaciones astrofísicas de diversos tipos indican que debe existir materia oscura en el Universo. Una porción considerable de esta materia parece ser no-bariónica y podría estar formada por neutrinos u otras partículas más exóticas que no aparecen en el modelo estándar. Partículas exóticas conocidas como WIMPS (de *weakly interacting massive particles*) aparecen en extensiones supersimétricas del modelo estándar. Estas partículas pueden aniquilarse produciendo rayos γ y contribuyendo a la RED. Hasta la fecha, ningún rasgo particular de la RED ha podido ser asociado a estas supuestas partículas.
- **Halo galáctico extendido.** Es posible que además de la emisión difusa del plano de nuestra Galaxia exista una emisión difusa asociada a un halo galáctico. Partículas relativistas en este halo podrían contribuir al fondo difuso de rayos γ a altas latitudes galácticas. Sin embargo, no es claro como las partículas se difundirían y acelerarían en el halo, en caso de existir.

Al presente, la opinión dominante es que la contribución dominante a la RED en rayos γ proviene de AGNs no resueltos. Es muy posible, sin embargo, que haya otras contribuciones significativas.

Nuevos instrumentos como GLAST podrán dar más información sobre las fuentes discretas de rayos γ , ayudando así a construir funciones de luminosidad y modelos más detallados que permitan explicar la emisión difusa extendida de origen extragaláctico.

Referencias

- Aharonian F.A. & Atoyan A.M. 1981, ApSS, 79, 321
- Aharonian F.A. 2004, *Very High Energy Cosmic Gamma-Ray Radiation*, World Scientific Publishing
- Blumenthal G.R. & Gould R.J. 1970, Rev. Mod. Phys. 42, 237
- Dermer C. & Schlickeiser 1991, A&A 252, 414
- Dermer C. & Atoyan A.M. 2003, ApJ, 586, 79
- Erber 1966, Rev. Mod. Phys. 38, 626
- Fermi E., 1949, Physics Review 75, 1169
- Gaisser T.K. 1990, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, Cambridge
- Ginzburg V.L. & Syrovatskii S.I. 1964, *The Origin of Cosmic Rays*, Pergamon Press, New York
- Griffiths D. 1987, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley, New York
- Halzen F. & Martin A.D. 1984, *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*, John Wiley & Sons, New York
- Kelner S.R. & Aharonian F.A. 2008, PRD, 78, 034013
- Mannheim, K. & Schlickeiser R. 1994, A&A 286, 983
- Mastichiadis A. 1991, MNRAS 253, 235
- Mücke A. et al. 2000, CoPhC, 124, 290
- Piran T. 1999, Phys. Rep. 314, 575
- Rossi B. & Greissen K. 1941, Rev. Mod. Phys. 13, 240
- Steker F.W. 1968, Physical Review Letter, 21, 14
- Weinberg S. 1972, *Gravitation and cosmology*, John Wiley & Sons

Apéndice A

Deducción de la intensidad de fotones IC en un campo monocromático

$$I_\gamma(E_\gamma) = \int_{\vec{l}} d\vec{r} \int_{E_\gamma}^{\infty} I_e(E_e, \vec{r}) dE_e \int_0^{\infty} \sigma(E_e, E_\gamma, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} \quad (\text{A.1})$$

En el límite de Thomson se obtienen muy buenos resultados utilizando una aproximación tipo δ para la sección eficaz:

$$\sigma(E_e, E_\gamma, E_{\text{ph}}) = \sigma_{\text{T}} \delta(E_\gamma - \frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \gamma^2). \quad (\text{A.2})$$

Si $I_e(E_e, \vec{r}) = K E_e^{-p}$ y para el campo monocromático $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) = n_{\text{ph}} \delta(E_{\text{ph}} - \langle E_{\text{ph}} \rangle)$, luego de integrar en E_{ph} se tiene

$$\begin{aligned}
 I_\gamma(E_\gamma) &= \int_{\vec{l}} d\vec{r} \int_{E_\gamma}^{\infty} K E_e^{-p} n_{\text{ph}} \sigma_T \delta(E_\gamma - \frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \left(\frac{E_e}{m_e c^2} \right)^2) dE_e \\
 &= K n_{\text{ph}} \sigma_T L \int_{E_\gamma}^{\infty} E_e^{-p} \delta(E_\gamma - \frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \left(\frac{E_e}{m_e c^2} \right)^2) dE_e \\
 &= K n_{\text{ph}} \sigma_T L \int_{E_\gamma}^{\infty} E_e^{-p} \delta(E_\gamma^{1/2} (m_e c^2) \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{-1/2} - E_e) \left(\frac{d}{dE} \left(E_\gamma - \frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \frac{E_e^2}{(m_e c^2)^2} \right) \right)^{-1} dE_e \\
 &= K n_{\text{ph}} \sigma_T L \int_{E_\gamma}^{\infty} E_e^{-p} \delta(E_\gamma^{1/2} (m_e c^2) \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{-1/2} - E_e) \left(\frac{8}{3} \frac{\langle E_{\text{ph}} \rangle}{(m_e c^2)^2} E_e \right)^{-1} dE_e \\
 &= K n_{\text{ph}} \sigma_T L \left(\frac{8}{3} \frac{\langle E_{\text{ph}} \rangle}{(m_e c^2)^2} \right)^{-1} \left(E_e^{1/2} (m_e c^2) \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{-1/2} \right)^{-(p+1)} \\
 &= K n_{\text{ph}} \sigma_T L (m_e c^2)^{-p} (m_e c^2) \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{p/2} E_\gamma^{-p/2} \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{-1/2} \frac{1}{2} E_\gamma^{-1/2} \\
 &= \frac{1}{2} K n_{\text{ph}} \sigma_T L (m_e c^2)^{1-p} \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{(p-1)/2} E_\gamma^{-(p+1)/2} \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

