Introducción a la Astrofísica Relativista

Prof. Gustavo E. Romero

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Noviembre 2021

Índice general

1. El espacio-tiempo y la relatividad especial **3**

1.1. Espacio-tiempo 3

1.2. Objetos y estructura sobre la variedad 6

1.3. El grupo de Lorentz 14

1.4. Mecánica relativista 18

1.5. Elementos de relatividad general 23

1.5.1. Agujeros negros 24

2. Partículas elementales **29**

2.1. Leptones 33

2.1.1. Antipartículas 34

2.2. Hadrones 36

2.3. Partículas de interacción 39

2.4. El bosón de Higgs 41

2.5. Partículas más allá del Modelo Estándar 42

2.6. Interacciones entre partículas 42

2.6.1. Decaimiento de partículas 47

2.6.1.1. Decaimiento electromagnético 47

2.6.1.2. Decaimientos fuertes 48

2.6.1.3. Decaimientos débiles 48

2.6.1.4. Decaimiento del neutrón 51

2.6.1.5. Decaimiento de piones cargados 52

2.6.1.6. Decaimiento de leptones 52
2.7. Propiedades intrínsecas de las partículas 54
2.7.1. El spin 54
2.7.2. El color 54

3. Aceleración de partículas **59**
3.1. Aceleradores artificiales 60
3.2. Rayos cósmicos 64
3.2.1. El criterio de Hillas 67
3.2.2. Púlsares 69
3.2.3. Remanentes de supernova 74
3.2.3.1. Etapas de un remanente de supernova 77
3.3. Mecanismo de aceleración difusivo 82
3.4. Magnetohidrodinámica 91
3.5. Reconexión magnética 94
3.5.1. Reconexión magnética turbulenta 96

4. Ecuación de transporte **99**
4.1. Difusión y convección 99
4.2. Ecuación de transporte 100
4.3. Soluciones de la ecuación de transporte 102
4.3.1. Solución general 102
4.3.2. Caso estacionario, homogéneo y sin escape 104
4.3.3. Casos no estacionarios 104
4.3.4. Un caso con difusión 105

5. Procesos radiativos I **109**
5.1. Conceptos básicos 109
5.1.1. Sección eficaz 111
5.2. Radiación térmica 115
5.3. Radiación sincrotrón 118

5.3.1. Radiación sincrotrón de una partícula 118
5.3.2. Radiación sincrotrón de una distribución de partículas 121
5.3.3. Absorción de la radiación sincrotrón 124
5.3.4. Límite cuántico 126
5.3.5. Efecto sobre el espectro de electrones 127
5.4. Radiación de curvatura 127
5.5. Radiación Compton inversa (IC) 130
5.5.1. La sección eficaz IC 133
5.5.2. Espectro de emisión 134
5.5.3. Tasa de pérdida de energía 138
5.6. Radiación por producción de foto-mesones 140
5.7. Creación de pares por interacciones foto-hadrónicas 145
5.8. Producción de pares "en tripletas" (*triplet pair production*) . . 147

6. Procesos radiativos II **151**
6.1. Radiación Cherenkov 151
6.2. Interacciones de electrones relativistas con materia 153
6.2.1. Bremsstrahlung relativista 153
6.3. Interacciones de protones relativistas con materia 156
6.3.1. Radiación por decaimiento de piones neutros 156
6.3.2. Radiación por aniquilación protón-antiprotón 162
6.3.3. Pérdidas por ionización 162
6.3.4. Interacciones pión-núcleo y pión-pión 163
6.3.5. Interacción neutrón-protón 164
6.3.6. Aniquilación de electrones y positrones 165

7. Absorción **171**
7.1. Procesos de absorción de energía 172
7.1.1. Creación de pares en un campo Coulombiano 172
7.1.2. Absorción por creación de pares en un campo de radiación 173
7.1.3. Absorción en campos magnéticos 176

7.1.4. Interacción Compton directa . . . 177
7.1.5. Debilitamiento de rayos γ por efectos Doppler y gravitacional . . . 178
7.2. Cascadas electromagnéticas . . . 180
7.2.1. Cascadas electromagnéticas en la materia . . . 182
7.3. Cascadas hadrónicas . . . 184

8. Detectores **187**
8.1. Astronomía gamma desde tierra: telescopios Cherenkov . . . 188
8.2. Astronomía gamma espacial . . . 198
8.2.1. 30 MeV $\leq E_\gamma \leq$ 300 GeV . . . 198
8.2.2. 1 MeV $\leq E_\gamma \leq$ 30 MeV . . . 202
8.2.3. $E_\gamma \leq$ 1 MeV . . . 204
8.3. Emisión difusa y detección de fuentes puntuales . . . 205
8.4. Astronomía de neutrinos . . . 206
8.4.1. Telescopios de neutrinos . . . 209

9. Fuentes de rayos γ **215**
9.1. Fuentes pasivas . . . 215
9.2. Fuentes activas . . . 218
9.2.1. Púlsares . . . 219
9.2.2. Remanentes de supernovas . . . 224
9.2.3. Binarias de estrellas tempranas . . . 228
9.2.4. Núcleos galácticos activos (AGN) . . . 230
9.2.5. Microcuasares (Mqs) . . . 236
9.3. Fuentes transitorias de rayos γ . . . 242
9.3.1. Erupciones de rayos gamma (Gamma-Ray Bursts, GRB) 242
9.3.1.1. Características fenomenológicas . . . 243
9.3.1.2. Propiedades espectrales . . . 243
9.3.1.3. Modelos para Gamma-Ray Bursts . . . 246
9.3.1.4. Colimación . . . 249

9.3.1.5. Mecanismo central 250
9.3.1.6. Implicaciones cosmológicas 250
9.4. Fuentes no identificadas de rayos γ 251

10. Aspectos cosmológicos **253**

Bibliografía **259**

Introducción

La astronomía es el estudio de los objetos que forman el Universo a través de la detección y medición de las partículas que estos objetos emiten[1]. Durante la mayor parte de su historia, la Astronomía se ha limitado a un tipo muy específico de partćulas de origen cósmico: fotones con una longitud de onda en el rango

$$300\,\mathrm{nm} \leq \lambda \leq 1\ \mu\mathrm{m},$$

lo que corresponde a frecuencias entre 3×10^{14} y 10^{15} Hz. La radiación formada por estos fotones es conocida como "luz visible".

Recién en la década de 1930, con la detección de ondas de radio de origen cósmico, la ventana electromagnética de observación astronómica se abrió más allá de lo que el ojo humano es capaz de detectar. El uso de radiotelescopios como instrumentos astronómicos no se generalizó y fue funcional hasta la década de 1950.

La detección de fotones de energía mayor que los del rango visible debió esperar aún más, ya que la atmósfera terrestre es opaca a la radiación de frecuencias mayores que 10^{15} Hz. La utilización sucesiva de globos estratosféricos, cohetes de gran altitud y, finalmente, satélites artificiales, proveyó de plataformas sustentables para albergar detectores de fotones muy energéticos.

La astronomía de rayos X ($0.1\,\mathrm{keV} \leq E_{\mathrm{ph}} \leq 500$ keV) experimentó un

[1]Muy recientemente, podemos agregar las fuentes emisoras de ondas gravitacionales al campo de estudio de la astronomía. Aún no está claro si existe una partícula asociada a las interacciones gravitacionales.

rápido desarrollo durante los años 1960 debido a que las facilidades instrumentales estuvieron rápidamente a la altura de los requisitos observacionales primarios. Por el contrario, el desarrollo de la astronomía de rayos γ ($E_{\rm ph} \geq 500$ keV) fue un proceso lento que tardó décadas en arrojar resultados significativos. Esto se debió, en parte, a dificultades técnicas específicas y al formidable problema de separar las contribuciones producidas en el detector por fuentes legítimas de rayos γ de aquellas que tienen un origen puramente local.

A pesar de las dificultades, durante la década de 1990 la astronomía de rayos γ se consolidó como una herramienta fundamental para el estudio de los procesos no térmicos en el Universo. La región gamma del espectro es el único rango electromagnético libre de contribuciones producidas por plasmas calientes, por lo que la radiación por encima de 1 MeV es debida, casi enteramente, a interacciones de partículas relativistas.

El objetivo de este texto es presentar y enseñar a utilizar algunas de las herramientas que nos permitan estudiar y comprender las fuentes cósmicas de rayos γ. Para ello, estudiaremos cómo partículas materiales pueden ser aceleradas hasta velocidades relativistas ($\sim c$) en ámbitos astrofísicos, qué interacciones pueden sufrir esas partículas, qué flujo de radiación γ resulta de esas interacciones, cómo es posible detectar y medir esa emisión γ una vez que llega a la vecindad del planeta Tierra y algunas de las características de las distintas fuentes de rayos γ conocidas hasta ahora en el Universo.

Capítulo 1

El espacio-tiempo y la relatividad especial

Como la radiación γ es el resultado de la interacción de partículas relativistas, comenzaremos repasando las propiedades de sistemas que se mueven a velocidades cercanas a la de la luz. Esto es, comenzaremos con un repaso de la Teoría Especial de la Relatividad y de su concepto central: el espacio-tiempo.

1.1. Espacio-tiempo

Cuando se observa el mundo, resulta obvio que en él hay *cosas* y que estas tienen *propiedades*. La característica definitoria de las cosas es que se asocian para formar nuevas cosas. Así, las moléculas forman células, las células organismos, los organismos pueden formar sociedades, etc.

Las propiedades de las cosas son de dos tipos: *intrínsecas* y *relacionales*. Las primeras solo dependen de la cosa en cuestión (por ejemplo, la carga eléctrica de una partícula) mientras que las segundas dependen también de otras cosas (por ejemplo, la velocidad de la partícula). Cuando las cosas se combinan para formar nuevas cosas, las cosas resultantes pueden tener propiedades *emergentes*, que las cosas constituyentes no tienen. A su vez,

las propiedades emergentes pueden ser intrínsecas o relacionales. Así, por ejemplo, un gas puede tener temperatura y presión, propiedades de las que carecen las moléculas constitutivas.

Dada una cosa x llamaremos $\mathcal{P}$ al conjunto de todas sus propiedades:

$$\mathcal{P} = \{p/\, p_x\}. \tag{1.1}$$

Los elementos de $\mathcal{P}$ pueden ser representados por funciones matemáticas (supuesto metodológico de la Ciencia). Llamamos *espacio de estados* $S(x)$ de una cosa x al conjunto de funciones (de dominio M) que representan a los elementos de $\mathcal{P}$. Una *ley* es una restricción sobre $S(x)$. Nos dice que las propiedades de una cosa no pueden tomar cualquier valor. Llamaremos $S_L(x)$ al conjunto de *estados legales* de x. Estos son los estados accesibles en principio a la cosa x de acuerdo con las restricciones legales que imperan sobre ella. El estado real de una cosa concreta x es un punto de $S_L(x)$.

Un *cambio* es un par ordenado de estados de la cosa que cambia:

$$(s_1, s_2) \in E_L(x) = S_L(x) \times S_L(x). \tag{1.2}$$

El conjunto de todos los cambios de una cosa es el *espacio de eventos* $E_L(x)$ de esa cosa. Definimos el *espacio-tiempo* de la siguiente manera:

El espacio-tiempo es un sistema físico que "contiene" a la colección de todos los eventos.

Todo lo que ha ocurrido, ocurre o ocurrirá a alguna cosa es un punto (elemento) del espacio-tiempo. Un *proceso* (sucesión de cambios) es una línea (o subconjunto) del espacio-tiempo.

Al ser es espacio-tiempo una colección y no un mero conjunto es una entidad física, y no un mero concepto matemático.

Debemos ahora caracterizar matemáticamente al espacio-tiempo si queremos hacer predicciones precisas sobre ciertos eventos. Postulamos:

El espacio-tiempo se representa por una variedad real cuadri-dimensional diferenciable.

Una *variedad real* se puede pensar como un conjunto (estrictamente un espacio topológico) que puede ser completamente cubierto por subconjuntos cuyos elementos pueden ser puestos en correspondencia 1 a 1 con subconjuntos de R^4 (si la variedad es cuadri-dimensional; R^n si es n-dimensional). En forma estricta, M es una variedad real n-dimensional diferenciable si y solo si:

1. M es un conjunto.
2. $\exists O / O = \{O_\alpha \subset M\}$.
3. Todo elemento $p \in M$ es tal que $\exists O_\alpha \in O / p \in O_\alpha$.
4. $\forall \alpha \exists \Phi_\alpha : O_\alpha \to U_\alpha$, con U_α subconjunto abierto de R^n.
5. Si existen dos conjuntos O_1 y $O_2 / O_1 \cap O_2 \neq \emptyset$ ($\emptyset$ = vacío) $\Rightarrow \exists \Phi_2 \cdot \Phi_1^{-1}$ que pone en correspondencia 1 a 1 los puntos de $U_1 \subset R^n$ con los de $U_2 \subset R^n$.

De esta definición se desprende por qué se postula una variedad para representar el espacio-tiempo: independientemente de la estructura geométrica de éste, pueden adoptarse coordenadas (números reales) para describir procesos que ocurren en él.

Dado un elemento $p \in M$ podemos describirlo usando distintos sistemas de coordenadas. Por ejemplo,

$$\begin{aligned} p &\longleftrightarrow \{x^\mu\} \\ p &\longleftrightarrow \{x'^\mu\} \\ \exists \;\; x'^\mu &= x'^\mu(\{x^\mu\}) \end{aligned} \tag{1.3}$$

donde $\mu = 0, 1, 2, 3$. Adoptamos cuatro coordenadas porque el mundo parece ser 4-dimensional (con tres dimensiones espaciales y una temporal), pero en principio no hay limitaciones en ese sentido (ver Fig. 1.1).

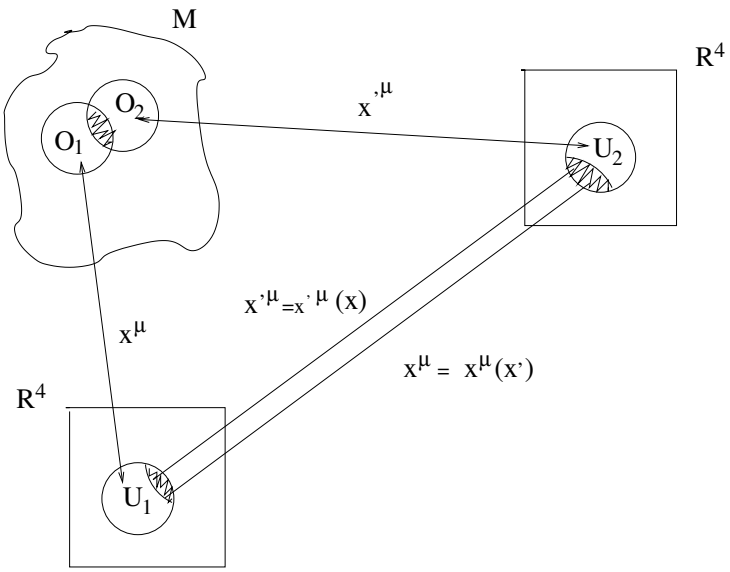

Figura 1.1: Esquema para una variedad cuadri-dimensional.

Para poder caracerizar objetos físicos sobre nuestra variedad (esto es, para poder describir procesos reales) necesitamos definir sobre ella objetos matemáticos que puedan ser utilizados luego en la representación objetos físicos y sus propiedades.

1.2. Objetos y estructura sobre la variedad

Los objetos sobre la variedad se definen por sus propiedades de transformación frente a cambios de coordenadas $\{x^\mu\} \longleftrightarrow \{x'^\mu\}$. El objeto más simple es un *escalar*:

$$\phi(x^\mu) = \phi'(x'^\mu). \tag{1.4}$$

El *valor* del escalar no cambia cuando el sistema coordenado cambia de $\{x^\mu\}$ a $\{x'^\mu\}$. Notar que la forma ϕ sí puede cambiar.

Introduzcamos ahora un objeto de cuatro componentes A^μ. Si ante un cambio de coordenadas $\{x^\mu\} \to \{x'^\mu\}$, este se transforma como

$$A'^\mu = \sum_{\nu=1}^{4} A^\nu \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}, \tag{1.5}$$

entonces A^μ es un *vector contravariante*. De aquí en más adoptaremos la *convención de Einstein para la suma*: se suma sobre índices repetidos (de 0 a 4, ó 0 a n, dependiendo de la dimensión de la variedad). Luego la ecuación (1.5) se escribe

$$A'^\mu = A^\nu \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}. \tag{1.6}$$

Un ejemplo de vector contravariante es el que une dos puntos arbitrariamente próximos de la variedad:

$$\mathrm{d}x'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} \mathrm{d}x^\nu. \tag{1.7}$$

Los vectores *covariantes* se definen por medio de la siguiente ley de transformación ante cambios de coordenadas:

$$B'_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} B_\nu. \tag{1.8}$$

Un ejemplo es el gradiente de un campo escalar:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x'^\nu} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} \frac{\partial \phi}{\partial x^\mu}. \tag{1.9}$$

En general, a los vectores sobre la variedad se los llama *tensores de rango 1*. Podemos definir tensores contravariantes (o covariantes) de rango arbitrario:

$$T'^{\overbrace{\cdots\mu\cdots}^{n}}_{\underbrace{\cdots\nu\cdots}_{m}} = \cdots \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\rho} \cdots \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\nu} \cdots T^{\cdots\rho\cdots}_{\cdots\sigma\cdots} \tag{1.10}$$

El tensor T es, en este caso, n veces contravariante y m veces covariante. Ejemplos de tensores de rango 2 son:

$$T'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} T^{\alpha\beta} \quad \text{2 veces contravariante,} \tag{1.11}$$

$$T'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} T_{\alpha\beta} \quad \text{2 veces covariante,} \tag{1.12}$$

$$T'^{\mu}_{\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} T^{\alpha}_{\beta} \quad \text{1 vez contravariante, 1 vez covariante.} \tag{1.13}$$

Un ejemplo de tensor de rango 2 es el tensor de energía-impulso que caracteriza a cualquier sistema físico (ver Sección 1.5).

Un campo tensorial definido sobre alguna región de la variedad es una asociación de un tensor de la misma variedad a cada punto de la región:

$$p \longrightarrow T^{\cdots\mu\cdots}_{\cdots\nu\cdots}(p), \tag{1.14}$$

donde $T^{\cdots\mu\cdots}_{\cdots\nu\cdots}(p)$ es el valor del tensor en p. El campo tensorial se llama continuo o diferenciable si las componentes del tensor lo son.

Debido a sus propiedades de transformación, toda relación entre tensores mantendrá su forma al cambiar de sistema de coordenadas. Como de las leyes de la física se espera que tengan la misma forma en *todos* los sistemas coordenados, deben ser expresadas en forma de ecuaciones tensoriales. En tal caso se dice que son *covariantes*. La covariancia es validez de las ecuaciones bajo transformaciones generales de coordenadas.

Aunque hemos definido objetos sobre la variedad que representa al espacio-tiempo, aún no sabemos medir distancias entre puntos (eventos) de la variedad. Para poder medir distancias debemos asignar una *estructura geométrica* a la variedad. Esto se hace introduciendo un tensor de rango 2 llamado *tensor métrico*. El mismo nos dice cómo calcular la distancia ds entre dos eventos

arbitrariamente próximos ϵ_1 y ϵ_2:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu, \tag{1.15}$$

donde $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico. En un espacio-tiempo euclídeo, por ejemplo,

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} = \begin{cases} +1 & \text{si } \mu = \nu \\ 0 & \text{si } \mu \neq \nu \end{cases} \tag{1.16}$$

y

$$\mathrm{d}s^2 = (\mathrm{d}x^0)^2 + (\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2. \tag{1.17}$$

El tensor métrico $g_{\mu\nu}$ tiene un contenido empírico: depende de la naturaleza del Mundo. Durante más de 2000 años se pensó que la geometría del espacio-tiempo era euclídea. Entre 1905 y 1908 Minkowski propuso que el tensor métrico del espacio-tiempo es un tensor pseudo-euclídeo de rango 2 y traza -2:

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.18}$$

conocido como *tensor de Minkowski*. Es inmediato establecer que

$$\eta_{\mu\alpha}\eta^{\alpha\nu} = \delta^\nu_\mu. \tag{1.19}$$

En este espacio-tiempo de Minkowski el intervalo (distancia infinitesimal) entre dos eventos resulta ser:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}s^2 &= \eta_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu \\ &= (\mathrm{d}x^0)^2 - (\mathrm{d}x^1)^2 - (\mathrm{d}x^2)^2 - (\mathrm{d}x^3)^2. \end{aligned} \tag{1.20}$$

La geometría resultante es *pseudoeuclídea*[1]. Un punto importante a notar es que $\eta_{\mu\nu}$ tiene el mismo valor sobre toda la variedad. Esta condición se relaja en la Teoría General de la Relatividad, donde $g_{\mu\nu}$ es un campo tensorial cuyas componentes son funciones determinadas por el contenido de energía-impulso de los sistemas físicos en el espacio-tiempo.

A las tres coordenadas que aparecen con signo negativo en el intervalo se las suele denominar *espaciales*:

$$x^1 = x \ , \ x^2 = y \ , \ x^3 = z. \tag{1.21}$$

La coordenada que aparece con el signo opuesto es llamada *temporal*:

$$x^0 = c\,t. \tag{1.22}$$

Aquí c es una constante que permite uniformizar las dimensiones, que en principio no tienen por qué ser iguales. El valor de esta constante coincide con el de la velocidad de la luz en el vacío.

En coordenadas esféricas polares tenemos:

$$x^\mu = (ct,\ r,\ \theta,\ \phi), \tag{1.23}$$

donde

$$\begin{aligned} x &= r\,\mathrm{sen}(\theta)\cos(\phi) \\ y &= r\,\mathrm{sen}(\theta)\,\mathrm{sen}(\phi) \\ z &= r\cos(\theta). \end{aligned} \tag{1.24}$$

[1] La geometría es pseudoeuclídea y no euclídea porque el intervalo $\mathrm{d}s^2$ no es definido positivo.

Luego, el intervalo en estas coordenadas resulta:

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}r^2 - r^2\mathrm{d}\theta^2 - r^2\,\mathrm{sen}^2(\theta)\,\mathrm{d}\phi^2. \tag{1.25}$$

La introducción del intervalo nos permite, en cada punto (evento), dividir la variedad en tres regiones bien definidas:

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}s^2 < 0 : \text{región tipo espacio,} \\ &\mathrm{d}s^2 = 0 : \text{región tipo luz,} \\ &\mathrm{d}s^2 > 0 : \text{región tipo tiempo.} \end{aligned} \tag{1.26}$$

Solo las dos últimas regiones son accesibles a sistemas físicos. La región tipo luz, en particular, solo a sistemas que se muevan a la velocidad de la luz. Si reescribimos:

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}t^2\left(c^2 - \frac{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2}{\mathrm{d}t^2}\right) = \mathrm{d}t^2(c^2 - v^2), \tag{1.27}$$

donde v es la velocidad del sistema, obtenemos las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}s^2 < 0 \Longleftrightarrow v > c. \\ &\mathrm{d}s^2 = 0 \Longleftrightarrow v = c. \\ &\mathrm{d}s^2 > 0 \Longleftrightarrow v < c. \end{aligned} \tag{1.28}$$

Como nunca ocurre que $v > c$ (esto lo sabemos de electromagnetismo), los eventos en la región tipo espacio *no pueden estar causalmente ligados a eventos de las otras regiones.*

Esta situación puede representarse gráficamente a través del llamado *cono de luz*, que se muestra en la Figura 1.2. Al graficar el cono de luz hemos removido la dimensión z y hemos fijado unidades tales que $c = 1$. Las partículas materiales ($v < c$) que tienen un estado ϵ_0 coincidente con el vértice del cono

solo pueden sufrir cambios o procesos que los lleven a estados que estén dentro del cono. Para llegar fuera del cono los procesos deberían ocurrir a una velocidad mayor que c. Las partículas sin masa (como los fotones) se mueven a la velocidad de la luz y evolucionan sobre la superficie del cono.

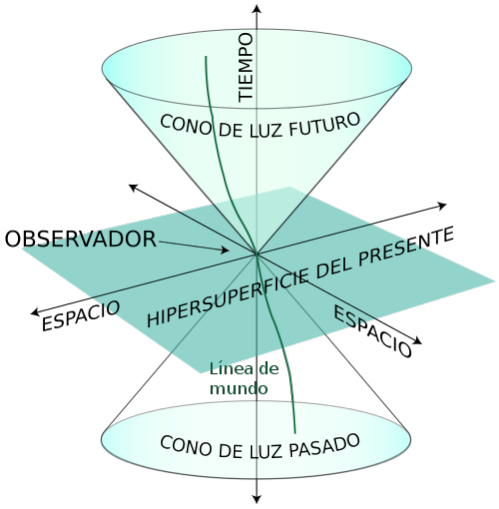

Figura 1.2: Diagrama de un cono de luz.

La introduccón de una métrica sobre la variedad ha permitido especificar la estrucura causal de la misma, esto es, indentificar que eventos o sucesos pueden estar o no causalmente relacionados respecto a cualquier punto de la variedad.

Usando la métrica podemos, además, diferenciar ahora pasado y futuro de un dado evento. Un vector x^μ dentro del cono señala hacia el futuro si:

$$\eta_{\mu\nu} x^\mu T^\nu > 0, \tag{1.29}$$

con $T^\nu = (1, 0, 0, 0)$. En forma similar, x^μ señala hacia el pasado si:

$$\eta_{\mu\nu} x^\mu T^\nu < 0. \tag{1.30}$$

Es posible definir el *tiempo propio* de un sistema físico que se mueve con velocidad v respecto de un cierto sistema coordenado como

$$\mathrm{d}\tau^2 = \frac{1}{c^2}\mathrm{d}s^2. \tag{1.31}$$

Este es el tiempo que mide un reloj fijo al sistema físico. Notar que

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\tau^2 &= \frac{1}{c^2}(c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2) \\ &= \mathrm{d}t^2\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]\right\} \\ &= \mathrm{d}t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right),\end{aligned} \tag{1.32}$$

y si introducimos el *factor de Lorentz*

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1.33}$$

donde

$$\beta = \frac{v}{c}, \tag{1.34}$$

obtenemos:

$$\mathrm{d}\tau = \frac{\mathrm{d}t}{\gamma}. \tag{1.35}$$

Debido a que $\gamma \geq 1$, el tiempo respecto al sistema propio se dilata. Para un sistema con $\beta = \beta(t)$, obtenemos:

$$\tau = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}t}{\gamma(t)}. \tag{1.36}$$

1.3. El grupo de Lorentz

El grupo más general de transformaciones lineales y homogéneas entre dos sistemas de referencia inerciales es el de Lorentz, que deja invariante la métrica de Minkowski:

$$L = \{x^\mu \longrightarrow x'^\mu = L^\mu_\nu x^\nu\}\,, \tag{1.37}$$

donde

$$L^\mu_\nu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}. \tag{1.38}$$

Recordemos la definición general de grupo:

Sea L un conjunto no vacío y sea $*$ una función sobre L. El par ordenado $(L, *)$ es un grupo si y solo si $*$ es una ley interna en L, asociativa, con elemento neutro y tal que todo elemento de L admite inverso respecto de $*$.

En forma simbólica, $(L, *)$ es grupo si y solo si:

- $* : L^2 \longrightarrow L$,
- $(\forall a, b, c)_L \;\; (a * b) * c = a * (b * c)$,
- $(\exists e)_L / (\forall a)_L \;\; (a * e = e * a = a)$,
- $(\forall a)_L (\exists a^{-1})_L \;\; (a * a^{-1} = a^{-1} * a = e)$.

Si además se cumple que

- $(\forall a, b)_L \;\; (a * b = b * a)$

se dice que el grupo es *conmutativo* o *abeliano*.

Debido a que la invariancia del intervalo exige la invariancia del tensor

métrico, se cumple que:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}s^2 &= \eta_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x'^{\mu}\,\mathrm{d}x'^{\nu} \\ &= \eta_{\mu\nu}\,L^{\mu}_{\alpha}\,\mathrm{d}x^{\alpha}\,L^{\nu}_{\beta}\,\mathrm{d}x^{\beta} \\ &= \eta_{\mu\nu}\,L^{\mu}_{\alpha}\,L^{\nu}_{\beta}\,\mathrm{d}x^{\alpha}\,\mathrm{d}x^{\beta} = \eta_{\alpha\beta}\,\mathrm{d}x^{\alpha}\,\mathrm{d}x^{\beta} \end{aligned} \tag{1.39}$$

donde en la última igualdad hemos usado la invariancia del intervalo. Luego,

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu}\,L^{\mu}_{\alpha}\,L^{\nu}_{\beta}. \tag{1.40}$$

El elemento neutro del grupo de Lorentz es δ^{μ}_{ν}:

$$\delta^{\mu}_{\nu} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} = \eta^{\mu\alpha}\eta_{\alpha\nu}. \tag{1.41}$$

El elemento inverso es la inversa de la matriz L^{μ}_{ν}. Esta siempre tiene inversa, ya que

$$\det\left(L^{\mu}_{\alpha}\,L^{\nu}_{\beta}\,\eta_{\mu\nu}\right) = \det\left(\eta_{\alpha\beta}\right) \Longrightarrow \left(\det L^{\mu}_{\nu}\right)^2 = 1 \Longrightarrow \det L^{\mu}_{\nu} = \pm 1.$$

O sea que L^{μ}_{ν} es no singular y por lo tanto invertible. Se puede demostrar, derivando $L^{\mu}_{\alpha}\,L^{\nu}_{\beta}\,\eta_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta}$ respecto de x^{ϵ}, que las transformaciones son *únicas* (ver por ejemplo Weinberg 1972).

Usando las propiedades del grupo de Lorentz, el producto escalar entre dos vectores U y V,

$$U_{\alpha}V^{\alpha} = U_0V^0 + U_1V^1 + U_2V^2 + U_3V^3, \tag{1.42}$$

resulta un invariante:

$$U'_{\alpha}V'^{\alpha} = L^{\beta}_{\alpha}U_{\beta}L^{\alpha}_{\mu}V^{\mu} = L^{\beta}_{\alpha}L^{\alpha}_{\mu}U_{\beta}V^{\mu} = \delta^{\beta}_{\mu}U_{\beta}V^{\mu} = U_{\mu}V^{\mu}. \tag{1.43}$$

Notar que

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu} L^{\mu}_{\alpha} L^{\nu}_{\beta}, \tag{1.44}$$

con lo cual resulta que la componente

$$\begin{aligned} \eta_{00} = 1 &= \eta_{\mu\nu} L^{\mu}_{0} L^{\nu}_{0} \\ &= \eta_{00}(L^0_0)^2 + \eta_{11}(L^1_0)^2 + \eta_{22}(L^2_0)^2 + \eta_{33}(L^3_0)^2 \\ &= (L^0_0)^2 - (L^1_0)^2 - (L^2_0)^2 - (L^3_0)^2. \end{aligned} \tag{1.45}$$

Por lo tanto

$$(L^0_0)^2 - [(L^1_0)^2 + (L^2_0)^2 + (L^3_0)^2] = 1 \tag{1.46}$$

y

$$(L^0_0)^2 = 1 + [(L^1_0)^2 + (L^2_0)^2 + (L^3_0)^2] \geq 1 \Longrightarrow L^0_0 \geq 1 \ \vee \ L^0_0 \leq -1. \tag{1.47}$$

Esto significa que existe un conjunto de transformaciones de Lorentz prohibidas. Hay 4 casos posibles:

1. $\det(L) = 1 \ \wedge \ L^0_0 \geq 1 \ \longrightarrow$ grupo propio de Lorentz,

2. $\det(L) = 1 \ \wedge \ L^0_0 \leq -1 \ \longrightarrow$ inversiones espacio-temporales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.48}$$

3. $\det(L) = -1 \ \wedge \ L_0^0 \geq 1 \ \longrightarrow$ inversiones espaciales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.49}$$

4. $\det(L) = -1 \ \wedge \ L_0^0 \leq -1 \ \longrightarrow$ inversiones temporales

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.50}$$

Los casos 2, 3 y 4 no son grupos porque no contienen la identidad.

El grupo de Lorentz es un subgrupo propio del más general *grupo de Poincaré*. Este consiste en las transformaciones lineales *inhomogéneas* que dejan la métrica $\eta_{\mu\nu}$ invariante. Se trata de transformaciones de Lorentz más una traslación arbitraria en el espacio-tiempo:

$$P = \left\{ x^\mu \longrightarrow x'^\mu = L^\mu_\nu x^\nu + t^\mu \right\}. \tag{1.51}$$

Consideremos, como ejemplo, el caso simple de una transformación con $t^\mu = 0$ que consista en un cambio entre sistemas que se mueven sobre el eje

x con velocidad v (usualmente llamado *boost*):

$$\mathbf{L}^{\mu}_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\,\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\,\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1.52}$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\,\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\,\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{1.53}$$

donde $\beta = v/c$ y $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. De la ecuación matricial (1.53) se deducen la fórmulas usuales para las transformaciones de Lorentz para un *boost* sobre el eje x:

$$\begin{aligned} t' &= \gamma\,(t - vx/c^2) \\ x' &= \gamma\,(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z. \end{aligned} \tag{1.54}$$

1.4. Mecánica relativista

Consideremos una partícula moviéndose en el espacio-tiempo. Su trayectoria es

$$x^{\mu} = x^{\mu}(\tau), \tag{1.55}$$

siendo τ el tiempo propio. Recordemos que la acción de una partícula es

$$S = \int_1^2 \mathcal{L}\,\mathrm{d}t \tag{1.56}$$

donde $\mathcal{L} = T - U$ es el Lagrangiano de la partícula, siendo T y U la energía cinética y potencial, respectivamente, y los límites 1 y 2 representan los puntos inicial y final de la trayectoria. El Lagrangiano tiene unidades de energía y la acción de energía por tiempo. Su interpretación es que es una medida de la cantidad de cambios que ocurren al sistema correspondiente al Lagrangiano $\mathcal{L}$ en un determinado lapso. Sobre trayectorias reales se cumple $\delta S = 0$. Esto refleja un principio general de la naturaleza: el Principio de Mínima Acción. La evolución dinámica de un sistema físico, al ir de un estado a otro, ocurre de tal forma que el número de cambios requeridos es el mínimo posible.

Como la partícula de nuestro ejemplo se mueve libremente, lo hace sobre una geodésica y su acción es:

$$S = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} \mathrm{d}s \tag{1.57}$$

donde α es constante y $\mathrm{d}s^2 = \eta_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu = c^2\mathrm{d}t^2/\gamma^2$. De esta manera,

$$S = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} c\sqrt{1-\beta^2}\,\mathrm{d}t = -\alpha \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{c^2 - v^2}\,\mathrm{d}t. \tag{1.58}$$

Luego, el Lagrangiano es $\mathcal{L} = -\alpha\,\sqrt{c^2 - v^2}$. Para $v \to 0$,

$$\mathcal{L} \approx -\alpha\, c\, + \frac{1}{2}\,\frac{\alpha}{c}\,v^2 + \ldots. \tag{1.59}$$

Comparando con la expresión newtoniana,[2] $\mathcal{L} = (1/2)mv^2$, obtenemos que $\alpha = mc$ y por lo tanto

$$\mathcal{L} = -m\,c\,\sqrt{c^2 - v^2}. \tag{1.60}$$

[2]Es frecuente que a m se la denote m_0 y se la denomine *masa en reposo*. No obstante, esto es un error conceptual ya que la masa m de una partícula es un invariante. Por este motivo, al producto γm no le asignaremos ni un nombre ni una interpretación particular (como lo es *masa dinámica*, por ejemplo).

Definimos el cuadrivector velocidad como:

$$v^\mu \equiv \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}t/\gamma} = (\gamma c, \gamma\vec{v}) = \dot{x}^\mu, \tag{1.61}$$

y la cuadri-aceleración como:

$$a^\mu \equiv \frac{\mathrm{d}^2x^\mu}{\mathrm{d}\tau^2} = \ddot{x}^\mu. \tag{1.62}$$

El cuadri-impulso es:

$$p_\mu = -\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}^\mu}, \tag{1.63}$$

con lo cual

$$\vec{P} = \frac{mc}{\sqrt{c^2 - v^2}}\vec{v} = \gamma m\vec{v} \tag{1.64}$$

$$p_0 = \gamma mc. \tag{1.65}$$

Usando el Hamiltoniano $\mathcal{H}$ definimos la energía como

$$E = \mathcal{H} = \vec{P}\cdot\vec{v} - \mathcal{L} = \gamma\, m\, c^2. \tag{1.66}$$

Luego,

$$P^\mu \equiv (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{E}{c}, \vec{P}\right) \tag{1.67}$$

y la forma contravariante es

$$P^\mu = \eta^{\mu\nu}\, P_\nu = m\, v^\mu. \tag{1.68}$$

Notar que la norma de P^μ está dada por

$$P^\mu P_\mu = m\,\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\, m\,\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau} = m^2\,\frac{\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau^2} = m^2\frac{\mathrm{d}s^2}{\mathrm{d}\tau^2} = (mc)^2 \tag{1.69}$$

donde hemos usado que $\eta_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\nu = \mathrm{d}x_\mu$. Luego, $E^2/c^2 - p^2 = m^2\,c^2$ y

$$E^2 = m^2c^4 + c^2p^2, \tag{1.70}$$

que es la expresión para la energía de una partícula libre y tiene un término de energía en reposo y otro dinámico.

Hallemos ahora la ecuación de movimiento. Para ello variamos la acción

$$S = -m\,c^2 \int_{t_a}^{t_b} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,dt = -m\,c^2 \int_a^b \mathrm{d}\tau \tag{1.71}$$

de la siguiente manera:

$$\delta S = -mc^2 \int_a^b \delta\mathrm{d}\tau. \tag{1.72}$$

Utilizando que

$$\delta(\mathrm{d}s^2) = \delta(c^2\,\mathrm{d}\tau^2) \tag{1.73}$$

$$2\eta_{\alpha\beta}\,\mathrm{d}x^\alpha\,\delta\mathrm{d}x^\beta = c^2 2\mathrm{d}\tau\delta\mathrm{d}\tau \tag{1.74}$$

se obtiene entonces

$$\begin{aligned}\delta\mathrm{d}\tau &= \frac{1}{c^2}\eta_{\alpha\beta}\frac{\mathrm{d}x^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\delta\mathrm{d}x^\beta = \frac{1}{c^2}\eta_{\alpha\beta}v^\alpha\mathrm{d}\delta x^\beta \\ &= \frac{1}{c^2}\eta_{\alpha\beta}\mathrm{d}(v^\alpha\delta x^\beta) - \frac{1}{c^2}\eta_{\alpha\beta}\delta x^\beta\mathrm{d}v^\alpha \\ &= \frac{1}{c^2}\mathrm{d}(v^\alpha\delta x_\alpha) - \frac{1}{c^2}\eta_{\alpha\beta}\delta x^\beta\frac{\mathrm{d}v^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{1.75}$$

y por lo tanto

$$\delta S = -m\,v^\alpha\delta x_\alpha\Big|_a^b + m\int_a^b \delta x_\alpha\frac{\mathrm{d}v^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau. \tag{1.76}$$

En los límites $(\delta x^\alpha)_a = (\delta x^\mu)_b = 0$ la trayectoria real satisface $\delta S = 0$,

entonces:

$$0 = m\,\delta x_\alpha \frac{\mathrm{d}v^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\,\mathrm{d}\tau. \tag{1.77}$$

Como la variación δx es arbitraria:

$$\frac{\mathrm{d}v^\alpha}{\mathrm{d}\tau} = 0. \tag{1.78}$$

Esta es la ecuación del movimiento de una partícula libre. Podemos escribir:

$$\frac{\mathrm{d}P^\mu}{\mathrm{d}\tau} = 0. \tag{1.79}$$

En caso de que haya una fuerza externa f^μ:

$$f^\mu = \frac{\mathrm{d}P^\mu}{\mathrm{d}\tau}. \tag{1.80}$$

Cuando no hay fuerza, $P^\mu = l^\mu$ con l^μ un cuadrivector constante. Esto expresa la conservación del momento lineal.

Podemos resumir los principales resultados obtenidos para la dinámica relativista de la siguiente forma:

$$E = \gamma m c^2 \tag{1.81}$$

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \tag{1.82}$$

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, \gamma m \vec{v}\right) \tag{1.83}$$

$$f^\mu = \frac{\mathrm{d}P^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \gamma \left(\frac{1}{c}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right). \tag{1.84}$$

Notar que cuando $\beta \longrightarrow 0, E \longrightarrow mc^2$.

De las transfomaciones de Lorentz podemos obtener reglas de transformación para velocidades, aceleración, fuerza y energía, en condiciones arbitrarias, siempre que el espacio-tiempo tenga métrica Minkowskiana. Sin embargo, la geometría del espacio-tiempo real no parece ser plana, sino pseudo-

Riemanniana (esto es, solo el espacio tangente en cada punto es Minkowskiano y la curvatura global es no nula, dependiendo esta del contenido de energía e impulso de la materia).

1.5. Elementos de relatividad general

La distribución de materia existente en el Universo determina la geometría del mismo, a través del campo tensorial métrico $g_{\mu\nu}(x)$. El potencial gravitacional se representa a través de $g_{\mu\nu}(x)$, que se obtiene resolviendo las ecuaciones de Einstein-Maxwell:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} \left(T^{\text{mat}}_{\mu\nu} + T^{\text{EM}}_{\mu\nu} \right), \tag{1.85}$$

donde Λ es la constante cosmológica, $R_{\mu\nu} = g^{\lambda\sigma} R_{\lambda\sigma\mu\nu}$ y $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ son el tensor y el escalar de Ricci, respectivamente, y $R_{\lambda\sigma\mu\nu}$ es el tensor de Riemann (o de curvatura). Este tensor de curvatura se anula si el espacio-tiempo es plano.

Las fuentes de la curvatura del espacio-tiempo son la materia y los campos electromagnéticos que esta produce si está cargada. Así, las fuentes de las ecuaciones (1.85) son el tensor de energía-impulso de la materia, que en el caso de un fluido ideal tiene la forma:

$$T^{\text{mat}}_{\mu\nu} = (\rho + p)\, u_\mu u_\nu + p\, g_{\mu\nu}, \tag{1.86}$$

donde ρ, p y u_μ son la densidad, la presión y la cuadri-velocidad, respectivamente, y el tensor de los campos electromagnéticos,

$$T^{\text{EM}}_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(F_{\mu\alpha} F^{\alpha}_{\nu} - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \right). \tag{1.87}$$

En la ecuación anterior, $F_{\mu\nu} = A_{\mu;\nu} - A_{\nu;\mu}$ donde A_μ es el cuadri-potencial.

Si llamamos $T_{\mu\nu} = T^{\text{mat}}_{\mu\nu} + T^{\text{EM}}_{\mu\nu}$, las ecuaciones de consevación de la energía y del momento angular pueden derivarse de la relación[3]

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0. \tag{1.88}$$

Si se conoce la distribución de la energía y el impulso de la materia que forma en Universo entonces es posible determinar $g_{\mu\nu}$ y por tanto medir distancias a través de la relación (1.15).

1.5.1. Agujeros negros

Las soluciones de las ecuaciones de Einstein-Maxwell para diferentes distribuciones de materia y de cargas eléctricas corresponden a espacio-tiempos con diferentes propiedades. Debido a la complejidad de las ecuaciones (1.85), las soluciones halladas analíticamente corresponden a distribuciones de masa localizadas en una región muy pequeña del espacio-tiempo y todo el resto se considera vacío. Cuando la densidad de materia es muy alta, se forma un *agujero negro*. Los agujeros negros son regiones del espacio-tiempo limitadas por un horizonte de eventos, tal que las cosas que crucen el horizonte hacia el agujero negro no podrán volver a cruzarlo en el sentido opuesto (ver Fig. 1.3). Ni siquiera la luz puede salir de un agujero negro, de ahí su nombre. Las principales soluciones analíticas conocidas de las ecuaciones (1.85) que describen agujeros negros son (ver Romero & Vila 2014):

- Métrica de Schwarzschild: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M que no rota y con carga neta nula. Viene dada en

[3]Notar que las ecuaciones de Einstein-Maxwell implican las ecuaciones de movimiento de los sistemas materiales.

coordenadas esféricas (de Boyer-Lindquist) por:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \tag{1.89}$$

- Métrica de Kerr: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M en rotación y con carga neta nula.

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{tt}dt^2 + 2g_{t\phi}dtd\phi - g_{\phi\phi}d\phi^2 - \Sigma\Delta^{-1}dr^2 - \Sigma d\theta^2 && (1.90)\\ g_{tt} &= (c^2 - 2GMr\Sigma^{-1}) && (1.91)\\ g_{t\phi} &= 2GMac^{-2}\Sigma^{-1}r\sin^2\theta && (1.92)\\ g_{\phi\phi} &= [(r^2 + a^2c^{-2})^2 - a^2c^{-2}\Delta\sin^2\theta]\Sigma^{-1}\sin^2\theta && (1.93)\\ \Sigma &\equiv r^2 + a^2c^{-2}\cos^2\theta && (1.94)\\ \Delta &\equiv r^2 - 2GMc^{-2}r + a^2c^{-2}. && (1.95) \end{aligned}$$

- Métrica de Reissner-Nordström: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M cargada pero con momento angular nulo.

$$ds^2 = \Delta c^2 dt^2 - \Delta^{-1}dr^2 - r^2 d\Omega^2 \ , \tag{1.96}$$

donde

$$\Delta = 1 - \frac{2GM/c^2}{r} + \frac{q^2}{r^2}. \tag{1.97}$$

En esta expresión, M es la masa y

$$q = \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4} \tag{1.98}$$

se relaciona con la carga eléctrica Q.

- Métrica de Kerr-Newman: corresponde a un espacio tiempo determinado por una masa M en rotación y cargada. Es la solución más general.

todas las demás se pueden derivar de ella.

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\phi}dtd\phi - g_{\phi\phi}d\phi^2 - \Sigma\Delta^{-1}dr^2 - \Sigma d\theta^2 \tag{1.99}$$

$$g_{tt} = c^2\left[1 - (2GMrc^{-2} - q^2)\Sigma^{-1}\right] \tag{1.100}$$

$$g_{t\phi} = a\sin^2\theta\Sigma^{-1}\left(2GMrc^{-2} - q^2\right) \tag{1.101}$$

$$g_{\phi\phi} = [(r^2 + a^2c^{-2})^2 - a^2c^{-2}\Delta\sin^2\theta]\Sigma^{-1}\sin^2\theta \tag{1.102}$$

$$\Sigma \equiv r^2 + a^2c^{-2}\cos^2\theta \tag{1.103}$$

$$\begin{aligned}\Delta &\equiv r^2 - 2GMc^{-2}r + a^2c^{-2} + q^2 \\ &\equiv (r - r_{\rm h}^{\rm out})(r - r_{\rm h}^{\rm inn}),\end{aligned} \tag{1.104}$$

Sólo la solución de Kerr se piensa corresponde a agujeros negros que existen en la naturaleza. En el libro de Romero & Vila (2014) se exploran muchas de las consecuencias astrofísicas de estos objetos. Las más importantes se originan por el efecto de "arrastre de los sistemas inerciales", también llamado "gravitomagnetismo", que se origina en la rotación de los agujeros. Existe una región alrededor de los mismos donde ningún sistema físico puede permanecer en reposo. En un punto $r_{\ rme}$ resulta imposible contrarrestar la fuerza rotacional resultante del movimiento del agujero negro.

La superficie determinada por $r_{\ rme}$ es llamada el *límite estático* del agujero: a partir de allí, no es posible evitar rotar junto al agujero. El propio espacio está rotando en esa región de tal manera que no es posible hacer nada para no co-rotar con él. Aún es posible escapar del agujero negro desde esa región, ya que el horizonte de eventos externo no se ha cruzado, pero la rotación se vuelve ineludible. La región entre el límite estático y el horizonte de eventos se llama la *ergosfera*. La ergosfera no es esférica sino que su forma cambia con la latitud θ. Se puede determinar mediante la condición $g_{tt} = 0$. Consideremos una partícula estacionaria, mbox$r$ = constante,

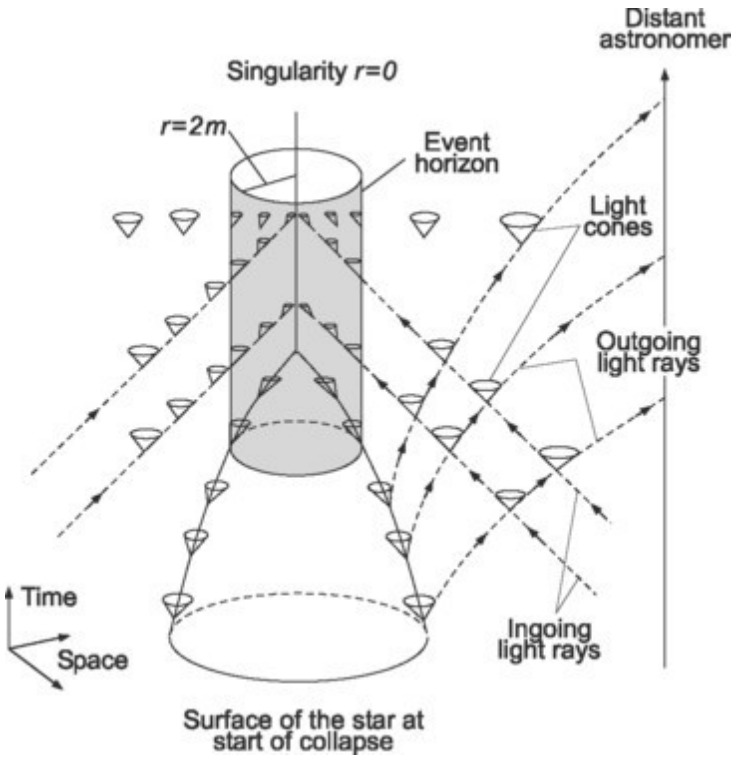

Figura 1.3: Diagrama del espacio-tiempo de Schwarzschild mostrando la formación de un agujero negro por colapso gravitacional. En unidades naturales ($c = 1$), $r = 2M$ corresponde al horizonte de eventos y la región comprendida entre $r = 0$ y $r = 2M$ es el agujero negro. En la figura se muestra cómo los conos de luz se inclinan hacia $r = 0$ a medida que se acercan al horizonte, y una vez dentro de él, el futuro de todos los posibles eventos es la singularidad ($r = 0$).

mboxθ = constante y mbox ϕ = constante. Luego:

$$c^2 = g_{tt}\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 . \tag{1.105}$$

Cuando $g_{tt} \leq 0$ esta condición no se puede cumplir y, por lo tanto, una partícula masiva no puede estar estacionaria dentro de la superficie definida por $g_{tt} = 0$. Para los fotones, dado que $ds = cd\tau = 0$, la condición se cumple en la superficie. Resolviendo $g_{tt} = 0$ obtenemos la forma de la ergosfera:

$$r_{\rm e} = \frac{GM}{c^2} + \frac{1}{c^2}\left(G^2M^2 - a^2c^2\cos^2\theta\right)^{1/2} . \tag{1.106}$$

El límite estático se encuentra fuera del horizonte excepto en los polos donde ambas superficies coinciden. El fenómeno de arrastre es común a todas las métricas simétricas axialmente con $d_{t\phi} \neq 0$. En la Fig. 1.4 se muestra un esquema de la estructura de un agujero negro de Kerr.

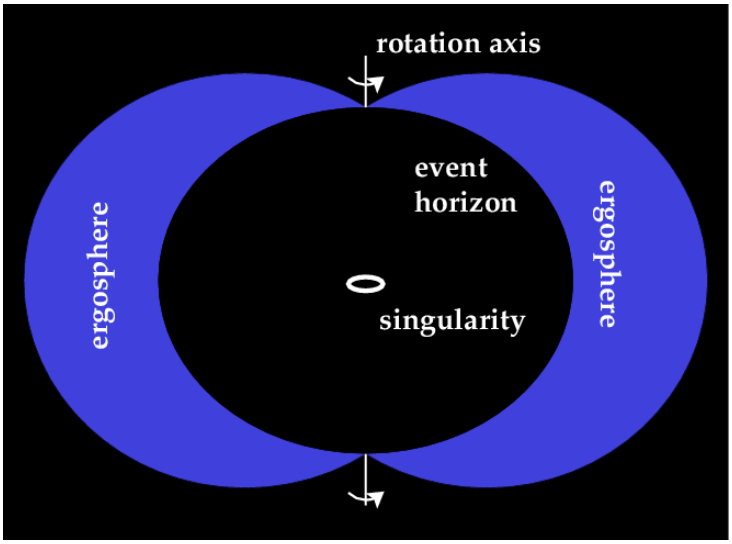

Figura 1.4: Ilustración de un agujero negro de Kerr. La ergosfera es la región sobreada en azul, fuera del horizonte de eventos externo.

Capítulo 2

Partículas elementales

Hemos construido un modelo de espacio-tiempo a partir de conceptos generales como los de *cosa*, *propiedad* y *cambio*. Si las cosas se asocian para formar cosas nuevas, es razonable preguntar si existen *cosas básicas* a partir de las cuales todas las demás pueden ser construídas. El concepto de cosa básica fue introducido por Leucipo y Demócrito (ambos de Abdera) hacia el año 460 AC. La idea de que hay elementos constitutivos básicos en la naturaleza ha perdurado hasta la actualidad siendo, quizás, la más fecunda y duradera de la historia del pensamiento humano.

Nuestras ideas actuales acerca de los elementos básicos que forman todas las cosas que hay en el Universo están expresadas en el llamado *Modelo Estándar* de las partículas elementales, desarrollado en la década de 1960 por Sheldon Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg.[1]

Según el Modelo Estándar hay 12 tipos diferentes de partículas que forman todas las cosas. Estas partículas se dividen en dos grupos: *quarks* y *leptones*. Hay 6 quarks y 6 leptones. Existen además cuatro *bosones de gauge*, que son las partículas mediadoras de las interacciones electromagnética,

[1]Para más detalles sobre los temas de este capítulo, consultar los libros de Halzen & Martin (1984) y Griffiths (2008).

débil y fuerte[2]. La última partícula que compone el modelo es el bosón de Higgs. En la Fig. 2.1 se resumen algunas propiedades de ellas.

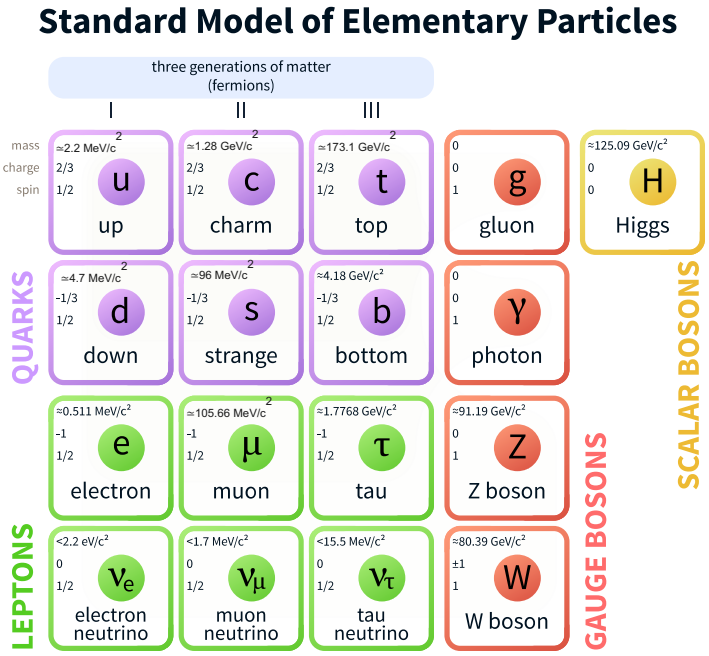

Figura 2.1: Las partículas que componen el modelo estándar: tres generaciones de fermiones (seis quarks y seis leptones), los cuatro bosones de gauge y el bosón de Higgs. Los valores de las masas datan de 2008; ver texto para los valores actualmente aceptados. Fuente: MissMJ (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg), "Standard Model of Elementary Particles", https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/legalcode.

Los 6 tipos (usualmente llamados *sabores*) de quarks se denominan, en orden de masa creciente, *up* (u), *down* (d), *strange* (s), *charm* (c), *bottom* ó *beauty* (b) y *top* ó *truth* (t). Los 6 tipos de leptones son el *electrón* (e^-), el *neutrino electrónico* (ν_e), el *muón* (μ^-), el *neutrino muónico* (ν_μ), el *tau* (τ^-) y el *neutrino tau* (ν_τ).

[2]En realidad, hay 8 tipos diferentes de gluones y el bosón W al ser una partícula cargada admite su antipartícula, por lo que sería más correcto decir que hay 12 bosones asociados a las interacciones fundamentales. No necesitamos entrar en estos detalles aquí.

Las partículas elementales tienen, a la vez, propiedades elementales[3]. Estas propiedades consisten en la capacidad de cambiar el estado de otras partículas a través de *fuerzas o interacciones elementales*. Existen cuatro interacciones elementales:

- gravedad,
- electromagnetismo,
- fuerza fuerte,
- fuerza débil.

Todas estas interacciones actúan a distancia pero con diferente rango o alcance. La gravedad tiene rango infinito pero es muy débil. Actúa sobre *todas* las partículas y es una fuerza atractiva. Es la interacción que determina la estructura a gran escala del Universo.

El electromagnetismo también tiene rango infinito, pero es una interacción mucho más fuerte. Actúa sobre aquellas partículas que tienen *carga eléctrica*. Hay dos tipos de carga eléctrica: positiva y negativa. El número total de cargas positivas es igual al número total de cargas negativas, por lo que sobre distancias grandes la fuerza electromagnética se anula. El electromagnetismo es la interacción dominante a escala humana, pero no tiene influencia sobre la estructura a gran escala del Universo.

La interacción fuerte es de corto alcance ($\sim 10^{-15}$ m $\equiv$ 1 fermi). Solo actúa sobre aquellas partículas que tienen carga fuerte, llamada usualmente *color*. Los quarks tienen color, pero no así los leptones. La interacción fuerte cohesiona a los quarks para formar partículas más complejas llamadas *hadrones*.

[3]Las partículas pueden considerarse estados excitados de campos cuánticos, que vendrían a ser el verdadero sustrato ontológico básico. Para una introducción accesible a la teoría de campos cuánticos el lector puede consultar Schwartz (2013).

La interacción débil es de rango aún más corto que la fuerte ($\sim 10^{-18}$ m) y actúa tanto sobre los quarks como sobre los leptones (además de la gravedad es la única fuerza que actúa sobre los neutrinos), aunque con ciertas restricciones. Los quarks pueden cambiar su sabor únicamente por acción de la interacción débil. La propiedad cuántica de las partículas que determina su acoplamiento con la interacción débil es el *isospin débil*; es el análogo a la carga eléctrica y al color para las interacciones electromagnética y fuerte, respectivamente.

Respecto a la intensidad relativa de las distintas interacciones, podemos establecer el siguiente cuadro comparativo, donde hemos considerado los efectos sobre dos protones en contacto:

Fuerza fuerte	1
Fuerza electromagnética	10^{-2}
Fuerza débil	10^{-7}
Fuerza gravitacional	10^{-39}

Es importante enfatizar entonces que:

1. la gravitación es la única interacción que actúa sobre absolutamente todas las partículas;

2. la interacción fuerte actúa sobre los quarks, no sobre los leptones;

3. como la interacción fuerte no actúa sobre los leptones, éstos no forman partículas estables más complejas.

Las leptones y quarks pueden dividirse, además, en tres *generaciones*, como se muestra en la Fig. 2.1. Cada generación agrupa dos leptones (uno de carga -1 y un neutrino) y dos quarks (uno de carga $2/3$ y otro $-1/3$). Respecto a la masa, cada partícula en una dada generación tiene una masa mayor que la de la partícula correspondiente de la generación anterior.[4] Debido a esta diferencia en las masas, las partículas de las generaciones II y

[4] Aunque la masa de los neutrinos aún no se conoce con precisión.

III decaen en las de la generación I, que son estables y componen la materia ordinaria.

El modo de acción de la interacción débil depende de la generación a la que pertenezcan las partículas. Como se esquematiza en la Fig. 2.2, solo actúa entre leptones que pertenezca a la misma generación. Respecto de los quarks, es la única interacción que puede cambiar su sabor. Las transiciones más probables son aquellas entre quarks de la misma generación. Las transiciones entre generaciones están permitidas pero son improbables (están *suprimidas*).

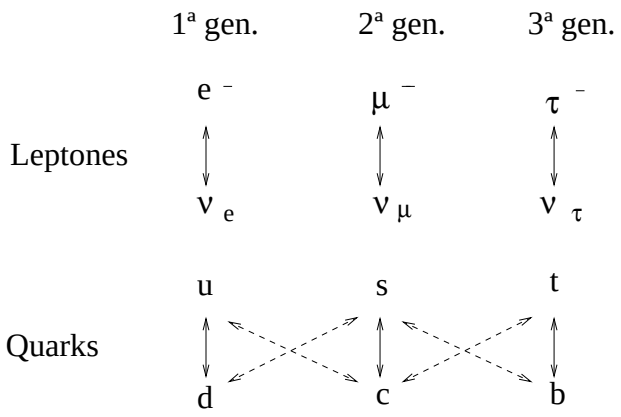

Figura 2.2: Acción de la fuerza débil. En el caso de los quarks, las líneas sólidas representan transiciones más probables y las líneas punteadas transiciones menos probables (suprimidas).

2.1. Leptones

Los leptones son las partículas elementales que no se acoplan a la interacción fuerte. Hay seis leptones, que pueden clasificarse de acuerdo con sus propiedades: la carga eléctrica Q y el número leptónico L; ver Tabla 2.1. El electrón, el muón y el tau tienen carga eléctrica $Q = -1$ y los neutrinos carga $Q = 0$. La masa de los neutrinos es muy pequeña comparada con la de los

otros leptones, pero no nula. El número leptónico es una propiedad intrínseca de los leptones. Hay tres tipos de número leptónico, L_e, L_μ y L_τ; cada tipo es característico de una generación. Toda interacción que involucre leptones debe conservar tanto la carga eléctrica como el número leptónico.

Generación	leptón	Q	L_e	L_μ	L_τ	mc^2
I	e	-1	1	0	0	0.511 MeV
	ν_e	0	1	0	0	< 2 eV
II	μ	-1	0	1	0	105.66 MeV
	ν_μ	0	0	1	0	< 0.19 MeV
III	τ	-1	0	0	1	1776.86 MeV
	ν_τ	0	0	0	1	< 18.2 MeV

Tabla 2.1: Propiedades de los leptones. Los valores de las masas son los informados por *Particle Data Group* en Tanabashi et al. (2018), disponible online en pdg.lbl.gov.

2.1.1. Antipartículas

La teoría especial de la relatividad implica que por cada leptón ℓ con número leptónico $L_\ell = 1$ y carga eléctrica $Q_\ell = -1$ debe existir un antileptón $\bar{\ell}$ con número leptónico $L_{\bar{\ell}} = -1$ y carga eléctrica $Q_{\bar{\ell}} = +1$. Si el leptón es neutro el antileptón solo difiere en el número leptónico. Partículas y antipartículas pueden crearse y aniquilarse conservando el cuadri-impulso, la carga eléctrica y el número leptónico.

El concepto de antipartícula surge naturalmente en relatividad especial a partir de la relación entre energía y momento para una partícula libre:

$$E = \pm(m^2c^4 + c^2p^2)^{1/2}, \tag{2.1}$$

donde m es la masa en reposo y $p = |\vec{p}|$ es el módulo del vector momento.

En 1927 Dirac formuló una ecuación de onda relativista para describir la propagación de electrones libres cuya solución incluía estos estados de energía negativa. Dirac sugirió que los niveles de energía negativos no están vacíos, sino que están poblados por un "mar" de electrones y por ello los electrones con $E > 0$ no pueden ocuparlos. Cuando en una interacción un electrón del *mar de Dirac* recibe energía puede pasar a un nivel de energía positiva libre. El espacio vacío que deja en el mar de Dirac se manifiesta como un *positrón*, que es la antipartícula del electrón. Las Figuras 2.3 y 2.4 muestran una representación esquemática de esta situación.

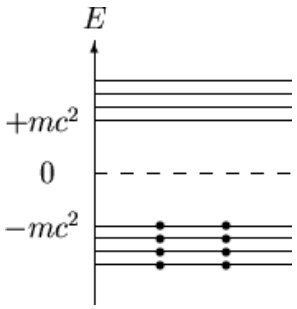

Figura 2.3: Electrones ocupando el llamado "mar de Dirac", estados con energía negativa.

Posteriormente Stückelberg en 1941 y Feynman en 1948 formularon la interpretación moderna de las soluciones de la ecuación de Dirac. Mientras que las soluciones con energía positiva representan estados de las *partículas* (por ejemplo electrones), las soluciones con energía negativa representan estados de energía positiva de las correspondientes *antipartículas* (por ejemplo positrones). Estas se representan como partículas que se mueven hacia atrás en el tiempo (para detalles ver Weinberg 1995).

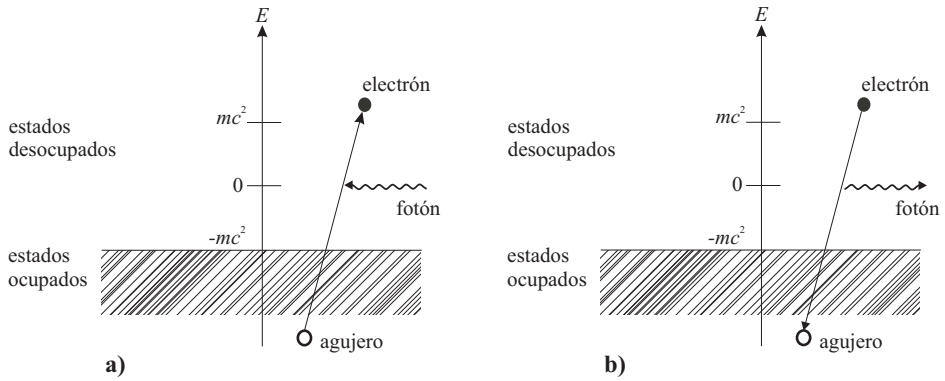

Figura 2.4: a) Si un electrón que ocupa un estado de energía negativa recibe suficiente energía puede pasar a ocupar un estado con energía positiva. El "agujero" que queda en el mar de Dirac se manifiesta como un positrón. b) Un electrón con energía positiva emite un fotón y pasa a formar parte del mar de Dirac llenando un agujero.

2.2. Hadrones

Los quarks se combinan para formar partículas no elementales llamadas *hadrones*. Tres quarks forman un *barión*, tres antiquarks forman un *antibarión* y un quark y un antiquark forman un *mesón*.

$$\text{Hadrones} \begin{cases} \text{Bariones} & (qqq) \\ \text{Antibariones} & (\bar{q}\bar{q}\bar{q}) \\ \text{Mesones} & (q\bar{q}) \end{cases}$$

El protón y el neutrón, llamados en conjunto *nucleones* por componer el núcleo atómico, son ejemplos de bariones. El protón está formado por dos quarks u y un quark d y el neutrón por dos quarks d y un quark u:

$$\begin{aligned} \text{Protón} \quad & p \equiv uud \\ \text{Neutrón} \quad & n \equiv udd \end{aligned} \tag{2.2}$$

El protón es el barión más ligero y es estable. Todos los demás bariones son inestables y decaen.

Como el protón tiene carga eléctrica $Q_p = +1$ y el neutrón $Q_n = 0$, de lo anterior se deduce que los quarks tienen carga eléctrica fraccionaria (respecto de la del electrón). En particular

$$Q_u = +\frac{2}{3} \qquad Q_d = -\frac{1}{3}. \tag{2.3}$$

La fuerza débil no puede cambiar un quark en un leptón. De aquí que los quarks tengan su propio número llamado *número bariónico*. Vale 1/3 para los quarks y 0 para los leptones. El número bariónico se conserva en todas las interacciones. Los antiquarks tienen carga y número bariónico opuesto a los quarks.

En la Tabla 2.2 se detallan los valores de carga eléctrica y masa para todos los quarks de las tres generaciones.

Generación	quark	Q	mc^2
I	u	2/3	$2.2^{+0.5}_{-0.4}$ MeV
	d	-1/3	$4.7^{+0.5}_{-0.3}$ MeV
II	s	-1/3	95^{+9}_{-3} MeV
	c	2/3	$1.275^{+0.025}_{-0.035}$ GeV
III	b	-1/3	$4.18^{+0.04}_{-0.03}$ GeV
	t	2/3	173.0 ± 0.4 GeV

Tabla 2.2: Propiedades de los quarks. Los valores de las masas son los informados por *Particle Data Group* en Tanabashi et al. (2018), disponible online en pdg.lbl.gov.

Combinando los tres quarks más ligeros se pueden formar distintos bariones. El llamado *octeto bariónico* está formado por las siguientes partículas

(se indican la extrañeza[5] y entre paréntesis las masas en GeV):

$$\begin{array}{c} \textbf{Nucleones} \quad p \equiv uud \quad n \equiv udd \quad \mathbf{S = 0} \\ (0.938) \quad (0.940) \end{array} \tag{2.4}$$

$$\begin{array}{c} \textbf{Sigma} \quad \Sigma^+ \equiv uus \quad \Sigma^0, \Lambda \equiv uds \quad \Sigma^- \equiv dds \quad \mathbf{S = -1} \\ (1.189) \qquad (1.192) \qquad (1.197) \end{array} \tag{2.5}$$

$$\begin{array}{c} \textbf{Xi} \quad \Xi^0 \equiv uss \quad \Xi^- \equiv dss \quad \mathbf{S = -2} \\ (1.314) \qquad (1.321) \end{array} \tag{2.6}$$

A cualquier hadrón que tenga extrañeza no nula se le llama *partícula extraña*. A los hadrones extraños que decaen que no contengas quarks c, t ni b se los suele llamar *hiperones*.

Los quarks dentro de los bariones tienen una variedad de niveles energéticos, por lo que los estados excitados dan lugar a partículas más masivas llamadas *resonancias*. Las más conocidas son las partículas Δ, de extrañeza $S = 0$:

$$\begin{array}{cccc} \Delta^- \equiv ddd & \Delta^0 \equiv udd & \Delta^+ \equiv uud & \Delta^{++} \equiv uuu \\ (1.23) \qquad & (1.23) \qquad & (1.23) \qquad & (1.23) \end{array} \tag{2.7}$$

Las partículas Σ^* son resonancias más masivas:

$$\begin{array}{ccc} \Sigma^{*+} \equiv uus & \Sigma^{*0} \equiv uds & \Sigma^{*-} \equiv dds \\ (1.383) \qquad & (1.384) \qquad & (1.387) \end{array} \tag{2.8}$$

Todas ellas son de extrañeza $S = -1$. Las resonancias con $S = -2$ son las partículas Ξ^*:

$$\begin{array}{cc} \Xi^{*0} \equiv uss & \Xi^{*-} \equiv dss \\ (1.531) \qquad & (1.535) \end{array} \tag{2.9}$$

Finalmente, es posible formar un barión solo con quarks extraños, la partícula

[5] El quark s tiene extrañeza $S = -1$. La extrañeza de un hadrón decrece en una unidad por cada quark s que contenga.

Ω^- de extrañeza $S = -3$:

$$\begin{matrix} \Omega^- \equiv sss \\ (1.67) \end{matrix} \tag{2.10}$$

Estas diez partículas forman el llamado *decuplete bariónico*.

Los *mesones* son hadrones formados por un quark y un antiquark, que no tienen por qué ser del mismo sabor. Los mesones que se pueden formar con los tres quarks más ligeros son:

$$\begin{matrix} \textbf{Pión} & \pi^- \equiv d\bar{u} & \pi^0 \equiv u\bar{u} & \pi^+ \equiv u\bar{d} & \mathbf{S = 0} \\ & (0.14) & (0.135) & (0.140) & \end{matrix} \tag{2.11}$$

$$\begin{matrix} \textbf{Eta} & \eta \equiv d\bar{d} & \eta' \equiv s\bar{s} & \mathbf{S = 0} \\ & (0.547) & (0.958) & \end{matrix} \tag{2.12}$$

$$\begin{matrix} \textbf{Kaón} & K^0 \equiv d\bar{s} & K^+ \equiv u\bar{s} & \mathbf{S = 1} \\ & (0.498) & (0.494) & \\ & & & \\ & K^- \equiv s\bar{u} & \bar{K}^0 \equiv s\bar{d} & \mathbf{S = -1} \\ & (0.494) & (0.498) & \end{matrix} \tag{2.13}$$

Este es el llamado *noneto mesónico*.

2.3. Partículas de interacción

Las diferentes cargas (carga eléctrica, sabor, color) corresponden a excitaciones de campos que existen en el espacio-tiempo. Las perturbaciones de estos campos son discretas y forman las partículas llamadas *bosones de gauge*. Estas partículas son las mediadoras de las interacciones fundamentales. Sus propiedades se resumen en la Tabla 2.3.

El cuanto de interacción del campo electromagnético es el *fotón*. El fotón,

a diferencia de las partículas cargadas que producen el campo, no tiene carga eléctrica. La masa del fotón es cero.

El cuanto de interacción del campo fuerte es el *gluón*. El gluón tiene masa nula pero es portador de color, por lo que experimenta la fuerza fuerte.

Las perturbaciones del campo débil son los *bosones cargados* W^+ y W^-; estos tienen carga eléctrica $Q = \pm 1$. Además hay un *bosón neutro*, el Z^0, que se manifiesta en condiciones de unificación con el electromagnetismo. A diferencia del fotón y el gluón, los mediadores de la fuerza débil son muy masivos (casi 100 veces más masivos que el protón).

Finalmente, el hipotético cuanto de interacción del campo gravitatorio es el *gravitón*.[6] El gravitón, de existir, sería una partícula sin carga eléctrica ni masa y que sentiría los efectos del campo gravitatorio. La relatividad general, sin embargo, no describe a la gravitación como el resultado de un campo, sino como efecto de la curvatura del espacio-tiempo. De allí que la relatividad general no sea compatible con un bosón de gauge. El gravitón debería aparecer en una teoría que tenga como límite de bajas energías a la relatividad general, pero que sea en sí una teoría de campo y no del espacio-tiempo. No hay aún evidencia experimental a la fecha de la existencia ni del gravitón ni de la mencionada teoría.

Partícula	Q	mc^2 [GeV]
Fotón (γ)	0	0
Gluón (g)	0	0
$W^\pm$	± 1	80.379 ± 0.012
Z^0	0	91.1876 ± 0.0021

Tabla 2.3: Propiedades de los bosones de gauge. Los valores de las masas son los informados por *Particle Data Group* en Tanabashi et al. (2018), disponible online en `pdg.lbl.gov`.

[6] No existe aún una teoría cuántica aceptada de la gravitación. La descripción de esta interacción no forma parte del Modelo Estándar.

2.4. El bosón de Higgs

El bosón de Higgs es el cuanto del campo de Higgs. Este campo permea el espacio-tiempo, tiene un valor de vacío no nulo e interacciona con las partículas elementales "otorgándoles" masa a través de un mecanismo conocido como mecanismo de Higgs. Fue inicialmente introducido en el Modelo Estándar para explicar la masa no nula de los bosones $W^{\pm}$ y Z. Luego se demostró que también podía, aunque de manera algo distinta, dar cuenta de la masa de los quarks y leptones.

Es importante aclarar que la mayor parte del valor de la masa de las partículas no elementales (y de los cuerpos macróscopicos) no tiene su origen en la interacción con el campo de Higgs. Se debe en cambio a la energía cinética de las partículas elementales que las componen y a la energía de ligadura que las mantiene unidas. Por ejemplo, en el protón, la suma de las masas de los tres quarks (~ 9 MeV) da cuenta solo del $\sim 1\,\%$ de la masa del protón (938.3 MeV). El resto se debe a la energía cinética de los quarks y la energía de los gluones (energía del campo fuerte) que los mantiene confinados.

El bosón de Higgs es una partícula inestable de carga nula, spin cero y masa no nula, por lo que es su propia antipartícula. Como con el resto de las partículas que componen el Modelo Estándar, la masa del bosón de Higgs no es predicha por el modelo. Es un parámetro libre del mismo y debe medirse experimentalmente. El valor actualmente aceptado es es 125.18 ± 0.16 GeV (Tanabashi et al. 2018).

El bosón de Higgs puede producirse en un gran número de interacciones pero siempre con muy baja probabilidad. Tiene asimismo varios canales posibles de decaimiento. En marzo de 2013 científicos del Gran Colisionador de Hadrones (LHC, Large Hadron Collider) del Consejo Europeo de Investigación Nuclear (CERN), anunciaron la detección de una partícula consistente con el bosón de Higgs. Se concretó así la detección de la última de las partículas del Modelo Estándar.

2.5. Partículas más allá del Modelo Estándar

Hay varias razones para pensar que el Modelo Estándar es incompleto y existen partículas no previstas en el mismo. La principal de estas razones es que observaciones astronómicas revelan la existencia de *anomalías gravitacionales*: la medición de las curvas de rotación de las galaxias a través de las líneas del hidrógeno neutro revelan que las mismas no obedecen a la ley de gravitación Newtoniana (ni a la Einstein) a menos que exista *materia oscura*. Esta materia es materia que no emite gravitacionalmente ni sufre interacciones hadrónicas. No se trata de neutrinos, ya que la observaciones indican que si existe su ecuación de estado es no relativista. Se ha postulado, entonces, la existencia de partículas no incluidas en el Modelo Estándar que solo interactúan débilmente con el resto de la materia. Estas partículas suelen denominarse WIMPs (acronismo de *Weakly Interacting Massive Particles*). Si esas partículas existen, deberían ser mucho más numerosas que los bariones. Se estima que esta materia oscura constituiría el 26 % del universo, mientras que los bariones formarían apenas un 4 %, siendo el resto un campo oscuro de densidad de energía negativa. Alternativamente, se ha sugerido que la gravedad podría comportarse en forma diferente de lo postulado por Einstein y Newton. La situación aún no está clara.

2.6. Interacciones entre partículas

Las partículas elementales interactúan cuando se acercan lo suficiente como para que las fuerzas fundamentales puedan actuar modificando su estado. Las interacciones entre partículas involucran el intercambio entre ellas de bosones de gauge, que son los mensajeros o portadores de las fuerzas fundamentales.

Una interacción puede tener dos resultados:

1. La trayectoria de las partículas en el espacio-tiempo se modifica,

2. Las partículas cambian y/o nuevas partículas aparecen.

El resultado de la interacción queda completamente determinado por las condiciones iniciales, las fuerzas fundamentales y las leyes de conservación. Cuanto más energéticas sean las partículas, mayor será el rango de posibilidades para la actuación de las diferentes fuerzas.

Todas las interacciones deben conservar el cuadri-impulso (energía y momento) y la carga eléctrica. Las interacciones que involucran hadrones conservan el número bariónico y las que involucran leptones el número leptónico. Estrictamente hablando, el sabor no se conserva ya que la fuerza débil puede cambiarlo.

Consideremos una reacción permitida (es decir, que conserve todos los números cuánticos necesarios)

$$A + B \to C + D. \tag{2.14}$$

Entonces cualquier reacción donde una de las partículas pase al otro lado como su antipartícula también está permitida, por ejemplo

$$A \to \bar{B} + C + D \tag{2.15}$$

$$A + \bar{C} \to \bar{B} + D. \tag{2.16}$$

La reacción inversa también está permitida,

$$C + D \to A + B. \tag{2.17}$$

Sin embargo, hay que tener en cuenta que algunas de estas reacciones pueden no ocurrir ya que no se conserva el cuadri-impulso. Se dice entonces que están *cinemáticamente* prohibidas. Por ejemplo, si la masa de A es menor que la de la suma de B, C y D, la reacción de la Ec. (2.15) no es posible. De la misma

forma, si A y C son menos masivas que B y D la reacción de la Ec. (2.16) no podrá ocurrir a menos que la energía cinética inicial supere cierto valor umbral.

Consideremos algunas reacciones importantes que involucran leptones. Para que sean posibles tanto la carga como el número leptónico deben conservarse.

El muón puede decaer en un electrón y dos neutrinos,

$$\begin{array}{lccccccc} & \mu^- & \longrightarrow & e^- & + & \nu_\mu & + & \bar{\nu}_e \\ \text{carga} \rightarrow & Q=-1 & & Q=-1 & & Q=0 & & Q=0 \\ \text{nro. lep.} \rightarrow & L_\mu=1 & & L_e=1 & & L_\mu=1 & & L_e=-1. \end{array} \tag{2.18}$$

La siguiente reacción, sin embargo, no se observa, ya que aunque se conserva la carga no se conserva el número leptónico:

$$\begin{array}{lcccccc} & \mu^- & \longrightarrow & e^- & + & \gamma & \\ \text{carga} \rightarrow & Q=-1 & & Q=-1 & & Q=0 & \\ \text{nro. lep.} \rightarrow & L_\mu=1 & & L_e=1 & & L_e=L_\mu=0. & \end{array} \tag{2.19}$$

Dos importantes reacciones permitidas son el decaimiento β del neutrón,

$$\begin{array}{lccccccc} & n & \longrightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu}_e \\ \text{carga} \rightarrow & Q=0 & & Q=1 & & Q=-1 & & Q=0 \\ \text{nro. lep.} \rightarrow & L_e=0 & & L_e=0 & & L_e=1 & & L_e=-1 \end{array} \tag{2.20}$$

y sus versiones "cruzadas", el decaimiento β inverso,

$$\begin{array}{lccccccc} & n & + & \nu_e & \longrightarrow & p & + & e^- \\ \text{carga} \rightarrow & Q=0 & & Q=0 & & Q=1 & & Q=-1 \\ \text{nro. lep.} \rightarrow & L_e=0 & & L_e=1 & & L_e=0 & & L_e=1 \end{array} \tag{2.21}$$

y

$$\begin{array}{lcccccccc} & & p & + & \bar{\nu}_e & \longrightarrow & n & + & e^+ \\ \text{carga} & \rightarrow & Q=1 & & Q=0 & & Q=0 & & Q=1 \\ \text{nro. lep.} & \rightarrow & L_e=0 & & L_e=-1 & & L_e=0 & & L_e=-1. \end{array} \tag{2.22}$$

Otra reacción cruzada posible de la Ec. 2.20 es la conversión de un protón en un neutrón:

$$\begin{array}{lcccccccc} & & p & \longrightarrow & n & + & e^+ & + & \nu_e \\ \text{carga} & \rightarrow & Q=1 & & Q=0 & & Q=1 & & Q=0 \\ \text{nro. lep.} & \rightarrow & L_e=0 & & L_e=0 & & L_e=-1 & & L_e=1. \end{array} \tag{2.23}$$

Para protones libres esta reacción está cinemáticamente prohibida porque la masa del neutrón es mayor que la del protón. Es posible, sin embargo, dentro del núcleo atómico.

Dependiendo de la energía de un par $e^{\pm}$, pueden ocurrir las siguientes reacciones de *aniquilación*:

$$\begin{aligned} e^- + e^+ &\longrightarrow \gamma + \gamma \\ e^- + e^+ &\longrightarrow \mu^+ + \mu^- \\ e^- + e^+ &\longrightarrow \tau^- + \tau^+. \end{aligned} \tag{2.24}$$

El número leptónico y la carga se conservan en todas ellas.

Consideremos ahora la interacción de dos protones. La reacción más simple es la dispersión o *scattering*

$$p + p \longrightarrow p + p. \tag{2.25}$$

Cuando se incrementa la energía son posibles nuevos canales:

$$\begin{aligned} p+p &\longrightarrow p+p+\pi^0 \\ p+p &\longrightarrow p+p+\pi^+ +\pi^-. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Analicemos la primera de estas reacciones en términos de quarks:

$$\begin{aligned} p+p &\longrightarrow p+p+\pi^0 \\ \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} &\longrightarrow \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ \bar{u} \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Parte de la energía fue usada para crear un par quark-antiquark (formando un mesón, en este caso un pión neutro). Observar que tanto la carga como el número bariónico se conservan.

Al aumentar la energía de los protones incidentes, puede aumentar la multiplicidad de los piones producidos. En general:

$$p+p \longrightarrow p+p+a\pi^0+b\,(\pi^+ +\pi^-) \qquad a,b \in N_0. \tag{2.28}$$

Si aumenta aún más la energía pueden aparecer partículas extrañas:

$$\begin{aligned} p+p &\longrightarrow p+\Sigma^+ +K^0 \\ p+p &\longrightarrow p+n+K^+ +\bar{K}^0. \end{aligned} \tag{2.29}$$

La colisión suele ser tal que la mayor parte de la energía se usa para crear un estado excitado de uno de los protones, que al decaer produce un *leading pion* que transfiere la energía a rayos gamma:

$$\begin{aligned} p+p &\longrightarrow p+\Delta^+ +a\pi^0+b\,(\pi^+ +\pi^-) \qquad a,b \in N_0. \\ &\longrightarrow p+p+\pi^0+a\pi^0+b\,(\pi^+ +\pi^-) \qquad a,b \in N_0. \end{aligned}$$

A los productos mesónicos diferentes del leading pion se les suele llamar *fireball*: $F = a\pi^0 + b\,(\pi^+ + \pi^-)$.

2.6.1. Decaimiento de partículas

Un decaimiento es el proceso por el cual la energía de una partícula aislada se transforma en un cierto número de partículas con menor energía. Un decaimiento también puede ocurrir cuando una partícula pasa a un nivel de energía menor, como cuando un átomo se desexcita emitiendo un fotón al pasar un electrón a un nivel de menor energía. Hay varios tipos de decaimiento, que se describen a continuación.

2.6.1.1. Decaimiento electromagnético

Dos hadrones pueden estar formados por los mismos quarks pero en distintos niveles de energía. El decaimiento se produce por la emisión de ese exceso de energía en forma de un fotón. En estos decaimientos no hay creación de quarks. Un ejemplo es el decaimiento de la partícula Σ^0 en una partícula Λ:

$$\begin{array}{ccccc} \Sigma^0 & \longrightarrow & \Lambda & + & \gamma. \\ uds & & uds & & \\ (1.192) & & (1.115) & & \end{array} \tag{2.30}$$

Otros decaimientos de este tipo son:

$$\Delta^+ \longrightarrow p + \gamma, \tag{2.31}$$

$$\Delta^0 \longrightarrow n + \gamma. \tag{2.32}$$

En algunos casos el decaimiento electromagnético opera por aniquilación directa de un par quark-antiquark. Un decaimiento de este tipo muy relevante

en astrofísica es el del pión neutro en dos fotones:

$$\begin{array}{ccccc} \pi^0 & \longrightarrow & \gamma & + & \gamma \\ u\bar{u} & & & & \end{array} \tag{2.33}$$

Los decaimientos mediados por la interacción electromagnética ocurren sobre tiempos típicos $\sim 10^{-10} - 10^{-16}$ s. Por ejemplo, la vida media del π^0 (cuyo decaimiento más probable es el de la Ec. 2.33) es $\tau_{\pi^0} = (8.52 \pm 0.18) \times 10^{-17}$ s.

2.6.1.2. Decaimientos fuertes

Se trata de decaimientos en los cuales hay creación de quarks. Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} \Delta^+ & \longrightarrow & p & + & \pi^0 \\ uud & & uud & & u\bar{u} \end{array} \tag{2.34}$$

Aquí el par $u\bar{u}$ es creado por gluones (ver Sección 2.7.2). En la Fig. 2.5 se muestra una representación gráfica de este decaimiento. Otros ejemplos son:

$$\begin{array}{ccccc} \Delta^0 & \longrightarrow & n & + & \pi^0 \\ \Delta^{++} & \longrightarrow & p & + & \pi^+ \\ \Delta^- & \longrightarrow & n & + & \pi^- \\ \Sigma^{*+} & \longrightarrow & \Sigma^+ & + & \pi^0 \\ \Sigma^{*+} & \longrightarrow & \Lambda & + & \pi^+ \end{array} \tag{2.35}$$

Los decaimientos mediados por la fuerza fuerte ocurren sobre tiempos extremadamente cortos ($\sim 10^{-25}$ s) en comparación con los decaimientos electromagnéticos. Por ejemplo, la vida media de la partícula Δ^+ respecto del decaimiento en la Ec. (2.34) es de $\tau_{\Delta^+} \sim 5.6 \times 10^{-24}$ s.

2.6.1.3. Decaimientos débiles

Son decaimientos en los cuales hay creación de quarks por acción de los bosones $W^{\pm}$. Por ejemplo, cuando un quark s ($Q = -1/3$) se convierte en

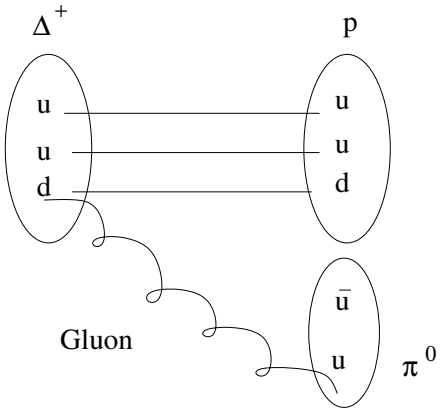

Figura 2.5: Diagrama de la interacción (decaimiento) $\Delta^+ \longrightarrow p + \pi^0$ en término de quarks. La línea tipo espiral representa un gluón.

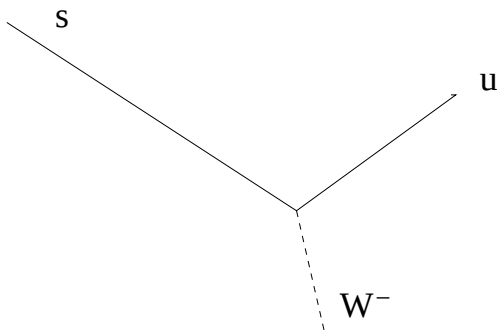

Figura 2.6: Conversión de un quark s en un quark u por emisión de un bosón W^-, representado por la línea punteada.

un u ($Q = 2/3$) la diferencia de masa y carga escapa como un W^-, como se esquematiza en la Fig. 2.6. Cuando un quark u cambia en un d ($Q = -1/3$) se emite un W^+.

La energía de estos bosones $W^\pm$ puede ser usada para crear pares quark-antiquark. Dos ejemplos son las reacciones

$$\Sigma^+ \longrightarrow p + \pi^0 \tag{2.36}$$

y

$$\Lambda^0 \longrightarrow p + \pi^-. \tag{2.37}$$

En la Fig. 2.7 se muestra esquemáticamente el decaimiento de la partícula Σ^+. Este proceso involucra la transformación de un quark s en un quark u, por lo que es un ejemplo de interacción débil entre quarks que pertenecen a generaciones distintas.

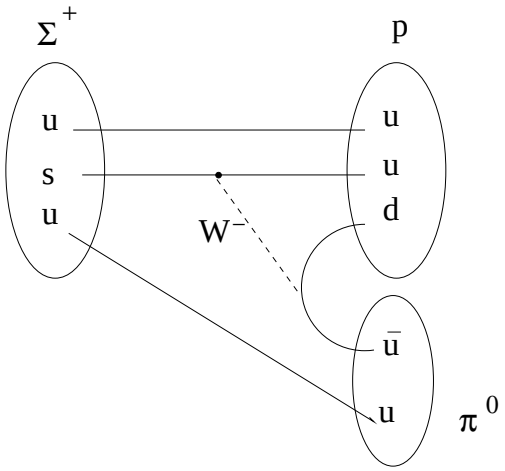

Figura 2.7: Diagrama del decaimiento débil $\Sigma^+ \longrightarrow p + \pi^0$ en términos de quarks y bosones $W^\pm$.

2.6.1.4. Decaimiento del neutrón

Un neutrón aislado tiene una masa mayor que la del protón ($m_n c^2 \approx 939.6$ MeV, $m_p c^2 \approx 938.3$ MeV) y es por tanto inestable. Decae según la siguiente reacción:

$$\begin{array}{ccccccccccc} n & \longrightarrow & p & + & e & + & \bar{\nu}_e & & \\ 0 & = & +1 & + & -1 & + & 0 & \rightarrow & \text{carga} \\ 1 & = & 1 & + & 0 & + & 0 & \rightarrow & \text{número bariónico} \\ 0 & = & 0 & + & 1 & + & -1 & \rightarrow & \text{número leptónico} \end{array} \tag{2.38}$$

Este es un decaimiento débil en el que se producen leptones. En términos de quarks puede interpretarse como se muestra en la Fig. 2.8. La vida media del neutrón aislado es $\tau_n = (880.2 \pm 1.0)$ s en el sistema de referencia propio.

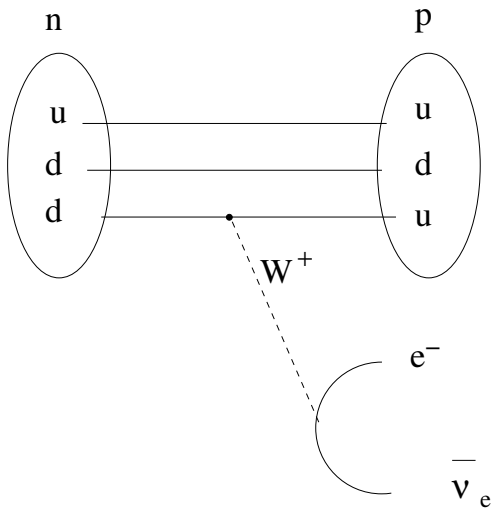

Figura 2.8: Diagrama del decaimiento débil $n \longrightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ en términos de quarks y bosones $W^{\pm}$.

2.6.1.5. Decaimiento de piones cargados

Como hemos visto, los π^0 decaen electromagnéticamente. En el caso de los piones cargados $\pi^\pm$ el decaimiento está mediado por la interacción débil. El modo de decaimiento más probable es[7]

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad\qquad \pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \tag{2.39}$$

que procede con intercambio de bosones $W^\pm$ como se muestra en la Fig. 2.9. La vida media de los piones cargados es de $\tau_{\pi^\pm} = 2.60 \times 10^{-8}$ s, varios órdenes de magnitud mayor que los valores típicos de decaimientos fuertes y electromagnéticos.

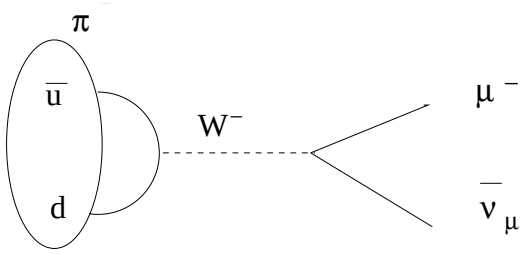

Figura 2.9: Diagrama del decaimiento $\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ en términos de quarks y bosones $W^\pm$.

2.6.1.6. Decaimiento de leptones

El muón y el tau (y sus antipartículas) decaen débilmente en leptones de generación más liviana con la emisión de un $W^\pm$ (ver Fig. 2.10):

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \qquad\qquad \mu^+ \longrightarrow e^+ + \bar{\nu_\mu} + \nu_e, \tag{2.40}$$

[7]El segundo decaimiento más probable es en los leptones livianos de la primera generación: $\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e$ y $\pi^+ \to e^+ + \nu_e$. Sin embargo está muy fuertemente suprimido respecto al decaimiento en la Ec. (2.9) debido a efectos de spin.

$$\begin{aligned} \tau^- &\longrightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu & \tau^+ &\longrightarrow \mu^+ + \bar{\nu_\tau} + \nu_\mu \\ \tau^- &\longrightarrow e^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_e & \tau^+ &\longrightarrow e^+ + \bar{\nu_\tau} + \nu_e. \end{aligned} \tag{2.41}$$

El tiempo de vida media del muón es $\tau_{\mu^\pm} \sim 2.2 \times 10^{-6}$ s y su decaimiento más probable es el de la Ec. (2.40). El tau, sin embargo, es suficientemente masivo como para decaer en hadrones - por ejemplo $\tau \longrightarrow \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau$. Los decaimientos que involucran hadrones son, en conjunto, más probables que los púramente leptónicos. La vida media del τ es $\tau_{\tau^\pm} \sim 2.90 \times 10^{-13}$ s.