Apéndice B

Discusión sobre las funciones de Green

Consideremos un operador diferencial L tal que:

$$L u(\vec{x}) = \lambda u(\vec{x}). \quad (\text{B.1})$$

Supongamos que se ha fijado una región Ω y se han impuesto condiciones de contorno adecuadas. L se dice “Hermítico” sii:

$$\int_{\Omega} u^*(\vec{x}) L v(\vec{x}) d^3x = \int_{\Omega} v^*(\vec{x}) L u(\vec{x}) d^3x \quad (\text{B.2})$$

donde $*$ representa conjugación y u y v son funciones arbitrarias que satisfacen las condiciones de contorno.

Supongamos que L es hermítico y consideremos dos autofunciones diferentes con sus autovalores:

$$L u_i(\vec{x}) = \lambda_i u_i(\vec{x}) \quad (\text{B.3})$$

$$L u_j(\vec{x}) = \lambda_j u_j(\vec{x}) \quad (\text{B.4})$$

$$\implies \int_{\Omega} u_j^*(\vec{x}) L u_i(\vec{x}) d^3x = \lambda_i \int_{\Omega} u_j^*(\vec{x}) u_i(\vec{x}) d^3x \quad (\text{B.5})$$

$$\int_{\Omega} u_i^*(\vec{x}) L u_j(\vec{x}) d^3x = \lambda_j \int_{\Omega} u_i^*(\vec{x}) u_j(\vec{x}) d^3x. \quad (\text{B.6})$$

Conjugando la segunda ecuación y restando:

$$(\lambda_i - \lambda_j^*) \int_{\Omega} u_j^*(\vec{x}) u_j(\vec{x}) d^3x = 0. \quad (\text{B.7})$$

Considerando los casos $i = j$ y $i \neq j$ vemos que:

- Los autovalores de un operador hermítico diferencial son reales.
- Las autofunciones de un operador hermítico diferencial, correspondientes a autovalores distintos, son ortogonales, esto es:

$$\int_{\Omega} u_i^*(\vec{x}) u_j(\vec{x}) d^3x = 0. \quad (\text{B.8})$$

Consideremos ahora la ecuación no-homogénea:

$$L u(\vec{x}) - \lambda u(\vec{x}) = f(\vec{x}). \quad (\text{B.9})$$

Desarrollemos $u(\vec{x})$ y $f(\vec{x})$ en serie de autofunciones de L :

$$u(\vec{x}) = \sum_n c_n u_n(\vec{x}) \quad f(\vec{x}) = \sum_n d_n u_n(\vec{x}). \quad (\text{B.10})$$

Luego

$$\sum_n c_n (\lambda_n - \lambda) u_n(\vec{x}) = \sum_n d_n u_n(\vec{x}). \quad (\text{B.11})$$

Como $u_n \cdot f = d_n$, entonces

$$\sum_n \{c_n (\lambda_n - \lambda) u_n(\vec{x}) - d_n u_n(\vec{x})\} = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$c_n = \frac{u_n \cdot f}{\lambda_n - \lambda} \quad (\text{B.13})$$

y

$$u(\vec{x}) = \sum_n \frac{u_n u_n \cdot f}{\lambda_n - \lambda} \quad (\text{B.14})$$

$$= \sum_n \frac{u_n(\vec{x})}{\lambda_n - \lambda} \int_{\Omega} u_n^*(\vec{x}') f(\vec{x}') d^3x'. \quad (\text{B.15})$$

Podemos escribir:

$$u(\vec{x}) = \int_{\Omega} G(\vec{x}, \vec{x}') f(\vec{x}') d^3x' \quad (\text{B.16})$$

donde

$$G(\vec{x}, \vec{x}') = \sum_n \frac{u_n(\vec{x}) u_n^*(\vec{x}')}{\lambda_n - \lambda} \quad (\text{B.17})$$

es la **función de Green**. Está determinada por un operador diferencial hermítico, una región Ω , y condiciones de contorno adecuadas.

Busquemos ahora la ecuación diferencial que se satisfaga con $G(\vec{x}, \vec{x}')$. Si $f(\vec{x}) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0)$, entonces:

$$u(\vec{x}) = \int_{\Omega} G(\vec{x}, \vec{x}') \delta(\vec{x}' - \vec{x}_0) d^3x = G(\vec{x}, \vec{x}_0). \quad (\text{B.18})$$

Por lo tanto, $G(\vec{x}, \vec{x}')$ es la solución de:

$$L G(\vec{x}, \vec{x}') - \lambda G(\vec{x}, \vec{x}') = \delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (\text{B.19})$$

El significado de la función de Green es sencillo: es la solución del problema para una “fuente” puntual unidad $f(\vec{x}) = \delta(\vec{x} - \vec{x}')$.

Se cumple que $G(\vec{x}', \vec{x}) = \{G(\vec{x}, \vec{x}')\}^*$.

Esto significa que la respuesta en \vec{x} a una perturbación puntual unidad en \vec{x}' es la misma que la respuesta en \vec{x}' a una perturbación puntual unidad en \vec{x} .