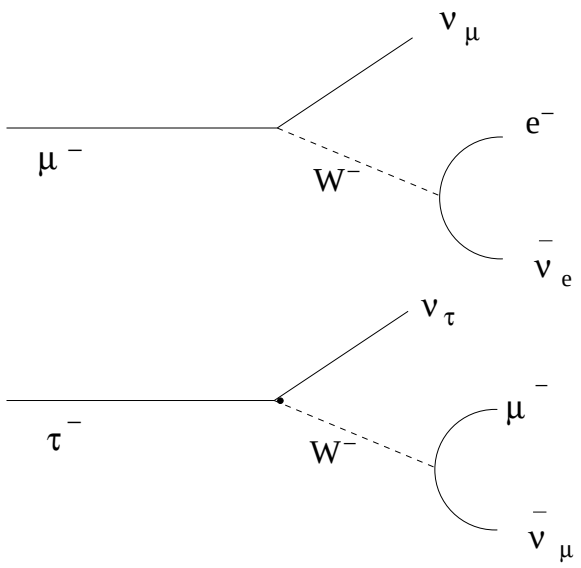

Figura 2.10: Diagrama de los decaimientos débiles $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ y $\tau^- \rightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu$.

2.7. Propiedades intrínsecas de las partículas

2.7.1. El spin

El *spin* es un momento angular intrínseco que poseen todas las partículas. Es una propiedad cuántica que no tiene análogo clásico. El spin se mide en múltiplos de $\hbar = h/2\pi$, donde h es la constante de Planck. Las partículas materiales (tanto los quarks como los leptones) tienen spin $\hbar/2$. Las partículas con spin semientero se llaman *fermiones* y obedecen el *principio de exclusión de Pauli*: dos fermiones idénticos no pueden ocupar el mismo estado cuántico. Los quarks y leptones son, entonces, fermiones. Por otra parte, el spin de todas las partículas mensajeras de las interacciones fundamentales (los bosones de gauge) es un múltiplo entero de $\hbar$: los fotones, gluones, $W^{\pm}$ y Z^0 tienen spin $\hbar$ y los gravitones, si existen, tienen spin $2\hbar$. Las partículas con spin entero se llaman *bosones* y no obedecen a este principio.

2.7.2. El color

Como ya hemos mencionado, los quarks sienten la fuerza fuerte mientras que los leptones no. Hay entonces una propiedad de los quarks que los leptones no poseen: el color, que es la carga asociada a la fuerza fuerte. Hay tres tipos de carga de color: rojo (r), verde (g) y azul (b).

Una característica fundamental de la fuerza fuerte es que determina que para poder existir como partícula libre, un hadrón *no debe tener color neto*. Esto se logra con cualquier combinación de quarks que incluya los tres colores o un color y su *anticolor*, lo que explica por qué los hadrones solo se observan en combinaciones de quarks de la forma qqq o $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ (bariones) y $q\bar{q}$ (mesones). Por ejemplo, en términos de la carga de color de los quarks que lo forman, un protón puede ser $p \equiv u_r u_b d_g$ o $p \equiv u_r u_g d_b$. Los antiquarks tienen anticolor, por lo que, por ejemplo, los piones pueden ser $\pi^+ \equiv u_r \bar{d}_{\bar{r}}$, $\pi^0 \equiv u_b \bar{u}_{\bar{b}}$, etc.

La propiedad anterior, conocida como *confinamento de color*, implica

también que no pueden existir quarks libres ya que tienen color neto: están confinados dentro de los hadrones.[8] Sin embargo, dentro de los hadrones los quarks pueden considerarse esencialmente partículas libres. Esto se relaciona con otra propiedad de la fuerza fuerte llamada *libertad asintótica*: su intensidad decrece a medida que decrecen las escalas de distancia (y energía) involucradas en el proceso.[9] Cuando en alguna interacción se intenta extraer un quark de un hadrón, la densidad de energía en el campo fuerte aumenta hasta que supera el umbral de creación de un par quark-antiquark. Éstos se combinan en partículas sin color neto que son las que se observan como las partículas libres producto de la interacción (bariones y mesones). Este proceso se esquematiza en la Fig. 2.11 y se conoce como *hadronización*. Así, por ejemplo, en la interacción de protones de la Ec. (2.27) el trabajo realizado sobre un quark durante la colisión incrementa la energía del campo fuerte materializando un mesón π^0.

Aunque la fuerza fuerte entre quarks no puede describirse en términos clásicos, se la suele representar de forma aproximada a través del siguiente potencial:

$$V(\text{color}) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + kr \tag{2.42}$$

donde r es la separación entre los quarks, $\alpha_s \sim 1$ J m y $k = 1.36 \times 10^5$ J m^{-1}.

Una tercera propiedad importante de la fuerza fuerte es que su partícula mensajera, el gluón, tiene carga de color y por tanto también siente la fuerza fuerte. Esto significa que, además de interactuar con los quarks, los gluones interactúan también entre ellos mediante la fuerza fuerte – es decir, mediante el intercambio de gluones.[10] Al tener color los gluones están sujetos a confinamiento dentro de los hadrones; al intentar separar gluones se producen los mismos efectos de hadronización que en el caso de los quarks.

[8] Recordar que el tamaño característico de un protón es de 10^{-15} m.

[9] Notar que lo opuesto ocurre con la interacción electromagnética.

[10] Nuevamente notar la diferencia con el electromagnetismo: su partícula mensajera, el fotón, no tiene carga eléctrica por los que los fotones no interactúan entre sí electromagnéticamente (un fotón no puede intercambiar un fotón con otro fotón).

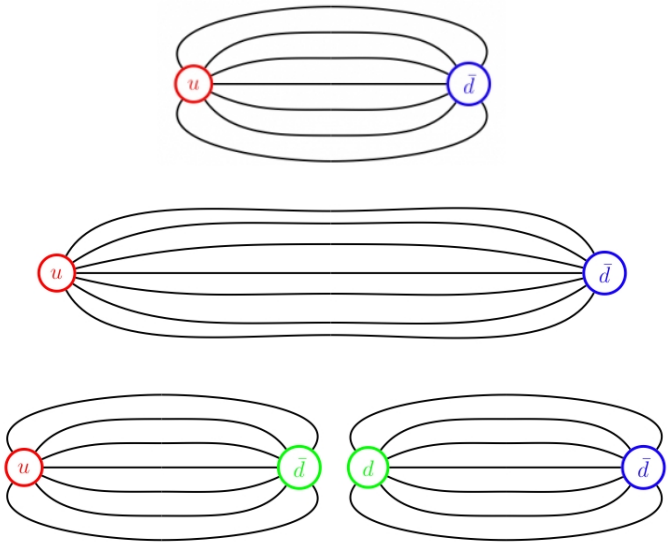

Figura 2.11: Creación de mesones por separación de quarks. Al intentar separar los quarks u y $\bar{d}$ la densidad de energía en el campo fuerte (representada por las líneas) crece hasta que es suficiente para crear un par quark-antiquark $d\bar{d}$. Como resultado se crean dos mesones. Figuras de http://www.quantumdiaries.org/2010/10/22/qcd-and-confinement/.

Como se muestra en el ejemplo de la Fig. 2.12, en una interacción fuerte un quark puede cambiar su color (pero no su sabor). Como el color (al igual que la carga eléctrica) debe conservarse, la "diferencia" de color debe llevársela un gluón. Los gluones tienen entonces *dos* colores: un color y un anticolor. A pesar de que r, g y b y sus anticolores permiten formar 9 combinaciones color-anticolor, solo 8 están permitidas por la teoría. No es posible tener gluones con carga de color de tipo $r\bar{r}$, $g\bar{g}$ o $b\bar{b}$, es decir sin color neto.

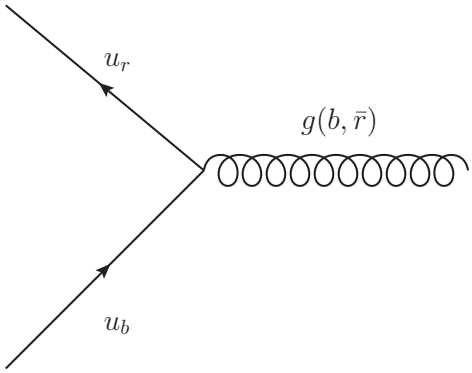

Figura 2.12: Ejemplo de un proceso $q \to q + g$ en el que cambia el color pero no el sabor de un quark.

Capítulo 3

Aceleración de partículas

Una partícula cargada que se mueve por una región del espacio donde hay campo electromagnético experimenta la fuerza de Lorentz dada por

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = e\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}\times\vec{B}}{c}\right), \tag{3.1}$$

donde $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula y e su carga eléctrica. Los campos eléctrico y magnético son $\vec{E}$ y $\vec{B}$, respectivamente.

El segundo término del lado derecho de la Ec. (3.1) corresponde a la fuerza ejercida por el campo magnético, que es perpendicular tanto a la velocidad de la partícula como al campo magnético puesto que es el resultado de un producto vectorial. Al ser perpendicular a la velocidad actúa como fuerza centrípeta: modifica la dirección del movimiento de la partícula manteniéndose constante el módulo de la velocidad. Esto sigifica que el campo magnético no realiza trabajo sobre la carga y no modifica entonces su energía cinética. La variación en la energía se debe solo a la acción del campo eléctrico:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = e\vec{v}\cdot\vec{E} = e\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\nabla}V, \tag{3.2}$$

donde V es el potencial escalar. Tomando el caso unidimensional:

$$\Delta E \simeq e\frac{\partial V}{\partial r}\,\Delta r \simeq e\Delta V. \tag{3.3}$$

Así, la forma más sencilla de acelerar una carga es someterla a una diferencia de potencial.

Ambas contribuciones a la fuerza de Lorentz juegan un papel en la aceleración de partículas en ciclotrones y otros aceleradores artificiales, como se desarrolla a continuación.

3.1. Aceleradores artificiales

El primer acelerador de partículas moderno fue el ciclotrón de Lawrence, desarrollado en Berkeley, entre 1928 y 1931. Un diagrama de un acelerador ciclotrón como este se muestra en la Figura 3.1.

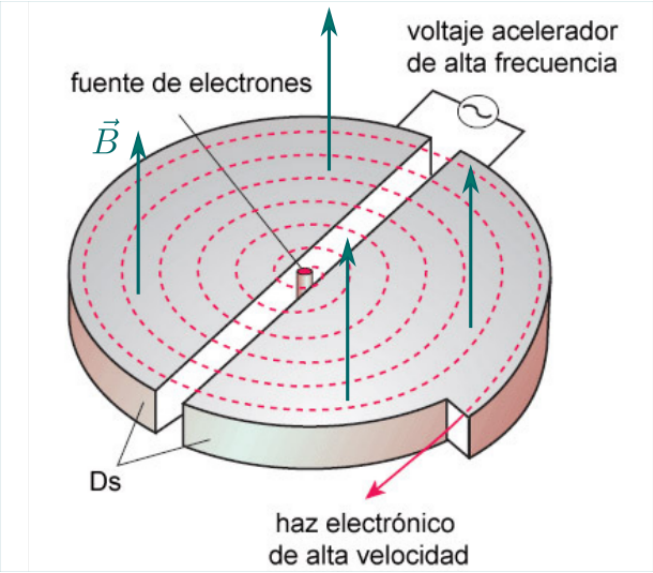

Figura 3.1: Esquema de un acelerador ciclotrón.

El instrumento consta de dos regiones semi-circulares donde un campo

magnético deflecta las partículas cargadas. El radio de giro de las partículas es

$$r_{\mathrm{g}} = \frac{(E/\mathrm{eV})}{300\,Z\ (B/\mathrm{G})}\ \mathrm{cm}, \tag{3.4}$$

donde Z es el número atómico.

Separando las dos regiones semi-circulares hay una brecha (*gap*) donde se aplica una diferencia de potencial. Las partículas se inyectaban en el *gap* (por ejemplo, colocando un material radioactivo) y eran aceleradas por la diferencia de potencial. Debido a los efectos del campo, las partículas describían una semi-circunferencia y volvían a cruzar el *gap*, donde la diferencia de potencial había sido invertida durante el tiempo de vuelo. El proceso se repetía una y otra vez, generándose más y más energía, hasta que el giroradio de la partícula se hacía igual al máximo espacio disponible.

El primer ciclotrón fue muy pequeño, tenía un diámetro de 13 cm y aceleraba protones hasta 80 keV de energía cinética. En los llamados sincrociclotrones, el cambio de potencial en el *gap* se sincroniza con el paso de las partículas. Con esta técnica, en 1946 se logró acelerar núcleos de deuterio hasta 195 MeV.

A fin de lograr mayores energías se desarrollaron los aceleradores tipo *sincrotrones*. En estos, las partículas se mueven a lo largo de una trayectoria circular fija y se utilizan campos magnéticos variables. Las diferencias de potencial se aplican en diferentes tramos del circuito por el cual se mueve el haz de partículas. Se utilizan imanes cuadrupolares para mantener el haz de partículas bien colimado e imanes superconductores para desviar el haz y mantenerlo dentro del anillo de circulación. En la Figura 3.2 se muestran el esquema de una parte del anillo de un sincrotrón moderno y una foto del Large Hadron Collider (LHC), el acelerador más potente creado hasta la fecha.

La energía máxima que puede obtener una partícula en un acelerador sincrotrón está determinada por:

- la intensidad máxima de los campos magnéticos,

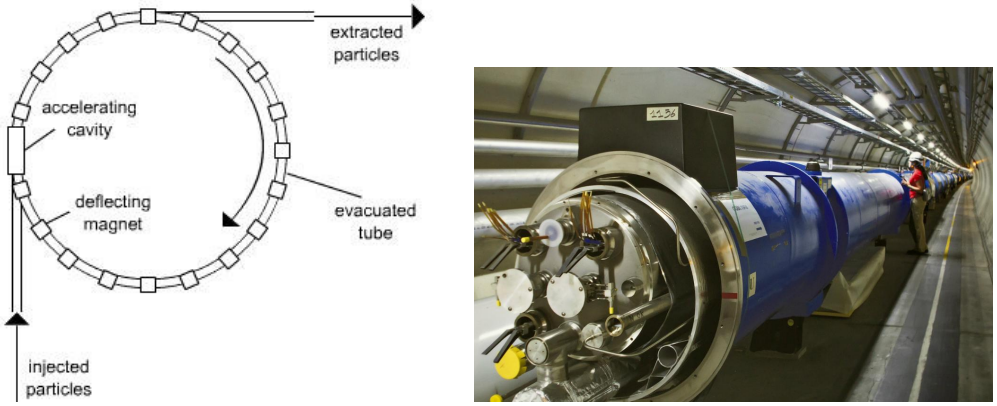

Figura 3.2: Izquierda: esquema del anillo de un acelerador sincrotrón. Derecha: imagen del túnel con el anillo de circulación del LHC.

- el tamaño del anillo,[1]
- las pérdidas de energía de las partículas (por radiación sincrotrón).

El Large Electron-Positron Collider (LEP) del CERN usó 1312 imanes de enfoque, 3304 imanes de deflexión y un anillo de 27 km de circunferencia. Los electrones y positrones se aceleraban hasta 50 GeV y colisionaban "de frente". En el LHC, también en una circunferencia de 27 km, protones confinados por imanes superconductores con campos de 77 kG son acelerados hasta 6.5 TeV y colisionan "de frente" (dando una energía total de colisión de 13 TeV).

Otro tipo de aceleradores son los lineales o LINAC (del inglés *Linear Accelerator*). En estos las partículas no sufren pérdidas sincrotrón y no se necesitan imanes de deflexión. Se suelen usar como inyectores de partículas pre-aceleradas en los aceleradores sincrotrón. En el caso del Stanford Linear Accelerator Centre (SLAC), un LINAC se usa en forma directa como acelerador. Su tubo de aceleración tiene 3 km. Los electrones y positrones se aceleran allí y son deflectados en los extremos para luego colisionar con energías ~ 50 GeV.

[1] En un acelerador ciclotrón, lo determinante es el radio del instrumento

Los aceleradores de partículas más relevantes a nivel mundial son:

- CERN
  - LEP: se usó durante 11 años hasta noviembre de 2000. Colisionó e^- y e^+ hasta energías de ~ 180 GeV.
  - LHC: Usa el túnel del LEP. Colisiona p y $\bar{p}$ a 13 TeV.
- FERMILAB (Chicago)
  - TEVATRÓN: colisiona p y $\bar{p}$ a 1.8 TeV.
- HERA (Hamburgo): Colisiona p de 820 GeV con e^- de 267 GeV.
- SLAC (Stanford)
  - SLC: colisiona e^+ y e^- a 100 GeV.
  - PRP: es un anillo que colisiona e^- y e^+ a 30 GeV.

Un elemento esencial de todo experimento con aceleradores de partículas, independientemente de la forma del acelerador y del hecho de que se colisionen haces de partículas entre sí o con blancos fijos, lo constituyen los detectores. Estos pueden ser de muchos tipos, pero esencialmente todos se basan en el proceso de ionización. La forma en la cual los iones que se forman son usados para rastrear el movimiento de las partículas viene dado por el tipo específico de detector.

Los detectores actuales están basados en semiconductores de silicio que permiten reconstruir el movimiento de las partículas a través de las corrientes generadas. Estos dispositivos permiten una digitalización inmediata y una reconstrucción tridimensional de la trayectoria de la partícula.

Para determinar la energía de las partículas se utilizan calorímetros. Los hay electromagnéticos y hadrónicos. Básicamente, determinan la energía a través de la profundidad hasta la que se desarrolla la lluvia de partículas desencadenada en el detector por la partícula incidente. En la Figura 3.3 se muestra un esquema del detector ATLAS del LHC.

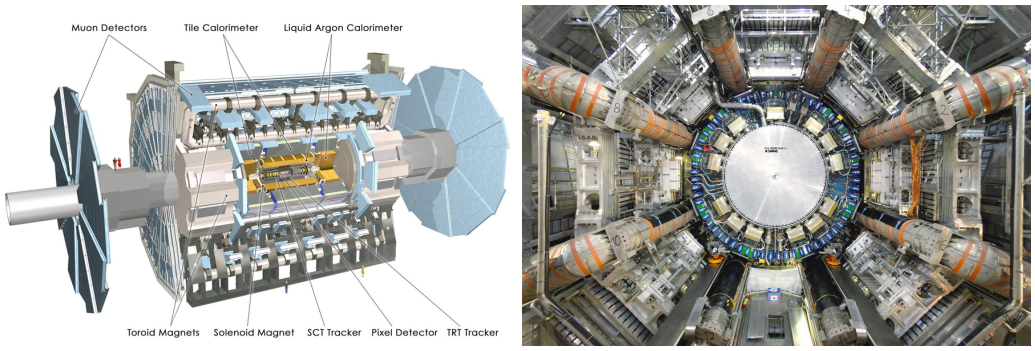

Figura 3.3: Esquema (izquierda) y foto (derecha) del detector ATLAS (LHC).

3.2. Rayos cósmicos

Los rayos cósmicos fueron descubiertos por Victor Hess en 1912. Se trata de partículas energéticas que llegan a la Tierra desde el espacio exterior (fuera de la atmósfera).

Las partículas primarias que forman los rayos cósmicos son protones (86 %), partículas α (núcleos de He, 11 %), electrones (2 %) y núcleos más pesados (1 %). Hay, además, pequeñas proporciones de positrones y antiprotones que se creen de origen secundario (esto es, que se generan debido a interacciones de los rayos cósmicos primarios con el medio interestelar).

El espectro en energía de los rayos cósmicos se extiende desde energías del orden de 10^6 eV (rango dominado por contribuciones locales del sistema solar) hasta energías por encima de 10^{20} eV. En el rango más alto de energía la composición de los rayos cósmicos es incierta.

A energías $\sim 10^{11-12}$ eV el flujo de rayos cósmicos en la Tierra es de ~ 1 partícula por m^2 s^{-1}. A energías $\sim 10^{15-16}$ eV, donde el espectro cambia de $N(E) \propto E^{-2.7}$ a $N(E) \propto E^{-3}$, el flujo es de 1 partícula por m^2 año^{-1}. A energías muy altas, arriba de 10^{18} eV, donde el espectro parece volver a endurecerse, el flujo es de ~ 1 partícula por km^2 año^{-1}. En la Figura 3.4 se muestra el espectro observado de rayos cósmicos.

Entre unos pocos GeV y la llamada *rodilla* (*knee*) del espectro, a unos

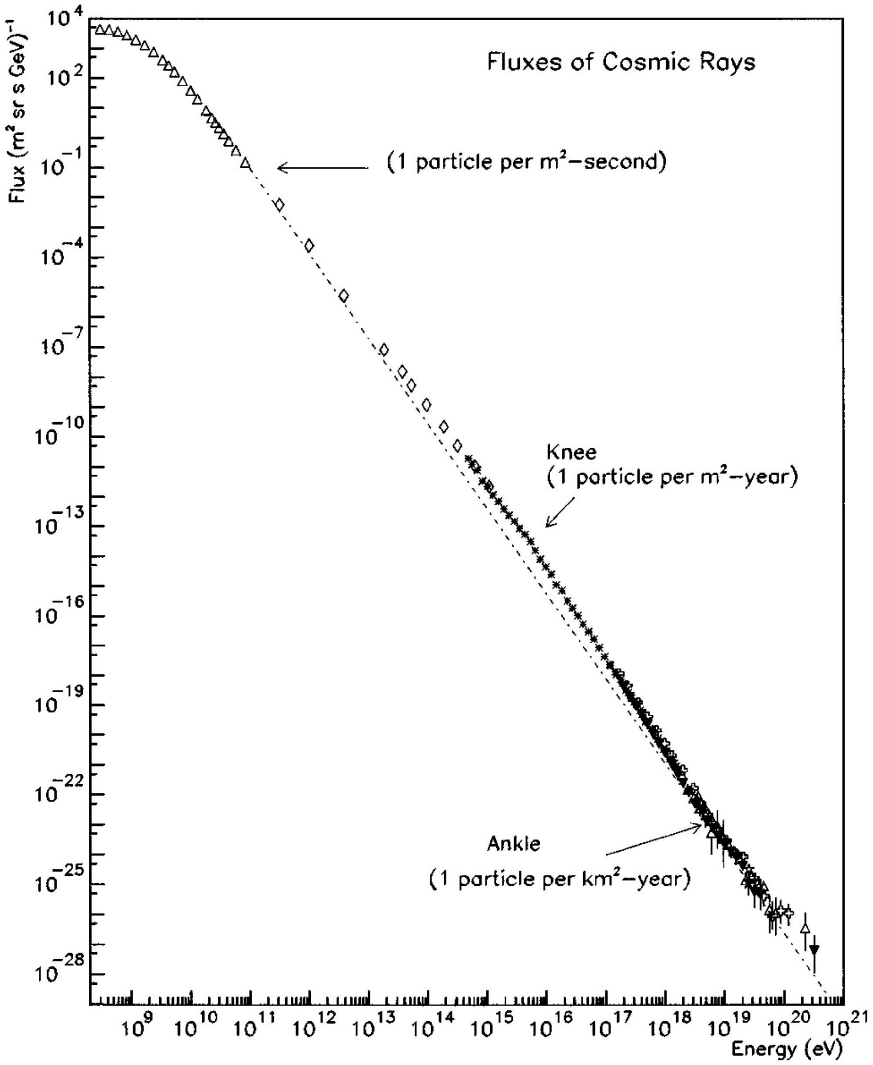

Figura 3.4: Espectro observado de rayos cósmicos.

10^{14-15} eV, el espectro está bien descripto por:

$$N(E)\mathrm{d}E \propto E^{-2.7}\,\mathrm{d}E. \tag{3.5}$$

A energías mayores a $\sim$ 30 GeV, donde los efectos de modulación de los campos magnéticos solar y terrestre dejan de ser importantes, la radiación cósmica parece ser completamente isotrópica. Esto es de esperar ya que, independientemente de la naturaleza de las fuentes, el campo magnético galáctico destruye la anisotropía de partículas cargadas. Solo en el caso de las energías más altas, podría esperarse observar anisotropía en las direcciones de arribo de los rayos cósmicos desde fuentes cercanas, como lo ha confirmado en el año 2017 el observatorio de rayos cósmicos Pierre Auger. Las partículas más energéticas deben ser de origen extragaláctico, ya que su giroradio no puede ser contenido en la Galaxia.

Los efectos de los campos magnéticos hacen que una astronomía galáctica de rayos cósmicos sea imposible, ya que las partículas detectadas no guardan memoria de las fuentes en su dirección de arribo. Solo en el caso de fuentes extragalácticas cercanas y para partículas con energías por arriba de 10^{19} eV tal astronomía es factible.

La densidad de energía de rayos cósmicos en regiones lejos de la influencia solar es:

$$\omega_{\mathrm{RC}} \sim 1\ \frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{cm}^3}. \tag{3.6}$$

Esta densidad es comparable a la de la luz estelar ($\sim$ 0.6 eV/cm^3), a la del fondo cósmico de radiación (CMB, $\sim$ 0.26 eV/cm^3) y a la del campo magnético galáctico ($\sim$ 0.25 eV/cm^3, para $B \sim 3\,\mu$G).

En base a la densidad medida de rayos cósmicos se puede calcular la potencia inyectada por los mismos en la Galaxia. Consideremos que esta es un disco de radio $R_{\mathrm{G}} = 15$ kpc y espesor $h_{\mathrm{G}} = 200$ pc. Su volumen será:

$$V_{\mathrm{G}} = \pi\, R_{\mathrm{G}}^2\, h_{\mathrm{G}} \sim 4 \times 10^{66}\ \mathrm{cm}^3. \tag{3.7}$$

El tiempo de residencia de los rayos cósmicos en el disco vendrá determinado por la escala temporal de difusión de las partículas (ver Sec. 4.1):

$$t_{\rm d} \sim \frac{3r^2}{D}, \tag{3.8}$$

donde r es la distancia a recorrer por las partículas y D es el coeficiente de difusión. Para el caso de la Galaxia, $r = h_{\rm G}$ y $D \sim 10^{28}$ cm^2 s^{-1}, por lo que resulta $t_{\rm d} \sim 10^{14}$ s. Luego:

$$W_{\rm RC} = \frac{V_{\rm G}\,\omega_{\rm RC}}{t_{\rm d}} \sim 4.1 \times 10^{40}\ {\rm erg\,s^{-1}}. \tag{3.9}$$

Esta es la potencia total de los rayos cósmicos en la Galaxia. Cualquier acelerador o conjunto de aceleradores que los produzca debe satisfacer este presupuesto energético.

A fin de postular posibles aceleradores galácticos de rayos cósmicos, el primer paso es explorar si existen sistemas astrofísicos capaces de generar grandes diferencias de potencial que permitan acelerar en forma electrostática partículas cargadas.

3.2.1. El criterio de Hillas

Si una partícula escapa de la región donde se estaba acelerando, no podrá obtener más energía. Esta situación impone un límite en la energía máxima:

$$E_{\rm max} = qBR, \tag{3.10}$$

donde q es la carga eléctrica de la partícula acelerada, B es el campo magnético y R es el tamaño de la acelerador. Esta ecuación se obtiene exigiendo que el radio de Larmor de la partícula, $R_{\rm g} = E/(qB)$, no exceda el tamaño de la región de aceleración. Este es un criterio geométrico general conocido como criterio de Hillas, y es útil para seleccionar posibles sitios de aceleración.

Si la carga de la partícula es Ze, la energía máxima es:

$$E_{\max} = qZBR, \tag{3.11}$$

El diagrama de Hillas es un gráfico que muestra la relación entre el tamaño de una fuente y el campo magnético para los posibles escenarios de aceleración de rayos cósmicos. El diagrama se presenta en la Figura 3.5. Las líneas diagonales indican diferentes energías máximas de las partículas. Estas energías son posibles para una cierta fuente si la línea pasa por la región del diagrama ocupada por la fuente. Se puede ver que las fuentes más compactas requieren grandes campos magnéticos para lograr la aceleración de rayos cósmicos más energéticos. En cambio, los objetos más extendidos pueden acomodar a estas partículas en principio con campos magnéticos mucho mas débiles.

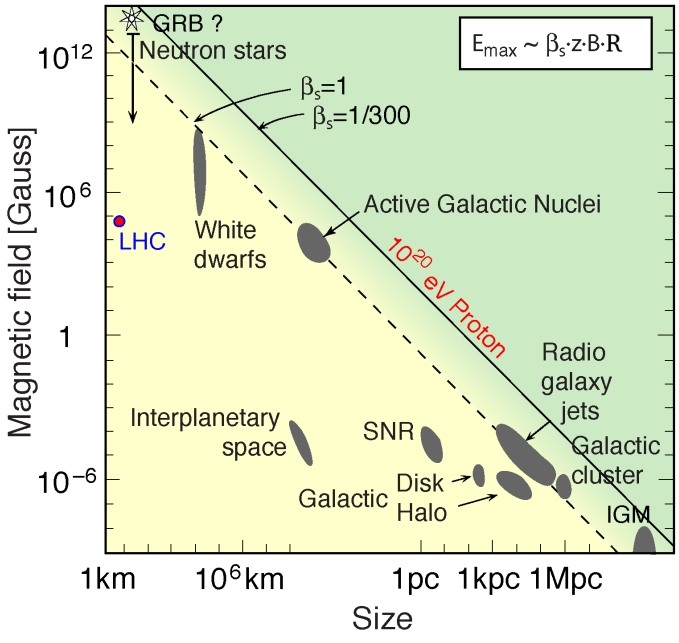

Figura 3.5: Diagrama de Hillas para la energía máxima posible de rayos cósmicos. R indica el tamaño lineal de la fuente, B su campo magnético y z la carga de la partícula.

3.2.2. Púlsares

Los púlsares son estrellas de neutrones: estrellas colapsadas donde la presión de la gravedad es sostenida por la presión de degeneración de los nucleones. El tamaño típico de las estrellas de neutrones es $R_* = 10^6$ cm y su masa $M_* = 1.4 M_\odot$. Esto hace que su densidad sea:

$$\rho_* \sim \frac{M_*}{(4/3)\pi {R_*}^3} \sim \frac{1.4 \times 1.99 \times 10^{33}\ \mathrm{g}}{(4/3)\pi \times 10^{18}\ \mathrm{cm}^3} \sim 6.6 \times 10^{14}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}. \tag{3.12}$$

Al colapsar las estrellas arrastran su campo magnético junto con la materia, por lo que las estrellas de neutrones resultantes están fuertemente magnetizadas y en rotación rápida (debido a la conservación del momento angular). El campo magnético resultante es, en primera aproximación, dipolar. En la Figura 3.6 se muestra un esquema de un púlsar.

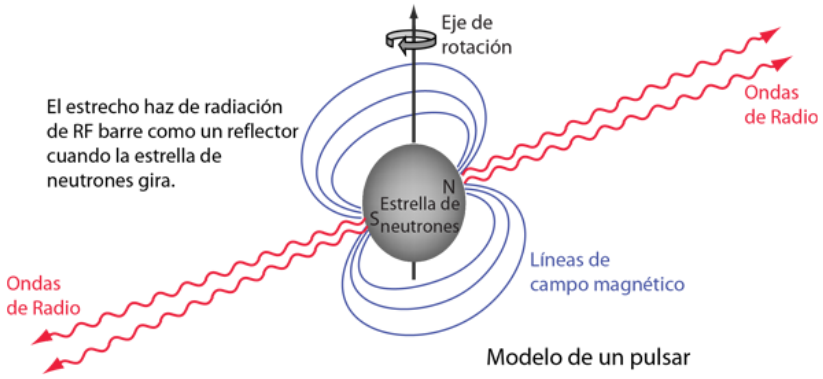

Figura 3.6: Esquema de un púlsar. La emisión en radio es emitida en forma de haces desde los polos, por lo que es visible sólo si apunta directamente hacia el observador.

El campo magnético superficial típico es $B \approx 10^{12}$ G.[2] Sean Ω la velocidad

[2]Éste decae fuertemente con el tiempo, y más rápidamente si el púlsar interactúa con, por ejemplo, una estrella compañera. Así, púlsares "viejos" tienen campos $B < 10^9$ G.

angular de la estrella de neutrones y $P = 2\pi/\Omega$ su período de rotación. A una distancia

$$R_{\rm L} = \frac{c}{\Omega} \sim 4.8 \times 10^9 \left(\frac{P}{1\,{\rm s}}\right)\ {\rm cm}, \tag{3.13}$$

las líneas de campo magnético dipolar deberían moverse más rápido que la luz - y con ellas las partículas que por ellas se muevan. De aquí que a partir de $R_{\rm L}$ las líneas se abren cerrándose "en el infinito", como se muestra en el esquema de la Figura 3.7. Las partículas que se muevan sobre estas líneas de campo pueden entonces escapar del sistema.

Si una esfera magnetizada rota, las cargas sobre ella experimentarán una fuerza:

$$\vec{F} = \frac{e}{c}\left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) \times \vec{B}. \tag{3.14}$$

Esta fuerza hará que las cargas de signo opuesto se separen originando un campo eléctrico tal que se anule la fuerza de Lorentz. En primera aproximación:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) \times \vec{B}. \tag{3.15}$$

Como la fuerza de Lorentz no es la única fuerza que actúa, la zona inmediatamente cercana al púlsar presenta una gran complejidad. Retomaremos la descripción más adelante.

La rotación de la esfera separa la carga y esta no se modifica a menos que cambie $\vec{\Omega}$. Por lo tanto, el potencial eléctrico es estático. El potencial electrostático generado en la superficie ($r = R_*$) de la estrella de neutrones será:

$$V \sim E R_* = \frac{\Omega B R_*^2}{c} \sim 6 \times 10^{16} \left(\frac{B}{10^{12}\ {\rm G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6\ {\rm cm}}\right)^2 \left(\frac{P}{1\ {\rm s}}\right)^{-1}\ {\rm V}. \tag{3.16}$$

Vemos, pues, que partículas arrancadas de la superficie y que se mueven por las líneas de campo pueden ser aceleradas hasta grandes energías.

Sin embargo, como las partículas que escapan del sistema lo hacen a través de las líneas abiertas, el flujo generado quedara determinado por $r = a$,

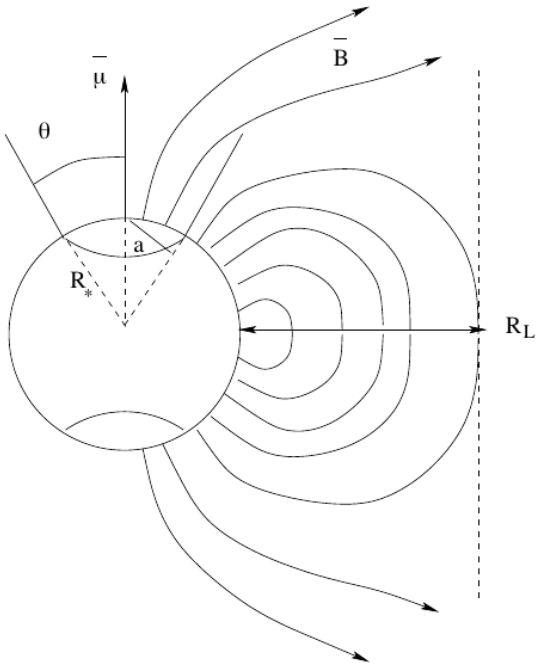

Figura 3.7: Esquema de un púlsar donde se muestran el radio a y la localización del radio de luz R_{L}. En este esquema la velocidad angular del púlsar $\vec{\Omega}$ y su momento magnético $\vec{\mu}$ están alineados.

donde a es el radio donde se originan las líneas abiertas (ver Fig. 3.7). Como las líneas de un dipolo quedan definidas por $\text{sen}^2\,\theta/r = \text{cte}$ tenemos que $a \simeq R_* \,\text{sen}\,\theta_0$. Luego,

$$\frac{\text{sen}^2\,\theta_0}{R_*} \simeq \frac{\Omega}{c}$$
$$\text{sen}\,\theta_0 \simeq \left(\frac{\Omega R_*}{c}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_*}{R_L}\right)^{1/2}, \tag{3.17}$$

Por tanto,

$$a \simeq \left(\frac{R_*^3}{R_L}\right)^{1/2} \simeq \sqrt{\frac{R_*^3\Omega}{c}}. \tag{3.18}$$

Finalmente,

$$V = \frac{\Omega B a^2}{c} = \frac{\Omega^2 B R_*^3}{c^2}$$
$$V \approx 10^{13} \left(\frac{B}{10^{12}\ \text{G}}\right)\left(\frac{R_*}{10^6\ \text{cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\ \text{s}}\right)^{-2}\ \text{V}. \tag{3.19}$$

Vemos, pues, que los púlsares pueden acelerar partículas hasta energías de $\sim 10^{13}$ eV $= 10$ TeV. Si el púlsar rota muy rápidamente ($P \sim 0.1 - 0.01$), $E_{\text{max}} \sim 10^{15-16}$ eV. El límite efectivo es menor que este valor ya que las partículas sufrirán pérdidas radiativas durante el proceso de aceleración.

¿Pueden los púlsares contribuir al grueso de los rayos cósmicos Galácticos? Para responder esta pregunta se necesita saber: 1) cuántos pulsares con períodos $P < 1$ s hay en la Galaxia y 2) cuánta energía en partículas relativistas deposita un púlsar en el medio interestelar.

La tasa de nacimiento de púlsares es de aproximadamente 1 cada 80 años. Como el campo magnético decae con el tiempo, la vida media de ellos es ~ 10 Myr. Entonces el número de púlsares es:

$$N \sim \frac{10^7}{80} \sim 10^5. \tag{3.20}$$

La potencia emitida por un púlsar aislado es:

$$\dot{E} \sim \frac{B^2}{8\pi} \times 4\pi R^2 \times c \tag{3.21}$$

$$\dot{E} \sim B_0^2 R_*^6 R^{-4}\, c. \tag{3.22}$$

Aquí hemos usado que el campo dipolar depende con el radio de acuerdo a

$$B(R) = B_0 \left(\frac{R_*}{R}\right)^3, \tag{3.23}$$

con B_0 el campo magnético superficial. Evaluando en $R = c\,\Omega^{-1}$, obtenemos:

$$\dot{E} \sim \frac{B_0^2 \Omega^4 R_*^6}{c^3} = I\Omega\dot{\Omega}, \tag{3.24}$$

$$\sim 6 \times 10^{31} \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right)^2 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-4} \ \mathrm{erg\ s^{-1}}, \tag{3.25}$$

donde I es el momento de inercia.[3] Una parte de esta energía escapa como flujo de Poynting y otra parte como un viento de partículas. El cociente σ entre las densidades de energía asociadas es

$$\sigma = \frac{W_{\mathrm{Poynting}}}{W_{\mathrm{viento}}}, \tag{3.26}$$

el cual depende de la distancia al pulsar y en cierta medida también de la dirección. Se estima que vale $\sigma \sim 1000$ cerca de la superficie del pulsar y cae hasta un valor de $\sigma \sim 0.1$ en unos cuantos radios estelares:

$$\sigma \sim 10 \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6\ \mathrm{cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-2}. \tag{3.27}$$

[3] $E = \frac{1}{2} I\Omega^2 \rightarrow \dot{E} = I\Omega\dot{\Omega}$

Para $P = 0.1$ s tenemos $\sigma \sim 1000$ y por lo tanto, para una potencia típica en un púlsar, se obtiene que la potencia inyectada en rayos cósmicos por un púlsar es:

$$W_{\rm RC} \sim \frac{\dot{E}}{\sigma} \approx 6 \times 10^{31} \ \ {\rm erg\ s^{-1}} \times \frac{10000}{1000} \sim 6 \times 10^{32} \ \ {\rm erg\ s^{-1}}. \tag{3.28}$$

Si hay del orden de 10^5 púlsares en la Galaxia:

$$W_{\rm RC}^{\rm pulsares} \sim 6 \times 10^{37} \ \ {\rm erg\ s^{-1}}. \tag{3.29}$$

Este valor es mucho menor que el necesario para explicar el origen de los rayos cósmicos galácticos. Debe existir entonces otro tipo de fuente astrofísica en la Galaxia capaz de acelerar rayos cósmicos.

3.2.3. Remanentes de supernova

Cuando ocurre una explosión de supernova (SN) el material que formaba la estrella es eyectado y el medio interestelar es perturbado en la región donde ocurrió la explosión.

Una explosión de supernova típica libera una energía $E \sim 10^{51}$ erg. Esto se produce en una escala temporal muy corta, mucho más corta que cualquier otra escala temporal involucrada. La velocidad de la materia eyectada por la explosión, $v_{\rm eyec}$, se relaciona con la energía a través de la expresión

$$\begin{aligned} v_{\rm eyec} &\approx 10^4 \left(\frac{E}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} \qquad {\rm km\ s^{-1}} \\ &\approx 10^{-2} \left(\frac{E}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} \qquad {\rm pc\ yr^{-1}} \end{aligned} \tag{3.30}$$

La velocidad del material eyectado típicamente es mayor que la velocidad del sonido en el medio interestelar, por lo que origina ondas de choque al propagarse. Una onda de choque es una perturbación que produce una dis-

continuidad en los parámetros que caracterizan un medio. El espacio queda dividido por la onda de choque en dos regiones: la región chocada y la no chocada[4], como se muestra en la Fig. 3.8. Para que se genere un choque es necesario que la perturbación tenga una velocidad supersónica, puesto que de lo contrario la perturbación se disiparía en forma de ondas sonoras. Sean $V_{\rm ch}$ la velocidad de la onda de choque y $C_{\rm s}$ la velocidad del sonido en el medio[5], el número de Mach se define como $M \equiv V_{\rm ch}/C_{\rm s}$. En el caso de las supernovas, la onda de choque se mueve hacia afuera del sitio de la explosión, viajando delante de la superficie de separación entre el medio interestelar y el material eyectado.

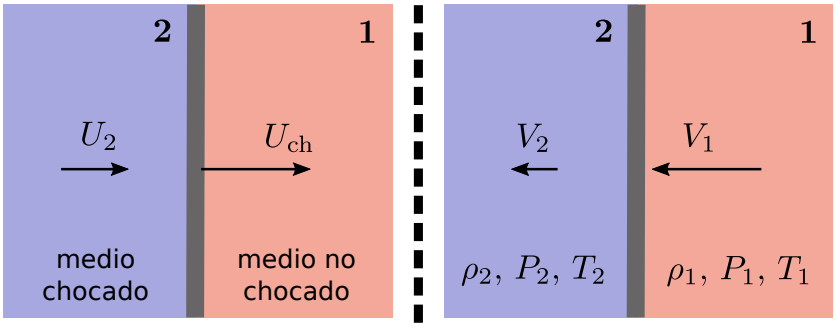

Figura 3.8: Choque plano visto en el sistema de referencia del medio 1 (izquierda) y en el sistema de referencia de la onda de choque (derecha). Notar que $V_2 = U_{\rm ch} - U_2 < V_1 = U_{\rm ch}$.

El medio interestelar puede modelarse a través de una ecuación de estado politrópica tal que

$$PV^{\gamma} = \text{cte}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{cte}, \qquad TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}, \tag{3.31}$$

donde $\gamma = C_{\rm P}/C_{\rm V}$ es el índice adiabático del gas. Los calores específicos a

[4]En inglés, la región no chocada se denomina *upstream* y la chocada *downstream*.

[5]La velocidad del sonido en un gas ideal puede calcularse como $C_{\rm s} = \sqrt{k_{\rm B}\,T/m}$, con $k_{\rm B}$ la constante de Boltzmann, T la temperatura del gas, y m la masa atómica promedio.

presión y volumen constante son

$$C_{\mathrm{P}} = \left(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}\right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \text{y} \quad C_{\mathrm{V}} = \left(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V,$$

respectivamente. Para un gas monoatómico $\gamma = 5/3$.

Las propiedades del medio perturbado se relacionan con las del medio sin perturbar por medio de las relaciones de Rankine-Hugoniot (también llamadas relaciones de salto)

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \tag{3.32a}$$

$$\rho_1 {V_1}^2 + P_1 = \rho_2 {V_2}^2 + P_2 \tag{3.32b}$$

$$\frac{\gamma P_1}{(\gamma-1)\rho_1} + \frac{1}{2}{V_1}^2 = \frac{\gamma P_2}{(\gamma-1)\rho_2} + \frac{1}{2}{V_2}^2, \tag{3.32c}$$

las cuales se deducen a partir de las ecuaciones de conservación de la energía[6], momento y masa (las cuentas en detalle pueden verse en Landau & Lifshitz, 1959; Clarke & Carswell, 2007).

En el caso de una onda de choque fuerte ($M_1 \gg 1$) y no relativista ($V_{\mathrm{ch}} < 0.1\,c$) que se propaga en un gas ideal, no conductor, en estado estacionario y con campo magnético despreciable[7], la relación entre las densidades a ambos lados del frente de choque resulta

$$\xi = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}; \tag{3.33}$$

donde los subíndices 1 y 2 designan a las propiedades del medio no chocado y chocado, respectivamente. Para un gas monoatómico $\gamma = 5/3$ y entonces

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4. \tag{3.34}$$

[6]Los choques donde las pérdidas de energía resultan despreciables se denominan adiabáticos.

[7]Notar que estas propiedades describen bien al medio interestelar.

Las velocidades del material se relacionan como

$$\frac{V_2}{V_1} = \xi^{-1} = \frac{1}{4}, \tag{3.35}$$

mientras que el cociente de temperaturas es

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\gamma(\gamma-1)M_1^2}{(\gamma+1)^2} = \frac{5}{16}M_1^2. \tag{3.36}$$

Como M_1 puede ser muy grande, la región chocada puede estar muy caliente respecto a la no chocada.

En el caso de incorporar un campo magnético perpendicular al frente de choque, se encuentra una relación adicional dada por

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 4. \tag{3.37}$$

Estos resultados muestran que la temperatura, presión, densidad y campo magnético del medio chocado aumentan, mientras que la velocidad del fluido decrece. En consecuencia, el material detrás del choque ya no es supersónico.

3.2.3.1. Etapas de un remanente de supernova

Debido a que la inyección de energía de una explosión de SN es puntual en el tiempo, la onda de choque producida se diluye a medida que se propaga en el medio interestelar. Durante la propagación, las propiedades del choque van cambiado con el tiempo y es posible dividir la vida de aquel en tres etapas principales cuyas características se describirán a continuación.

- **Fase inicial o de expansión libre.** En una etapa inicial, luego de la explosión de SN, el material eyectado se mueve a una velocidad uniforme:

$$r \propto t; \tag{3.38}$$

donde r es el radio de la onda de choque. Esta fase termina cuando la masa del medio barrido por la onda de choque es igual a la masa eyectada en la explosión:

$$\frac{4\pi}{3}\rho_{\rm ISM}\, r_{\rm I,f}^3 = M_{\rm eyec} \quad \Rightarrow \quad r_{\rm I,f} \propto \rho_{\rm ISM}^{-1/3}\, M_{\rm eyec}^{1/3}, \tag{3.39}$$

siendo $\rho_{\rm ISM}$ la densidad del medio interestelar. Considerando una densidad de partículas del medio interestelar $n_{\rm H} = \rho_{\rm ISM}/m_p$, puede escribirse $r_{\rm I,f}$ en unidades convenientes como:

$$r_{\rm I,f} \simeq 2 \left(\frac{M_{\rm eyec}}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{n_{\rm H}}{1\ {\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} {\rm pc}. \tag{3.40}$$

Esta distancia corresponde a un tiempo:

$$t_{\rm I,f} = \frac{r_{\rm I,f}}{v_{\rm eyec}} \simeq 200 \left(\frac{M_{\rm eyec}}{M_\odot}\right)^{5/6} \left(\frac{E}{10^{51}\,{\rm erg}}\right)^{-1/2} \left(\frac{n_{\rm H}}{1\ {\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} {\rm yr}. \tag{3.41}$$

▪ **Fase Sedov o adiabática.** La siguiente fase de la evolución del remanente de supernova es la fase de Sedov. Durante esta la energía es aproximadamente constante ya que las pérdidas radiativas se pueden despreciar. La evolución es adiabática, es decir,

$$E \approx \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \rho_{\rm ISM}\, r^3\, v_{\rm eyec}^2 \sim \rho_{\rm ISM}\, r^3\, \dot{r}^2. \tag{3.42}$$

Luego,

$$\begin{aligned} r^{3/2}\frac{{\rm d}r}{{\rm d}t} &\simeq \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2} \\ r^{3/2}{\rm d}r &\simeq \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2}\, {\rm d}t \\ r^{5/2} &\propto \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2}\, t \\ r &\propto \left(\frac{E}{\rho_{\rm ISM}}\right)^{1/5} t^{2/5}. \end{aligned} \tag{3.43}$$

Teniendo en cuenta los coeficientes y unidades apropiadas:

$$r_{\rm II} \simeq \left(\frac{E}{\rho_{\rm ISM}}\right)^{1/5} t^{2/5} \simeq 0.3\, E_{51}^{1/5} \left(\frac{n_{\rm H}}{1\ {\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/5} t_{\rm yr}^{2/5} \quad {\rm pc}, \tag{3.44}$$

$$v_{\rm II} = \dot{r} \simeq 5000\ \left(\frac{r}{2\ {\rm pc}}\right)^{-3/2} E_{51}^{1/2} \left(\frac{n_{\rm H}}{1\ {\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/2} \quad {\rm km\ s}^{-1}. \tag{3.45}$$

Asumiendo equipartición entre la energía interna y la cinética:

$$\frac{3}{2} n_{\rm H} kT \sim \frac{1}{2} M_{\rm eyec} v_{\rm eyec}^2, \tag{3.46}$$

se obtiene que la temperatura del material eyectado por la SN y calentado por la onda de choque es

$$T \propto v^2 \propto r^{-3} E_{51} n_{\rm H}^{-1}. \tag{3.47}$$

En unidades convenientes:

$$\begin{aligned} T &\simeq 6 \times 10^8 \left(\frac{r}{2\ {\rm pc}}\right)^{-3} E_{51} n_{\rm H}^{-1}\ {\rm K} \\ &\simeq 10^6 E_{51}^{2/5} n_{\rm H}^{-2/5} \left(\frac{t}{3 \times 10^4\ {\rm yr}}\right)^{-6/5}\ {\rm K}. \end{aligned} \tag{3.48}$$

Cuando las pérdidas radiativas empiezan a afectar la dinámica del remanente este abandona la fase de Sedov. Invirtiendo la ecuación para la temperatura obtenemos la edad de la fase de Sedov:

$$t_{\rm Sedov} \simeq 3 \times 10^4\, T_6^{-5/6}\, E_{51}^{1/3}\, n_{\rm H}^{-1/3}\, {\rm yr}, \tag{3.49}$$

donde $T_6 = T/(10^6\,{\rm K})$.

▪ **Fase radiativa.** Cuando la escala temporal de enfriamiento radiativo del gas, $t_{\rm enf}$, se hace menor que $t_{\rm Sedov}$, es decir $t_{\rm enf} \leq t_{\rm Sedov}$, el remanente entra

en la llamada fase radiativa. Dado que

$$t_{\rm enf} \simeq 4 \times 10^4 \frac{T_6^{3/2}}{n_{\rm H}} \,{\rm yr}, \tag{3.50}$$

esta condición se cumple cuando

$$\dot{r} \leq 200\,{\rm km\ s^{-1}} (E_{51}\ n_{\rm H}^2)^{1/14}. \tag{3.51}$$

Como la dependencia en E y $n_{\rm H}$ es débil, esto ocurre para velocidades

$$v \sim 200\,{\rm km\ s^{-1}}. \tag{3.52}$$

En la nueva fase, el interior del remanente está formado por gas caliente rodeado por una cáscara de gas frío. A medida que la cáscara avanza va barriendo el medio e incrementando su masa. De aquí que a pesar de ir desacelerándose, su momento radial permanezca aproximadamente constante:

$$\frac{\rm d}{{\rm d}t}\left[\left(\frac{4\pi}{3}\right)\rho r^3 \dot{r}\right] \approx 0. \tag{3.53}$$

Si la cáscara se formó en t_0 con radio $r = r_0$ y velocidad $v = v_0$, entonces,

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{3}\rho r^3 \dot{r} &= \frac{4\pi}{3}\rho r_0^3 v_0 \\ r &= r_0 \left[1 + 4\frac{v_0}{r_0}(t - t_0)\right]^{1/4} \\ \dot{r} &= v_0 \left[1 + 4\frac{v_0}{r_0}(t - t_0)\right]^{3/4}. \end{aligned} \tag{3.54}$$

Para t grande

$$r \propto t^{1/4}$$
$$\dot{r} \propto t^{-3/4} \simeq 200 \text{ km s}^{-1} \left(\frac{\text{t}}{3 \times 10^4 \text{ yr}} \right)^{-3/4}. \tag{3.55}$$

Cuando $t \sim 10^5$ yr, la velocidad cae a un valor ~ 10 km s^{-1} y el remanente comienza a disiparse.

Las explosiones de supernova inyectan en el medio interestelar cantidades enormes de energía, del orden de $\sim 10^{51}$ erg. Es razonable preguntarse, entonces, si juegan algún papel en la producción de rayos cósmicos. La tasa de explosiones de supernova es de 1 cada 50 años en la Galaxia. La potencia total que inyectan en el medio interestelar es:

$$W_{\text{SN}} = \frac{10^{51} \text{ erg}}{50 \times 3.15 \times 10^7 \text{ s}}$$
$$\sim 6.3 \times 10^{41} \text{ erg s}^{-1}. \tag{3.56}$$

Entonces, si las supernovas pudieran transformar menos del 10 % de su energía en rayos cósmicos, serían capaces de explicar el origen de estos.

El hecho de que se observe emisión de origen no térmico en remanentes de supernovas implica que en ellos hay partículas relativistas. La detección de rayos X de origen sincrotrónico indica la presencia de electrones con energías por arriba del TeV y la detección de radiación gamma podría señalar la presencia de hadrones con energías similares. El mecanismo que acelera estas partículas parecería ser difusivo (lo que lleva fácilmente a un espectro del tipo ley de potencias), pero existen también otros mecanismos posibles de aceleración. Lo que todos tienen en común es que la presencia de un campo magnético juega un papel crucial en la aceleración de las partículas.

La relevancia de un proceso de aceleración de partículas está directamente relacionada con la *eficiencia de aceleración* del mismo, η_{acel}. Para determinar

qué tan rápidamente se aceleran las partículas resulta conveniente definir un tiempo característico de aceleración parametrizado como:

$$t_{\rm acel}^{-1} = \eta_{\rm acel} \frac{qcB}{E}, \tag{3.57}$$

con q y E la carga y energía de la partícula, respectivamente. La máxima eficiencia posible de aceleración corresponde a $\eta_{\rm acel} = 1$, mientras que valores $\eta_{\rm acel} \ll 1$ implican aceleración poco eficiente.

3.3. Mecanismo de aceleración difusivo

Consideremos la siguiente situación: se arroja una pelota perfectamente elástica contra un muro. Si la velocidad de la pelota es $-\vec{V}$ en el sistema de referencia del laboratorio, rebotará con velocidad $+\vec{V}$, como se muestra en la Figura 3.9.

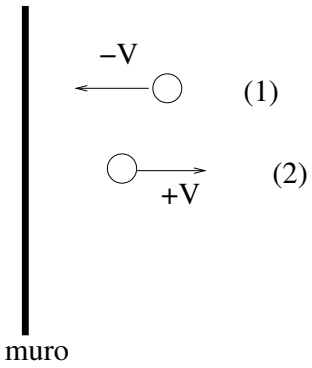

Figura 3.9: Colisión elástica de una partícula con una pared fija.

Si ahora la pared se mueve con una velocidad $\vec{u}$, luego del choque la velocidad de la pelota será $\vec{V} + 2\vec{u}$ (la velocidad no cambia en el sistema de referencia de la pared), como puede verse en la Figura 3.10.

Si en vez de una se tienen dos paredes una moviéndose hacia la otra, la partícula ganará velocidad con cada choque hasta que i) las paredes se

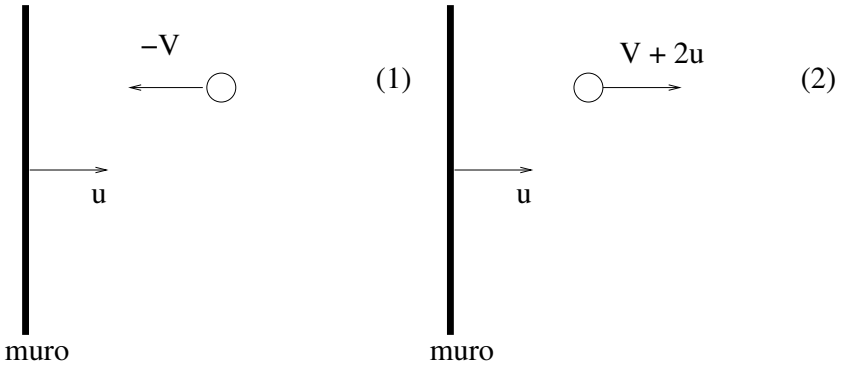

Figura 3.10: Colisión elástica de una partícula con una pared en movimiento. Se muestra la velocidad de la partícula antes (izquierda) y después (derecha) de la colisión.

detengan o *ii*) la pelota se haga tan energética que atraviese una de las paredes – en cuyo caso se dice que la pared se ha hecho "transparente" a la pelota.

Reemplacemos ahora las paredes por nubes en movimiento que contienen campos magnéticos turbulentos. La turbulencia puede actuar como un "espejo magnético" creando regiones con mayor densidad de energía magnética donde las partículas cargadas son deflectadas; ver Figura 3.11. Esta situación, considerada originalmente por Fermi (1949), es físicamente improbable y no es posible generar de esta manera los rayos cósmicos galácticos.

El mismo mecanismo básico puede operar, sin embargo, en remanentes de supernova o en otros sistemas astrofísicos con choques. Consideremos la onda de choque que genera una supernova como la descripta en la Sec. 3.2.3. En ambas regiones puede establecerse turbulencia magnética: en la región chocada por la compresión del fluido y el desarrollo de inestabilidades, y en la región no chocada por los efectos de los propios rayos cósmicos que atraviesan el frente de choque y perturban el plasma generando inestabilidades.

Supongamos que el choque se mueve con velocidad $V_{\rm s}$ en la dirección del eje x, como se muestra en la Figura 3.12. El plasma en la región chocada se mueve con velocidad $V_{\rm p}$. La velocidad del choque y la del gas detrás de él se

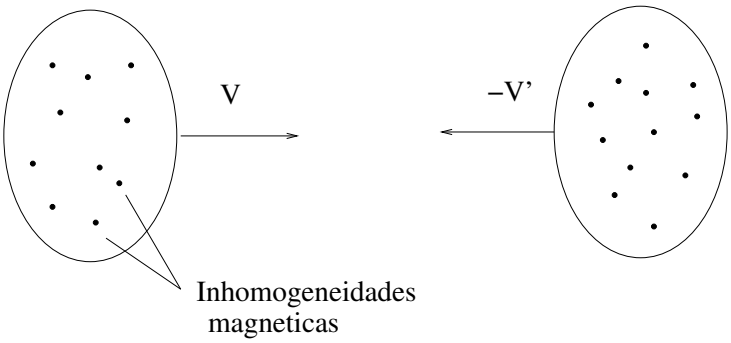

Figura 3.11: Nubes con inhomogeneidades magnéticas pueden actuar como centros dispersivos.

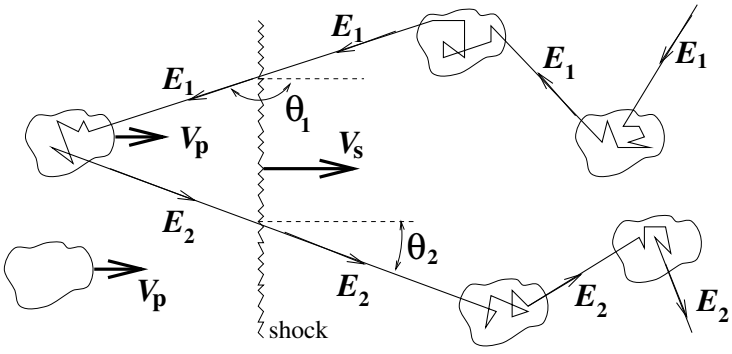

Figura 3.12: Interacción de un rayo cósmico de energía E_1 con un frente de choque que avanza a velocidad V_s. Extraído de Protheroe (1999).

relacionan por el factor de compresión ξ como

$$\frac{V_{\rm s}}{V_{\rm p}} = \xi. \tag{3.58}$$

Para un choque fuerte no relativista $\xi = 4$. Usando transformaciones relativistas (ver por ejemplo Gaisser 1990) puede establecerse que la variación neta de energía de una partícula con energía inicial E que completa un ciclo yendo de la región chocada a la no chocada y de vuelta a la chocada es:

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E} \approx \frac{4}{3}\left(\frac{\xi - 1}{\xi}\right)\frac{V_{\rm s}}{c}. \tag{3.59}$$

Para obtener el espectro de energía tenemos que hallar la probabilidad de que una dada partícula cruce el choque un número arbitrario de veces. Para ello consideremos el proceso en el sistema de referencia del choque (ver Figura 3.13).

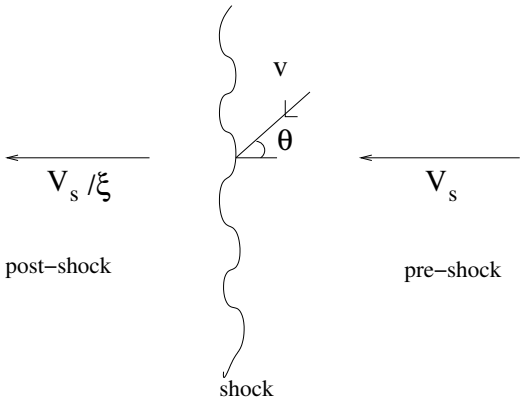

Figura 3.13: Un rayo cósmico cruza un choque. Este esquema muestra la situación en el sistema de referencia con el choque en reposo.

El flujo neto de partículas que se pierden en la región chocada es:

$$r_{\rm per} = n_{\rm RC}\,\frac{V_{\rm s}}{\xi}\ {\rm cm}^{-2}{\rm s}^{-1}, \tag{3.60}$$

donde n_{RC} es la densidad de partículas relativistas.

En la región no chocada, un rayo cósmico con velocidad v (en el sistema de referencia del laboratorio) que forma un ángulo θ, se acercará al choque con velocidad $V_{\mathrm{s}} + v\cos\theta$ en el sistema de referencia del choque. A fin de que pueda cruzar el choque:

$$\cos\theta > -\frac{V_{\mathrm{s}}}{v}. \tag{3.61}$$

Entonces, suponiendo que los rayos cósmicos en la región no chocada son isotrópicos, la razón a la cual las partículas cruzan desde la región no chocada a la chocada es:

$$r_{\mathrm{cruce}} = n_{\mathrm{RC}}\,\frac{1}{4\pi}\int_{-\frac{V_{\mathrm{s}}}{v}}^{1}(V_{\mathrm{s}} + v\cos\theta)\,2\pi\;\mathrm{d}(\cos\theta) \tag{3.62}$$

$$r_{\mathrm{cruce}} \approx n_{\mathrm{RC}}\,\frac{v}{4}\;\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}. \tag{3.63}$$

La posibilidad de cruzar y luego escapar en la región chocada es:

$$P_{\mathrm{escape}} = \frac{r_{\mathrm{per}}}{r_{\mathrm{cruce}}} \approx 4\frac{V_{\mathrm{s}}}{\xi\,v}. \tag{3.64}$$

La probabilidad de que la partícula sea deflectada en la región chocada y vuelva al choque es:

$$P_{\mathrm{regreso}} = 1 - P_{\mathrm{escape}}. \tag{3.65}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que cruce el choque n o más veces es:

$$P_{(\mathrm{cruce>n})} = (1 - P_{\mathrm{escape}})^{n}. \tag{3.66}$$

Como el incremento fraccional de energía por cruce es $\Delta E/E$, la energía luego de cruzar n veces es:

$$E = E_0\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)^{n}, \tag{3.67}$$

donde E_0 es la energía inicial. Tomando logaritmo a ambos lados:

$$\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = n \ln\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right), \tag{3.68}$$

donde

$$n = \frac{\ln(E/E_0)}{\ln\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)}. \tag{3.69}$$

Luego, el espectro de partículas aceleradas y con energías $> E$ será:

$$\begin{aligned} J(>E) &\propto (1 - P_{\text{escape}})^n \\ J(>E) &= k\,(1 - P_{\text{escape}})^{\frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1+\Delta E/E)}}; \quad k = \text{cte} \\ \ln(J(>E)) &= k' + \frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1 + \Delta E/E)} \ln(1 - P_{\text{escape}}); \quad k' = \ln(k) = \text{cte}. \end{aligned} \tag{3.70}$$

Finalmente:

$$\ln(J(>E)) = k'' - (\Gamma - 1)\ln(E); \tag{3.71}$$

donde

$$\Gamma = 1 - \frac{\ln(1 - P_{\text{escape}})}{\ln(1 + \Delta E/E)} = 1 - \frac{\ln\left(1 - \dfrac{4\,V_{\text{s}}}{\xi\,v}\right)}{\ln\left(1 + \dfrac{4}{3}\dfrac{(\xi - 1)}{\xi}\dfrac{V_{\text{s}}}{c}\right)}. \tag{3.72}$$

Teniendo en cuenta que para $x \sim 0$:

$$\ln(1 + x) \approx x - \frac{x^2}{2} + \ldots \qquad \text{y} \qquad \ln(1 - x) \approx -x - \frac{x^2}{2} - \ldots, \tag{3.73}$$

resulta:

$$\Gamma \approx 1 - \frac{-\left(\frac{4V_\mathrm{s}}{\xi v}\right)}{\frac{4}{3}\frac{(\xi-1)}{\xi}\frac{V_\mathrm{s}}{c}} = 1 + \frac{3}{\beta(\xi-1)}. \tag{3.74}$$

$$\beta \sim 1 \implies \Gamma = \frac{\xi+2}{\xi-1}. \tag{3.75}$$

Por lo tanto, el espectro diferencial de rayos cósmicos que emerja de la fuente luego de n cruces será:

$$J(E) \propto E^{-\Gamma}. \tag{3.76}$$

Para una onda de choque fuerte:

$$\xi = 4 \implies \Gamma = 2. \tag{3.77}$$

Si bien el espectro observado de rayos cósmicos es de la forma $J(E) \propto E^{-2.7}$, la diferencia en el índice espectral se explica por efectos de difusión de las partículas en el medio interestelar.

¿Cuál es la energía máxima que pueden alcanzar las partículas? Para responder a esta pregunta es necesario calcular la tasa de ganancia de energía de las partículas e igualar a la tasa de pérdidas radiativas. De allí se puede despejar la energía máxima – siempre y cuando esta satisfaga que el giroradio de las partículas con esa energía sea menor que el tamaño de la región de aceleración.

La tasa de aceleración es:

$$\begin{aligned} t_\mathrm{acel}^{-1} &= \frac{1}{E}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{\langle \Delta E \rangle / E}{t_\mathrm{ciclo}} \\ &\approx \frac{4}{3}\frac{(\xi-1)}{\xi}\frac{V_\mathrm{s}}{c}\, t_\mathrm{ciclo}^{-1}. \end{aligned} \tag{3.78}$$

Aquí $t_{\text{ciclo}} \sim D/V_{\text{s}}^2$ depende del coeficiente de difusión D del medio (ver Sec. 4.1). Este coeficiente se supone dependiente de la energía:

$$D = D(E) \propto E^{\delta}, \tag{3.79}$$

con $\delta > 0$. El coeficiente de difusión a lo largo del campo magnético es un cierto número de veces el valor del coeficiente de difusión mínimo, conocido como *coeficiente de difusión de Bohm*:

$$D_{\text{Bohm}} = \frac{1}{3}\, r_{\text{g}}\, c. \tag{3.80}$$

Aquí r_{g} es, como antes, el giroradio de las partículas

$$r_{\text{g}} = \frac{E v_{\perp}}{qcB} \approx \frac{E}{qB}, \tag{3.81}$$

donde $v_{\perp}$ es la componente de la velocidad perpendicular al campo magnético, $q = Ze$ es la carga eléctrica y la aproximación es válida para partículas relativistas ($v \sim c$).

El coeficiente de difusión paralelo[8] a $\vec{B}$ es:

$$D_{\parallel} = \zeta D_{\text{Bohm}}. \tag{3.82}$$

Para valores típicos de $V_{\text{s}} = 0.1c$ y $\zeta = 10$ se obtiene:

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{acel}} \approx 1.5 \times 10^{-4}\, ecB. \tag{3.83}$$

Por otro lado, el coeficiente de difusión perpendicular es:

$$D_{\perp} \approx \frac{D_{\parallel}}{1+\zeta^2}, \tag{3.84}$$

[8] Se llama a un choque *paralelo* si la normal al frente de choque es paralela a $\vec{B}$, es decir, $\vec{V}_{\text{s}} \parallel \vec{B}$. Asimismo, se denomina a un choque *perpendicular* si $\vec{V}_{\text{s}} \perp \vec{B}$.

de donde puede deducirse:

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{acel}} \approx 4 \times 10^{-2}\, e\, c\, B. \tag{3.85}$$

Las ondas de choque de los remanentes de supernova permanecen fuertes como para acelerar partículas durante unos $\sim 10^3$ años. Las energías máximas alcanzables (considerando $B \sim 10^{-5}$ G y pérdidas sincrotrón) son

$$E_{\mathrm{max}}^{\mathrm{SN}} \sim 10^{14}\, Z \text{ eV} \tag{3.86}$$

para choques paralelos, y

$$E_{\mathrm{max}}^{\mathrm{SN}} \sim 10^{16}\, Z \text{ eV} \tag{3.87}$$

para choques perpendiculares.

Para el caso de que el choque sea oblicuo, con un ángulo θ entre la normal al choque y el campo magnético, el coeficiente de difusión es:

$$D = D_{\parallel} \cos^2\theta + D_{\perp} \sin^2\theta. \tag{3.88}$$

En esta situación el valor de la energía máxima estará comprendido entre los valores dados en las Ecs. (3.86) y (3.87) .

Efectos adicionales importantes a tener en cuenta en diversas situaciones astrofísicas son:

1. La modificación del choque por efecto de la presión de los rayos cósmicos que están siendo acelerados, lo que introduce no linealidades.

2. Ondas de choque relativistas. En este caso el índice adiabático del gas es $\gamma = 4/3$ en vez de $5/3$, lo que lleva a $\xi = 7$ y por lo tanto a espectros con $\Gamma \sim 1.5$ si se tienen en cuenta efectos de anisotropía. En choques relativistas se tiene típicamente $1.5 \leq \Gamma \leq 2.0$.

3. Efectos termodinámicos producidos por la radiación que escapa de la región chocada, afectando los centros de dispersión magnéticos.

4. Inestabilidades inducidas por los propios rayos cósmicos que pueden llevar a una magnificación de los campos magnéticos (inestabilidades de Bell).

Hay una gran variedad de fuentes astrofísicas en las que se forman ondas de choque y pueden acelerarse partículas cargadas hasta velocidades relativistas. Estas fuentes incluyen:

- *jets* en núcleos galácticos activos (*Active Galactic Nuclei*, AGN) y microcuásares (MQ),
- ondas de choque producidas por eruptores de rayos gamma (*Gamma-Ray Bursts*, GRB),
- lóbulos y manchas calientes (*hot spots*) en radio galaxias,
- asociaciones de estrellas masivas,
- estrellas tempranas con vientos poderosos,
- cúmulos de galaxias donde colisiones pueden formar ondas de choque,
- sistemas binarios con colisión de vientos estelares,
- choques de nubes de alta velocidad con el medio interestelar.

3.4. Magnetohidrodinámica

La teoría de la *magnetohidrodinámica* (MHD) es una posible aproximación al problema de un fluido en presencia de un campo electromagnético. Para que la aproximación MHD sea válida, se deben cumplir dos condiciones

básicas: el fluido debe ser eléctricamente casi neutro (es decir, con una densidad de carga muy pequeña) y debe formar un plasma (estar completamente ionizado).

En MHD *no relativista*, el campo relevante es el campo magnético $\vec{B}$. De hecho, si la velocidad del flujo es $v \ll c$ en todas partes, se puede demostrar que $\left|\vec{E}\right| \ll \left|\vec{B}\right|$. Esto también significa que la corriente de desplazamiento puede ignorarse, de modo que

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{J} \tag{3.89}$$

donde $\vec{J}$ es el vector de corriente eléctrica. Teniendo en cuenta además que la densidad de carga es muy pequeña, la expresión de la fuerza de Lorentz se simplifica a

$$\vec{f_{\mathrm{L}}} = \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} = \frac{1}{4\pi}\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B}. \tag{3.90}$$

Otra de las hipótesis de la MHD es que el fluido satisface la ley de Ohm en la forma simple

$$\vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right), \tag{3.91}$$

donde σ es la conductividad eléctrica del plasma.

A estas ecuaciones debemos agregar el resto de las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \tag{3.92}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{3.93}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_{\mathrm{e}}. \tag{3.94}$$

La densidad de carga ρ_{e} no es un parámetro relevante; si es necesario, se puede calcular a partir de la Ec. (3.94) una vez que se resuelva el problema y se conozca $\vec{E}$.

Combinando las Ecs. (3.89), (3.91) y (3.93) obtenemos la ecuación central

de la MHD, la llamada *ecuación de inducción* para el campo magnético:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) + \frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla^2 \vec{B}. \tag{3.95}$$

La ecuación de inducción establece que el campo magnético en un punto dado en el espacio varía en el tiempo porque es advectado con el flujo (primer término en el lado derecho) y porque se difunde (segundo término en el lado derecho). Una suposición que se suele hacer en las aplicaciones astrofísicas de la MHD es que la conductividad del plasma es muy grande. Entonces, el término difusivo en la ecuación (3.95) puede despreciarse en comparación con el término convectivo. Esta aproximación se conoce como MHD *ideal*. En la MHD ideal las líneas de campo magnético están congeladas en el fluido: si el fluido se mueve la línea lo acompaña conservando su topología.

El conjunto de ecuaciones de MHD debe completarse con las ecuaciones para la conservación de la masa y el momento (incluida la fuerza de Lorentz, pero no la viscosidad):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \tag{3.96}$$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\, \vec{v}\right] = -\nabla P - \rho \nabla \Phi + \frac{1}{4\pi}\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B}, \tag{3.97}$$

más una ecuación para la conservación de energía y una ecuación de estado. Aquí, como de costumbre, P es la presión, ρ es la densidad de masa y Φ es el potencial gravitacional.

La transformación de energía magnética en cinética requiere romper la topología de las líneas: MHD *resistiva*. En un fluido de conductividad imperfecta, el campo magnético generalmente puede moverse a través del fluido siguiendo una ley de difusión con la resistividad del plasma sirviendo como constante de difusión.

En la MHD resistiva las líneas de campo magnético pueden moverse por

el fluido transfiriendo energía al mismo.

3.5. Reconexión magnética

La energía almacenada en campos magnéticos puede liberarse súbitamente en eventos de reconexión magnética, en los que se produce un cambio en la topología de las líneas de campo. Esta energía es transferida a las partículas del plasma en escalas de tiempo cortas y puede dar lugar a una población de partículas no térmicas. Para que este proceso pueda ocurrir son necesarios:

1. **Un plasma con una región de conductividad finita.** En la aproximación magnetohidrodinámica, es común considerar a los plasmas astrofísicos como de conductividad *infinita*, lo cual significa que en la ecuación de inducción magnética se desprecia el término difusivo frente al conductivo. Esto implica el *congelamiento* de las líneas de campo magnético en las líneas de fluido. En esas condiciones no es posible que la topología del campo magnético se rompa, por lo que es necesario que –en al menos alguna región– el plasma tenga conductividad finita.

2. **Flujos convergentes de material.** En regiones donde vale el congelamiento magnético (conductividad infinita), el campo magnético es arrastrado por el fluido al moverse. Luego, si las líneas de fluido de los plasmas se desplazan en una dirección convergente, las líneas de campo magnético también se acercan entre ellas.

3. **Regiones con polaridades de campo magnético opuestas.** Cuando líneas de campo magnético paralelas y de polaridad opuesta se acercan a una corta distancia, las corrientes de plasma no pueden sostenerlas si la conductividad es finita y las líneas reconectan.

Una geometría válida para el desarrollo de la reconexión magnética es la propuesta por Sweet y Parker (Sweet, 1958; Parker, 1957), similar a la

presentada en la Figura 3.14. Supongamos un campo magnético en el plano xy y un campo eléctrico en la dirección del eje z. En la denominada zona neutral tipo-X, el campo magnético es débil y las partículas cargadas son aceleradas por un campo eléctrico inducido en la dirección z, prácticamente uniforme alrededor de la región tipo-X. Si los flujos convergentes tienen su movimiento en la dirección del eje y, entonces el plasma luego de la reconexión es eyectado en la dirección del eje x debido a la tensión magnética (ver Figura 3.14).

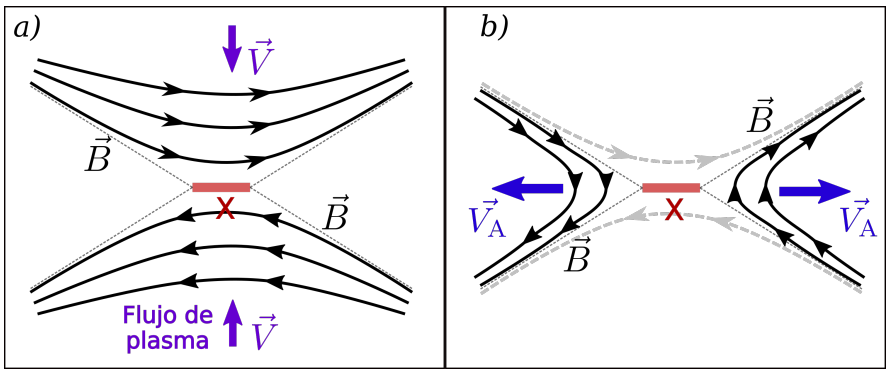

Figura 3.14: Esquema de la configuración antes (izquierda) y después (derecha) de la reconexión magnética. Luego de la recombinación de las líneas, las partículas son arrastradas por el campo magnético con una velocidad $V_{\rm A}$ en la dirección horizontal (eje x); el eje y está en la dirección vertical y el z es perpendicular a este plano.

La velocidad con que el plasma es acelerado puede ser del orden de la velocidad de Alfvén del plasma:

$$V_{\rm A} = \frac{B}{\sqrt{\rho\mu_0}}, \tag{3.98}$$

donde B es la intensidad del campo magnético, ρ es la densidad y μ_0 la permeabilidad magnética del plasma previo a la reconexión.

La eficiencia de aceleración de este proceso depende de la *tasa de reconexión* del campo magnético. Si la misma es alta, la reconexión es rápida y el proceso es eficiente. No obstante, en el modelo propuesto la longitud de

la región de reconexión es grande, y puede demostrarse que en ese caso la tasa de aceleración se vuelve lenta. Por este motivo hace falta agregar un ingrediente más para que la reconexión magnética sea un proceso viable de aceleración de rayos cósmicos: la *turbulencia*.

3.5.1. Reconexión magnética turbulenta

Si el fluido es turbulento, entonces la reconexión magnética puede ocurrir como un gran número de reconexiones de pequeña escala. La reconexión sobre estas escalas pequeñas determina la tasa de reconexión local, mientras que la tasa de reconexión global es mucho mayor debido a las múltiples reconexiones. Un esquema de este escenario se muestra en la Figura 3.15 para el caso de un campo levemente estocástico de acuerdo al modelo de Lazarian & Vishniac (1999).

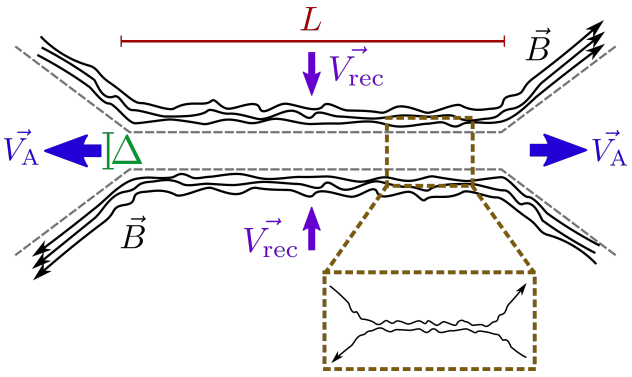

Figura 3.15: Esquema de la reconexión magnética turbulenta. Δ representa la escala espacial de salida del material, determinada por la estocasticidad del campo magnético $\vec{B}$. La escala $L \gg \Delta$ es astrofísica. En el recuadro se muestra una región de aceleración individual, de pequeña escala.

En el escenario de reconexión magnética turbulenta las partículas relativistas son aceleradas en múltiples islas magnéticas. La eficiencia de acelera-

ción resulta del orden de:

$$\eta_{\rm acel} \sim 0.3 \left(\frac{v_{\rm rec}}{c}\right)^2, \tag{3.99}$$

donde $v_{\rm rec} \sim V_{\rm A}$ es la velocidad de reconexión. Dependiendo de las condiciones en el plasma, el índice espectral de lal espectro de partículas resultante puede ser $p < 2.5$.

Vale destacar que existen muchas fuentes astrofísicas en las que la reconexión magnética puede ser un fenómeno importante. Algunas de ellas son:

- El Sol (los procesos de reconexión se originan en la corona solar debido al movimiento del plasma subyacente).
- Sistemas con discos de acreción tales como MQs y los flujos magnetizados en AGNs.
- Estrellas altamente magnetizadas, como las T-Tauri.
- Magnetares.
- *Fast radio bursts* y *gamma-ray bursts*.
- Nebulosas creadas por púlsares, como la del Cangrejo.

Capítulo 4

Ecuación de transporte

4.1. Difusión y convección

La difusión consiste en el movimiento propio, caótico, de las partículas – en este caso rayos cósmicos – respecto a un medio. Este movimiento es estocástico debido a las múltiples interacciones que un rayo cósmico sufre con los átomos del medio y/o las irregularidades magnéticas (ver Fig. 4.1).

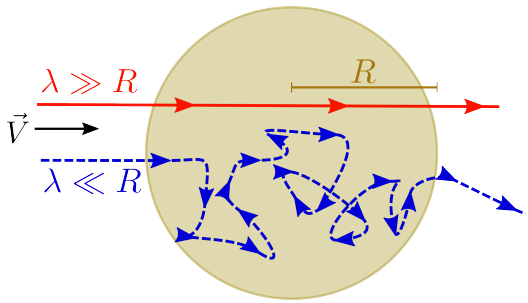

Figura 4.1: Dos partículas con distinto camino libre medio l atravesando un gas con tamaño lineal característico R. Para la partícula de arriba (trayectoria roja) el medio es transparente y lo atraviesa sin interactuar, mientras que para la partícula de abajo (trayectoria azul) el medio es opaco y difunde en él. Si la velocidad de la partícula es V, entonces en el primer caso el tiempo de cruce es $t_{\text{cruce}} \sim R/V$, mientras que en el segundo es $t_{\text{cruce}} \sim R^2/D \gg R/V$.

El movimiento de las partículas puede modelarse como una caminata al azar por lo que, en promedio, el desplazamiento Δr que una partícula realiza al cabo de un intervalo de tiempo Δt por difusión es nulo, i.e., $\langle \Delta r \rangle = 0$. No obstante, se tiene que $\langle \Delta r^2 \rangle = 6D\Delta t \neq 0$. El *coeficiente de difusión* D es una medida de la facilidad con que la partícula se propaga en ese medio: cuanto mayor es D, más lejos difunde en el mismo intervalo de tiempo.

Otro proceso de transporte de partículas en un medio es la *convección* (o *advección*). En este caso las partículas son arrastradas por el movimiento macroscópico del medio, como granos de arena en el viento. Lo que *ancla* a los rayos cósmicos al fluido es el campo magnético, el cual a su vez está congelado en las líneas de fluido en un plasma de conductividad infinita (ver Sec. 3.5). Notar que el tiempo de convección no depende de la energía de las partículas, sino de la velocidad del fluido y de la escala espacial del problema.

4.2. Ecuación de transporte

En el capítulo anterior se estudiaron mecanismos capaces de acelerar rayos cósmicos e inyectarlos en el medio. Ahora nos interesa estudiar cómo evoluciona dicha población de rayos cósmicos debido a la interacción con los blancos en la región (campo magnético, materia y radiación) y a los fenómenos de transporte.

Caracterizaremos la población de partículas relativistas a través de la función distribución

$$n(\vec{r}, E, t) = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E\ \mathrm{d}V}, \tag{4.1}$$

es decir, el número de partículas a tiempo t en la posición $\vec{r}$ por unidad de volumen $\mathrm{d}V$, con energía en el intervalo $\mathrm{d}E$ alrededor de E.

La evolución de esta distribución viene determinada por la *ecuación de*

transporte o ecuación cinética, cuya forma es:[1]

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla \cdot (D \nabla n) + \frac{\partial (b\, n)}{\partial E} + \frac{n}{T} = Q(E, \vec{r}, t), \tag{4.2}$$

donde $D = D(E, \vec{r})$ es el coeficiente de difusión, $b = b(E, \vec{r}, t) = \mathrm{d}E/\,\mathrm{d}t \leq 0$ es la tasa total de pérdida de energía de las partículas por distintos procesos, $T = T(E, \vec{r})$ es la escala temporal de escape de las partículas de la región de ínterés y $Q(E, \vec{r}, t)$ es el término fuente de inyección.

La Ec. (4.2) describe el balance entre los procesos que inyectan y remueven partículas por unidad de tiempo por unidad de volumen en el espacio de fases de las posiciones (y eventualmente direcciones de movimiento) y la energía. El segundo término del lado izquierdo da cuenta del trasporte espacial de partículas por difusión. En el caso más general el coeficiente de difusión D es un tensor; si el medio es uniforme, $D = D(E)$. En general se asume que la dependencia en la energía es una ley de potencias:

$$D(E) = D_0 E^{\delta} \quad (\delta > 0), \tag{4.3}$$

pero esto puede variar significativamente en diversos medios. En ausencia de cualquier otra información se suele adoptar el coeficiente de difusión mínimo, conocido como coeficiente de difusión de Bohm (ver 3.3):

$$D_{\mathrm{B}} = \frac{1}{3} r_{\mathrm{g}} c, \tag{4.4}$$

donde r_{g} es el giroradio de las partículas. En algunos casos, la difusión compite con la convección como mecanismo de transporte de las partículas (por ejemplo en regiones donde hay vientos fuertes).

El tercer término representa las pérdidas de energía continuas, es decir aquellas interacciones que producen cambios pequeños en la energía de las

[1] Para una versión más general de la ecuación de transporte, consultar el libro de Ginzburg & Syrovatskii (1964) o el artículo de Ginzburg & Ptuskin (1976).

partículas respecto de su energía inicial. Aquí b es la tasa (total) de pérdida de energía; si sobre las partículas actuan varios procesos de enfriamiento $i = 1, \ldots, N$, resulta:

$$b(E, \vec{r}, t) = \sum_{i=1}^{N} b_i = \sum_{i=1}^{N} \left. \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \right|_i . \tag{4.5}$$

El cuarto término del lado izquierdo da cuenta del escape de partículas de la región de interés; el tiempo de escape es T. En este término pueden introducirse de forma efectiva el escape por convección y también por difusión – de manera de simplificar aún más la Ec. (4.2) eliminando el segundo término. En ese caso $T^{-1} = t_{\mathrm{dif}}^{-1} + t_{\mathrm{conv}}^{-1}$, donde t_{dif} y t_{conv} son los tiempos típicos de escape por difusión y convección, respectivamente. En el término de escape también pueden incluirse efectos de pérdidas de energía *catastróficos*, en los que la partícula pierde tanta energía que es removida del intervalo de energía de interés. Si las partículas son inestables, también puede tenerse en cuenta en este término la desaparición de partículas por decaimiento; en este caso $T = t_{\mathrm{dec}}$ es el tiempo de decaimiento.

Finalmente, el término de la derecha es el término fuente. Aquí se incluyen todos los fenómenos que inyectan partículas en la región de interés. Por ejemplo, la inyección de partículas mediante algún mecanismo de aceleración puede introducirse de manera efectiva en este término utilizando alguna función inyección adecuada.

4.3. Soluciones de la ecuación de transporte

4.3.1. Solución general

La ecuación de transporte (4.2) es una ecuación diferencial en derivadas parciales de tipo inhomogéneo. Puede resolverse utilizando el método de la función de Green. Para $D = D(E)$, $b = b(E)$ y $T = T(E)$, la función de

Green $G(E, \vec{r}, t)$ de la Ec. (4.2) satisface:

$$\frac{\partial G}{\partial t} - D\nabla^2 G + \frac{\partial}{\partial E}(bG) + \frac{G}{T} = \delta(E - E_0)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\delta(t - t_o), \tag{4.6}$$

donde E_0, $\vec{r}_0$ y t_0 son los valores iniciales. La solución es (Ginzburg & Syrovatskii, 1964):

$$G(E, \vec{r}, t; E_0, \vec{r}_0, t_0) = \frac{1}{|b(E)|\,(4\pi\lambda)^{3/2}} \exp\left[-\frac{\tau}{T} - \frac{(\vec{r} - \vec{r}_0)^2}{4\lambda}\right] \delta(t - t_0 - \tau), \tag{4.7}$$

donde

$$\tau \equiv \tau(E, E_0) = \int_{E_0}^{E} \frac{\mathrm{d}E}{b(E)} \tag{4.8}$$

y

$$\lambda \equiv \lambda(E, E_0) = \int_{E_0}^{E} \frac{D(E)}{b(E)}\,\mathrm{d}E. \tag{4.9}$$

Luego, la solución general de la Ec. (4.2) es

$$n(E, \vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 r_0 \int \mathrm{d}E_0 \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t_0\; Q(E_0, \vec{r}_0, t_0)\; G(E, \vec{r}, t; E_0, \vec{r}_0, t_0). \tag{4.10}$$

En el caso particular de un sistema en estado estacionario,

$$G(E, \vec{r}; E_0, \vec{r}_0) = \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t_0\; G(E, \vec{r}, t; E_0, \vec{r}_0, t_0), \tag{4.11}$$

cuya solución es

$$G(E, \vec{r}; E_0, \vec{r}_0) = \begin{cases} \dfrac{1}{|b(E)|\,(4\pi\lambda)^{3/2}} \exp\left[-\dfrac{\tau}{T(E_0)} - \dfrac{(\vec{r} - \vec{r}_0)^2}{4\lambda}\right] & \text{si } \tau > 0 \\ 0 & \text{si } \tau < 0 \end{cases} \tag{4.12}$$

Si el proceso es no estacionario, pero homogéneo en el espacio:

$$G(E,t;E_0,t_0) = \frac{1}{|b(E)|}\exp\left[-\frac{\tau}{T(E_0)}\right]\delta(t-t_0-\tau). \tag{4.13}$$

Finalmente, en el caso estacionario y homogéneo $n(E,\vec{r},t) = n(E)$, entonces

$$G(E;E_0) = \frac{1}{|b(E)|}\exp\left[-\frac{\tau}{T(E_0)}\right] \tag{4.14}$$

4.3.2. Caso estacionario, homogéneo y sin escape

Consideremos el caso sencillo de un sistema de partículas en estado estacionario en una región homogénea, donde puede despreciarse el escape ($T \to \infty$) y en la que se inyectan partículas relativistas con un espectro $Q(E) = KE^{-p}$ con $p > 0$. La ecuación para $n(E)$ es en este caso

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}E}\left[b(E)\,n(E)\right] = Q(E). \tag{4.15}$$

Para $p \neq 1$ y suponiendo que $b(E)n(E) \to 0$ para $E \to \infty$, la solución resulta

$$n(E) = \frac{K}{(p-1)}\frac{E^{-(p-1)}}{|b(E)|}. \tag{4.16}$$

4.3.3. Casos no estacionarios

Supongamos que en una región actúa, durante intervalo acotado de tiempo, un mecanismo de inyección continua de partículas que puede describirse mediante una función de la forma $Q(E) = KE^{-p}$ ($p > 0$) para $t \leq t_0$ y $Q(E) = 0$ para $t > t_0$. Supongamos además que las pérdidas de energía son del tipo $b(E) = AE^2$ con A una constante. Resolviendo la ecuación de transporte

$$\frac{\partial n(E,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial E}[b(E)\,n(E,t)] + Q(E,t) \tag{4.17}$$

para $t > t_0$, resulta

$$n(E,t) = \begin{cases} \dfrac{KE^{-(p+1)}}{A(p-1)}\left[1-(1-AEt)^{p-1}\right] & \text{si } AEt < 1 \\ \dfrac{KE^{-(p+1)}}{A(p-1)} & \text{si } AEt \geq 1 \end{cases} \tag{4.18}$$

Para el caso de una inyección instantánea en $t = 0$ del tipo $Q(E,t) = KE^{-p}\delta(t)$, la distribución de partículas resulta

$$n(E,t) = \begin{cases} KE^{-p}(1-AEt)^{p-2} & \text{si} \quad AEt < 1 \\ 0 & \text{si} \quad AEt \geq 1 \end{cases} \tag{4.19}$$

Notar que para $p = 2$ el espectro no se modifica en su forma, solo va cambiando la energía máxima de las partículas de acuerdo a $E_{\max}(t) = 1/(At)$.

4.3.4. Un caso con difusión

Consideremos un acelerador que inyecta partículas relativistas que escapan de la fuente difundiéndose en el medio circundante sin sufrir pérdidas de energía significativas. Supongamos que queremos conocer la distribución de partículas en un dado instante de tiempo t y a una cierta distancia r de la fuente, adoptando simetría esférica. La ecuación de transporte que describe este escenario es

$$\frac{\partial n(E,t)}{\partial t} = \frac{D(E)}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial n(E,t)}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)\,n(E,t)] + Q(E,t), \tag{4.20}$$

donde $D(E)$ es el coeficiente de difusión espacial de las partículas[2]. En el caso particular de que $Q(E,t) = KE^{-p}\,\delta(R_0)\,\delta(t)$, el coeficiente $D(E) \propto E^{\alpha}$, y el tiempo de las pérdidas de energía de las partículas en el medio sea

[2]Este coeficiente puede ser dependiente de t y r, si las propiedades del medio cambian con el paso del tiempo o la distancia a la fuente.

$t_{\rm enf} = E/b(E) \sim$ cte, se encuentra que (Aharonian & Atoyan, 1996)

$$n(E, r, t) \approx \frac{K E^{-p}}{\pi^{3/2}\, R_{\rm dif}^3} \exp\left(-\frac{(p-1)\, t}{t_{\rm enf}} - \frac{r^2}{R_{\rm dif}^2}\right), \tag{4.21}$$

con

$$R_{\rm dif} \equiv R_{\rm dif}(E, t) = 2\sqrt{D(E)\, t\, \frac{\exp\left(t\,\alpha/t_{\rm enf}\right) - 1}{t\,\alpha/t_{\rm enf}}}. \tag{4.22}$$

Este último valor es conocido como el radio de difusión, el cual se corresponde con la distancia que una partícula de energía E logra efectivamente recorrer en un tiempo t luego de escapar de la fuente.

Es importante notar que la distribución de partículas en la fuente y la distribución de partículas a una cierta distancia r de la misma, en un cierto instante t, serán diferentes. Si el coeficiente de difusión es independiente de la energía ($\alpha = 0$), el espectro en energías conserva la forma del espectro inyectado por la fuente, pero el flujo de partículas cambia[3]. Si $\alpha \neq 0$, tanto el flujo como el espectro de energía de las partículas se ven modificados.

En el caso particular en que $t \ll t_{\rm enf}$, el resultado depende únicamente de los efectos de la propagación difusiva de las partículas: $n(E, t) \approx K E^{-p} \exp(-R/R_{\rm dif})/(\pi^{3/2}\, R_{\rm dif}^3)$ y $R_{\rm dif} = 2\sqrt{D(E)\, t}$. De estas expresiones puede observarse que, a una distancia fija R, el espectro de partículas a bajas energías está exponencialmente suprimido ya que $R_{\rm dif} \ll R$, mientras que para las energías tales que $R_{\rm dif} \gg R$ la solución resulta $n(E, t) \propto E^{-(p+(3/2)\,\alpha)}$.

Si el acelerador inyecta partículas de forma continua, tal que $Q(E, t) = K E^{-p}\, \Theta(t)$, la solución puede encontrarse haciendo la convolución del resultado hallado en Ec. 4.21 con la función Heaviside $\Theta(t - t')$ con $0 \leq t' \leq t$. Para tiempos $t < t_{\rm enf}$, se obtiene que (Atoyan et al., 1995)

$$n(E, r, t) = \frac{K E^{-p}}{4\pi D(E) r}\, {\rm erfc}\left(\frac{r}{R_{\rm dif}(E, t)}\right), \tag{4.23}$$

[3]Tenemos la misma cantidad de partículas pero distribuidas sobre la superficie de una esfera de radio mayor.

con $\mathrm{erfc}(z) = (2/\sqrt{\pi}) \int_z^\infty \exp(-x^2)\, \mathrm{d}x$ la función error complementaria. A una distancia R fija, el flujo de partículas con energía E crece exponencialmente con t para $R_{\mathrm{dif}} \leq R$. Cuando $R_{\mathrm{dif}} \gg R$, la Ec. 4.23 tiende a $n(E, R, t) = KE^{-p}/(4\pi D(E)R)$, es decir, $n(E, R, t) \propto E^{-(p+\alpha)}$. Este índice espectral difiere en $\alpha/2$ respecto del índice de una inyección del tipo $\delta(t)$, por lo que la fuente de inyección continua producirá en el límite $R_{\mathrm{dif}} \gg R$ un espectro más duro que una fuente de inyección instantánea.

Capítulo 5

Procesos radiativos I

5.1. Conceptos básicos

El concepto básico en el estudio de los procesos radiativos es el de *intensidad*, definida de la siguiente manera:

Intensidad: número de partículas incidentes por unidad de área por unidad de ángulo sólido y por unidad de tiempo sobre un cierto detector no especificado.

Designaremos a la intensidad de partículas de tipo i por I_i. Así, la intensidad de rayos γ será I_γ, la de protones I_p, etc.

A partir de la intensidad se define el *flujo* de partículas como

$$F = \int_\Omega I \cos\theta \, \mathrm{d}\Omega, \tag{5.1}$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de movimiento de las partículas y la normal al área sobre la que inciden. La integración se hace sobre todo el ángulo sólido subtendido por las partículas. En particular, para un flujo isotrópico de radiación

$$F = \pi I, \tag{5.2}$$

y el número de partículas por unidad de volumen es

$$n = \frac{4\pi}{v} I, \tag{5.3}$$

donde v es la velocidad de las partículas. Como nos interesarán partículas relativistas, $v \approx c$ en la mayoría de los casos.

Por lo general las partículas que se detectan no tienen una única energía, así que es conveniente introducir una función *distribución en energías* $n(E)$:[1]

$$n(E) = \frac{\#\text{ de partículas}}{\text{unidad de volumen} \times \text{unidad de energía}}, \quad [n(E)] = \text{cm}^{-3}\,\text{erg}^{-1}. \tag{5.4}$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías entre E y $E + \mathrm{d}E$ es entonces $n(E)\,\mathrm{d}E$, por lo que el número total de partículas por unidad de volumen puede calcularse como

$$n = \int_0^\infty n(E)\,\mathrm{d}E, \quad [n] = \text{cm}^{-3}. \tag{5.5}$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías mayores a E es

$$n(>E) = \int_E^\infty n(E')\,\mathrm{d}E', \tag{5.6}$$

y el correspondiente flujo integrado resulta

$$F(>E) = \int_E^\infty F(E')\,\mathrm{d}E'. \tag{5.7}$$

La densidad de energía de las partículas se puede calcular como

$$U = \int_0^\infty E\,n(E)\,\mathrm{d}E, \quad [U] = \text{erg cm}^{-3}, \tag{5.8}$$

[1] En el caso general, $n(E, \vec{r}, \Omega, t)$ es el número de partículas por unidad de energía por unidad de volumen por unidad de ángulo sólido en el instante t; ver Capítulo 4.

por lo que el flujo de energía será

$$S = \frac{c}{4\pi} U \qquad [S] = \text{erg cm}^{-2}\ \text{s}^{-1}. \tag{5.9}$$

Finalmente, consideremos una fuente localizada a una distancia d y que radía isotrópicamente. En ese caso, su *luminosidad* puede definirse como

$$L(>E) = 4\pi d^2 \int_E^\infty F(E')\,\mathrm{d}E', \quad [L] = \text{erg s}^{-1}. \tag{5.10}$$

Notar entonces que para una fuente de radio R que radía isotrópicamente

$$L = 4\pi R^2 S. \tag{5.11}$$

5.1.1. Sección eficaz

Introduciremos ahora un concepto de gran importancia, el de *sección eficaz* para una interacción. Consideremos un flujo de partículas de clase a con velocidad v_a, que interaccionan con un blanco de volumen $\mathrm{d}V = \mathrm{d}A\,\mathrm{d}x$ formado por partículas de tipo b (ver Figura 5.1).

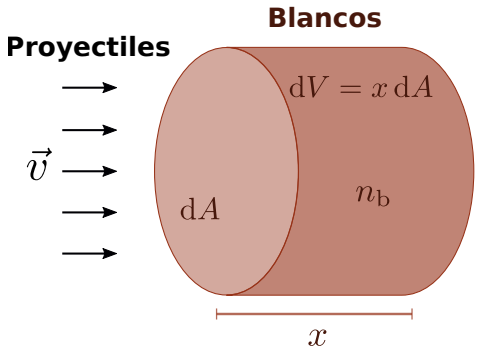

Figura 5.1: Esquema de interacción entre partículas proyectiles y partículas blanco.

El número $\mathrm{d}N_i$ de interacciones de tipo i que ocurren en el intervalo de tiempo $\mathrm{d}t$ en el volumen $\mathrm{d}V$ será proporcional a:

1. el número de partículas de tipo b que haya en $\mathrm{d}V$,

2. el número de partículas incidentes de tipo a que atraviesan $\mathrm{d}A$ en $\mathrm{d}t$.

Si n_b es la densidad de partículas de tipo b en el blanco, y n_a es la densidad de partículas incidentes de tipo a en el sistema de referencia del blanco, entonces

$$\mathrm{d}N_i = \mathrm{d}\sigma_i(n_b\,\mathrm{d}V)(n_a v_a\,\mathrm{d}t). \tag{5.12}$$

La constante de proporcionalidad $\mathrm{d}\sigma_i$ es la *sección eficaz diferencial*, que caracteriza la probabilidad de interacción de las partículas de tipo a y b a través del mecanismo i.

La *sección eficaz total* (no diferencial) σ_i para la interacción i es la suma sobre todos los posibles estados (valores de energía, momento y dirección de movimiento) de las partículas después de la interacción. Tiene unidades de área,

$$[\sigma_i] = \mathrm{cm}^2.$$

Tanto $\mathrm{d}\sigma_i$ como σ_i son invariantes relativistas.

La unidad de medida típica para la sección eficaz de interacción entre partículas es el barn (b):

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{b} &= 10^{-24}\ \mathrm{cm}^2 \\ 1\ \mathrm{mb} &= 10^{-27}\ \mathrm{cm}^2. \end{aligned}$$

La sección eficaz total para la interacción entre dos tipos de partículas se obtiene sumando las secciones eficaces de todos los posibles procesos que pueden ocurrir durante la interacción entre las partículas,

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sum_i \sigma_i. \tag{5.13}$$

La probabilidad relativa de que ocurra un cierto canal de reacción i es en-

tonces

$$P_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{\text{tot}}}. \tag{5.14}$$

A partir de la sección eficaz se pueden definir otras cantidades útiles. La primera es el *camino libre medio* de una partícula en un medio de densidad numérica de blancos n:

$$\lambda = (n\sigma)^{-1}. \tag{5.15}$$

El camino libre medio puede interpretarse como la distancia promedio que recorre la partícula en el medio entre dos interacciones. Una cantidad relacionada es el *tiempo de enfriamiento* de una partícula:

$$t_{\text{enf}} = \frac{\lambda}{\kappa v}, \tag{5.16}$$

donde v es la velocidad de la partícula ($\sim c$ en el caso de partículas relativistas) y κ es la *inelasticidad*, que es la fracción de su energía inicial E_0 que pierde la partícula en una interacción,

$$\kappa = \frac{|\Delta E|}{E_0}. \tag{5.17}$$

Para un proceso de pérdida de energía que pueda considerarse continuo, el tiempo de enfriamiento se define a partir de la tasa de pérdida de energía como

$$t_{\text{enf}}^{-1} = -\frac{1}{E}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}, \tag{5.18}$$

A t_{enf}^{-1} se lo suele llamar *tasa de enfriamiento*. Si las partículas pierden energía por más de un proceso, entonces

$$t_{\text{enf}}^{-1} = \sum_i t_{\text{enf},i}^{-1}. \tag{5.19}$$

El proceso de pérdida de energía más relevante será aquel que tenga el tiempo de enfriamiento más pequeño. Notar que esto dependerá tanto de la proba-

bilidad de que la partícula interaccione por ese mecanismo (representada por la sección eficaz) como de cuánta energía pierda la partícula por interacción (inelasticidad).

En el caso general, tanto la sección eficaz como el camino libre medio y la inelasticidad dependerán de la energía (y eventualmente de la dirección de movimiento) de las partículas. La sección eficaz diferencial dependerá también en general de las propiedades de los blancos y en muchos casos se necesitará, como veremos, integrar sobre estas variables.

La radiación γ se produce por la interacción de partículas de algún tipo a con distribución $n_a(E_a, \Omega_a, \vec{r})$ con un blanco de tipo b, formado por partículas materiales o por fotones, distribuidos según $n_b(E_b, \Omega_b, \vec{r})$. La *emisividad* de la radiación γ resultante será:[2]

$$q_\gamma\left(E_\gamma, \Omega_\gamma, \vec{r}\right) = \oint \mathrm{d}\Omega_a \int \mathrm{d}E_a \oint \mathrm{d}\Omega_b \int \mathrm{d}E_b\, n_a(E_a, \Omega_a, \vec{r})\, n_b(E_b, \Omega_b, \vec{r}) \times v_r\left(1 - \vec{\beta}_a \cdot \vec{\beta}_b\right) \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}E_\gamma\, \mathrm{d}\Omega_\gamma}, \quad (5.20)$$

donde v_r es la velocidad relativa entre partículas y blancos, $\vec{\beta}_a \cdot \vec{\beta}_b = \beta_a \beta_b \cos\psi$, ψ es el ángulo de colisión (ángulo entre las direcciones de movimiento de las partículas que interaccionan) y la sección eficaz (doble) diferencial depende, en general, de $E_{a,b}$, ψ, E_γ y Ω_γ. La emisividad representa el número de fotones por unidad de energía, volumen y ángulo sólido emitidos en $\vec{r}$ a tiempo t; en el sistema cgs sus unidades son $[q_\gamma]$ =erg^{-1}s^{-1}cm^{-3}sr^{-1}. Notar que la Ec. (5.20) es simplemente una generalización de la tasa de colisiones de la Ec. (5.12), integrada sobre todas las variables que describen el estado de partículas y blancos.

A partir de la emisividad definimos la *luminosidad específica* L_γ integran-

[2] Si partículas y blancos son del mismo tipo, se debe multiplicar la Ec. (5.20) por 1/2.

do sobre el volumen de la región de emisión:

$$E_\gamma L_\gamma\left(E_\gamma\right) = 4\pi\, E_\gamma^2 \int_V q_\gamma\left(E_\gamma, \vec{r}\right)\, \mathrm{d}V. \tag{5.21}$$

donde se supuso que la emisividad es isotrópica. La luminosidad integrada (en algún rango de energías) tiene unidades de potencia, $[L]$ =erg s^{-1}, mientras que las unidades de la luminosidad específica son $[L_\gamma(E_\gamma)]$ =erg s^{-1} erg^{-1}.

El problema fundamental de la astrofísica de rayos γ consiste en la determinación de q_γ (o L_γ) para distintos escenarios astrofísicos.

5.2. Radiación térmica

La forma más sencilla de producir radiación electromagnética es calentando un gas. Al hacerlo, la agitación térmica del gas aumenta y las partículas cargadas (generalmente electrones) son aceleradas en interacciones coulombianas (generalmente con núcleos atómicos) en el gas. Así, estas partículas producen emisión libre-libre (o *Bremsstrahlung*); como el gas está en equilibrio termodinámico, la emisión tiene un espectro térmico.[3] Un caso particular aplicable a muchos objetos astronómicos (por ejemplo, a la radiación cósmica de fondo de microondas) es el de un *cuerpo negro*, que es un absorbente radiativo perfecto en equilibrio termodinámico a una temperatura T (o sea, un plasma ópticamente grueso). El espectro de emisión de un cuerpo negro en función de la energía está dado por la distribución de Planck:

$$n_{\mathrm{BB}}(E_{\mathrm{ph}}) = \frac{8\pi}{h^3c^3}\left[\frac{E_{\mathrm{ph}}^2}{\exp\left(E_{\mathrm{ph}}/kT\right)-1}\right], \quad [n_{\mathrm{BB}}] = \mathrm{erg}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3}. \tag{5.22}$$

[3]Un espectro térmico no es sinónimo de un espectro de cuerpo negro. De hecho, el espectro térmico de un gas ópticamente delgado usualmente presenta líneas de emisión que dependen de las abundancias químicas del gas, mientras que en un espectro de cuerpo negro no guarda esta información puesto que las líneas son reprocesadas.

Aquí $E_{\rm ph} = h\nu$ es la energía de los fotones de frecuencia ν, h es la constante de Planck y k es la constante de Boltzman. El máximo de la distribución de Planck ocurre para

$$E_{\rm ph,\,max} \approx 1.59\; kT \approx 1.37 \times 10^{-10} \left(\frac{T}{\rm K}\right)\ {\rm MeV}. \tag{5.23}$$

Esta es la llamada Ley de desplazamiento de Wien, $E_{\rm ph,\,max} \propto T$ (ver Figura 5.2).

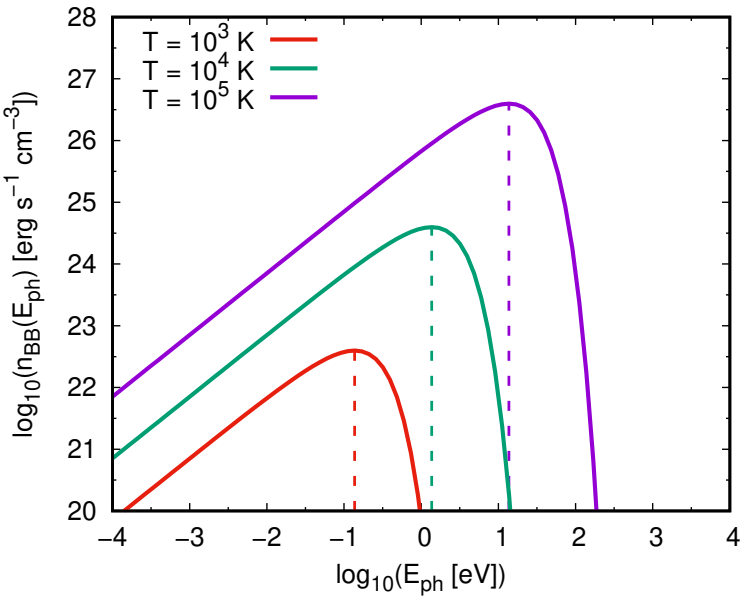

Figura 5.2: Densidad de fotones emitidos por un cuerpo negro en función de la energía, para distintas temperaturas T. La energía a la que se alcanza el máximo (marcada con líneas a rayas) aumenta linealmente al aumentar T.

La energía media $\langle E_{\rm ph}\rangle$ de los fotones emitidos por un cuerpo negro puede obtenerse dividiendo la densidad de energía

$$U_{\rm BB} = \int_0^\infty E_{\rm ph}\, n_{\rm BB}(E_{\rm ph})\, {\rm d}E_{\rm ph}, \tag{5.24}$$

por el número total de fotones por unidad de volumen

$$N_{\rm BB} = \int_0^\infty n_{\rm BB}(E_{\rm ph})\ {\rm d}E_{\rm ph}. \tag{5.25}$$

De aquí resulta que

$$\langle E_{\rm ph}\rangle = 2.7\ kT \approx 2.3\times 10^{-10}\left(\frac{T}{\rm K}\right)\ {\rm MeV}. \tag{5.26}$$

Para obtener fotones con energías medias de 1 GeV por radiación de cuerpo negro, las temperaturas deben ser del orden de $T \sim 10^{13}$ K. Estas temperaturas no pueden hallarse en objetos astrofísicos usuales. Sólo son posibles durante breves lapsos en eventos explosivos, como las erupciones de rayos γ (*Gamma-Ray Bursts*, GRB) o el Big Bang.

La temperatura típica en un GRB es del orden de 10^{13} K. La densidad de fotones de una fuente tipo cuerpo negro con esa temperatura es extremadamente alta: $N_{\rm BB} \sim 4.6\times 10^{46}$ cm^{-3}. El camino libre medio de un fotón en un medio de densidad n_γ es

$$\lambda_\gamma \sim (n_\gamma \sigma_{\gamma\gamma})^{-1}, \tag{5.27}$$

donde $\sigma_{\gamma\gamma}$ es la sección eficaz para la aniquilación de dos fotones en un par electrón-positrón, $\gamma + \gamma \to e^+ + e^-$. Para un valor típico de la sección eficaz $\sigma_{\gamma\gamma} \sim \sigma_{\rm T} \sim 10^{-24}$ cm^2,

$$\lambda_\gamma \ll 1 \text{ cm}. \tag{5.28}$$

Luego, la fuente será auto-absorbida y los fotones no podrán escapar de ella.

De todo esto se concluye que las fuentes de rayos γ que se observan en el continuo son de origen *no térmico*. Describiremos a continuación varios mecanismos no térmicos de producción de rayos γ, empezando por aquellos que implican interacción de partículas cargadas con campos electromagnéticos.

5.3. Radiación sincrotrón

5.3.1. Radiación sincrotrón de una partícula

El movimiento de una partícula de carga e y masa m en un campo magnético $\vec{B}$ queda determinado por la fuerza de Lorentz,

$$\frac{\mathrm{d}(\gamma m\vec{v})}{\mathrm{d}t} = \frac{e}{c}\,(\vec{v}\wedge\vec{B}). \tag{5.29}$$

Como la fuerza es perpendicular a $\vec{v}$, entonces $v = |\vec{v}| = \text{cte}$. Como la fuerza también es perpendicular a $\vec{B}$, la componente de la velocidad paralela al campo permanecerá constante, $v_\parallel = \text{cte}$. Luego, $v_\perp = \sqrt{v^2 - v_\parallel^2} = \text{cte}$. De aquí que la partícula se mueva describiendo una hélice con su eje paralelo a $\vec{B}$, como puede verse en la Figura 5.3.[4] Al ángulo α que forman la velocidad de la partícula y el campo magnético se lo conoce como *pitch angle*. La frecuencia de giro en el plano normal a $\vec{B}$ es

$$\omega_\mathrm{B} = \frac{eB}{mc}\frac{mc^2}{E} = \frac{eB}{\gamma mc}, \tag{5.30}$$

donde se introdujo el factor de Lorentz γ de la partícula, tal que $E = \gamma mc^2$.

La expresión relativista para potencia total radiada por una carga acelerada está dada por

$$P = \frac{2e^4}{3m^2c^5}\gamma^2\, v_\perp^2\, B^2. \tag{5.31}$$

Usando que $\beta = v/c = v_\perp/c\sin\alpha$ (ver Figura 5.3) e introduciendo el radio clásico del electrón $r_e = e^2/m_ec^2$, la potencia total puede escribirse como

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{m_e}{m}\right)^2 c\, r_e^2\, \beta^2\, \gamma^2 B^2 \sin^2\alpha. \tag{5.32}$$

[4] Si la velocidad inicial de la partícula tiene componente nula en la dirección paralela a $\vec{B}$, entonces el movimiento es circular en el plano perpendicular al campo.

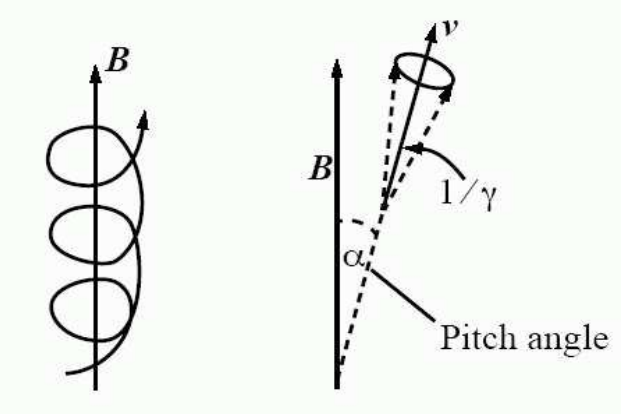

Figura 5.3: Diagrama del movimiento de una partícula de velocidad v y factor de Lorentz γ alrededor de una línea de campo magnético. La mayor parte de los fotones radiados son emitidos en un cono de semi-apertura $\sim 1/\gamma$ en la dirección de movimiento de la partícula.

Si la partícula es ultra relativista, $\beta \sim 1$ y la potencia total radiada resulta

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{m_e}{m}\right)^2 c\, r_e^2 \gamma^2 B^2 \, \sin^2 \alpha. \tag{5.33}$$

Gran parte de la radiación es emitida en un cono de ángulo de apertura $\theta \sim 1/\gamma$ en la dirección del momento de la partícula, por lo que la emisión será tanto más colimada cuanto más energética sea la partícula.

La pérdida de energía de la partícula por unidad de tiempo se obtiene directamente a partir de la expresión para la potencia:

$$P_{\text{sincr}} = -\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{sincr}} = -\frac{2}{3}\left(\frac{m_e}{m}\right)^2 c\, r_e^2 \gamma^2 B^2 \, \sin^2 \alpha. \tag{5.34}$$

Notar que, para un valor dado del factor de Lorentz, las pérdidas dependen de la masa de la partícula como m^{-2}, por lo que son $\sim 10^6$ veces más importantes para electrones que para protones. Si ahora definimos la sección eficaz de

Thompson como

$$\sigma_{\rm T} = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \sim 6.65 \times 10^{-25}\,{\rm cm}^2, \tag{5.35}$$

y promediamos sobre el ángulo α suponiendo una distribución isotrópica ($P(\alpha)\,{\rm d}\alpha = 1/2 \sin\alpha\,{\rm d}\alpha,\ \alpha\,\epsilon\,[0,\pi]$), se obtiene que

$$\begin{aligned} \left.\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t}\right|_{\rm sincr} &= -\frac{4}{3}\left(\frac{m_e}{m}\right)^2 c\,\sigma_{\rm T}\,U_{\rm mag}\gamma^2 \\ \left.\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t}\right|_{\rm sincr} &\approx -6.6\times 10^{-4}\left(\frac{m_e}{m}\right)^2\left(\frac{B}{\rm G}\right)^2 \gamma^2\,{\rm eV\ s^{-1}} \end{aligned} \tag{5.36}$$

donde $U_{\rm mag} = B^2/8\pi$ es la densidad de energía magnética.

La Ec. (5.34) da la pérdida total de energía por radiación sincrotrón de una partícula con factor de Lorentz γ. La emisión no es monoenergética; su distribución en energía está dada por

$$P(\gamma, E_{\rm ph}, \alpha) = \frac{\sqrt{3}e^3 B\,\sin\alpha}{hmc^2}\frac{E_{\rm ph}}{E_c}\int_{E_{\rm ph}/E_c}^{\infty} K_{5/3}(\zeta)\,{\rm d}\zeta, \tag{5.37}$$

donde $E_{\rm ph} = h\nu$ y $K_{5/3}$ es la función de Bessel modificada de segunda especie y orden 5/3. La energía característica $E_{\rm c}$ se define como

$$E_{\rm c} = \frac{3}{4\pi}\frac{ehB\,\sin\alpha}{mc}\gamma^2. \tag{5.38}$$

La función de la Ec. (5.37) tiene un máximo agudo para $E_{\rm ph,max} \approx 0.29 E_{\rm c}$ (Figura 5.4). En unidades convenientes es, aproximadamente,

$$E_{\rm ph,max} \approx 5.1\times 10^{-15}\left(\frac{m_e}{m}\right)\left(\frac{B}{\rm G}\right)\gamma^2\,\sin\alpha\ {\rm MeV}. \tag{5.39}$$

Entonces para que un electrón con $\gamma \sim 10^3$ emita rayos γ de energía 5 GeV hace falta un campo muy alto $B \sim 10^{12}$ G.

La función

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\zeta)\ \mathrm{d}\zeta \tag{5.40}$$

puede aproximarse dentro del rango dinámico $0.1 \leq x \leq 10$ por una expresión mucho más simple:

$$F(x) = Cx^{1/3}e^{-x} \tag{5.41}$$

con $C \approx 1.85$. Cerca del máximo en $x \approx 0.3$ esta expresión tiene una exactitud del 1 %, y es asimismo una muy buena aproximación para todo $x \in [0.1, 10]$, como se puede ver en la Figura 5.4.

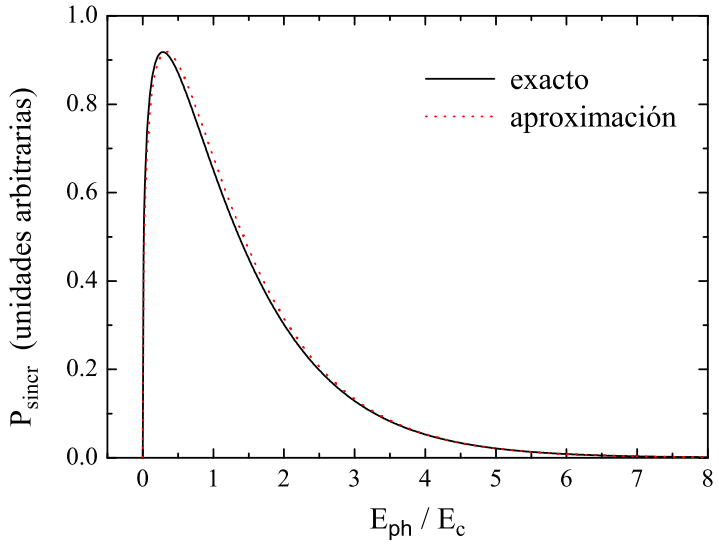

Figura 5.4: Comparación entre la función $F(x)$ de la Ec. (5.40) y la aproximación simple de la Ec. (5.41).

5.3.2. Radiación sincrotrón de una distribución de partículas

Consideremos ahora una distribución en energía de partículas $n(E, \alpha)$ en algún intervalo de energía $E^{\min} \leq E \leq E^{\max}$. En ese caso, el espectro sincro-

trón puede calcularse integrando la Ec. (5.37) en la energía de la partículas y en el *pitch angle*,

$$P(E_{\rm ph}) = \int_{\Omega_\alpha} \int_{E^{\rm min}}^{E^{\rm max}} P(E, E_{\rm ph}, \alpha)\; n(E, \alpha)\; {\rm d}E\; {\rm d}\Omega_\alpha. \tag{5.42}$$

Las unidades de (5.42) son de potencia por unidad de energía por unidad de volumen, $[P(E_{\rm ph})] = {\rm s}^{-1}\ {\rm cm}^{-3}$. Supongamos que la distribución de partículas es istrópica y su forma funcional es la de una ley de potencias en la energía,

$$n(E)\ {\rm d}E = K_0\, E^{-p}\ {\rm d}E \qquad [n] = {\rm erg}^{-1}{\rm cm}^{-3}, \tag{5.43}$$

donde K_0 es una constante y p es el índice espectral. Para valores de $E_{\rm ph}$ tales que $E_{\rm c}\left(E^{\rm min}\right) \ll E_{\rm ph}$ y $E_{\rm c}\left(E^{\rm max}\right) \gg E_{\rm ph}$, los límites de la integral en la Ec. (5.42) pueden reemplazarse por cero e infinito, respectivamente, en cuyo caso el resultado de la integral es

$$P(E_{\rm ph}) = a(p) \frac{4\pi K_0 e^3 B^{\frac{p+1}{2}}}{hmc^2} \left(\frac{3he}{4\pi m^3 c^5}\right)^{\frac{p-1}{2}} E_{\rm ph}^{-\frac{p-1}{2}}, \tag{5.44}$$

donde $a(p)$ es una función del índice espectral,

$$a(p) = \frac{2^{(p-1)/2}\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{3p-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3p+19}{12}\right)\Gamma\left(\frac{p+5}{4}\right)}{8\sqrt{\pi}(p+1)\Gamma\left(\frac{p+7}{4}\right)}. \tag{5.45}$$

El valor de $a(p)$ para algunos valores de p se indica en la Tabla 5.1.

p	1	1.5	2.0	2.5	3.0
$a(p)$	0.283	0.147	0.103	0.085	0.074

Tabla 5.1: Algunos valores de la función $a(p)$.

El punto importante es que el espectro sincrotrón de una distribución de partículas tipo ley de potencias es otra ley de potencias en la energía de los

fotones, $P(E_{\rm ph}) \propto E_{\rm ph}^{-\delta}$ con

$$\delta = \frac{p-1}{2}. \tag{5.46}$$

En la Figura 5.5 se muestra un espectro sincrotrón típico para $p = 2$.

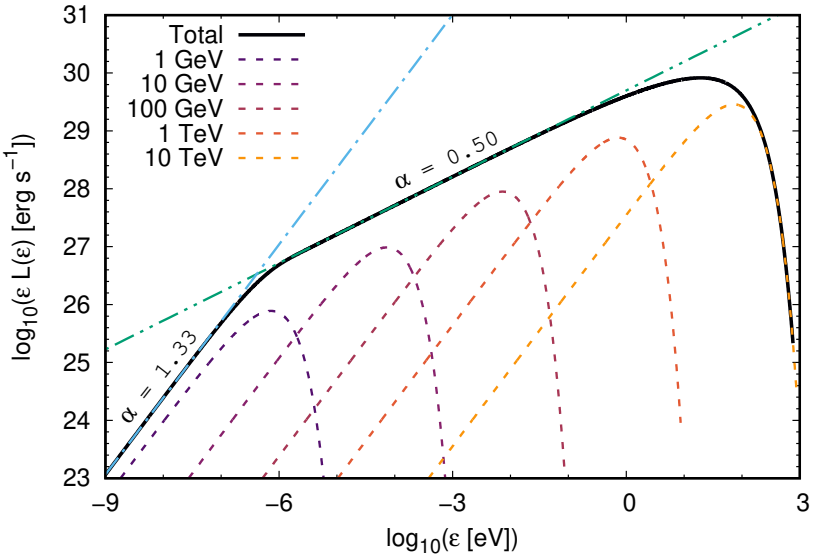

Figura 5.5: Ejemplo de un espectro sincrotrón típico generado por una distribución de partículas del tipo $N(E_{\rm e}) \propto {E_{\rm e}}^{-2}$ en un campo magnético homogéneo. La curva sólida es la distribución espectral en energía (*Spectral Energy Distribution*, SED) sincrotrón total, mientras que las curvas a rayas son la contribución de electrones de distintas energías, y las curvas punto-raya y punto-punto-raya son ajustes lineales en distintas porciones del espectro. Notar que la variable graficada es $\varepsilon L(\varepsilon) = \varepsilon P(\varepsilon)$ con $P(\varepsilon)$ dada por la Ec. (5.42).

Otra característica importante de la radiación sincrotrón es que está intrínsecamente polarizada. En el caso de un campo magnético homogéneo el grado de polarización lineal es

$$\Pi_0(p) = \frac{p+1}{p+7/3}. \tag{5.47}$$

Esto da valores de $69 - 75\,\%$ para $p = 2 - 3$. Si el campo magnético tiene

una componente aleatoria el nivel de polarización será menor,

$$\Pi(p) = \Pi_0(p) \left(\frac{B_0^2}{B_0^2 + B_\mathrm{r}^2} \right) \tag{5.48}$$

donde B_r es la componente aleatoria del campo.

5.3.3. Absorción de la radiación sincrotrón

Los fotones sincrotrón pueden ser absorbidos por los propios electrones en presencia de un campo magnético. Esto lleva a una modificación del espectro sincrotrón a bajas frecuencias.

Para una distribución en energía de las partículas tipo ley de potencias como la de la Ec. (5.43), el coeficiente de absorción de la radiación es

$$\alpha_\nu = A\, \nu^{-(p+4)/2}, \tag{5.49}$$

donde ν es la frecuencia y A es una función complicada de p:

$$A = \frac{\sqrt{3} e^3}{8\pi m} \left(\frac{3e}{4\pi m^3 c^5} \right)^{p/2} 2^{1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2}\, c\, K_0\, B^{(p+2)/2} \frac{\Gamma\left(\frac{3p+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+22}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p+6}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{p+8}{4}\right)}. \tag{5.50}$$

Luego, la intensidad de la radiación resultante será

$$I(\nu) = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}(1 - e^{-\alpha_\nu l}), \tag{5.51}$$

donde j_ν es la emisividad de la fuente (cantidad de energía emitida por unidad de tiempo, de frecuencia, de ángulo sólido y de volumen) y l es su dimensión lineal.

Cuando $\tau_\nu \equiv \alpha_\nu l \ll 1$ la fuente es transparente a su propia radiación y

decimos que es *ópticamente delgada*. En ese caso

$$I(\nu) = \lim_{\alpha_\nu \to 0} \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}(1 - e^{-\alpha_\nu l}) \approx j_\nu l \propto \nu^{-\delta}. \tag{5.52}$$

Si en cambio $\tau_\nu \gg 1$, la fuente es opaca u *ópticamente gruesa* y

$$I(\nu) \sim \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-(p-1)/2}}{\nu^{-(p+4)/2}} = \nu^{\frac{-p+1}{2}+\frac{p+4}{2}} = \nu^{5/2}. \tag{5.53}$$

La condición $\tau_\nu \approx 1$ divide entonces el espectro de la fuente en dos regiones. Si llamamos ν_a a la frecuencia crítica tal que $\tau(\nu_a) = 1$, entonces

- $\nu < \nu_a \Longrightarrow \tau_\nu > 1$: la fuente es ópticamente gruesa y $I(\nu) \propto \nu^{5/2}$,
- $\nu > \nu_a \Longrightarrow \tau_\nu < 1$: la fuente es ópticamente delgada y $I(\nu) \propto \nu^{-\delta}$.

Como $\tau_\nu = \alpha_\nu l$ la frecuencia crítica depende del tamaño de la fuente. Una fuente en expansión, como un *jet*, presenta regiones de diferentes tamaños que se hacen ópticamente delgadas a diferentes frecuencias. El resultado es un espectro chato, combinación de los distintos espectros emitidos en distintas zonas. En la Figura 5.6 se muestra cómo diferentes regiones del *jet* emiten a distintas frecuencias.

La presencia de un plasma térmico también puede modificar el espectro sincrotrón, ya que el plasma puede absorber la radiación. El coeficiente de absorción en este caso es $\alpha_\nu \propto \nu^{-2}$ por lo que

$$I(\nu) \sim \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-\alpha}}{\nu^{-2}} \propto \nu^{-(\alpha-2)}. \tag{5.54}$$

En el rango 100 MHz$\leq \nu \leq$10 GHz y para una temperatura del plasma absorbente $T \sim 10^4$ K, tenemos que

$$\alpha_\nu = 5.5 \times 10^{-2} \left(\frac{n_e}{\text{cm}^{-3}}\right)^2 \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}}\right)^{-3/2} \left(\frac{\nu}{100 \text{ MHz}}\right)^{-2} \text{ kpc}^{-1} \tag{5.55}$$

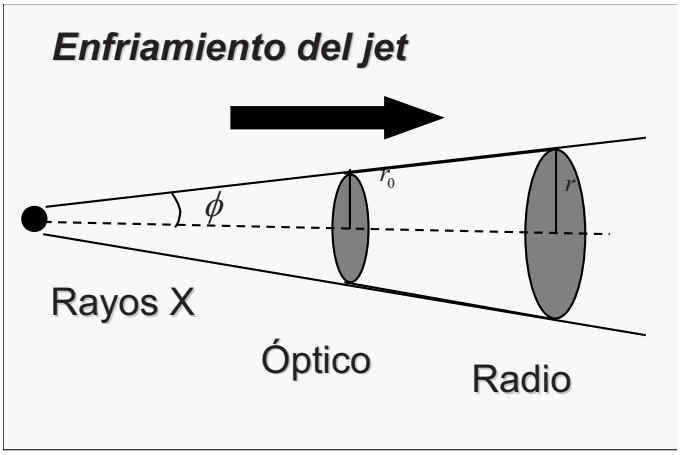

Figura 5.6: Emisión a distintas frecuencias de las diferentes regiones de un jet. A medida que el plasma se expande, su densidad decrece y el valor de la frecuencia crítica ν_a se va corriendo hacia frecuencias más bajas.

$$\nu_a = 23.4 \left(\frac{n_e}{\text{cm}^{-3}}\right) \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}}\right)^{-3/4} \left(\frac{l}{\text{kpc}}\right)^{-1/2} \text{MHz}. \tag{5.56}$$

Aquí n_e es la densidad del plasma (considerado homogéneo) y l la dimensión lineal de la fuente.

5.3.4. Límite cuántico

Si el campo magnético donde son inyectadas las partículas relativistas es muy intenso la aproximación clásica para la radiación sincrotrón de las secciones anteriores deja de ser válida. En este regimen, además, comienzan a ser probables la aniquilación y creación de pares en un campo magnético B:[5]

$$\begin{aligned} e^+ + e^- + B &\longrightarrow \gamma + B \\ \gamma + B &\longrightarrow e^+ + e^- + B. \end{aligned} \tag{5.57}$$

[5]Estos procesos están cinemáticamente prohibidos en ausencia de campo.

Para electrones, la probabilidad de que sucedan estos fenómenos cuánticos es apreciable cuando la energía característica de los fotones sincrotrón en la aproximación clásica, Ec. (5.38), es del orden de la energía E_e del electrón. Esto ocurre para $E_e \gtrsim E_{\rm crit}$, con

$$E_{\rm crit} = m_e c^2 \left(\frac{B_{\rm c}}{B} \right) . \tag{5.58}$$

Aquí $B_{\rm c}$ es el campo magnético crítico,

$$B_{\rm c} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} \approx 4.4 \times 10^{13}\,{\rm G}. \tag{5.59}$$

Así, por ejemplo, en un campo magnético $B = 10^7$ G, electrones con energía $E_e \gtrsim 2.2 \times 10^{12}$ eV serán capaces de radiar fotones sincrotrón con energías suficientemente alta para crear pares, iniciando cascadas electromagnéticas.

5.3.5. Efecto sobre el espectro de electrones

Las pérdidas radiativas sufridas por las partículas relativistas modifican su distribución en energía. Para determinar cómo, consideremos la solución de la Ec. (4.15).

Para pérdidas por radiación sincrotrón $b(E) \propto E^2$, luego $n(E) \propto E^{-(p+1)}$. O sea que el espectro de los electrones se hace más "blando" respecto de la inyección, incrementándose en uno la potencia de E (ver Figura 5.7).

5.4. Radiación de curvatura

Como se vio en la Sección 5.3.1, el movimiento de una partícula relativista de carga $q = Ze$ y energía E en un campo magnético $\vec{B}$ es una hélice de *pitch*

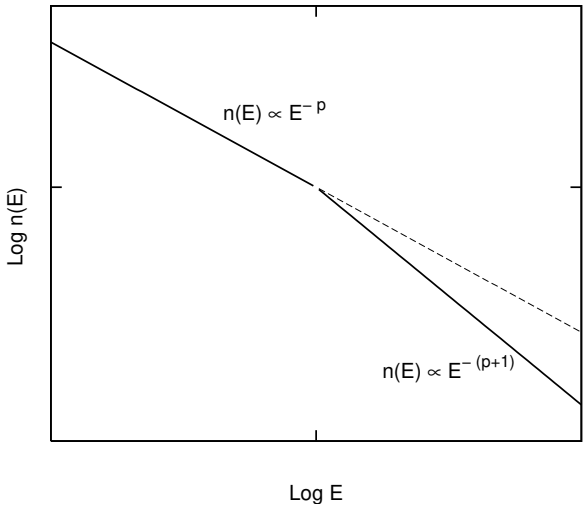

Figura 5.7: Espectro de partículas relativistas en estado estacionario con pérdidas $b(E) = AE^2$. A energías altas (donde dominan las pérdidas por radiación sincrotrón) la distribución se quiebra haciéndose más "blanda".

angle α y radio de curvatura

$$r_{\rm g} = \frac{E}{qB\sin\alpha}, \tag{5.60}$$

que sigue la curvatura de las líneas de campo. Luego, la curvatura de la trayectoria de la partícula (y por ende su espectro radiativo) se debe tanto a la curvatura de la hélice (determinada por los valores de E, B y α) como a la curvatura de las líneas de campo, $R_{\rm c}$. Cuando la contribución más importante a la curvatura de la trayectoria es la del movimiento helicoidal ($r_g \ll R_{\rm c}$), el espectro radiativo queda determinado por la intensidad de $\vec{B}$; este es el caso de la radiación sincrotrón. En cambio, si la hélice está muy "estirada" ($r_{\rm g} \gg R_{\rm c}$), la mayor contribución a la curvatura de la trayectoria se debe a la de las líneas de campo; en este caso se dice que la partícula emite *radiación de curvatura*. Se suele afirmar que la radiación de curvatura es aquella que emiten las partículas cuando se mueven *sobre* las líneas de campo. Esto no es

estrictamente correcto, pero es una buena aproximación para B muy grandes ya que en ese regimen las intensas pérdidas de energía radiativas producen que el *pitch angle* se reduzca considerablemente.

Si el valor de B es suficientemente alto como para poder aproximar que la curvatura de la trayectoria de las partículas es igual a la de las líneas de campo, entonces la radiación se producirá púramente en el régimen de curvatura. En este caso, el espectro de emisión de un electrón con energía $E_e = \gamma_e m_e c^2$ es el mismo que en el caso de la radiación sincrotrón – excepto que el giroradio se reemplaza por el radio de curvatura R_c de la línea de campo:[6]

$$P(E_e, E_\mathrm{ph}) = \frac{\sqrt{3}e^2}{h}\frac{\gamma_e}{R_\mathrm{c}}\frac{E_\mathrm{ph}}{E_\mathrm{c}}\int_{E_\mathrm{ph}/E_\mathrm{c}}^{\infty} K_{5/3}(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta, \tag{5.61}$$

con

$$E_\mathrm{c} = \frac{3}{4\pi}\frac{hc}{R_\mathrm{c}}\gamma_e^3 \approx \frac{2.96\times10^{-5}}{(R_\mathrm{c}/\mathrm{cm})}\gamma_e^3 \quad \mathrm{eV}. \tag{5.62}$$

La energía perdida por el electrón es radiada en la dirección del movimiento dentro de un cono de ángulo $1/\gamma_e$. La tasa total de pérdida de energía se calcula integrando el espectro de emisión sobre la energía de los fotones,

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}\right|_\mathrm{curv} = -\int P(E_e, E_\mathrm{ph})\,\mathrm{d}E_\mathrm{ph} = -\frac{2}{3}\frac{e^2 c}{R_\mathrm{c}^2}\gamma_e^4. \tag{5.63}$$

Notar que, en esta aproximación, la tasa de pérdidas no depende de la intensidad del campo magnético sino solo de su radio de curvatura.

Si se tiene una distribución de electrones $N(E_e)$ en un campo con curvatura R_c, el espectro total emitido por radiación de curvatura se obtiene

[6] Sea $\vec{r}(t)$ una curva tal que $\vec{r}'(t)$ es continua y no nula. Si $\vec{T}$ es el vector tangente a la curva y s la longitud de arco, entonces la curvatura de $\vec{r}(t)$ se define como $\kappa = \left|\,\mathrm{d}\vec{T}/\,\mathrm{d}s\right|$. Una expresión alternativa es $\kappa = |\vec{r}'(t)\times\vec{r}''(t)|\,/\,|\vec{r}'(t)|^3$. El radio de curvatura es $R_\mathrm{c} = 1/\kappa$.

integrando la Ec. (5.61) en la energía de los electrones,

$$P(E_{\rm ph}) = \int_{E_e^{\rm min}}^{E_e^{\rm max}} P(E_{\rm ph}, E_e)\, N(E_e)\, {\rm d}E_e. \tag{5.64}$$

Nuevamente, en esta aproximación el resultado no dependerá de B sino de $R_{\rm c}$. Cuanto menor sea $R_{\rm c}$, mayor será la potencia radiada.

Si una partícula se mueve alrededor de una línea de campo con curvatura finita, en general emitirá tanto radiación de curvatura como sincrotrón. Se pueden igualar las pérdidas sincrotrón con las de curvatura para definir un ángulo crítico $\alpha_{\rm crit}$, de tal forma que la radiación de curvatura domina para valores del *pitch angle* $\alpha < \alpha_{\rm crit}$:

$$\sin(\alpha_{\rm crit}) = \frac{\gamma m_e c^2}{eBR_{\rm c}} = \frac{r_{\rm g}}{R_{\rm c}}. \tag{5.65}$$

Cuando $\alpha \sim \alpha_{\rm crit}$ ambos procesos deben tenerse en cuenta (ver, por ejemplo, Kelner, Prosekin & Aharonian 2015). Si el campo magnético es regular, la radiación de curvatura estará polarizada como la sincrotrón.

La radiación de curvatura es un proceso importante en la región polar de los púlsares. Allí el radio de curvatura de las líneas de campo magnético vale

$$R_{\rm c} \sim \left(\frac{cR_*}{\Omega}\right)^{1/2}, \tag{5.66}$$

donde R_* es el radio de la estrella de neutrones y Ω su velocidad de rotación.

5.5. Radiación Compton inversa (IC)

Cuando un fotón de energía $E_{\rm ph}$ es dispersado por un electrón de energía E_e,

$$e^- + \gamma \to e^- + \gamma, \tag{5.67}$$

el electrón puede ceder energía al fotón y producir rayos gamma. Este proceso se denomina efecto Compton inverso (Inverse Compton, IC).

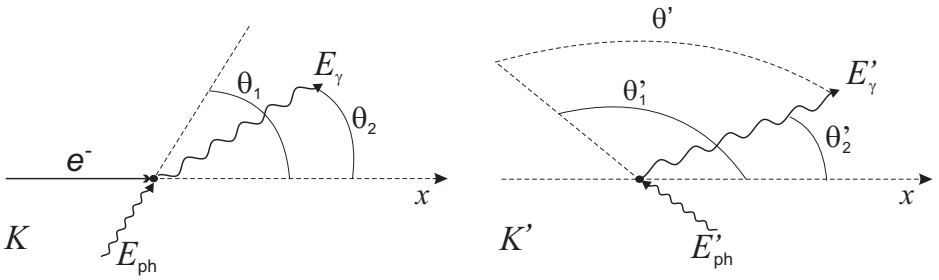

Figura 5.8: Diagrama de la interacción Compton inversa vista en el sistema del laboratorio (izquierda) y el sistema en reposo del electrón (derecha).

En la Figura 5.8 se muestra un esquema de la interacción en el sistema propio del electrón K' (donde este estaba inicialmente en reposo) y en el sistema del laboratorio K, donde el electrón está en movimiento antes de la colisión. Denotaremos a las cantidades medidas en estos dos sistemas de referencia con símbolos primados y no primados, respectivamente. A partir de la conservación de la energía y del momento puede hallarse fácilmente la energía del fotón luego de la colisión en el sistema propio del electrón,

$$E'_\gamma = \frac{E'_{\rm ph}}{1 + (E'_{\rm ph}/m_e c^2)(1 - \cos\theta')}, \tag{5.68}$$

donde θ' es el ángulo de dispersión (aquel que forman las direcciones de movimiento del fotón antes y después de la interacción). Notar que $E'_\gamma \leq E'_{\rm ph}$, por lo que el electrón le cede energía al fotón. La energía final del fotón en el sistema de referencia del laboratorio es entonces

$$E_\gamma = \gamma_e E'_\gamma \left(1 + \beta_e \cos\theta'_2\right), \tag{5.69}$$

donde γ_e es el factor de Lorentz del electrón y $\beta_e = \sqrt{1 - \gamma_e^{-2}}$.

Si $E'_{\rm ph} \ll m_e c^2$ la interacción ocurre en el llamado *límite de Thomson*; la condición equivalente en el sistema del laboratorio es $E_e E_{\rm ph} \ll m_e^2 c^4$. En este régimen la colisión es casi elástica en el sistema en reposo del electrón y $E'_\gamma \approx E'_{\rm ph}$. La máxima energía que puede alcanzar el fotón dispersado es

$$E_{\gamma,\max} \approx 4\gamma_e^2 E_{\rm ph}, \tag{5.70}$$

que corresponde al caso de una colisión frontal. Aunque la energía característica de los fotones dispersados es grande, aún es mucho menor que la del electrón – que en este límite solo pierde una pequeña fracción de su energía en cada interacción.

Consideremos un fotón de energía $E_{\rm ph}$ que se mueve formando un ángulo θ respecto de la dirección de la velocidad del electrón. En el sistema en reposo del electrón este ángulo vale

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta}{\gamma_e(\cos\theta - \beta_e)}. \tag{5.71}$$

Si el electrón es muy energético $\beta \approx 1$ y

$$\tan\theta' \approx -\frac{1}{\gamma_e}\cot\left(\frac{\theta}{2}\right). \tag{5.72}$$

Entonces, en su sistema en reposo, el electrón "ve" a los fotones incidir sobre él en dirección contraria a la de su movimiento y formando un cono de semi apertura $\sim 1/\gamma_e$.

Algo parecido ocurre con el ángulo de dispersión de los fotones en el sistema del laboratorio. Su valor es

$$\cos\theta_2 = \frac{\cos\theta'_2 + \beta_e}{1 + \beta_e \cos\theta'_2}, \tag{5.73}$$

donde θ'_2 es el ángulo de dispersión en el sistema en reposo del electrón. Cuan-

do $\beta_e \sim 1$, $\cos\theta_2 \sim 1$, por lo que los fotones son dispersados en la dirección en la dirección del movimiento del electrón antes de la colisión, dentro de un cono de semi apertura pequeña $\sim 1/\gamma_e$.

5.5.1. La sección eficaz IC

La sección eficaz diferencial exacta para la interacción Compton está dada por la fórmula de Klein-Nishina,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{KN}}}{\mathrm{d}E'_\gamma\,\mathrm{d}\Omega'_\gamma} = \frac{r_e^2}{2}\left(\frac{E'_\gamma}{E'_{\mathrm{ph}}}\right)^2\left(\frac{E'_{\mathrm{ph}}}{E'_\gamma}+\frac{E'_\gamma}{E'_{\mathrm{ph}}}-\sin^2\theta'\right)\delta\left(E'_\gamma-\frac{E'_{\mathrm{ph}}}{1+\dfrac{E'_{\mathrm{ph}}}{m_ec^2}\left(1-\cos\theta'\right)}\right), \tag{5.74}$$

donde r_e es el radio clásico del electrón. En el límite de Thomson, $E'_\gamma \approx E'_{\mathrm{ph}}$ y la sección eficaz se reduce a

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{Th}}}{\mathrm{d}E'_\gamma\,\mathrm{d}\Omega'_\gamma} \approx \frac{r_e^2}{2}\left(1+\cos^2\theta'\right)\delta\left(E'_\gamma-E'_{\mathrm{ph}}\right). \tag{5.75}$$

La sección eficaz total σ_{IC} es un invariante relativista, así que puede hallarse, por ejemplo, integrando la Ec. (5.74). Definiendo $x = E_eE_{\mathrm{ph}}/m_e^2c^4$, la sección eficaz total (promediada en ángulo) en el sistema del laboratorio resulta

$$\sigma_{\mathrm{IC}} = \frac{3\sigma_{\mathrm{T}}}{8x}\left[\left(1-\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}\right)\ln\left(1+2x\right)+\frac{1}{2}+\frac{4}{x}-\frac{1}{2\left(1+2x\right)^2}\right], \tag{5.76}$$

donde $\sigma_{\mathrm{T}} = (8/3)\pi r_e^2 \approx 0.66\times10^{-24}$ cm^2 es la sección eficaz de Thomson. En la Figura 5.9 se grafica la sección eficaz total. Se observa claramente que existen dos regímenes distintos de interacción. En el régimen de Thomson, para $x \ll 1$,

$$\sigma_{\mathrm{IC}} \approx \sigma_{\mathrm{T}}\left(1-2x\right) \qquad x \ll 1. \tag{5.77}$$

Para $x \gg 1$ la sección eficaz total decrece abruptamente,

$$\sigma_{\rm IC} \approx \frac{3}{8}\sigma_{\rm T}\, x^{-1}\, \ln\left(4x - \frac{11}{6}\right) \qquad x \gg 1. \tag{5.78}$$

Este límite se conoce como *régimen de Klein-Nishina*. En este régimen el electrón transfiere casi toda su energía al fotón en una única colisión y $E_\gamma \sim E_e$. Sin embargo, como la sección eficaz se hace mucho más pequeña que la de Thomson, el flujo γ resultante (proporcional al número de interacciones) se reduce considerablemente.

5.5.2. Espectro de emisión

Para una distribución en energía de electrones $n_e(E_e, \Omega_e, \vec{r})$ que interactúa con una distribución de fotones $n_e(E_{\rm ph}, \Omega_{\rm ph}, \vec{r})$ (ambas en unidades de $\mathrm{erg}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{sr}^{-1}$), la emisividad de fotones (en unidades de $\mathrm{erg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{sr}^{-1}$) puede escribirse para el caso más general como

$$q_\gamma\left(E_\gamma, \Omega_\gamma, \vec{r}\right) = \int_0^\infty \mathrm{d}E_{\rm ph} \oint \mathrm{d}\Omega_{\rm ph} \int_{E_e^{\rm min}}^{E_e^{\rm max}} \mathrm{d}E_e \oint \mathrm{d}\Omega_e\, c\left(1 - \beta_e \cos\psi\right) \frac{\mathrm{d}\sigma_{\rm KN}}{\mathrm{d}E_\gamma \mathrm{d}\Omega_\gamma} \times$$
$$n_e\left(E_e, \Omega_e, \vec{r}\right)\, n_{\rm ph}\left(E_{\rm ph}, \Omega_{\rm ph}, \vec{r}\right). \tag{5.79}$$

Aquí ψ es el ángulo de colisión (aquel entre las direcciones de movimiento del fotón y el electrón antes de la dispersión). Esta expresión puede simplificarse considerablemente bajo ciertas suposiciones. Si $\gamma_e \gg 1$, entonces la dirección de movimiento del fotón dispersado será aproximadamente la misma que la del electrón antes de la colisión: $\Omega_\gamma \sim \Omega_e$. Entonces

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\rm KN}}{\mathrm{d}E_\gamma\, \mathrm{d}\Omega_\gamma} \sim \frac{\mathrm{d}\sigma_{\rm KN}}{\mathrm{d}E_\gamma}\delta(\Omega_\gamma - \Omega_e), \tag{5.80}$$

lo cual permite eliminar la integral sobre Ω_e. A la aproximación de la Ec. (5.80) para la sección eficaz doble diferencial se la conoce como aproximación "*head-*

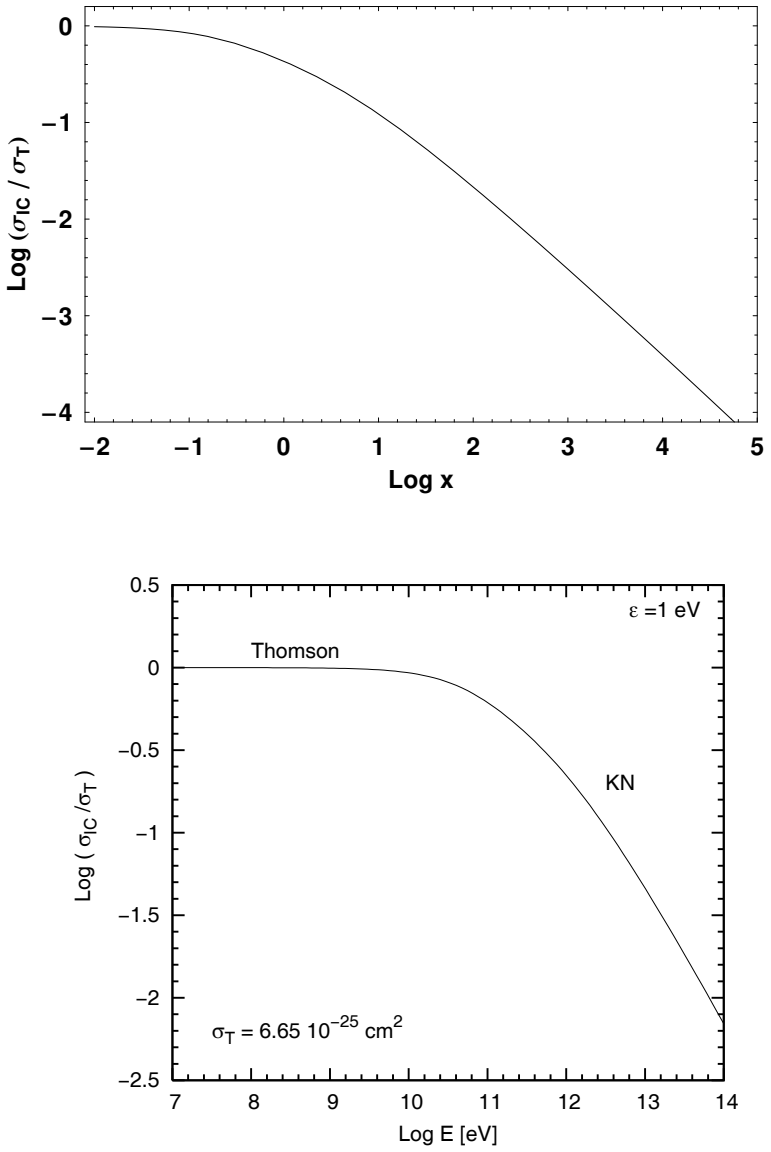

Figura 5.9: Sección eficaz de la interacción Compton inversa en función de la variable $x = E_e E_{\rm ph}/m_e^2c^4$ (panel superior), y de la energía del electrón E_e para una energía inicial del fotón fija $\varepsilon = E_{\rm ph} = 1$ eV (panel inferior).

on". La expresión para la sección eficaz diferencial es (Aharonian & Atoyan 1981):

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{KN}}}{\mathrm{d}E_\gamma} = \frac{4\pi r_e^2}{b_\theta E_e}\left[1 + \frac{z^2}{2(1-z)} - \frac{2z}{b_\theta(1-z)} + \frac{2z^2}{b_\theta^2(1-z)^2}\right], \tag{5.81}$$

donde $z = E_\gamma/E_e < b_\theta/(1+b_\theta)$ y $b_\theta = 2(1-\beta_e\cos\psi)E_{\mathrm{ph}}E_e/(m_ec^2)^2$. En la aproximación *head-on*, entonces,

$$q_\gamma\left(E_\gamma,\Omega_\gamma,\vec{r}\right) = c\int_{E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{min}}}^{E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{max}}}\mathrm{d}E_{\mathrm{ph}}\oint\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{ph}}\int_{E_e^{\mathrm{min}}}^{E_e^{\mathrm{max}}}\mathrm{d}E_e\;(1-\beta_e\cos\psi)\;\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{KN}}}{\mathrm{d}E_\gamma}\times$$
$$n_e\left(E_e,\Omega_\gamma,\vec{r}\right)\;n_{\mathrm{ph}}\left(E_{\mathrm{ph}},\Omega_{\mathrm{ph}},\vec{r}\right). \tag{5.82}$$

Los límites para E_{ph} permitidos por la cinemática son

$$E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{min}} = \left(\frac{z}{1-z}\right)\frac{1}{2\gamma_e(1-\beta_e\cos\psi)} \qquad E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{max}} = \frac{2E_\gamma}{(1-\beta_e\cos\psi)}. \tag{5.83}$$

Un caso importante es aquel en que el campo de fotones blanco y la distribución de electrones son isotrópicos:

$$n_{\mathrm{ph}}(E_{\mathrm{ph}},\Omega_{\mathrm{ph}},\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}n_{\mathrm{ph}}(E_{\mathrm{ph}},\vec{r}) \tag{5.84}$$
$$n_{\mathrm{e}}(E_e,\Omega_\gamma,\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}n_{\mathrm{e}}(E_{\mathrm{e}},\vec{r}). \tag{5.85}$$

Bajo esta aproximación el ángulo de colisión ψ también estará distribuido isotrópicamente, por lo que es posible promediar la Ec. (5.82) sobre Ω_{ph} e integrar en Ω_γ. La expresión final para la emisividad (ahora en unidades de $\mathrm{erg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3}$) es:

$$q_\gamma\left(E_\gamma,\vec{r}\right) = 8\pi r_e^2 c\int_{E_e^{\mathrm{min}}}^{E_e^{\mathrm{max}}}\mathrm{d}E_e\,n_e\left(E_e,\vec{r}\right)\int_{E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{min}}}^{E_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{max}}}\mathrm{d}E_{\mathrm{ph}}\,n_{\mathrm{ph}}\left(E_{\mathrm{ph}},\vec{r}\right)\;f(E_\gamma,E_e,E_{\mathrm{ph}}). \tag{5.86}$$

Aquí (Aharonian & Atoyan, 1981)

$$f(E_\gamma, E_e, E_{\rm ph}) = \frac{1}{bE_e}\left\{1 + \frac{z^2}{2(1-z)} + \frac{z}{b(1-z)} - \frac{2z^2}{b^2(1-z)^2} - \right.$$
$$\left. \frac{z^3}{2b(1-z)^2} - \frac{2z}{b(1-z)} \ln\left[\frac{b(1-z)}{z}\right]\right\}, \quad (5.87)$$

con $z = E_\gamma/E_e$ y $b = 4E_{\rm ph}E_e/(m_e c^2)^2$. Los límites de integración sobre $E_{\rm ph}$ quedan determinados por la condición

$$\frac{E_{\rm ph}}{E_e} \leq z \leq \frac{b}{1+b}. \quad (5.88)$$

Un caso sencillo para el que, bajo ciertas aproximaciones, es posible resolver la Ec. (5.85), es el de una distribución isotrópica tipo ley de potencias de electrones,

$$n_e(E_e) = K_0\, E_e^{-p} \qquad E_e^{\rm min} < E_e < E_e^{\rm max}, \quad (5.89)$$

que interacciona en el régimen de Thomson con una distribución de fotones blanco $n_{\rm ph}(E_{\rm ph})$. En el intervalo de energía de los fotones dispersados para el que se satisfaga que

$$\gamma_e^{\rm min} < \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E_\gamma}{E_{\rm ph}}} \qquad \text{y} \qquad \gamma_e^{\rm max} \gg \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E_\gamma}{E_{\rm ph}}}, \quad (5.90)$$

la Ec. (5.85) puede integrarse sobre la energía de los electrones para dar (Blumenthal & Gould 1970)

$$q_\gamma\,(E_\gamma) \propto E_\gamma^{-(p+1)/2} \int {\rm d}E_{\rm ph}\, E_{\rm ph}^{(p-1)/2}\, n_{\rm ph}(E_{\rm ph}). \quad (5.91)$$

O sea que el espectro de fotones dispersados es también una ley de potencias en la energía E_γ de índice espectral $\delta = (p+1)/2$.

5.5.3. Tasa de pérdida de energía

El cálculo de la tasa de pérdida de energía para un electrón de energía E_e por interacciones IC con un campo de fotones puede calcularse de manera similar a lo hecho en la sección anterior. Se debe tener en cuenta la energía perdida por el electrón en cada colisión e integrar sobre todos los posibles estados finales del fotón dispersado. Entonces, de manera general se tiene que

$$-\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}(E_e) = c\int \mathrm{d}E_\gamma \oint \mathrm{d}\Omega_\gamma \int \mathrm{d}E_{\mathrm{ph}} \oint \mathrm{d}\Omega_{\mathrm{ph}} (E_\gamma - E_{\mathrm{ph}})\, n_{\mathrm{ph}}(E_{\mathrm{ph}}, \Omega_{\mathrm{ph}}) \times (1-\beta_e \cos\psi)\, \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{KN}}}{\mathrm{d}E_\gamma \mathrm{d}\Omega_\gamma}. \quad (5.92)$$

El resultado toma una forma sencilla en el régimen de Thomson cuando el campo de fotones blanco es isotrópico:

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{Th}} = -\frac{4}{3} c\sigma_{\mathrm{T}} U_{\mathrm{ph}} \gamma_e^2, \quad (5.93)$$

donde

$$U_{\mathrm{ph}} = \int \mathrm{d}E_{\mathrm{ph}}\, E_{\mathrm{ph}}\, n_{\mathrm{ph}}(E_{\mathrm{ph}}) \quad (5.94)$$

es la densidad de energía del campo de fotones blanco. Notar que esta expresión es formalmente idéntica a la tasa de pérdida de energía de un electrón por radiación sincrotrón (Ec. (5.36)) si la densidad de energía del campo magnético U_{mag} se reemplaza por la del campo de fotones. En el régimen de Thomson, entonces, la importancia relativa de las pérdidas de energía sincrotrón e IC queda fijada por la densidad de energía de los campos blanco:

$$\frac{t_{\mathrm{IC,Th}}}{t_{\mathrm{sincr}}} = \frac{U_{\mathrm{mag}}}{U_{\mathrm{ph}}}. \quad (5.95)$$

En el régimen de Klein-Nishina la tasa de pérdidas resulta aproximadamente

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{KN}} \approx -\frac{3}{8}c\sigma_{\mathrm{T}}(m_e c^2)^2 \int \mathrm{d}E_{\mathrm{ph}} \frac{n_{\mathrm{ph}}}{E_{\mathrm{ph}}} \left[\ln\left(\frac{4E_e E_{\mathrm{ph}}}{(m_e c^2)^2}\right) - \frac{11}{6}\right]. \tag{5.96}$$

Para un campo de fotones monocromático de energía $\langle E_{\mathrm{ph}}\rangle$,

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{KN}} \approx -\frac{3}{8}c\sigma_{\mathrm{T}}U_{\mathrm{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\mathrm{ph}}\rangle}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{4\gamma_e \langle E_{\mathrm{ph}}\rangle}{m_e c^2}\right) - \frac{11}{6}\right] \tag{5.97}$$

donde $U_{\mathrm{ph}} = n\langle E_{\mathrm{ph}}\rangle$ y n es la densidad numérica de fotones blanco. Mientras que en el régimen de Thomson la tasa de pérdidas depende fuertemente de la energía de los electrones como $\propto \gamma_e^2$, en el régimen de Klein-Nishina la dependencia es muy débil, $\propto \ln \gamma_e$.

Como hemos visto, las pérdidas radiativas sufridas por las partículas relativistas modifican su distribución en energía en estado estacionario respecto del espectro de inyección. Consideremos nuevamente la solución de la Ec. (4.15) para analizar el efecto de las pérdidas de energía por IC. En el régimen de Thomson, $b(E) \propto E_e^2$ – luego $n(E_e) \propto E_e^{-(p+1)}$. O sea que el espectro de los electrones se hace más "blando" respecto de la inyección, incrementándose en uno el índice espectral. En el régimen de Klein-Nishina, por otro lado, $b(E) \approx$ cte y entonces $n(E_e) \propto E_e^{-(p-1)}$. El índice espectral disminuye en uno y el espectro de los electrones se hace más "duro" respecto del de inyección. Si el mecanismo de enfriamiento dominante es el IC y la energía de los electrones abarca un intervalo suficientemente amplio como para que la interacción ocurra en ambos regímenes, la distribución en energía de los electrones presentará un quiebre debido al cambio en el índice espectral aproximadamente para la energía de transición.

5.6. Radiación por producción de foto-mesones

La interacción de protones energéticos con fotones puede resultar en la creación de piones a través de las reacciones

$$\begin{aligned} p + \gamma &\longrightarrow p + \pi^0 \\ p + \gamma &\longrightarrow n + \pi^+. \end{aligned} \tag{5.98}$$

Para que esto ocurra la energía del fotón en el sistema en reposo del protón debe superar el valor umbral

$$\epsilon'_{\rm th} = m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{2m_p}\right) = 144.7 \text{ MeV}. \tag{5.99}$$

Para energías mayores también es posible la creación de múltiples piones,

$$\begin{aligned} p + \gamma &\longrightarrow p + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \\ p + \gamma &\longrightarrow n + \pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \qquad a, b = 0, 1, 2 \ldots \end{aligned} \tag{5.100}$$

La vida media de los piones cargados es de $\sim 2.6 \times 10^{-8}$ s. Decaen produciendo, con una probabilidad del 99.98770 %, un neutrino y un muón, que a su vez decae en un electrón/positrón y otro neutrino,

$$\begin{aligned} \pi^+ &\to \mu^+ + \nu_\mu \qquad & \mu^+ &\to e^+ + \nu_e, \\ \pi^- &\to \mu^- + \overline{\nu}_\mu \qquad & \mu^- &\to e^- + \overline{\nu}_e. \end{aligned} \tag{5.101}$$

Los piones neutros tienen una vida media mucho más corta, $\sim 8.4 \times 10^{-17}$ s. Decaen el 98.798 % de las veces en dos fotones,

$$\pi^o \to 2\gamma. \tag{5.102}$$

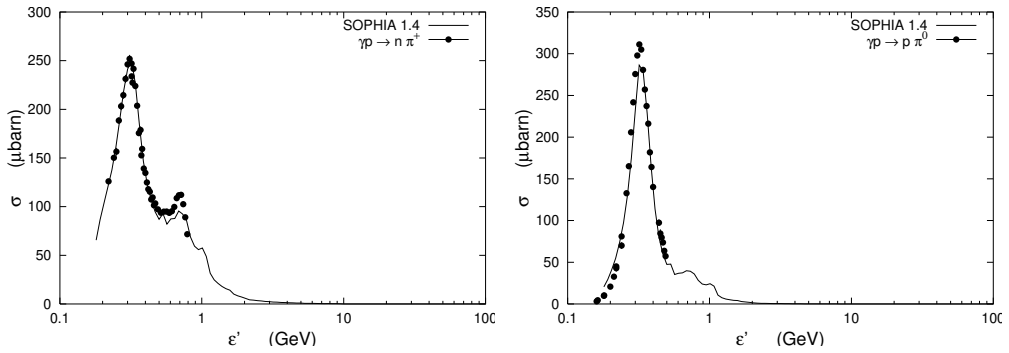

Figura 5.10: Sección eficaz para la creación de piones por interacciones protón-fotón. Los puntos son datos experimentales y la curva sólida la sección eficaz calculada usando el código Monte Carlo SOPHIA para interacciones fotohadrónicas (Mücke et al. 2000).

En la Figura 5.10 se muestra un gráfico de la sección eficaz de creación de piones en colisiones $p\gamma$. La sección eficaz para el proceso $p + \gamma \longrightarrow p + \pi^0$ tiene un pico de ~ 0.25 mb para $\epsilon' \sim 300$ MeV, y luego decrece a menos de $30\,\mu$b cerca de $\epsilon' \sim 1$ GeV. Algo similar ocurre para la sección eficaz del proceso $p + \gamma \longrightarrow n + \pi^+$, pero con un segundo pico de ~ 0.1 mb para $\epsilon \sim 700$ MeV. El valor medio de la sección eficaz total, para todos los canales de interacción, es del orden de

$$\langle \sigma_{p\gamma} \rangle \sim 0.1 \text{ mb}. \tag{5.103}$$

Atoyan & Dermer (2003) han propuesto la siguiente parametrización sencilla:

$$\sigma_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 340\,\mu\text{b} & \text{si} \quad 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 120\,\mu\text{b} & \text{si} \quad \epsilon' > 500 \text{ MeV} \end{cases} \tag{5.104}$$

El primer rango de energía corresponde, aproximadamente, a aquel donde se produce un único pión por interacción, mientras que en el segundo es posible que se creen mútiples piones por colisión.

La tasa de pérdida de energía para un protón de factor de Lorentz γ_p que interacciona con un campo de fotones con una distribución en energía $n_{\rm ph}(\epsilon)$

está dada por (Stecker 1968)

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}\right|_{\pi}^{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2}\int_{\epsilon'_{\rm th}/2\gamma_p}^{\infty}\mathrm{d}\epsilon\,\frac{n_{ph}(\epsilon)}{\epsilon^2}\int_{\epsilon'_{\rm th}}^{2\epsilon\gamma_p}\mathrm{d}\epsilon'\,\sigma_{p\gamma}\left(\epsilon'\right)\kappa_{p\gamma}\left(\epsilon'\right)\epsilon'. \tag{5.105}$$

Aquí $\kappa_{p\gamma}(\epsilon')$ es la inelasticidad, que se define como la fracción de su energía inicial que el protón pierde en la interacción. De acuerdo con Atoyan & Dermer (2003), $\kappa_{p\gamma}$ también puede aproximarse en forma sencilla por una función de tipo escalón,

$$\kappa_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 0.2 & \text{si} \quad 200\,\mathrm{MeV} \leq \epsilon' \leq 500\,\mathrm{MeV} \\ 0.6 & \text{si} \quad \epsilon' > 500\,\mathrm{MeV} \end{cases} \tag{5.106}$$

En el caso de un campo de radiación térmico de densidad de energía $\omega_{\rm ph}$ con una energía media por fotón $\langle kT\rangle$, se obtiene (Mannheim & Schlickeiser 1994)

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}\right|_{\pi}^{p\gamma} = 1.8\times10^{10}\left(\frac{\omega_{\rm ph}}{\mathrm{erg\ cm^{-3}}}\right)\left(\frac{\langle kT\rangle}{\mathrm{eV}}\right)^{-2}\ \mathrm{eV\ s^{-1}}. \tag{5.107}$$

Para un campo de radiación con una distribución en energías del tipo ley de potencias $n_{\rm ph}\propto\epsilon^{-2}$, en cambio,

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}\right|_{\pi}^{p\gamma} = 4.3\times10^{-7}\left(\frac{\omega_{\rm ph}}{\mathrm{erg\ cm^{-3}}}\right)\left(\frac{E_p}{\mathrm{GeV}}\right)^{2}\ \mathrm{eV\ s^{-1}}. \tag{5.108}$$

Para protones con una distribución en energía $n_p(E_p,\vec{r})$ en el intervalo $E_{p,\rm min}\leq E_p\leq E_{p,\rm max}$ que interaccionan con una distribución de fotones $n_{\rm ph}(\epsilon,\vec{r})$, la emisividad de piones resultante (en unidades de $\mathrm{erg^{-1}\ cm^{-3}\ s^{-1}}$) puede obtenerse en forma similar a lo visto para la producción de fotones a través de la interacción Compton inversa, utilizando las secciones eficaces

adecuadas al caso,

$$q_\pi^{p\gamma}(E_\pi, \vec{r}) = c \int_{E_{p,\min}}^{E_{p,\max}} \mathrm{d}E_p \, n_p(E_p, \vec{r}) \int_0^\infty \mathrm{d}\epsilon \, \frac{\mathrm{d}\sigma_{p\gamma}}{\mathrm{d}E_\pi}(E_\pi, E_p, \epsilon) \, n_{\mathrm{ph}}(\epsilon, \vec{r}). \tag{5.109}$$

Aproximadamente 1/3 de los piones creados serán π^0, que decaerán en rayos γ. De acuerdo con Kelner & Aharonian (2008), la emisividad de rayos γ producto del decaimiento de piones neutros creados en interacciones fotohadrónicas puede calcularse como

$$q_\gamma\left(E_\gamma\right) = \int n_p(E_p) \, n_{\mathrm{ph}}(\epsilon) \, \Phi\left(\eta, \, x\right) \, \frac{\mathrm{d}E_p}{E_p} \, \mathrm{d}\epsilon. \tag{5.110}$$

En esta expresión $n_p(E_p)$ y $n_{\mathrm{ph}}(\epsilon)$ son las distribuciones en energía de los protones y fotones, respectivamente, $\eta = 4\epsilon E_p / m_p^2 c^4$ y $x = E_\gamma / E_p$. La función $\Phi\left(\eta, \, x\right)$ vale

$$\Phi = \begin{cases} B_\gamma \, \left[\ln 2\right]^{2.5+0.4\ln(\eta/\eta_0)} & \text{si} \quad x < x_- \\ B_\gamma \, \exp\left\{-s_\gamma \left[\ln\left(\dfrac{x}{x_-}\right)\right]^{\delta_\gamma}\right\} \left[\ln\left(\dfrac{2}{1+y^2}\right)\right]^{2.5+0.4\ln(\eta/\eta_0)} & \text{si} \quad x_- \leq x \leq x_+ \\ 0 & \text{si} \quad x > x_+ \end{cases}$$

donde, con $r = m_\pi / m_p$,

$$x_\pm = \frac{1}{2(1+\eta)} \left[\eta + r^2 \pm \sqrt{\left(\eta - r^2 - 2r\right)\left(\eta - r^2 + 2r\right)}\right], \tag{5.111}$$

$$y = \frac{x - x_-}{x_+ - x_-}, \tag{5.112}$$

y el valor de η_0 está relacionado con la energía umbral,

$$\eta_0 = 2\,\frac{m_\pi}{m_p} + \frac{m_\pi^2}{m_p^2}. \tag{5.113}$$

Finalmente, los valores de B_γ, δ_γ y s_γ (en unidades de $\mathrm{cm}^3\ \mathrm{s}^{-1}$) en función de η están tabulados en Kelner & Aharonian (2008).

Un tratamiento alternativo más sencillo para calcular la emisividad de rayos γ es el de Atoyan & Dermer (2003), que hace uso de la llamada *aproximación de la funcional* δ. En este formalismo se supone que la energía de cada tipo de partícula que se crea producto de la interacción puede tener un único valor. En el canal de producción de un único pión por colisión la inelasticidad vale $\kappa_1 \sim 0.2$. Entonces, si la energía del protón es E_p, la energía de los piones neutros será $E_{\pi_0} \approx 0.2E_p$ y la de cada fotón $E_\gamma \approx 0.5E_{\pi_0} = 0.1E_p$. En el régimen de produccción de múltiples piones la inelasticidad vale $\kappa_2 \sim 0.6$. La energía perdida por el protón se divide casi completamente entre tres piones (π^0, π^- y π^+) llamados *leading pions*; cada uno tendrá una energía $E_\pi \approx 0.2E_p$. La energía de cada rayo γ será entonces nuevamente $E_\gamma \approx 0.1E_p$. Teniendo además en cuenta que en cada colisión $p\gamma$ existe una probabilidad $\xi \approx 0.5$ de que el protón se convierta en un neutrón con la emisión de un π^+, la emisividad de rayos γ resulta

$$q_\gamma\left(E_\gamma\right) \approx 20\left(1-\xi P_1\right)\nu_{p\gamma}\left(10E_\gamma\right)n_p\left(10E_\gamma\right). \tag{5.114}$$

Aquí $\nu_{p\gamma}$ es la tasa de colisiones,

$$\nu_{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2}\int_{\epsilon'_{\mathrm{th}}/2\gamma_p}^{\infty} \mathrm{d}\epsilon\,\frac{n_{ph}(\epsilon)}{\epsilon^2}\int_{\epsilon'_{\mathrm{th}}}^{2\epsilon\gamma_p} \mathrm{d}\epsilon'\,\sigma_{p\gamma}\left(\epsilon'\right)\epsilon', \tag{5.115}$$

y $P_1 = \left(\kappa_1 - \bar{\kappa}_{p\gamma}\right)/\left(\kappa_2 - \kappa_1\right)$ es la probabilidad de que la interacción proceda a través del canal de creación de un único pión. La inelasticidad media es $\bar{\kappa}_{p\gamma} = t_{p\gamma}^{-1}/\nu_{p\gamma}$.

5.7. Creación de pares por interacciones foto-hadrónicas

Para energías del fotón en el sistema de referencia del protón mayores que $E'^{(\mathrm{th})}_{\mathrm{ph}} = 2m_e c^2 = 1.022$ MeV, de la interacción entre un protón relativista y un fotón pueden crearse pares:

$$p + \gamma \longrightarrow p + e^+ + e^-. \tag{5.116}$$

La sección eficaz diferencial es la de Bethe-Heitler:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{e^\pm}}{\mathrm{d}E'_{e^-}} = \frac{4\alpha r_e^2}{E'^3_{\mathrm{ph}}}\left(E'^2_{e^-} + E'^2_{e^+} + \frac{2}{3}E'_{e^-}E'_{e^+}\right)\left[\ln\left(\frac{2E'_{e^-}E'_{e^+}}{m_e c^2 E'_{\mathrm{ph}}}\right) - \frac{1}{2}\right], \tag{5.117}$$

donde $\alpha = 1/137$ es la constante de estructura fina, E'_{ph} es la energía del fotón y E'_{e^-} (E'_{e^+}) la del electrón (positrón), medidas en el sistema de referencia en reposo del protón. En Maximon (1968) se reportan aproximaciones útiles para la sección eficaz total. Definiendo $x' = E'_{\mathrm{ph}}/m_e c^2$ y $\eta = (x'+2)/(x'-2)$, se tiene que

$$\sigma_{e^\pm} \approx \begin{cases} \dfrac{2\pi}{3}\alpha r_e^2\left(\dfrac{x'-2}{x'}\right)^3\left(1 + \dfrac{1}{2}\eta + \dfrac{23}{40}\eta^2 + \ldots\right) & x' \lesssim 4 \\ \alpha r_e^2\left\{\dfrac{28}{9}\ln(2x') - \dfrac{218}{27} + \left(\dfrac{2}{x'}\right)^2\left[6\ln(2x') - \dfrac{7}{2} + \ldots\right]\right\} & x' \gtrsim 4. \end{cases} \tag{5.118}$$

Una parametrización útil para la inelasticidad $\kappa_{e^\pm}$ puede encontrarse en Begelman et al. (1990). Con un error menor al 1 %, para $x' < 1000$ puede

aproximarse como

$$\kappa_{e^\pm} \approx 4\,\frac{m_e}{m_p}\,\frac{1}{x'}\left[1 + 0.3957\ln\left(x'-1\right) + 0.1\ln^2\left(x'-1\right) + 0.0078\ln^3\left(x'-1\right)\right], \tag{5.119}$$

mientras que para $x' > 1000$,

$$\kappa_{e^\pm} \approx \frac{m_e}{m_p}\,\frac{4}{x'}\left[\frac{-8.78 + 5.513\ln\left(x'\right) - 1.612\ln^2\left(x'\right) + 0.668\ln^3\left(x'\right)}{3.1111\ln\left(2x'\right) - 8.0741}\right]. \tag{5.120}$$

Si bien la sección eficaz para la producción de pares en colisiones protón-fotón es ~ 100 veces más grande que la de la creación de piones, la inelasticidad del proceso de creación de pares es muy pequeña, $\kappa_{e^\pm} \leq 2m_e/m_p \ll 1$. Esto significa que, apenas se supera el umbral para la creación de piones, este último proceso pasa a dominar las pérdidas radiativas de los protones por colisiones con fotones.

La tasa de pérdida de energía para un protón de factor de Lorentz γ_p que interacciona con una distribución de fotones $n_{\rm ph}$ se calcula de forma análoga al caso de producción de fotomesones,

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}\right|_{e^\pm}^{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2}\int_{\frac{E'^{(\rm th)}_{\rm ph}}{2\gamma_p}}^{\infty}\mathrm{d}E_{\rm ph}\frac{n_{\rm ph}(E_{\rm ph})}{E_{\rm ph}^2}\int_{E'^{(\rm th)}_{\rm ph}}^{2\gamma_p E_{\rm ph}}\mathrm{d}E'_{\rm ph}\,\sigma_{e^\pm}\,\kappa_{e^\pm}\,E'_{\rm ph}. \tag{5.121}$$

La Figura 5.11 muestra un gráfico de la tasa de pérdida de energía de un protón en función de su energía debido a la interacción con fotones del fondo cósmico de radiación, de acuerdo con los cálculos de Kelner & Aharonian (2008). Para energías mayores a $E_p \sim 6\times10^{19}$ eV, las pérdidas por creación de mesones dominan completamente el enfriamiento. Debido a la interacción con los fotones del fondo cósmico, no se espera que lleguen a la Tierra protones con energías mayores a $\sim 10^{20}$ eV provenientes de fuentes a distancias mayores a unos 50 Mpc. Debería aparecer por lo tanto un quiebre en el espectro de rayos cósmicos a muy altas energías, efecto conocido como de Greisen-

Zatsepin-Kuzmin (efecto GZK).

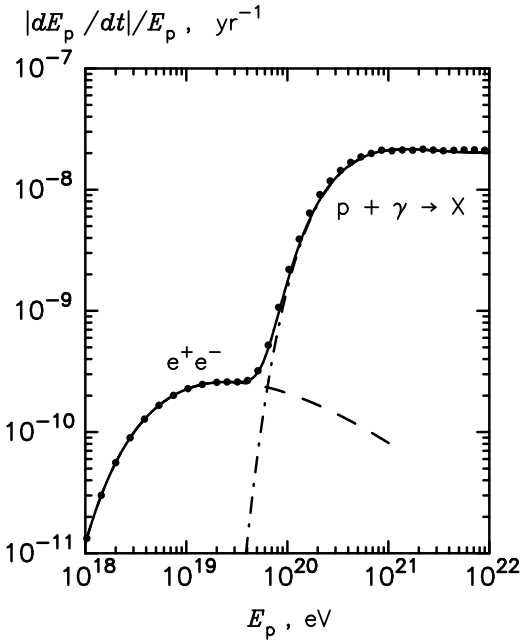

Figura 5.11: Tasa de pérdida de energía por interacciones fotohadrónicas con el fondo cósmico de radiación. La producción de pares es importante a energías por debajo del umbral de creación de piones, que luego domina completamente el enfriamiento de los protones. De Kelner & Aharonian (2008).

5.8. Producción de pares "en tripletas" (*triplet pair production*)

Un electrón o un positrón pueden producir un par electrón-positrón al interactuar con un fotón a través de la reacciones

$$\begin{aligned} e^- + \gamma &\longrightarrow e^- + e^- + e^+ \\ e^+ + \gamma &\longrightarrow e^+ + e^- + e^+. \end{aligned} \tag{5.122}$$

Para que el proceso sea posible la energía de las partículas debe superar cierto valor umbral. Medida en el sistema en reposo del electrón (positrón), la energía del fotón debe ser $E'_{\rm ph} > 4m_e c^2$.

La sección eficaz para esta interacción se puede aproximar como:

$$\sigma_{\rm TPP}(\epsilon'_{\rm ph}) = \alpha\ \sigma_{\rm T}\ f(\epsilon'_{\rm ph}) \tag{5.123}$$

donde $\alpha = 1/137$ es la constante de estructura fina, $\sigma_{\rm T}$ es la sección eficaz de Thomson, $\epsilon'_{\rm ph} = E'_{\rm ph}/m_e c^2$ es la energía (adimensional) del fotón en el sistema de referencia en reposo del electrón y f es una función que vale ~ 1 para energías cercanas al umbral. Algunos valores de f para distintos valores de $\epsilon'_{\rm ph}$ son:

$$f(100) = 0.86 \tag{5.124}$$

$$f(300) = 1.32 \tag{5.125}$$

$$f(10^3) = 1.81 \tag{5.126}$$

$$f(10^4) = 2.70. \tag{5.127}$$

Por ej., para un electrón de 10 GeV que interacciona con un fotón de 100 keV, $\sigma_{\rm TPP} \simeq 10$ mb.

La tasa de pérdida de energía para un electrón de energía E_e que interacciona con una distribución de fotones $n(\epsilon_{\rm ph})$ es

$$-\left.\frac{{\rm d}E_e}{{\rm d}t}\right|_{\rm TPP} \approx \frac{\sqrt{2}\alpha c\sigma_{\rm T}}{E_e}\int_{\epsilon_{\rm min}}^{\epsilon_{\rm max}} {\rm d}\epsilon\,\frac{n(\epsilon_{\rm ph})}{\epsilon_{\rm ph}^2}\int_4^{2\epsilon_{\rm ph}E_e} {\rm d}\epsilon'_{\rm ph}\,{\epsilon'_{\rm ph}}^{1/2}\,f(\epsilon'_{\rm ph}). \tag{5.128}$$

En el caso particular de una distribución monoenergética de fotones de energía ϵ y densidad $n_{\rm ph}$, y aproximando además $f(\epsilon') \sim 1$,

$$-\left.\frac{{\rm d}E_e}{{\rm d}t}\right|_{\rm TPP} \approx \frac{8}{3}\alpha c\ \sigma_{\rm T}\ n_{\rm ph}\left(\frac{\gamma_e}{\epsilon}\right)^{1/2}, \tag{5.129}$$

donde $\gamma_e = E_e/(m_e c^2)$.

Para más detalles sobre este proceso, ver Mastichiadis (1991) y Dermer & Schlickeiser (1993).

Capítulo 6

Procesos radiativos II

Estudiaremos ahora los procesos producidos por la interacción de partículas relativistas con materia.

6.1. Radiación Cherenkov

La radiación Cherenkov ocurre cuando una partícula cargada viaja a través de un medio dieléctrico con índice de refracción $n(\omega) > 1$ con una velocidad que localmente excede la velocidad de la luz en ese medio. Cuando la partícula pasa por el medio dieléctrico interactúa con las moléculas locales induciéndoles una polarización que desaparece cuando la partícula se aleja. En el proceso se emite un pulso electromagnético, en la mayoría de los medios en el rango del UV/visible.

La radiación se emite en un cono cuyo eje es paralelo a la velocidad $\vec{v}$ de la partícula y que tiene un ángulo de semiapertura θ (ver Fig. 6.1) que depende del índice de refracción $n(\omega)$ del medio,

$$\cos\theta = \frac{c}{vn(\omega)}. \tag{6.1}$$

Aquí ω es la frecuencia de la radiación emitida y c/n es la velocidad de la

luz en el medio.

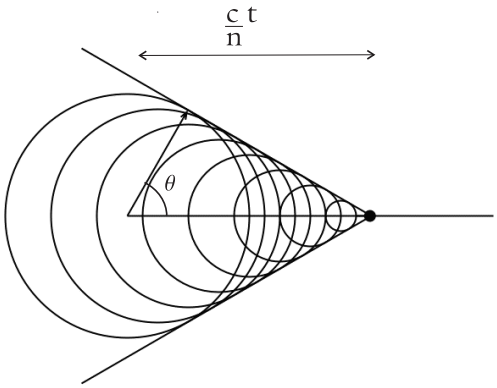

Figura 6.1: Cono de radiación Cherenkov emitido por un medio dieléctrico cuando es atravesado por una partícula cargada.

La energía radiada por unidad de frecuencia $\mathrm{d}\omega$ por unidad de longitud $\mathrm{d}x$ recorrida por la partícula en el material está dada por

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\omega\ \mathrm{d}x}\right|_{\mathrm{Cher}} = \frac{2\pi e^2}{c^2}\,\omega\left[1-\frac{c^2}{n(\omega)^2 v^2}\right]. \tag{6.2}$$

Usando que $\mathrm{d}x = v\ \mathrm{d}t$, la tasa de pérdida de energía por unidad de frecuencia resulta

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\omega\ \mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{Cher}} = \frac{2\pi e^2 v}{c^2}\,\omega\left[1-\frac{c^2}{n(\omega)^2 v^2}\right]. \tag{6.3}$$

Una aplicación importante de la radiación Cherenkov es en la detección de rayos γ de muy alta energía. Cuando estos entran en la atmósfera terrestre disparan una cascada electromagnética. Los electrones y positrones que se crean pueden tener energías tan altas que su velocidad excede la de la luz en la atmósfera. La radiación Cherenkov que se emite puede detectarse al nivel de suelo, proveyendo información sobre los rayos γ primarios.

Es importante enfatizar que la radiación Cherenkov es un proceso macroscópico, ya que involucra características globales del medio como el índice

de refracción, y que la radiación no es emitida por la partícula sino por el medio.

6.2. Interacciones de electrones relativistas con materia

6.2.1. Bremsstrahlung relativista

Es la radiación producida cuando un electrón relativista es acelerado en el campo electrostático de un núcleo u otra partícula cargada. Consideremos la producción de un fotón de energía E_γ por un electrón relativista con energía $E_e \gg m_e c^2$ que es dispersado por un núcleo de carga Ze. La sección eficaz diferencial para la interacción es:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{Br}}}{\mathrm{d}E_\gamma}(E_e, E_\gamma) = \frac{4\alpha r_e^2 Z^2}{E_\gamma}\phi(E_e, E_\gamma), \tag{6.4}$$

con $r_e = e^2/(m_e c^2)$ el radio clásico del electrón y $\alpha \approx 1/137$ la constante de estructura fina. La función ϕ depende del estado de ionización de los blancos. Para un núcleo desnudo (i.e., un gas totalmente ionizado) viene dada por

$$\phi(E_e, E_\gamma) = \left[1 + \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e}\right)\right] \times \left\{\ln\left[\frac{2E_e(E_e - E_\gamma)}{m_e c^2 E_\gamma}\right] - \frac{1}{2}\right\}, \tag{6.5}$$

mientras que para un núcleo que está completamente apantallado por todos los electrones (e.g., hidrógeno neutro del medio interestelar) viene dada por

$$\phi(E_e, E_\gamma) = \left[1 + \left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e}\right)\right] \ln\left(\frac{191}{Z^{1/3}}\right) + \frac{1}{9}\left(1 - \frac{E_\gamma}{E_e}\right). \tag{6.6}$$

La emisividad[1] de la radiación producida puede obtenerse como:

$$q_\gamma^{\rm Br}(E_\gamma,\vec{r}) = \frac{c\, n_{\rm a}(\vec{r})}{4\pi}\int_{E_\gamma}^{\infty}\frac{{\rm d}\sigma_{\rm Br}}{{\rm d}E_\gamma}(E_e,E_\gamma)\, n_e(E_e,\vec{r})\ {\rm d}E_e \quad [{\rm erg}^{-1}\,{\rm cm}^{-3}\,{\rm s}^{-1}\,{\rm sr}^{-1}], \tag{6.7}$$

con $n_{\rm a}$ la densidad de blancos y n_e el espectro de los electrones relativistas. Si consideramos que para $E_e \gg m_e c^2$ la distribución de electrones es

$$n_e(E_e,\vec{r}) = K_e E_e^{-p} \quad [{\rm erg}^{-1}\,{\rm cm}^{-3}]\,, \tag{6.8}$$

su emisividad Bremsstrahlung al interactuar con átomos con apantallamiento completo resulta:

$$q_\gamma^{\rm Br}(E_\gamma,\vec{r}) = \frac{c}{4\pi}\frac{m_p n_{\rm a}(\vec{r})}{\chi_0}\left(\frac{K_e}{p-1}\right)E_\gamma^{-p}, \tag{6.9}$$

con

$$\chi_0 = \frac{A}{4\alpha N_0\ Z^2\ r_e^2 \ln(191\ Z^{-1/3})} \quad {\rm g\ cm}^{-2}, \tag{6.10}$$

donde N_0 es el número de Avogadro y A es el peso atómico. Es importante destacar que el espectro de rayos γ resultante tiene la misma forma que el espectro original de electrones relativistas.

Las pérdidas de energía por Bremsstrahlung para los electrones pueden ser muy grandes, pudiendo radiar fotones con energía $E_\gamma \sim E_e$. Las pérdidas para un electrón individual vienen dadas por:

$$-\left.\frac{{\rm d}E_e}{{\rm d}t}\right|_{\rm Br} = c\, n_{\rm a}\int_0^{E_e - m_e c^2} E_\gamma\,\frac{{\rm d}\sigma_{\rm Br}}{{\rm d}E_\gamma}(E_e,E_\gamma)\ {\rm d}E_\gamma. \tag{6.11}$$

En el caso de un plasma ionizado (sin apantallamiento) estas resultan:

$$-\left.\frac{{\rm d}E_e}{{\rm d}t}\right|_{\rm Br} = 4 n_{\rm a} Z^2 r_e^2 \alpha c\,[\ln(\gamma_e) + 0.36]\, E_e. \tag{6.12}$$

[1] La relación entre emisividad y luminosidad fue dada en la Ec. 5.21.

En el caso de apantallamiento total, se tiene:

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E_e}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{Br}} = 4n_{\mathrm{a}}Z^2r_e^2\alpha c\left[\ln(183\ Z^{-1/3}) - \frac{1}{18}\right]E_e. \tag{6.13}$$

En la Figura 6.2 se muestra a modo de ejemplo una SED por Bremsstrahlung relativista para una distribución de electrones de tipo ley de potencias con índice $p = 2.2$, $E_{\mathrm{e,min}} = 1$ MeV, $E_{\mathrm{e,max}} = 20$ GeV, y normalización arbitraria. El espectro para energías $E_\gamma < E_{\mathrm{e,min}}$ tiene pendiente $+1$, mientras que para energías $E_{\mathrm{e,min}} < E_\gamma < E_{\mathrm{e,min}}$ tiene pendiente $\alpha = -(p-2)$. Notar que la energía máxima de los fotones es del orden de la energía máxima de los electrones.

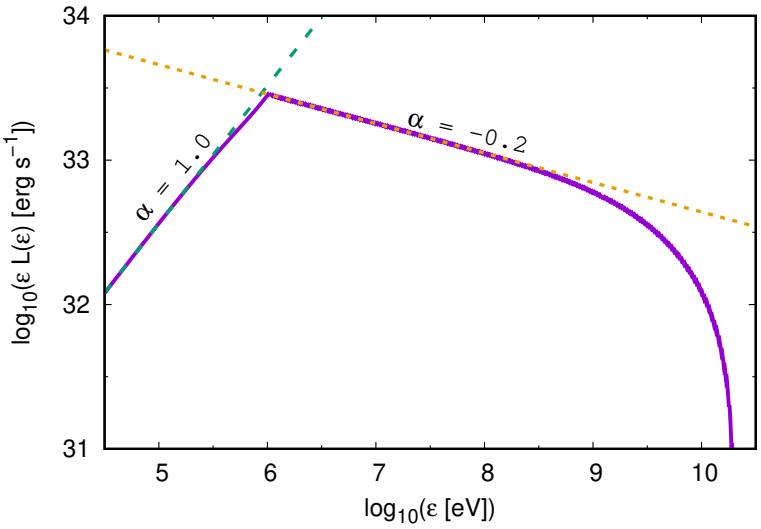

Figura 6.2: SED generada por una distribución de partículas del tipo $N_{\mathrm{e}}(E_{\mathrm{e}}) \propto {E_{\mathrm{e}}}^{-2.2}$ en un campo de materia homogéneo. La curva sólida es la SED, y la curvas punteada y rayada son ajustes lineales en distintas porciones del espectro.

6.3. Interacciones de protones relativistas con materia

6.3.1. Radiación por decaimiento de piones neutros

En la colisión inelástica de protones relativistas con protones de baja energía (colisiones *pp*) se producen mesones. Los canales con energía umbral más baja corresponden a la creación de piones:

$$p + p \longrightarrow p + p + \pi^0 + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \tag{6.14}$$

$$p + p \longrightarrow p + n + \pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \tag{6.15}$$

$$p + p \longrightarrow n + n + 2\pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-), \tag{6.16}$$

donde las multiplicidades de piones a y b son enteros positivos cualesquiera. El umbral de energía cinética de los protones relativistas para que sea posible la creación de un único pión neutro es

$$T_p^{\rm th} = 2m_{\pi^0}c^2\left(1 + \frac{m_{\pi^0}}{4m_p}\right) \approx 280 \text{ MeV}, \tag{6.17}$$

donde $m_{\pi^0}c^2 \approx 135$ MeV es la energía en reposo del pión neutro.

La vida media del pión neutro es $\tau_{\pi^0} \approx 8.5 \times 10^{-17}$ s. Dicho pión decae, con una probabilidad de $\sim 98.8\,\%$, en dos fotones:

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma + \gamma. \tag{6.18}$$

Los piones cargados tienen una vida media de $\tau_{\pi^\pm} \approx 2.6 \times 10^{-8}$ s y decaen, con una probabilidad de $\sim 99.99\,\%$, como

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \tag{6.19}$$

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \tag{6.20}$$

Consideremos el decaimiento de los piones neutros. Si el π^0 decae en reposo, cada uno de los fotones tendrá una energía

$$E_\gamma = \frac{1}{2} m_{\pi^0} c^2 \approx 67.5 \text{ MeV}. \tag{6.21}$$

Sin embargo, los piones neutros rara vez son creados en reposo y por tanto decaen en vuelo. Consideremos el decaimiento de un pión que en el sistema del laboratorio tiene una velocidad $v_\pi = \beta_\pi c$. En el sistema de referencia del pión los dos fotones salen formando ángulos α y $(\pi + \alpha)$ con la dirección de la velocidad del pión, a fin de que se conserve el momento. En la Figura 6.3 se muestra un diagrama de esta situación.

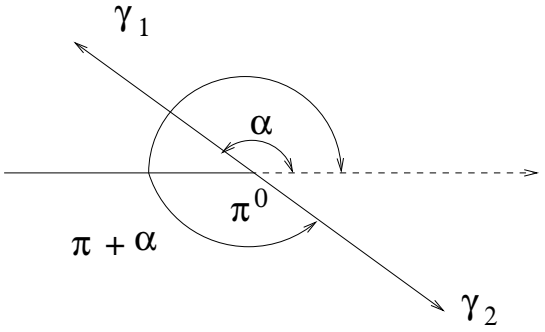

Figura 6.3: Decaimiento de un pión neutro, visto en el sistema comóvil. La flecha punteada indica la dirección de movimiento del pión en el sistema de laboratorio.

La distribución de los fotones es isotrópica en el sistema propio de los piones. El número de fotones emitidos entre α y $\alpha + \mathrm{d}\alpha$ es

$$\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}\alpha}\, \mathrm{d}\alpha = \sin\alpha \, \mathrm{d}\alpha. \tag{6.22}$$

Si la energía de uno (cualquiera) de los fotones en el sistema centro de masas

de $E_\gamma^{\rm cm} = m_{\pi^0}c^2/2$, entonces en el sistema del laboratorio su energía es

$$E_\gamma = \frac{E_\gamma^{\rm cm}(1-\beta_\pi\cos\alpha)}{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}. \tag{6.23}$$

Luego

$$\mathrm{d}E_\gamma = \frac{E_\gamma^{\rm cm}\beta_\pi}{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}\sin\alpha\ \mathrm{d}\alpha = \frac{E_\gamma^{\rm cm}\beta_\pi}{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}\alpha}\ \mathrm{d}\alpha. \tag{6.24}$$

Como

$$\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}E_\gamma}\ \mathrm{d}E_\gamma = \frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}\alpha}\ \mathrm{d}\alpha, \tag{6.25}$$

entonces

$$\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}E_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma^{\rm cm}}\frac{\sqrt{1-\beta_\pi^2}}{\beta_\pi} = \frac{2}{\sqrt{E_\pi^2 - m_{\pi^0}^2c^4}}, \tag{6.26}$$

que es independiente de la energía E_γ. El rango permitido de energías de los fotones es

$$E_\gamma^{\rm cm}\left(\frac{1-\beta_\pi}{1+\beta_\pi}\right)^{1/2} \le E_\gamma \le E_\gamma^{\rm cm}\left(\frac{1+\beta_\pi}{1-\beta_\pi}\right)^{1/2}. \tag{6.27}$$

La Figura 6.4 muestra la distribución espectral de fotones inyectados en el decaimiento de piones neutros con diferentes energías E_π. Para cada valor de E_π el espectro de fotones es una constante (rectángulo) que se extiende entre los límites dados por la Ec. (6.27). El centro de cada rectángulo se ubica en $E_\gamma^{\rm cm} = 67.5$ MeV; la altura varía con E_π ya que el área bajo la curva debe ser siempre igual a 2 (se crean dos fotones por decaimiento). El espectro total es la suma de los espectros individuales.

Supongamos ahora que, en una dada región, protones relativistas con una distribución en energía $N_p(E_p)$ interaccionan con un blanco de protones de baja energía y densidad numérica $n_{\rm H}$. La emisividad inyectada de piones neutros por colisiones inelásticas pp es

$$q_\pi(E_\pi) = c\,n_{\rm H}\int_{E_p^{\rm min}}^{E_p^{\rm max}} N_p(E_p)\ \frac{\mathrm{d}\sigma_\pi}{\mathrm{d}E_\pi}(E_p,E_\pi)\ \mathrm{d}E_p. \tag{6.28}$$

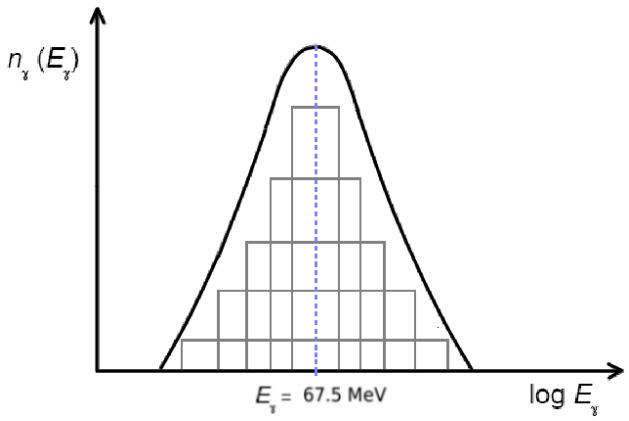

Figura 6.4: Esquema de la distribución espectral de rayos γ producto del decaimiento de una población de piones neutros.

Aquí $\mathrm{d}\sigma_\pi/\mathrm{d}E_\pi$ es la sección eficaz diferencial para la producción de un π^0 de energía E_π por un protón de energía E_p.

Existen diferentes aproximaciones adecuadas de la sección eficaz. En la *aproximación de la funcional delta* (Aharonian & Atoyan 2000) se asume que, dado un valor de energía cinética T_p del protón relativista, todos los piones neutros se crean con la misma energía $E_\pi = \kappa T_p$. Entonces

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_\pi}{\mathrm{d}E_\pi}(E_p, E_\pi) = \delta(E_\pi - \kappa T_p)\, \sigma_{pp}(E_p), \tag{6.29}$$

donde σ_{pp} es la sección eficaz inelástica total para interacciones pp. En esta aproximación, la emisividad de piones neutros de la Ec. (6.28) resulta

$$q_\pi(E_\pi) = \frac{c\, n_\mathrm{H}}{\kappa}\, N_p \left(m_p c^2 + \frac{E_\pi}{\kappa} \right) \sigma_{pp} \left(m_p c^2 + \frac{E_\pi}{\kappa} \right). \tag{6.30}$$

Experimentalmente, sobre un amplio rango de energías (GeV a TeV) la inelasticidad vale aproximadamente $\kappa \sim 0.17$ (Gaisser 1990). Una aproximación precisa para la sección eficaz es (Kelner et al. 2006, ver Figura 6.5)

$$\sigma_{pp}\left(E_p\right) = \left(34.3 + 1.88L + 0.25L^2\right)\left[1 - \left(\frac{E_p^{\rm th}}{E_p}\right)^4\right]^2 \ {\rm mb}, \tag{6.31}$$

donde $L = \ln\left(E_p/1\ {\rm TeV}\right)$ y $E_p^{\rm th} = T_p^{\rm th} + m_p c^2 \approx 1.22$ GeV.

Finalmente, una vez conocida la emisividad de piones neutros $q_\pi(E_\pi)$, la emisividad de fotones producto de su decaimiento puede calcularse como

$$q_\gamma(E_\gamma) = 2\int_{E_\pi^{\rm min}}^{\infty} \frac{q_\pi(E_\pi)}{\sqrt{E_\pi^2 - m_{\pi^0}^2 c^4}}\ {\rm d}E_\pi, \tag{6.32}$$

con

$$E_\pi^{\rm min}(E_\gamma) = E_\gamma + \frac{m_{\pi^0}^2 c^4}{4E_\gamma}. \tag{6.33}$$

En la Figura 6.6 se muestra a modo de ejemplo una SED por *pp* producida por la interacción de una población homogénea y estacionaria de protones relativistas con índice espectral $p = 2$ y $E_{\rm p,max} = 20$ TeV con un campo de materia. Notar que el espectro *pp* queda limitado al rango de rayos γ, y se extiende desde $E_\gamma \gtrsim 0.1\,E_{\rm th}$ hasta $E_\gamma \approx 0.1\,E_{\rm p,max}$. La SED en general es plana, con un índice $\alpha \approx 0$.

La tasa de pérdida de energía por colisiones inelásticas *pp*, para un protón de energía E_p que interacciona con protones blancos de densidad numérica $n_{\rm H}$ está dada por:

$$-\left.\frac{{\rm d}E_p}{{\rm d}t}\right|_{pp} = c\,n_{\rm H}\,K_{pp}\,E_p\,\sigma_{pp}(E_p)\Theta(E_p - E_p^{\rm th}). \tag{6.34}$$

Aquí Θ es la función de Heaviside ($\Theta(x) = 1$ para $x \geq 0$ y $\Theta(x) = 0$ para $x < 0$), $K_{pp} \approx 0.5$ es la inelasticidad total y $E_p^{\rm th}$ es el umbral de energía de los protones relativistas para la producción de piones.

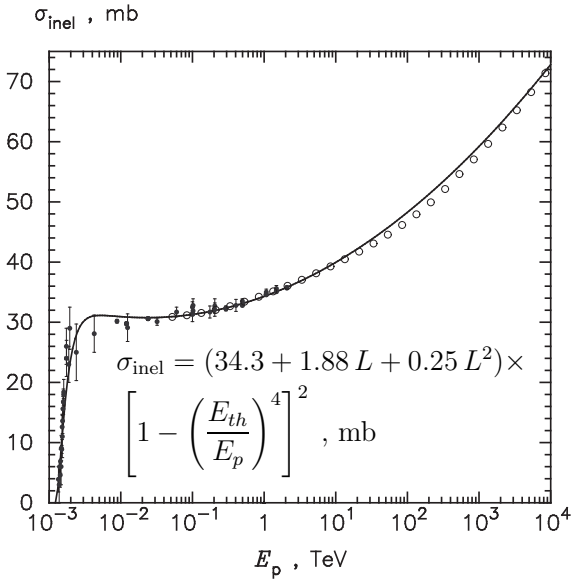

Figura 6.5: Sección eficaz inelástica para colisiones *pp*. Los círculos llenos son datos experimentales y los vacíos resultados del código de simulaciones SIBYLL. De Kelner et al. (2006).

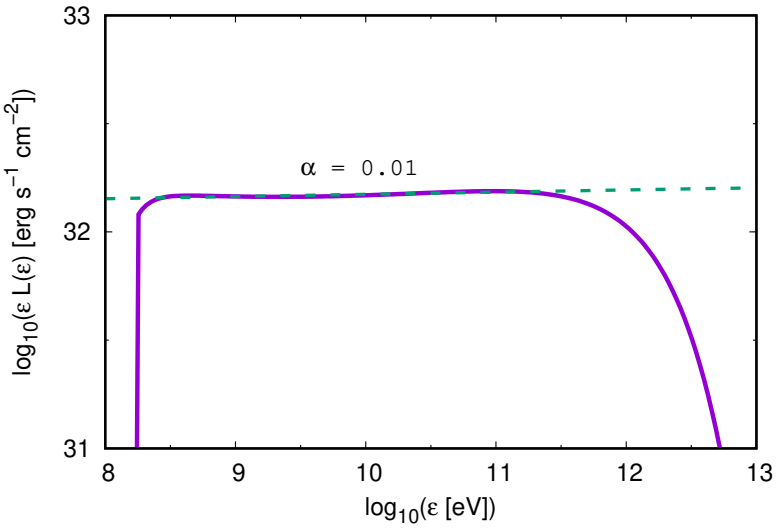

Figura 6.6: Ejemplo de una SED *pp* generada por una distribución de protones del tipo $N_{\rm p}(E_{\rm p}) \propto {E_{\rm p}}^{-2}$ en un campo de materia homogéneo. La curva sólida es la SED, y la curva a rayas es un ajustes lineal en la porción del espectro que se comporta como una ley de potencias.

6.3.2. Radiación por aniquilación protón-antiprotón

La reacción básica es:

$$p + \bar{p} \longrightarrow \xi\pi. \tag{6.35}$$

El canal $p + \bar{p} \to \pi^0$ está prohibido por conservación del momento, mientras que $p + \bar{p} \to \pi^0 + \pi^0$ y $p + \bar{p} \to \pi^+ + \pi^-$ están prohibidas por conservación de la paridad. La primera reacción permitida es:

$$p + \bar{p} \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \tag{6.36}$$

La sección eficaz para esta reacción es del orden de $\sigma_{p\bar{p}} \sim 2.4 \times 10^{-26}$ cm^2. En general, la multiplicidad es $\xi > 3$. Fotones γ se inyectan por decaimiento del π^0.

El proceso de aniquilación con creación directa de fotones, $p + \bar{p} \to \gamma + \gamma$, está permitido pero la sección eficaz es muy pequeña:

$$\sigma_{p\bar{p}\to\gamma\gamma} \sim 3 \times 10^{-30}\,\mathrm{cm}^2. \tag{6.37}$$

6.3.3. Pérdidas por ionización

Cuando un protón o un núcleo (de carga eZ y masa M) atraviesa un medio, lo ioniza y por tanto pierde energía. La tasa de pérdida de energía por ionización está dada por (ver, por ejemplo, Schlickeiser 2002):

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{ion}} = 7.62{\times}10^{-9} Z^2 n \beta^{-1} \left[22.2 + 4\ln\left(\frac{E}{m_e c^2}\right) + 2\ln\beta^2 - 2\beta^2\right]\ \mathrm{eV\ s^{-1}}, \tag{6.38}$$

donde $E \ll (M/m_e)Mc^2$ es la energía de la partícula, $\beta = v/c$ es su velocidad, y n es la densidad del medio (en cm^{-3}). En el límite no relativista:

$$-\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{ion}} = 7.62 \times 10^{-9} Z^2\, n \sqrt{\frac{2Mc^2}{E_{\mathrm{kin}}}} \left[11.8 + \ln\left(\frac{E_{\mathrm{kin}}}{Mc^2}\right)\right]\ \mathrm{eV\ s^{-1}} \tag{6.39}$$

con $E_{\rm kin} = E - Mc^2 \simeq Mv^2/2 \ll Mc^2$. Por otro lado, cuando $E \gg Mc^2$:

$$-\left.\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t}\right|_{\rm ion} = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \left[20.2 + 4\ln\left(\frac{E_{\rm kin}}{Mc^2}\right)\right] \ {\rm eV\ s^{-1}} \tag{6.40}$$

Si consideramos un medio ya ionizado, con una concentración n de electrones, en el caso no relativista se tiene:

$$-\left.\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t}\right|_{\rm ion} = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \sqrt{\frac{2Mc^2}{E_{\rm kin}}} \left[\ln\left(\frac{E_{\rm kin}}{Mc^2}\right) - \frac{1}{2}\ln(n) + 38.7\right] \ {\rm eV\ s^{-1}} \tag{6.41}$$

mientras que si $E \gg Mc^2$,

$$-\left.\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t}\right|_{\rm ion} = 7.62 \times 10^{-9} Z^2 n \left[\ln\left(\frac{W}{m_e c^2}\right) - \ln(n) + 74.1\right] \ {\rm eV\ s^{-1}} \tag{6.42}$$

con

$$W = \begin{cases} E & \text{si } E \gg \left(\frac{M}{m_e}\right) Mc^2 \\ 2m_e c^2 \left(\frac{M}{m_e}\right)^2 & \text{si } Mc^2 \ll E \ll \left(\frac{M}{m_e}\right) Mc^2. \end{cases} \tag{6.43}$$

Aunque las pérdidas por ionización no conducen a radiación significativa por parte del núcleo, su cálculo puede ser valioso cuando se desea considerar interacciones de un núcleo que primero debe atravesar un medio. A altas energías las pérdidas por creación de piones son dominantes.

Las pérdidas por cada interacción individual no son grandes en general, pero su efecto acumulativo puede ser significativo. La energía necesaria para ionizar un átomo de H en el estado fundamental es de sólo 13.6 eV.

6.3.4. Interacciones pión-núcleo y pión-pión

Si la densidad de hadrones es alta pueden ocurrir interacciones de piones con núcleos o entre piones.

En el primer caso la sección eficaz presenta un pico para energías del

pión de $\sim$ 190 MeV con valores $\sigma_{\pi p} \sim 200$ mb. Luego la sección eficaz cae rápidamente hasta unos 40 mb a 1 GeV. A altas energías la sección eficaz se vuelve suave y se puede parametrizar como:

$$\sigma_{\pi p} = a + \frac{b}{p}, \tag{6.44}$$

donde p es el momento en GeV/c del pión. Los valores de a y b para π^+ y π^- son:

$$\begin{aligned} a^+ &= 22.26 \pm 0.33 \ \text{mb} \qquad & b^+ &= 25.10 \pm 2.83 \ \text{mb GeV/c} \\ a^- &= 24.37 \pm 0.29 \ \text{mb} \qquad & b^- &= 24.94 \pm 2.65 \ \text{mb GeV/c} \end{aligned}$$

Los π^0 tienen una vida media demasiado corta como para interactuar antes de decaer.

La sección eficaz para la interacción $\pi - \pi$ es, a bajas energías:

$$\sigma_{\pi-\pi} \sim 35\,\text{mb}. \tag{6.45}$$

A energías altas la sección eficaz es incierta (ver Figura 6.7).

6.3.5. Interacción neutrón-protón

Se pueden producir neutrones (relativistas) mediante las interacciones:

$$\begin{aligned} & p + \gamma \longrightarrow n + \pi \\ & p + p \longrightarrow n + p + \pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \\ & p + p \longrightarrow n + n + 2\pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-). \end{aligned} \tag{6.46}$$

Dichos neutrones pueden interaccionar con protones antes de decaer:

$$p + n \longrightarrow p + p + \pi^- + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-). \tag{6.47}$$

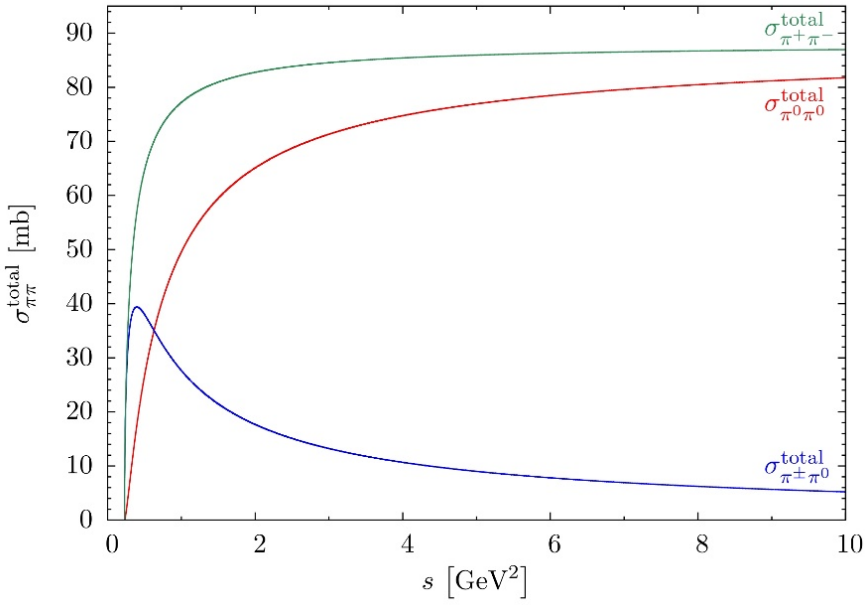

Figura 6.7: Sección eficaz de la interacción $\pi - \pi$ (Greynat et al., 2014).

Para energías cinéticas del neutrón incidente mayores que 290 MeV la sección eficaz para colisiones np permanece constante en

$$\sigma_{np} \simeq 39.5 \pm 1.0 \text{ mb}. \tag{6.48}$$

A energías menores la sección eficaz se incrementa hasta llegar a 1 b a energías del MeV. Por debajo de 100 MeV la sección eficaz se comporta como E^{-1}.

6.3.6. Aniquilación de electrones y positrones

La aniquilación de electrones con positrones puede ser una fuente importante de rayos γ a través de la reacción (ver Figura 6.8):

$$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma + \gamma. \tag{6.49}$$

Cuando las dos partículas se aniquilan en reposo, la energía de los fotones resultantes es simplemente

$$E_\gamma = m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}. \tag{6.50}$$

La radiación de línea de esta energía se suele llamar *radiación de aniquilación*. Si uno de los leptones se mueve a gran velocidad, uno de los fotones emergentes tendrá gran energía, mientras que el otro tendrá una energía de $\sim m_e c^2$.

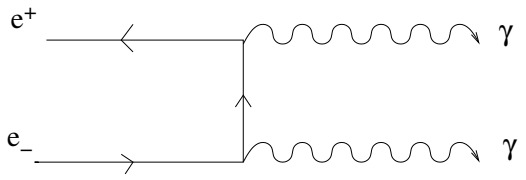

Figura 6.8: Diagrama de la aniquilación de un electrón con un positrón.

La sección eficaz para la aniquilación de un positrón de energía $E_e = \gamma m_e c^2$ con un electrón en reposo es:

$$\sigma_{e^\pm} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]. \tag{6.51}$$

Cuando $\gamma \gg 1$:

$$\sigma_{e^\pm} \approx \frac{\pi r_e^2}{\gamma} \left[\ln(2\gamma) - 1 \right], \tag{6.52}$$

mientras que para $\beta = v/c \ll 1$

$$\sigma_{e^\pm} \approx \frac{\pi r_e^2}{\beta}. \tag{6.53}$$

Expresada en términos de cantidades en el sistema del centro de masas,

la sección eficaz se puede escribir como:

$$\sigma_{e^\pm}^{\rm cm} = \frac{\pi r_e^2}{4\beta_{\rm cm}\gamma_{\rm cm}^2}\left[\frac{1}{\beta_{\rm cm}}\left(2+\frac{2}{\gamma_{\rm cm}^2}-\frac{1}{\gamma_{\rm cm}^4}\right)\ln\left(\frac{1+\beta_{\rm cm}}{1-\beta_{\rm cm}}\right)-2-\frac{2}{\gamma_{\rm cm}^2}\right], \quad (6.54)$$

donde $\beta_{\rm cm} = v_{\rm cm}/c$ es la velocidad del centro de masas en unidades de c y

$$\gamma_{\rm cm} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{\rm cm}^2}}. \quad (6.55)$$

Para un plasma de electrones y positrones, la tasa de aniquilación es:

$$R_{e^\pm} = \frac{3}{8}\frac{\sigma_{\rm T} c}{x}[\ln(x)+x^{-1/2}] \qquad [R_{e^\pm}] = \frac{\rm cm^3}{\rm s} \quad (6.56)$$

donde $x = \gamma_{e^+}\gamma_{e^-}$ y la exactitud de esta aproximación es mejor que el 14 %.

Si se tiene una distribución no térmica $n_{e^\pm}(E_{e^\pm})$ de pares en el plasma, el número de aniquilaciones por unidad de tiempo es:

$$\dot{N} = n_{e^+} n_{e^-} R_{e^\pm}\ {\rm d}E_{e^+}\ {\rm d}E_{e^-}\ {\rm d}V \quad (6.57)$$

donde ${\rm d}V$ es el elemento de volumen del plasma. La luminosidad por aniquilación de pares, por consiguiente, será:

$$L_\gamma^{e^\pm} = \int (E_{e^+}+E_{e^-}) R_{e^\pm} n_{e^+}(E_{e^+}) n_{e^-}(E_{e^-})\ {\rm d}E_{e^+}\ {\rm d}E_{e^-}\ {\rm d}V. \quad (6.58)$$

La aniquilación de pares $e^\pm$ puede ocurrir también con la emisión de un único fotón, pero en este caso el electrón debe estar ligado a un átomo. El

átomo asegura la conservación del momento. La sección eficaz del proceso es:

$$\begin{aligned}\sigma_{e^\pm}^{1\,\mathrm{ph}} &= \frac{4\pi Z^5\alpha^4 r_e^2}{\beta\gamma(\gamma+1)^2}\left\{\gamma^2+\frac{2\gamma}{3}+\frac{4}{3}-\frac{\gamma+2}{\beta\gamma}\ln[(1+\beta)\gamma]\right\}\\ &\approx \frac{4\pi Z^5\alpha^4 r_e^2}{\gamma} \qquad \text{para } \gamma \gg 1\\ &\approx \frac{4\pi Z^5\alpha^4 r_e^2\beta}{3} \qquad \text{para } \beta \ll 1. \end{aligned} \tag{6.59}$$

donde la energía del positrón es $\gamma m_e c^2$ y el núcleo atómico tiene carga eZ.

Las reacciones $e^+ + e^- \to i\gamma$ también son posibles, pero la sección eficaz cae con un factor

$$q^{i-2} \sim \left(\frac{1}{137}\right)^{i-2} \tag{6.60}$$

Para 3 fotones, entonces, la reacción es 137 veces menos probable que la más usual $e^+ + e^- \to 2\gamma$. La reacción $e^+ + e^- \to 4\gamma$ es 18769 veces menos probable que $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$.

Otras formas de aniquilación de pares $e^\pm$ son posibles:

- $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$

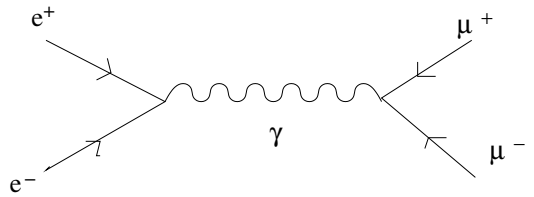

Figura 6.9: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$.

Esta es una reacción electromagnética, no débil. La sección eficaz es:

$$\sigma_{e^\pm\to\mu^\pm} \simeq \frac{87}{s}\,\mathrm{mb}, \tag{6.61}$$

donde $s = (E_{e^+} + E_{e^-})^2 - (c\bar{p}_{e^+} + c\bar{p}_{e^-})^2$ (en unidades de GeV^2), es el cuadrado de la energía en el centro de masas.

- $e^+ + e^- \to \bar{\nu} + \nu$

  En este caso

$$\sigma_{e^\pm \to \nu\bar{\nu}} \simeq \frac{10^{-10}}{6\pi} s \text{ b.} \tag{6.62}$$

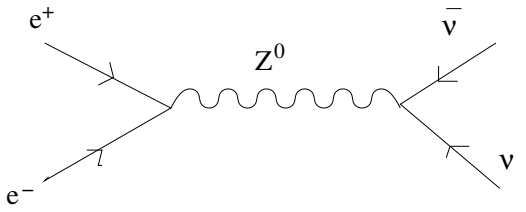

Figura 6.10: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \to \bar{\nu} + \nu$.

- Finalmente, se pueden producir hadrones por aniquilación de pares, $e^+ + e^- \to q + \bar{q} \to$ hadrones. Esta es una interacción electromagnética, como se muestra en la Figura 6.11. La sección eficaz depende del tipo de quark. Para la creación de $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ y $s\bar{s}$ la sección eficaz es el doble de la de $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$.

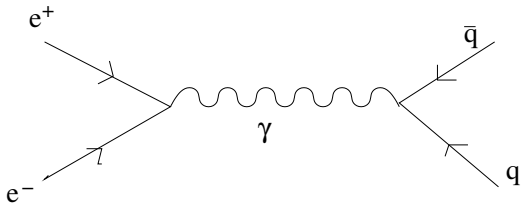

Figura 6.11: Diagrama de la aniquilación $e^+ + e^- \to q + \bar{q} \to$ hadrones.

Capítulo 7

Absorción

Los rayos γ creados por partículas relativistas en una fuente astrofísica pueden ser absorbidos por campos de radiación o materia en la fuente misma o en su trayecto al observador. Los principales mecanismos de absorción son la creación de pares en el campo Coulombiano de un núcleo y la creación de pares por aniquilación de fotones:

$$\gamma + \gamma \longrightarrow e^+ + e^-. \tag{7.1}$$

A bajas energías, el efecto Compton directo puede ser relevante y a energías muy altas y en presencia de campos magnéticos intensos los fotones γ pueden crear pares,

$$\gamma + B \longrightarrow e^+ + e^-. \tag{7.2}$$

Supongamos que la intensidad original de los rayos γ es $I_\gamma^0(E_\gamma)$ y que se los inyecta en un medio de densidad de blancos n. Luego de atravesar una distancia x, la intensidad será

$$I_\gamma(E_\gamma) = I_\gamma^0(E_\gamma)\, e^{-\tau}, \tag{7.3}$$

donde la cantidad

$$\tau = \sigma n x \tag{7.4}$$

se llama *profundidad óptica* del medio y σ es la sección eficaz para la interacción de los rayos γ con los blancos. En general, la profundidad óptica es una integral de línea que tiene en cuenta el efecto acumulado de la absorción a lo largo de la visual.

El *camino libre medio* del fotón en un medio uniforme de densidad n es

$$\lambda_\gamma = \frac{1}{\sigma n}. \tag{7.5}$$

La probabilidad de que el fotón sea absorbido luego de haber atravesado una distancia L es

$$P_L = 1 - e^{-L/\lambda_\gamma}. \tag{7.6}$$

7.1. Procesos de absorción de energía

7.1.1. Creación de pares en un campo Coulombiano

El umbral de energía para que un rayo γ cree un par $e^\pm$ en el campo electrostático de un núcleo N de carga eZ es $2m_ec^2 \sim 1.022$ MeV.

La sección eficaz para el proceso es:

$$\sigma_{\gamma N \to e^\pm} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9}\ln\left(\frac{2E_\gamma}{m_ec^2}\right) - \frac{109}{54}\right] \quad \text{para} \quad \frac{2E_{e^+}E_{e^-}}{E_\gamma} \ll \frac{m_ec^2}{\alpha Z^2} \tag{7.7}$$

y

$$\sigma_{\gamma N \to e^\pm} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9}\ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) - \frac{1}{54}\right] \quad \text{para} \quad \frac{2E_{e^+}E_{e^-}}{E_\gamma} \gg \frac{m_ec^2}{\alpha Z^2}. \tag{7.8}$$

Aquí $E_{e^\pm}$ es la energía de los leptones producidos. La primera ecuación se usa para núcleos sin apantallamiento (gases completamente ionizados), mientras

que la segunda para casos con apantallamiento.

Notar que como $r_e = 2.8 \times 10^{-13}$ cm, la sección eficaz es pequeña y el camino libre medio en el medio interestelar (donde típicamente $n_{\rm ISM} \sim 0.01 - 1$ cm^{-3}) es extremadamente largo. Esto significa que la Galaxia es esencialmente transparente a los rayos γ.

7.1.2. Absorción por creación de pares en un campo de radiación

Un fotón de energía E_γ puede producir un par $e^\pm$ en una interacción con un fotón de energía $E_{\rm ph}$ si

$$E_\gamma E_{\rm ph}\,(1-\cos\theta) > 2(m_e c^2)^2, \tag{7.9}$$

donde θ es el ángulo entre las direcciones de movimiento de los fotones.

La sección eficaz total de la aniquilación $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ está dada por:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(E_\gamma, E_{\rm ph}) = \frac{3}{16}\sigma_{\rm T}(1-\beta^2)\left[2\beta(\beta^2-2) + (3-\beta^4)\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)\right], \tag{7.10}$$

donde $\sigma_{\rm T}$ es la sección eficaz de Thomson y

$$(1-\beta^2) = \frac{2(m_e c^2)^2}{E_\gamma E_{\rm ph}\,(1-\cos\theta)} \quad 0 \leq \beta < 1. \tag{7.11}$$

Asumiendo isotropía en la distribución de los fotones blanco, es válida la siguiente aproximación para la sección eficaz (Vila & Aharonian, 2009):

$$\sigma_{\gamma\gamma}(s_0) = \frac{3\sigma_{\rm T}}{2s_0^2}\left[\left(s_0 + \frac{1}{2}\ln s_0 - \frac{1}{6} + \frac{1}{2s_0}\right)\ln\left(\sqrt{s_0} + \sqrt{s_0-1}\right) - \left(s_0 + \frac{4}{9} - \frac{1}{9s_0}\right)\sqrt{1-\frac{1}{s_0}}\right], \tag{7.12}$$

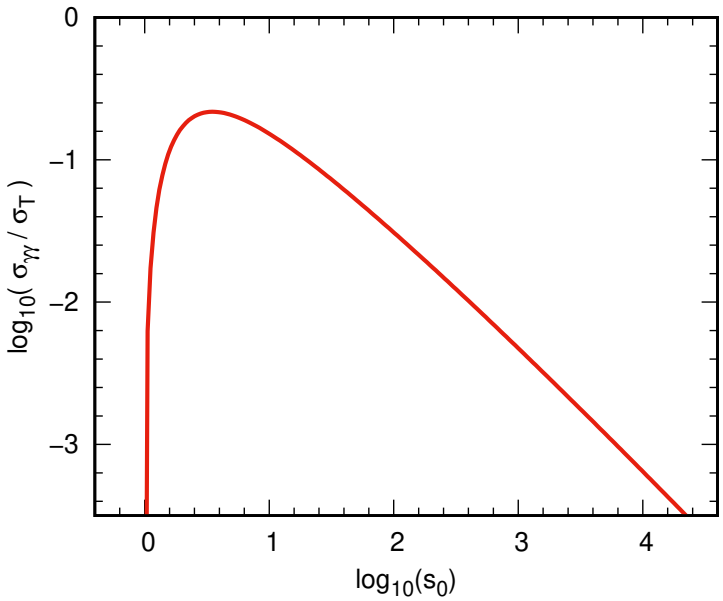

Figura 7.1: Sección eficaz total para la creación de pares por aniquilación de dos fotones, en un campo de radiación blanco isotrópico. Aquí $s_0 = E_\gamma E_{\rm ph}/(m_e c^2)^2$.

donde el parámetro

$$s_0 = \frac{E_\gamma E_{\rm ph}}{(m_e c^2)^2} \tag{7.13}$$

determina la energía de los leptones inyectados en el sistema de referencia del centro de masas: $E_{e^\pm}^{\rm CM} = m_e c^2\, s_0$.

En la Figura 7.1 se muestra la sección eficaz total para una distribución de fotones blanco isotrópica en función del parámetro s_0. En el límite $s_0 \to 1$ la sección eficaz se anula, mientras que es similar a la del efecto Compton inverso para $s_0 \gg 1$. Para una dada energía E_γ de los fotones γ, la energía umbral de los fotones blanco es $E_{\rm th} = (m_e c^2)^2/E_\gamma$. La sección eficaz de la interacción tiene un máximo pronunciado $\sigma_{\gamma\gamma} \approx 0.2\sigma_{\rm T}$ para $s_0 \gtrsim 3$; en consecuencia, fotones con una dada energía E_γ son más eficientemente absorbidos por fotones blanco con energías cercanas a la energía umbral en un rango angosto alrededor de $E_{\rm ph} \gtrsim 3E_{\rm th}$.

Si un fotón de energía E_γ debe atravesar una región de tamaño R con un campo de fotones isotrópico de densidad $n_{\rm ph}$, la profundidad óptica será:

$$\tau_\gamma(E_\gamma) = \int_{E_{\rm th}(E_\gamma)}^{\infty} \int_0^R n_{\rm ph}(E_{\rm ph}, r)\, \sigma_{\gamma\gamma}(E_\gamma, E_{\rm ph})\, {\rm d}E_{\rm ph}\, {\rm d}r, \tag{7.14}$$

con $E_{\rm th} = (m_e c^2)^2/E_\gamma$ la energía umbral de los fotones blanco.

En medios astrofísicos $n_{\rm ph}$ puede ser muy alta en cercanía de fuentes, por lo que la absorción en campos de radiación es un fenómeno común. Por otro lado, la densidad de fotones media interestelar de nuestra Galaxia es demasiado baja como para que la opacidad sea significativa. En cambio, sobre escalas cosmológicas la opacidad del fondo cósmico de radiación a la propagación de rayos γ puede ser importante.

En el caso de tener una fuente de rayos γ con una luminosidad intrínseca L_γ, la atenuación por $\gamma + \gamma \to e^+ + e^-$ intrínseca será determinada por la cantidad de fotones absorbentes y el tamaño de la fuente. La mayor eficiencia de absorción $\gamma\gamma$ se da para fotones blanco cuya energía es cercana a la umbral de la interacción, y por lo tanto inversamente proporcional a la de los rayos γ:

$$E_{\rm ph} \sim \frac{(m_e c^2)^2}{E_\gamma}. \tag{7.15}$$

El *parámetro de compacticidad* l para una fuente se define como:

$$l \equiv \frac{L_{\rm ph}}{R}, \qquad [l] = {\rm erg\ s^{-1}\ cm^{-1}} \tag{7.16}$$

donde R es el tamaño típico y $L_{\rm ph}$ la luminosidad del campo de radiación absorbente de la fuente. Aproximando $L_{\rm ph} \approx 4\pi c n_{\rm ph} R^2 E_{\rm ph}$, es posible estimar la opacidad $\tau_{\gamma\gamma}$ de la siguiente manera:

$$\tau_{\gamma\gamma}(E_\gamma) \approx \sigma_{\gamma\gamma}\, n_{\rm ph}\, R \approx \frac{\sigma_{\gamma\gamma}}{4\pi c E_{\rm ph}}\, l. \tag{7.17}$$

La región central de un AGN puede tener luminosidades isotrópicas de $L_\gamma \sim 10^{48}$ erg s^{-1} y dimensiones $R \sim 10^{15}$ cm, lo que da una compacticidad $l \sim 10^{33}$ erg s^{-1} cm^{-1}. En el caso particular en que $E_\gamma \sim 1$ MeV $\sim E_{\rm ph}$ y usando que cerca del umbral $\sigma_{\gamma\gamma} \simeq \sigma_{\rm T}/2$, resulta $\tau_{\gamma\gamma} \sim 10^2$. Por consiguiente, fuentes como esta pueden estar fuertemente auto-absorbidas a menos que la emisión no sea isotrópica. De hecho, el que se observe emisión γ indica que debe existir una importante anisotropía o *beaming* el cual es consistente con la idea de que la radiación γ se origina en *jets* – chorros de partículas eyectadas por la fuente central.

7.1.3. Absorción en campos magnéticos

Un fotón γ puede ser convertido en un par $e^\pm$ en presencia de un campo magnético:

$$\gamma + B \longrightarrow e^+ + e^-. \tag{7.18}$$

La razón a la que se produce esta transformación es muy pequeña a menos que

$$\xi = \left(\frac{E_\gamma}{2m_e c^2}\right)\left(\frac{B}{B_{\rm cr}}\right) \sim 0.1, \tag{7.19}$$

donde

$$B_{\rm cr} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} \sim 4.4 \times 10^{13}\,{\rm G}. \tag{7.20}$$

Se necesitan, pues, campos magnéticos muy fuertes para que este fenómeno domine la atenuación de los rayos γ. Estos campos se dan en los púlsares.

El camino libre medio de un fotón con energía $E_\gamma > m_e c^2$ en un campo B es

$$\lambda_\gamma = \frac{44}{10(e^2\hbar)}\frac{\hbar}{m_e c}\frac{B_{\rm cr}}{B\sin(\theta)}\exp\left(\frac{4}{3\xi}\right), \tag{7.21}$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de propagación del fotón y $\vec{B}$. Para $\theta = 0$ no hay producción de pares. Como la creación magnética de pares es muy sensible a la intensidad del campo magnético, el criterio para que ocurra

es (Erber 1966):

$$\frac{E_\gamma}{2m_e c^2}\left(\frac{B\sin(\theta)}{B_{\rm cr}}\right) \geq \frac{1}{15}. \tag{7.22}$$

7.1.4. Interacción Compton directa

La interacción Compton directa puede ser una causa importante de absorción para fotones de energías ~ 1 MeV. Cuando el electrón está en reposo, la energía E_γ^1 del fotón dispersado es:

$$E_\gamma^1 = \frac{E_\gamma^0}{1+(E_\gamma^0/m_e c^2)(1-\cos(\theta))}, \tag{7.23}$$

donde θ es el ángulo de dispersión y E_γ^0 la energía original del fotón. La energía cinética que gana el electrón es:

$$\Delta E_e = E_e^{\rm kin} = \frac{E_\gamma^0(1-\cos(\theta))}{m_e c^2[1+(E_\gamma^0/m_e c^2)(1-\cos(\theta))]}. \tag{7.24}$$

La sección eficaz para la interacción Compton directa depende de la polarización de los fotones. Si el vector eléctrico de los fotones incidentes forma un ángulo Θ con el de los fotones emergentes, la sección eficaz puede expresarse como (en unidades de cm^2 electrón^{-1}):

$$\mathrm{d}\sigma_{\rm C}(E_\gamma^1, E_\gamma^0, \Theta) = \frac{r_e^2}{4}\left(\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0}\right)^2\left(\frac{E_\gamma^0}{E_\gamma^1}+\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0}-2+4\cos^2(\Theta)\right)\mathrm{d}\Omega. \tag{7.25}$$

Si el fotón incidente no está polarizado:

$$\mathrm{d}\sigma_{\rm C}(E_\gamma^1, E_\gamma^0, \Theta) = \frac{r_e^2}{4}\left(\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0}\right)^2\left(\frac{E_\gamma^0}{E_\gamma^1}+\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma^0}-\sin^2(\Theta)\right)\mathrm{d}\Omega. \tag{7.26}$$

A bajas energías, e integrando sobre $\mathrm{d}\Omega$, esta última expresión se transforma

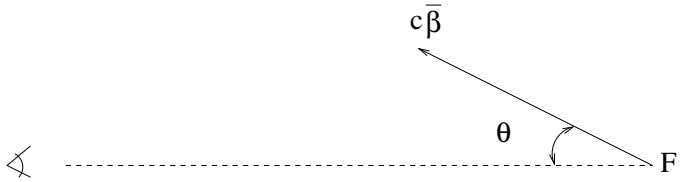

Figura 7.2: La fuente F se mueve con una velocidad $c\vec{\beta}$ en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección de la visual.

en la sección eficaz Thomson:

$$\sigma_{\mathrm{T}} = \frac{8\pi}{3} r_e^2. \tag{7.27}$$

7.1.5. Debilitamiento de rayos γ por efectos Doppler y gravitacional

Los rayos γ pueden ser afectados por el estado de movimiento de la fuente o por la presencia de campos gravitacionales intensos en la fuente.

Si la fuente se mueve hacia el detector a una velocidad $c\beta$ formando un ángulo θ con la visual, como se muestra en la Figura 7.2, entonces la energía de la radiación emitida se ve modificada por efecto Doppler:

$$E_\gamma^{\mathrm{obs}} = \delta E_\gamma^0, \tag{7.28}$$

donde $\delta = [\gamma(1 - \beta\cos(\theta))]^{-1}$ es el factor Doppler, E_γ^0 es la energía del fotón en el sistema de referencia de la fuente y E_γ^{obs} es la energía en el sistema de referencia del observador. Cuando la fuente se aleja del observador:

$$\delta = [\gamma(1 + \beta\,|\cos(\theta)|)]^{-1} < 1, \tag{7.29}$$

y la energía observada resulta menor que la emitida.

La expansión cosmológica del Universo también modifica la energía de los

fotones. El *corrimiento cosmológico al rojo* se define como:

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \tag{7.30}$$

donde λ es la longitud de onda de los fotones recibidos y λ_0 es la que tenían al ser emitidos. De aquí que la variación de energía del fotón debida a la expansión es:

$$E_\gamma^{\text{obs}} = \frac{E_\gamma^0}{1+z}. \tag{7.31}$$

El corrimiento al rojo puede expresarse en función de los factores de escala del Universo al tiempo actual t_{actual} y cuando el fotón fue emitido t_{emitido}:

$$(1+z) = \frac{R(t_{\text{actual}})}{R(t_{\text{emitido}})}. \tag{7.32}$$

La diferencia $t_{\text{actual}} - t_{\text{emitido}}$ es el tiempo en que la radiación viajó hasta el observador. El factor de escala se determina a través de un modelo cosmológico relativista.

Si la fuente de los fotones está sometida a un campo gravitacional fuerte, la energía de un fotón emitido en la fuente sufrirá un *corrimiento al rojo* de origen gravitacional, de acuerdo con la teoría de la Relatividad General. Si la fuente tiene una masa M y un radio R, la variación de la energía de un fotón emitido con energía E_γ^0 será

$$\Delta E_\gamma = \frac{GM}{c^2 R} E_\gamma^0, \tag{7.33}$$

de tal forma que $E_\gamma^{\text{obs}} = E_\gamma^0 - \Delta E_\gamma$.

7.2. Cascadas electromagnéticas

La inyección de rayos γ de alta energía en medios formados por materia (plasma, gas, sólidos), radiación o campos magnéticos resulta en la formación de pares $e^{\pm}$ si la profundidad óptica a la propagación de los rayos γ es $\tau \gtrsim 1$. Si estos pares tienen suficiente energía, pueden producir, a su vez, más radiación γ por Bremsstrahlung relativista, efecto Compton inverso y/o radiación sincrotrón. En estas condiciones, una cascada electromagnética se desarrolla en el medio. El resultado de esta cascada es degradar la energía de los fotones originales y multiplicar el número de leptones (ver Fig. 7.3). El espectro emergente depende del espectro original de inyección y de las características del medio.

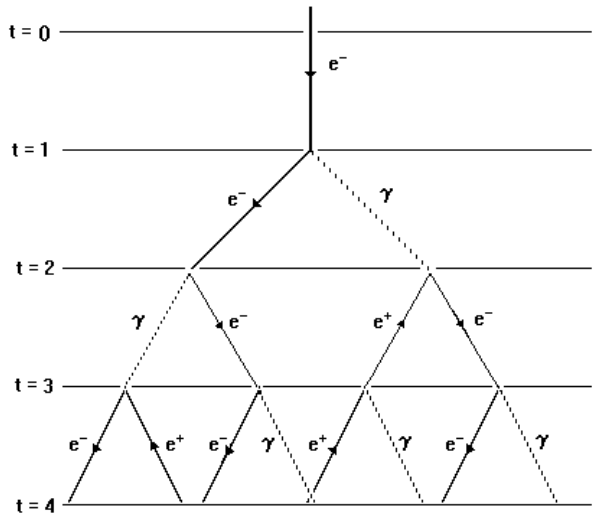

Figura 7.3: Modelo simplicado de una cascada electromagnética iniciada por un electrón.

Una vez iniciada, la cascada se desarrollará hasta que las escalas temporales de los diferentes procesos radiativos en competición que producen fotones fuera del rango γ, sea menor que la de los procesos que resultan en rayos γ. La cascada también se detendrá si el tiempo de enfriamiento radiativo de las

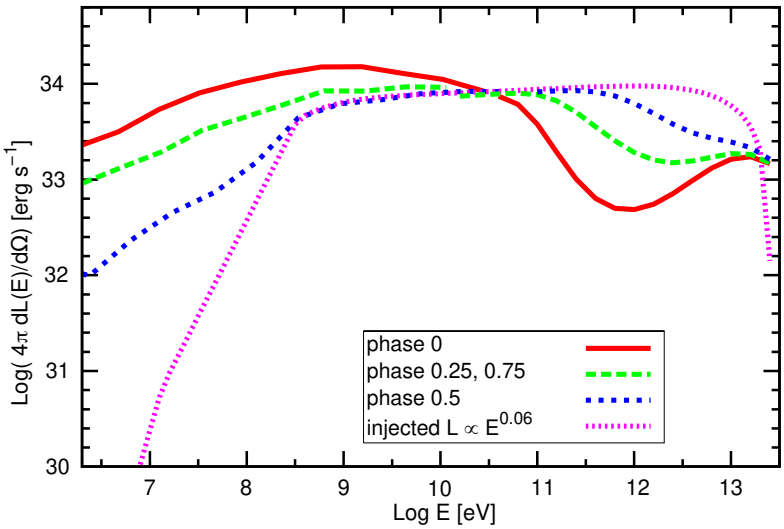

Figura 7.4: Efecto de las cascadas electromagnéticas en el espectro de un microcuásar. La curva rosa punteada muestra el espectro intrínseco y las otras curvas el espectro reprocesado. El efecto de las cascadas varía con la fase orbital, siendo más relevante cuando el objeto compacto está detrás de la estrella (curva roja sólida). Adaptado de Orellana et al. (2007).

partículas excede el tiempo de las pérdidas no radiativas o si la profundidad óptica a la propagación de los rayos γ cae por debajo de 1.

Cascadas electromagnéticas se desarrollan en numerosas situaciones astrofísicas. Por ejemplo, la inyección de rayos γ en binarias de rayos X o núcleos galácticos activos puede iniciar cascadas. En la magnetósfera de los pulsares, se espera el desarrollo de cascadas en los *gaps* electrostáticos donde los electrones son acelerados. Los rayos γ originados en fuentes extragalácticas distantes pueden iniciar cascadas electromagnéticas en el fondo cósmico de radiación, etc.

A energías para las cuales $\tau > 1$, el efecto sobre el espectro inyectado es una disminución en un factor $e^{-\tau_{\rm eff}}$, donde la opacidad efectiva es menor que la original. Dependiendo de la dureza (pendiente) del espectro inyectado, puede ser más o menos notable la acumulación de fotones con energías por debajo de la condición $\tau = 1$. Esto se ejemplifica en la Figura 7.4 para el

caso de un microcuásar de gran masa en el que su espectro intrínseco se ve afectado por una cascada producida por la interacción de fotones γ con la radiación estelar.

7.2.1. Cascadas electromagnéticas en la materia

Consideremos una cascada electromagnética en un medio donde el Bremsstrahlung relativista es el principal mecanismo de enfriamiento. Supongamos que un fotón de energía $E_\gamma \gg m_e c^2$ incide en tal medio. Su camino libre medio será

$$\lambda_\gamma \sim (\sigma_{\gamma p} n)^{-1}, \tag{7.34}$$

donde $\sigma_{\gamma p}$ es la sección eficaz para la creación de un par $e^\pm$ en el medio y n es su densidad.

El par creado a una profundidad $\lambda_\gamma = R$ dentro del medio tendrá, a su vez, un camino libre medio de:

$$\lambda_{e^\pm} \sim \frac{1}{\sigma_{\rm B}\, n}, \tag{7.35}$$

donde $\sigma_{\rm B}$ es la sección eficaz para Bremsstrahlung relativista. La energía de cada elemento del par $e^\pm$ es

$$E^{(1)}_{e^\pm} \sim \frac{E_0}{2}, \tag{7.36}$$

donde $E_0 = E_\gamma$. Después de una distancia $\lambda_{\rm B}$ (que es $\sim \lambda_\gamma = R$) cada partícula radía un nuevo fotón con energía

$$E^{(1)}_\gamma = \frac{E_0}{4}. \tag{7.37}$$

Estos fotones, al cabo de una distancia R, crearán nuevos pares. A medida que la cascada se desarrolla el número total de fotones y leptones aumenta pero su energía media disminuye. A una profundidad $L = z/R$ el número de

partículas será:

$$N(L) \sim e^{L}, \tag{7.38}$$

mientras que la energía por partícula a esa profundidad es:

$$E_{\gamma} \sim E_0 e^{-L}. \tag{7.39}$$

O sea que la energía va decayendo aproximadamente en forma exponencial con la profundidad.

La cascada cesa cuando se alcanza una energía:

$$E_{\mathrm{c}} \sim E_0 e^{-L_{\max}} \tag{7.40}$$

o

$$L_{\max} \sim \ln\left(\frac{E_0}{E_{\mathrm{c}}}\right), \tag{7.41}$$

donde $L_{\max}$ es la distancia a la cual el Bremsstrahlung deja de dominar las pérdidas. El número de fotones a esta profundidad es 1/3 del número total de partículas:

$$\begin{aligned} N_{e^{\pm}}(L_{\max}) &\sim \frac{2}{3} e^{\ln\left(\frac{E_0}{E_{\mathrm{c}}}\right)} = \frac{2}{3}\left(\frac{E_0}{E_{\mathrm{c}}}\right) \\ N_{\mathrm{total}} &\sim e^{-L_{\max}} \end{aligned} \tag{7.42}$$

El tratamiento general de una cascada electromagnética implica resolver las ecuaciones cinéticas acopladas que describen la cascada (se trata de ecuaciones integrodiferenciales). Es posible realizar ciertas aproximaciones que arrojan resultados semi-analíticos, como los que se muestran en la Figura 7.5; para mayores detalles ver Rossi & Greisen (1941). Un tratamiento alternativo para el estudio numérico de cascadas electromagnéticas (o hadrónicas) consiste en aplicar técnicas MonteCarlo.

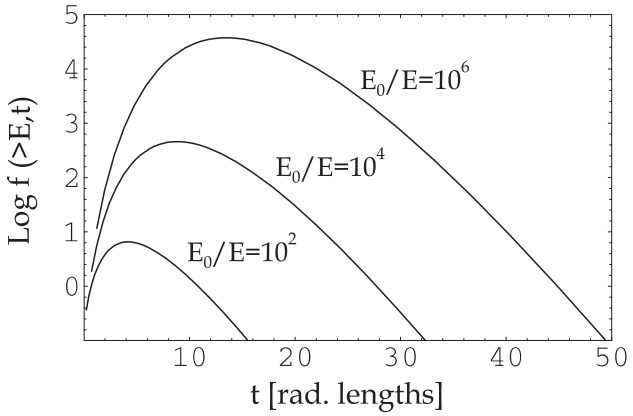

Figura 7.5: Número de fotones con energía $> E$ que una cascada genera a una dada profundidad dentro del material. Cuanto mayor es la energía E_0 del fotón inicial, más fotones se generan en total.

7.3. Cascadas hadrónicas

Cuando un protón de muy alta energía impacta en un núcleo, interacciona con algún nucleón produciendo piones. También pueden producise partículas extrañas y antinucleones. Si la energía es suficiente, cada nuevo hadrón puede también interaccionar dentro del núcleo dando lugar a una "mini-cascada" hadrónica. Los nucleones que interaccionan con el protón primario por lo general son removidos del núcleo dejándolo en un estado que puede ser inestable; como consecuencia el núcleo se fragmenta y se emiten núcleos más livianos en un proceso conocido como *spallation*. Los núcleos ligeros inyectados se suelen llamar *astillas* o *fragmentos de astillado*. Estos fragmentos son emitidos más o menos isotrópicamente en el sistema del laboratorio. En cambio, los productos de la cascada hadrónica tienen un una componente importante de su momento en la dirección de movimiento protón original. Normalmente, neutrones son eyectados tanto por el núcleo original como por los fragmentos.

Los piones producto de la cascada hadrónica decaen según:

$$\begin{aligned}
\pi^0 &\longrightarrow 2\gamma \\
\pi^+ &\longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\
\pi^- &\longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.
\end{aligned} \tag{7.43}$$

Los muones, a su vez, decaen como:

$$\begin{aligned}
\mu^+ &\longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\
\mu^- &\longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.
\end{aligned} \tag{7.44}$$

Tanto los rayos γ como los $e^\pm$ producidos en estos decaimientos dan lugar a cascadas electromagnéticas.

Los muones tienen vidas medias relativamente largas, por lo que antes de decaer pueden perder energía por los mismos mecanismos radiativos que afectan a los electrones y positrones. Los muones resultado de una cascada iniciada por un rayo cósmico en la atmósfera pueden alcanzar la superficie terrestre. Los detectores de rayos cósmicos, precisamente, operan detectando radiación Cherenkov que producen estos muones. Puede detectarse la luz Cherenkov que producen en la atmósfera o la que generan en tanques cerrados, llenos de agua.

Capítulo 8

Detectores

Los problemas y desafíos que plantea la detección y medición de rayos γ de origen cósmico son formidables. De hecho, la situación de la astronomía a estas energías es única, en el sentido de que sólo en esta banda el ruido de fondo es mucho mayor que las señales a detectar.

Para cuantificar este problema, observemos que el flujo medio de rayos X de 1 keV incidente sobre un detector en órbita es de $\sim$15 cm^{-2} s^{-1}, lo que es unas 100 veces más que el flujo de rayos cósmicos en las mismas condiciones. En cambio, el flujo medio de rayos γ con $E_\gamma > 100$ MeV es de $\sim 2 \times 10^{-4}$ cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} – unas mil veces menor que el correspondiente flujo de rayos cósmicos.

Al interaccionar con un detector, los rayos cósmicos producen partículas secundarias que a su vez producen rayos γ localmente. La eliminación de estas contribuciones locales al "fondo" de radiación ha sido y es el principal problema técnico en la astronomía γ.

Dado que los rayos γ interaccionan con la materia por diferentes procesos con distinta probabilidad según su energía, las técnicas de detección varían con la energía de los fotones a detectar. La relativa importancia de las distintas formas de interacción para los rayos γ de distintas energías en distintos materiales se muestra en la Figura 8.1.

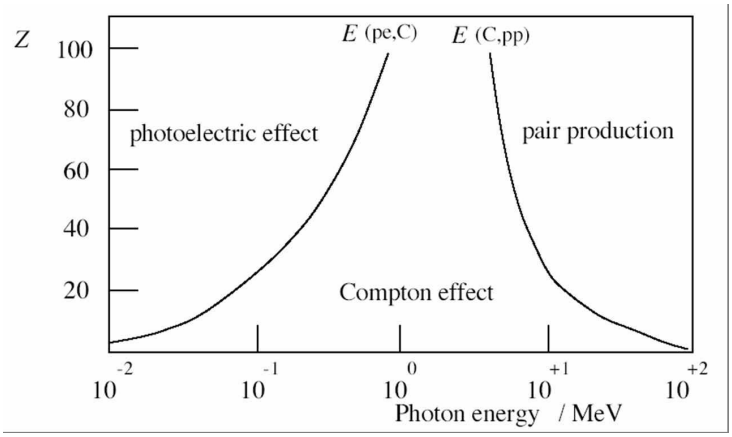

Figura 8.1: Importancia relativa de los diferentes mecanismos de pérdida de energía de un rayo γ en función de la energía del fotón y del número atómico del material blanco.

Los distintos instrumentos harán uso de estos efectos a las distintas energías. A energías muy altas ($E \geq 100$ MeV) los rayos γ producen cascadas en la atmósfera y sus características pueden ser inferidas a partir de la reconstrucción de las cascadas.

En la Figura 8.2 se muestran las curvas de sensibilidad para la detección de fuentes puntuales de los diferentes detectores gamma (tanto pasados como actualmente operativos) que se describirán a continuación, entre otros, más algunos detectores de rayos X. Comenzaremos describiendo los instrumentos que observan a muy altas energías desde Tierra y seguiremos hacia energías decrecientes, revisando los principales detectores espaciales.

8.1. Astronomía gamma desde tierra: telescopios Cherenkov

Cuando un rayo γ ingresa a la atmósfera inicia una cascada electromagnética (*extended air shower*, EAS). Si $E_\gamma > 100$ GeV, la cascada se desarrolla hasta una altitud de unos pocos km sobre el nivel del mar ($\sim$ 10 km para

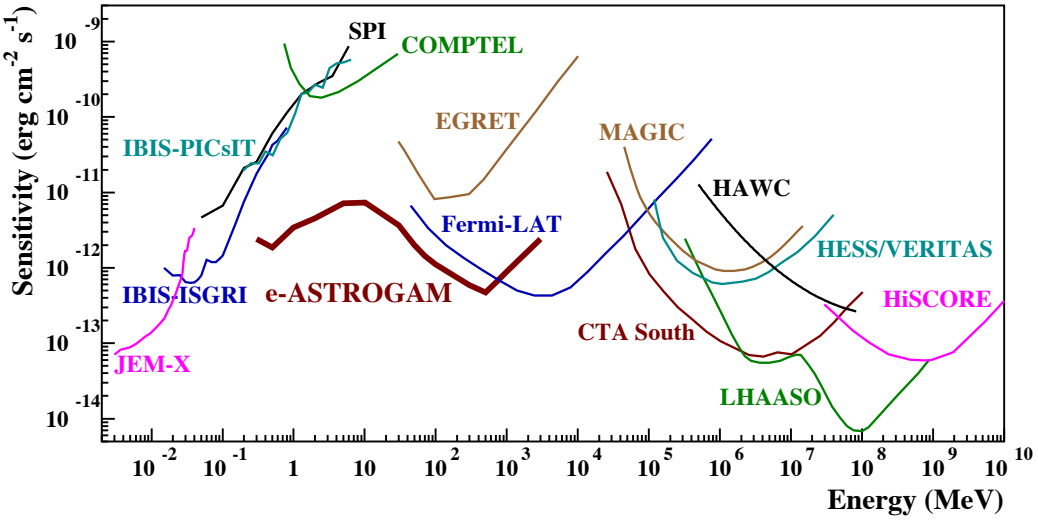

Figura 8.2: Curvas de sensibilidad en el continuo para fuentes puntuales de diferentes detectores de rayos X y γ. JEM-X (3–35 keV), IBIS (15 keV – 10 MeV) y SPI (18 keV – 8 MeV) son instrumentos a bordo del satélite *INTEGRAL*; las curvas corresponden a un tiempo de observación efectivo de un año. Las sensibilidades de COMPTEL y EGRET son para tiempos típicos de observación acumulados durante los 9 años de operación de la misión. Para el observatorio espacial *e-ASTROGAM* (0.3 MeV – 3 GeV) la sensibilidad es para una detección con 3σ después de un año de exposición efectiva para una fuente a alta latitud galáctica. La sensibilidad de *Fermi*-LAT es también para una fuente a alta latitud galáctica después de 10 años de observación en modo *survey*. Para MAGIC, VERITAS, HESS y CTA la sensibilidad corresponde a 50 horas de observación. Para HAWC, LHAASO ($1 - 10^3$ TeV) y HiSCORE ($10 - 10^4$ TeV) corresponden a 5 años, 1 año y 100 h de observación, respectivamente. LHAASO (Large High Altitude Air Shower Observatory) y HiSCORE (Hundred*i Square-km Cosmic ORigin Explorer), ambos en construcción con distinto grado de avance, son arreglos de detectores Cherenkov con un principio de funcionamiento distinto al de los IACT. De de Angelis et al. (2018).

$E_\gamma \approx$ 100 GeV - 1 TeV) donde se alcanza el número máximo de partículas secundarias; luego se desvanece más profundo en la atmósfera. Los leptones secundarios son relativistas y producen luz Cherenkov en el UV (con un pico en $\sim$ 300–350 nm a nivel del suelo) al propagarse en la atmósfera. La emisión Cherenkov se produce en forma de un pulso de duración de algunos ns y está contenida en un cono cuyo eje coincide con la dirección de arribo del rayo γ (ver Fig. 8.3). El área iluminada en tierra (*light pool*) tiene unos 250 m de diámetro, aproximadamente, y la densidad de fotones que arriban durante el pulso es de $\sim$ 100 m^{-2} a 1 TeV.

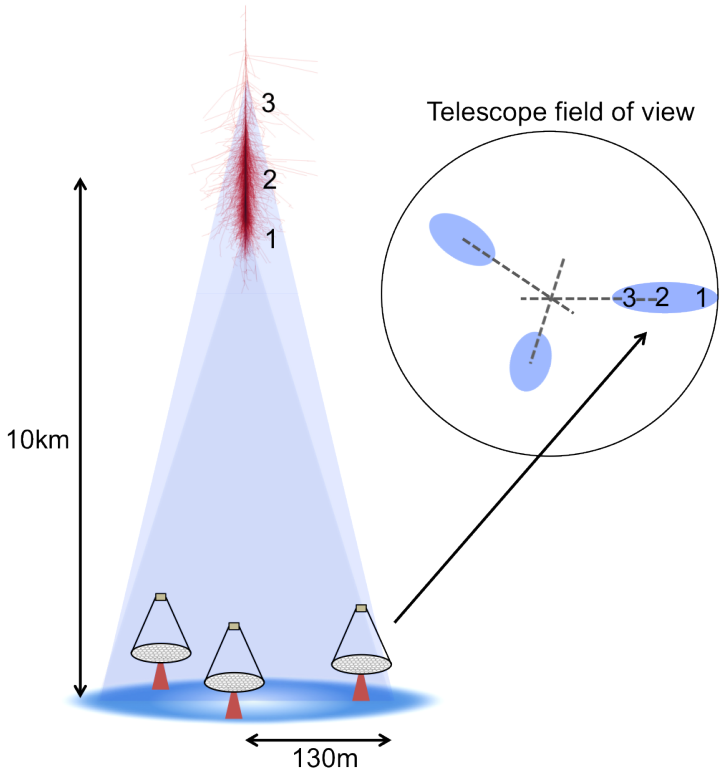

Figura 8.3: Esquema de la emisión y detección de la luz Cherenkov generada en una cascada electromagnética en la atmósfera.

La luz Cherenkov es colectada en telescopios formados por arreglos de espejos que la enfocan en una cámara que opera como detector. Las caracte-

rísticas de la imagen obtenida permiten determinar la dirección de arribo y energía del rayo γ. La forma de la misma permite rechazar eventos que no se deben a cascadas iniciadas por fotones. En particular, las imágenes debidas a cascadas electromagnéticas son elipses angostas y elongadas en el plano de la cámara. El eje mayor de la elipse corresponde a la extensión vertical de la cascada y apunta en la dirección de la fuente en el campo visual del telescopio. Una sola imagen no permite reconstruir apropiadamente la geometría espacial de la cascada, por lo que se utilizan arreglos de telescopios que proveen una visión estereoscópica: si varios telescopios detectan la misma cascada, la posición de la fuente queda determinada por la intersección de los ejes mayores de todas las imágenes.

La energía total emitida durante la cascada en forma de luz Cherenkov es proporcional a la energía del rayo γ primario. La intensidad de la imagen de la cascada combinada con el dato de la distancia de cada telescopio al punto de inicio de la cascada permiten estimar la energía del rayo γ. El rango de energías potencialmente detectables es de ~ 50 GeV a ~ 100 TeV, dependiendo del instrumento, el tiempo de exposición y la fuente observada. La resolución en enegía típica es de $15 - 20\,\%$ para $E_\gamma \gtrsim 100$ GeV.

El detector consiste en un espejo que colecta y refleja la luz Cherenkov sobre un foco donde hay un tubo fotomultiplicador (PMT). Si el tiempo de integración del PMT es mayor que la duración del destello Cherenkov, la señal detectada es:

$$C = \int_{E_1}^{E_2} C(E)\,\zeta(E)\,A\ \mathrm{d}E, \tag{8.1}$$

donde $C(E)$ es el flujo Cherenkov dentro de los límites de sensibilidad en energía E_1 y E_2 del PMT, $\zeta(E)$ es la curva de respuesta del PMT y A es el área colectora. A su vez, $C(E)$ depende de la transmisión atmosférica $T(E)$ y del espectro de emisividad de la cascada $\epsilon(E)$:

$$C(E) = \kappa\,\epsilon(E)\,T(E), \quad \kappa = \mathrm{cte}. \tag{8.2}$$

La señal Cherenkov se detecta sobre un ruido producido por el cielo nocturno. El brillo del cielo es:

$$B = \int_{E_1}^{E_2} B(\bar{E})\,\zeta(E)\,\tau\,A\,\Omega\ \mathrm{d}E, \tag{8.3}$$

donde τ es el intervalo de integración, $B(E)$ la dependencia del brillo con la energía de los fotones, y Ω el ángulo sólido cubierto por el telescopio.

La relación señal-ruido es entonces:

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{\sqrt{B}} = \int_{E_1}^{E_2} C(E) \left\{ \frac{\zeta(E)\,A}{B(E)\,\Omega\,\tau} \right\}^{1/2} \mathrm{d}E. \tag{8.4}$$

La mínima señal detectable es $\propto (S/N)^{-1}$. De aquí que la energía mínima detectable sea

$$E_\gamma^{\min} \propto \left\{ \frac{B(E)\,\Omega\,\tau}{\zeta(E)\,A} \right\}^{1/2} \frac{1}{C(E)}. \tag{8.5}$$

El brillo del cielo está constituido por la luz de las estrellas, el Sol, la Luna, el brillo nocturno, meteoros, rayos, nubes y fuentes de origen artificial. Para minimizar estos efectos, se observa en sitios aislados durante noches sin luna.

El principal problema para las observaciones Cherenkov, sin embargo, es el ruido de fondo producido por los rayos cósmicos. Las cascadas hadrónicas iniciadas en la atmósfera por los rayos cósmicos tienen componentes electromagnéticas que emiten luz Cherenkov.

Hay diferencias, no obstante, entre las cascadas iniciadas por rayos γ y aquellas iniciadas por rayos cósmicos que permiten diferenciarlas. La tarea no es fácil: las cascadas iniciadas por rayos cósmicos, a una energía dada, son 10^3 veces más numerosas que las iniciadas por rayos γ.

La diferenciación efectiva de ambos tipos de eventos se hace sobre la base de una técnica conocida como *Cherenkov imaging* o "mapeo Cherenkov", por lo que este tipo de detectores se conoce como *Imaging Atmospheric Che-*

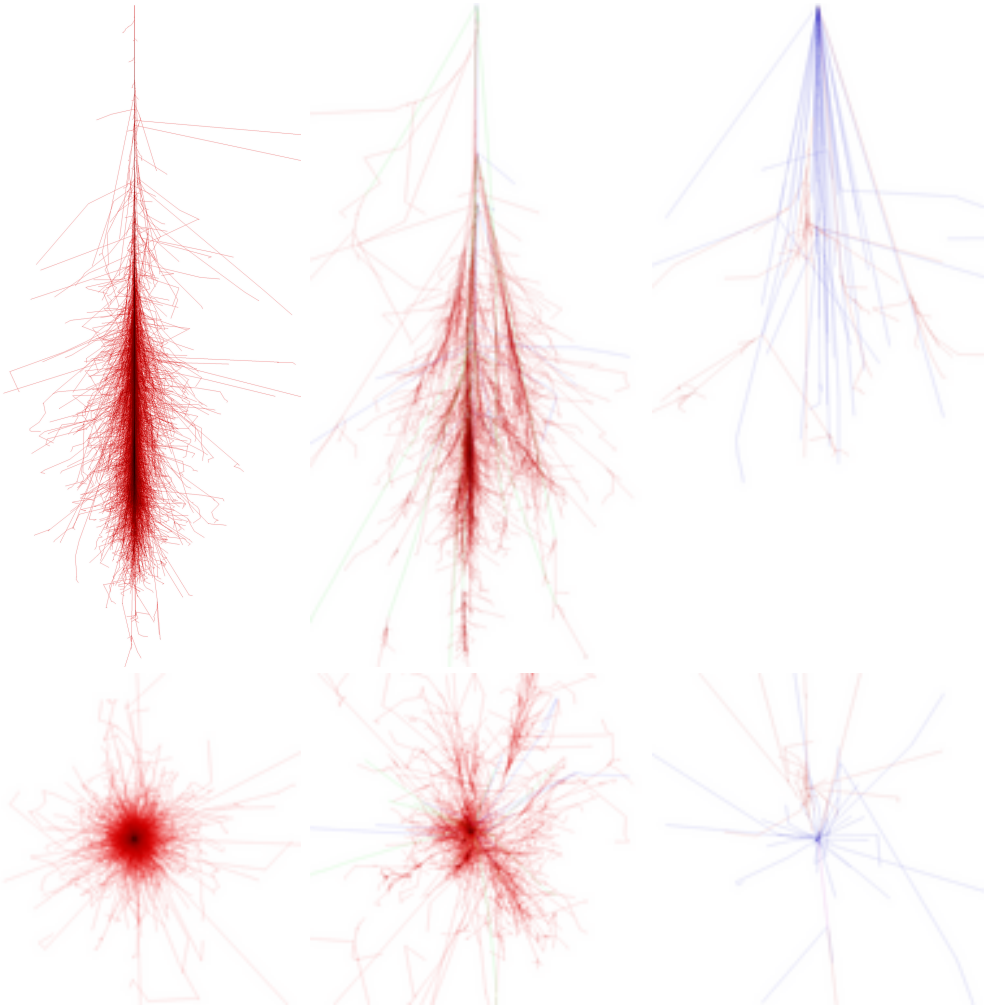

Figura 8.4: Geometría de la cascada en la atmósfera producida por un rayo γ (izquierda), un protón (medio) y un núcleo de Fe (derecha) de 100 GeV que interacciona a 30 km del suelo. Arriba: vista lateral. Abajo: corte trasversal al eje. Los trazos rojos corresponden a fotones y/o electrones-positrones de energía cinética > 0.1 MeV y los verdes y azules a muones y hadrones, respectivamente, de energía cinética > 0.1 GeV. El eje vertical abarca alturas entre 0 y 30.1 km; el eje horizontal se extiende ± 5 km alrededor del eje de la cascada. Simulaciones obtenidas con el código Monte Carlo CORSIKA. De Schmidt & J. Knapp, *CORSIKA Shower Images* (2005), https://www-zeuthen.desy.de/~jknapp/fs/showerimages.html.

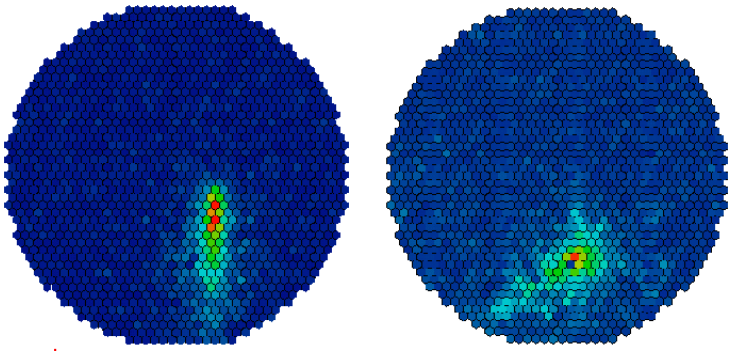

Figura 8.5: Imágenes en la cámara de un telescopio Cherenkov de una cascada iniciadas por un rayo γ (izquierda) y un protón (derecha). La escala de colores corresponde a la intensidad de la luz Cherenkov detectada en cada píxel.

renkov Telescopes (IACT). La técnica consiste en "pixelar" la imagen de la lluvia Cherenkov utilizando un arreglo de muchos PMT que forman una cámara colocada en el foco del telescopio. Al obtenerse una imagen de la lluvia Cherenkov es posible descartar eventos de fondo en base a la forma y la orientación de la imagen (ver Figuras 8.4 y 8.5). Como se dijo, las imágenes de cascadas iniciadas por rayos γ son elipses angostas y elongadas. Las cascadas hadrónicas iniciadas por rayos cósmicos producen partículas secundarias cargadas con una importante componente transversal de su momento, que a su vez disparan sub-cascadas. Como consecuencia, las imágenes de las cascadas iniciadas por rayos cósmicos son más anchas e irregulares que las de las cascadas iniciadas por rayos γ. Para fuentes puntuales, como AGNs distantes, los modernos telescopios de tipo IACT pueden rechazar hasta el 99.999 % de los eventos disparados por rayos cósmicos. El rechazo es menos eficiente para fuentes extendidas (por ej. remanentes de supernova galácticos) pero aún se puede aplicar la técnica para obtener mapas de emisión en rayos γ. La resolución angular depende de la energía, pero es típicamente de 0.1° para $E_\gamma \gtrsim 100$ GeV.

Los detectores de tipo IACT de generación actual y futura incluyen los siguientes instrumentos:

▪ **H.E.S.S. (High Energy Stereoscopic System).** Una colaboración entre 13 países liderada por Alemania y Francia. Está ubicado en Namibia y consta de 4 telescopios de 12 m de diámetro dispuestos en un cuadrado y uno de 28 m de diámetro en el centro, que operan en modo estereoscópico (ver Figura 8.6). Puede detectar rayos γ con energías por encima de ~ 50 GeV con una resolución angular de $\lesssim 0.1°$.

▪ **VERITAS (Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System).** Observatorio colaboración entre EEUU y Canadá, ubicado en Arizona. Es un arreglo de 4 telescopios de 12 m de diámetro separados unos 100 m entre ellos, cada uno formado por 350 espejos individuales. Detecta rayos γ con sensibilidad máxima en el intervalo 0.1–10 TeV, con una resolución en energía del 17 % y una resolución angular de 0.08° a 1 TeV.

▪ **MAGIC (Major Atmospheric Gamma Imaging Cherenkov).** Es una colaboración entre 12 países, liderada por Alemania y España. El instrumento está ubicado a 2200 m sobre el nivel del mar en La Palma, Islas Canarias, y consta de dos telescopios de 17 m de diámetro que observan en modo estereoscópico. Detecta rayos γ con enegías entre ~ 50 GeV y ~ 20 TeV. Para fuentes puntales a $E_\gamma \gtrsim 200$ GeV, la resolución angular es de 0.07° y la resolución en energía del 16 %.

▪ **CTA (Cherenkov Telescope Array).** Este observatorio es el más importante de la próxima generación de arreglos Cherenkov, operado por un consorcio de más de 20 instituciones de 31 países. Estará formado por más de 100 telescopios de tres tamaños (4 m, 12 m y 23 m de diámetro) distribuidos entre dos sitios, uno en el hemisferio norte (La Palma, Islas Canarias) y otro en el sur (cerca de Paranal, Chile). El arreglo norte será más pequeño y está pensado especialmente para detectar fotones entre 20 GeV y 20 TeV (rango de energías bajo a medio), mientras que el arreglo sur operará en el rango completo de energías entre 20 GeV y 300 TeV. Se espera que CTA tenga una sensitividad 10 veces mejor que los instrumentos actuales. Debido

a su gran área colectora y ubicación en los dos hemisferios, se podrá observar prácticamente todo el cielo, con una tasa de detección 10 veces mayor a la actual. El comienzo de operaciones se estima para 2022 y el fin de la construcción de los arreglos para 2025.

Todos estos telescopios se caracterizan por tener una gran área efectiva ($> 0.1\,\mathrm{km}^2$), lo que da sensibilidad para medidas de variabilidad sobre escalas de tiempo cortas. Tienen además buena sensibilidad de flujo ($\sim 0.5\,\%$ del Crab[1] a 200 GeV en 50 horas), una energía umbral baja (< 100 GeV, que en el caso de MAGIC alcanza 30–50 GeV), buena resolución espectral ($\Delta E/E < 0.15$), una muy buena resolución angular ($< 0.1^\circ$ para fotones individuales y menor a 0.005° para localizar una fuente) y un gran campo visual ($\sim 3^\circ$).

Además de los telescopios Cherenkov basados en cámaras y en la técnica de imágenes, existe otro tipo de instrumentos donde lo que se detecta es la luz Cherenkov emitida por las partículas secundarias cargadas creadas en la cascada, dentro de enormes tanques llenos de agua. Eventualmente, también los rayos γ pueden interactuar dentro del tanque para producir pares electrón/positrón que luego emiten luz Cherenkov.

La emisión Cherenkov en agua es eficiente debido al alto índice de refracción del medio. Como vimos, la luz Cherenkov se emite dentro de un cono en la dirección de movimiento de la partícula relativista; el ángulo de apertura del cono depende del índice de refracción del medio. En aire ($n_{\mathrm{aire}} = 1.0003$) el ángulo de apertura del cono de emisión es de $\sim 1^\circ$, mientras que en agua ($n_{\mathrm{agua}} = 1.33$) es de $\sim 41^\circ$. Que el cono de emisión sea tan grande en agua permite detectar la emisión de prácticamente todas las partículas que entran

[1] La nebulosa del Cangrejo (*Crab nebula*) es una nebulosa de viento de púlsar cercana (1.9 kpc) y fue la primera fuente en ser detectada en rayos γ de muy alta energía con una significancia de más de 5σ – en 1989 con el telescopio Whipple, ahora reemplazado por VERITAS. En 2011, se observaron en el Crab *flares* en rayos γ de GeV. No se ha detectado variabilidad en la emisión γ de muy alta energía, por lo que el Crab se considera aún la fuente estacionaria más brillante en este rango. Se la utiliza frecuentemente como estándar y como referencia para reportar y comparar entre sí la performance de los detectores de rayos γ de muy alta energía.

Figura 8.6: Imagen del arreglo de telescopios HESS en septiembre de 2012. De Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:H.E.S.S._II_Telescope_Array.jpg.

al tanque, mediante alguno de los varios PMTs instalados en su interior.

Uno de los observatorios de rayos γ que actualmente operan basados en esta técnica es HAWC (*High-Altitude Water Cherenkov Gamma-Ray Observatory*), situado a 4100 m sobre el nivel del mar en el Parque Nacional Pico de Orizaba, México. Es una colaboración entre instituciones de los EEUU y México. HAWC es el sucesor del observatorio Milagro, el primero de su tipo, que operó hasta 2008 a más de 2500 m de altura en Los Álamos, Nuevo México.

HAWC está compuesto por 300 tanques de 4 m de alto y 7 m de diámetro, muy cercanos entre sí (ver Figura 8.7). Cada tanque contiene 4 PMTs en el fondo mirando hacia arriba. Puede detectar fotones de hasta 100 TeV y la ubicación a gran altura permite bajar el umbral de detección hasta energías de 100 GeV. La dirección de arribo del rayo γ se reconstruye en base a la diferencia temporal en el disparo de los fotomultiplicadores. El rechazo de los eventos debidos a cascadas iniciadas por rayos cósmicos se realiza en base al

patrón de fotomultiplicadores que se disparan en todo el detector. Más del 99 % de las cascadas hadrónicas son correctamente rechazadas a $E_\gamma \gtrsim 3$ TeV; este porcentaje aumenta a energías mayores cuando se dispara un mayor número de fotomultiplicadores. La resolución angular de HAWC es de $\sim 0.1°$ a > 10 TeV y mejora a energías mayores, lo que lo hace comparable a los detectores de tipo IACT a las energías más altas. La resolución en energía es sin embargo más pobre – típicamente del 50 % para $E_\gamma > 10$ TeV. Una ventaja de este tipo de detectores frente a los IACT es que pueden operar en forma continua, tanto de día como de noche, y que su campo de visual instantáneo es muy grande, ~ 15 % del cielo.

Figura 8.7: Imagen del observatorio HAWC en 2016. De https://www.hawc-observatory.org/.

8.2. Astronomía gamma espacial

8.2.1. 30 MeV $\leq E_\gamma \leq 300$ GeV

En este rango de energía se utilizan detectores en órbita basados en la creación de pares electrón-positrón en interacciones de rayos γ con materia. El

detector es el telescopio mismo y la superficie del detector es el área colectora.

Historicamente, el principal tipo de telescopio por producción de pares ha sido "la cámara de chispas" (*spark chamber*). Los instrumentos más importantes que utilizaron esta tecnología fueron SAS-II (1973), COS-B (1975-1982) y EGRET a bordo del satélite *Compton* (1991-2000).

Los elementos básicos en una cámara de chispas son:

- El rastreador (*tracker*). Su función es determinar la dirección de llegada del rayo γ a partir de las trayectorias de un par creado por él. En general consiste en una serie de placas metálicas colocadas en paralelo en una cámara sellada y llena de gas a presión, de modo que el paso de un e^+ o e^- deje una estela de ionización. Las placas están conectadas de forma tal que cuando una partícula cargada se mueve en la cámara hay una diferencia de potencial entre placas sucesivas. Al pasar la partícula cargada e ionizar el gas, se produce una chispa eléctrica entre placas. Las posiciones en las que se producen las chispas permiten determinar el movimiento de la partícula.

El gas que llena la cámara suele ser una mezcla de neón y etano. Las placas pueden estar hechas de tungsteno. Las placas deben ser suficientemente gruesas como para que un rayo γ en el rango de energía de interés sea absorbido y cree un par $e^{\pm}$, pero no tan gruesas como para que afecten en forma significativa la trayectoria del par $e^{\pm}$ una vez creado.

El área efectiva y la resolución angular del instrumento quedan determinadas por la geometría de la cámara de chispas.

- El disparador (*trigger*). El disparador activa la diferencia de potencial entre las placas cuando la cámara es atravesada por una partícula cargada. En general se utilizan centelladores plásticos. La eficacia de los disparadores es la que básicamente determina el campo visual del instrumento.

- El calorímetro. Su función es absorber los $e^{\pm}$ para así medir su energía y por tanto la del rayo γ original. Su espesor debe ser de varios caminos libres

medios del electrón en el material usado. El instrumento EGRET utilizaba un cristal de NaI(T1) (ioduro de sodio).

- El escudo de anti-coincidencia (*anticoincidence shield*). Rodea al receptor e indica el paso de partículas cargadas. Tiene, por el contrario, una sección eficaz muy baja para interacción con rayos γ. Generalmente es un centellador plástico monitoreado por fotomultiplicadores. Cuando los fotomultiplicadores se disparan (indicando el paso de un rayo cósmico) no se aplica una diferencia de potencial a las placas y el evento no se registra. Esto permite eliminar el ruido de fondo producido por rayos cósmicos cargados (aunque no por neutrones).

El instrumento más importante que utilizó una cámara de destellos fue EGRET (*Energetic Gamma-Ray Experiment Telescope*), uno de los 4 detectores del observatorio espacial *Compton* (*Compton Gamma-Ray Observatory*) de NASA que funcionó con gran éxito entre 1991 y 2000. El peso total del instrumento EGRET era de 1.9 toneladas y su área efectiva de 1600 cm^2. Operaba en el rango de energía 20 MeV – 30 GeV. Su campo visual cubría ~ 0.6 sr, con una resolución en energía $\Delta E/E \sim 0.2$. La sensibilidad en el continuo era $\sim 5 \times 10^{-8}$ s^{-1} cm^{-2} a energías $E_\gamma > 100$ MeV – unas 10 veces más sensible que instrumentos anteriores. Una caja de error típica en la localización de una fuente tenía un radio $\sim 0.5°$. EGRET fue el primer instrumento con el que se completó un relevamiento (*survey*) del cielo en rayos gamma por encima de 100 MeV. Detectó un total de 271 fuentes, dos tercios de ellas no identificadas.

La principal limitación de las cámaras de chispas es que el contenido de gas se agota y a medida que eso sucede el rendimiento del instrumento se va deteriorando. Los telescopios actuales que operan por creación de pares utilizan los mismos principios físicos pero no usan cámaras con gas (ver Figura 8.8). Esta tecnología ha sido remplazada por la de detectores de silicio. Estos son semiconductores que permiten medir el punto de interacción de una partícula cargada con gran precisión. La interacción con la partícula cargada

genera corrientes en el semiconductor. Esto permite una inmediata digitalización de la lectura del instrumento. Al no depender de chispas, el gas no es necesario para rastrear el camino de las partículas.

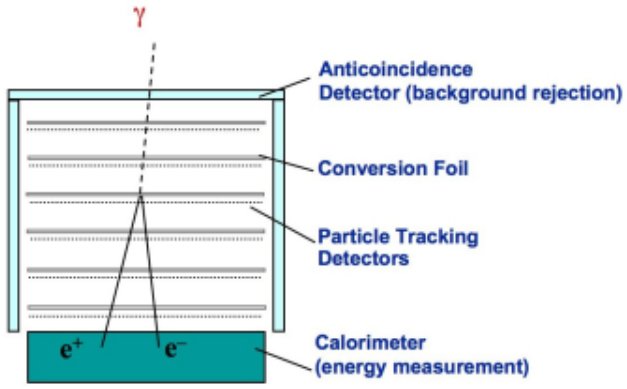

Figura 8.8: Esquema de la composición y principio de funcionamiento de una cámara de chispas moderna como la del instrumento *Fermi*-LAT, que opera sin gas consumible.

Los observatorios satelitales de rayos γ *Fermi* (previamente llamado *GLAST*, operativo desde 2008) y *AGILE* (*Astro-Rivelatore Gamma a Immagini Leggero*, operativo desde 2007) incorporan esta tecnología. El instrumento LAT (*Large Area Telescope*) a bordo de *Fermi* es un detector por producción de pares con tecnología de silicio. El instrumento tiene 16 módulos de conversión/rastreo de pares en una disposición de 4×4 torres independientes, cada una con su calorímetro. Las placas (18) de cada torre utilizan tungsteno como elemento de conversión $\gamma \rightarrow e^{\pm}$ y luego tiras de semiconductores de silicio como trazadores. Cada torre mide 87.5 cm. Los calorímetros están hechos de CsI(Tl) (ioduro de cesio). Todos los sistemas están rodeados por un escudo de anticoincidencia construido con un centellador plástico y fototubos en miniatura para las lecturas. No hay elementos consumibles (gas) en el instrumento. El peso total es de unas 3 toneladas.

LAT opera en el rango de energía entre 20 MeV y 300 GeV. El área efectiva supera los 8000 cm^2 con un campo visual de más de 2 sr. Las características

de este instrumento implican una mejora notable respecto de EGRET. La sensibilidad a $E_\gamma > 100$ MeV es de 3×10^{-8} s^{-1} cm^{-2} (para una fuente puntual estacionaria después de un año de observación en modo *survey*), la resolución en energía típicamente mejor al 15 % y la resolución espacial entre 3.5° (100 MeV) y $\leq 0.15°$ (>10 GeV).

8.2.2. 1 MeV $\leq E_\gamma \leq$ 30 MeV

El coeficiente de absorción de un rayo γ en un medio material alcanza un máximo en el rango de 1 a 10 MeV. El mecanismo de interacción dominante es el de la interacción Compton directa: un rayo γ es dispersado por un electrón y le transfiere parte de su energía a este. El rayo γ original pierde energía y altera su dirección de propagación. La energía E_1^e transmitida al electrón y la energía E_γ del fotón incidente se relacionan con el ángulo de dispersión del fotón como

$$E_1^e = \frac{E_\gamma^2(1-\cos\theta)}{E_\gamma(1-\cos\theta)+m_e c^2}. \tag{8.6}$$

Un esquema de un detector que utiliza la técnica Compton se muestra en la Figura 8.9. Consiste de dos planos de detección P_1 y P_2. En el primer plano hay un detector-dispersor (donde el rayo γ interacciona por efecto Compton) y en el segundo un detector-absorbente (donde el fotón dispersado es absorbido). Las posiciones de las interacciones y la pérdida de energía del fotón en cada plano detector se miden para estimar la energía y dirección de arribo del rayo γ. Ambos detectores están separados por una distancia $d \sim$ 2 m. El detector P_1 está hecho de un material de bajo Z (ej. un centellador orgánico) mientras que P_2 está hecho con materiales de alto Z a fin de facilitar la absorción (ej. CsI o NaI).

La determinación de E_1^e y E_2^e permite obtener E_γ y θ:

$$\begin{aligned} E_\gamma &= E_1^e + E_2^e \\ \theta &= \arccos\left[1 - m_e c^2\left(\frac{1}{E_2^e} - \frac{1}{E_1^e+E_2^e}\right)\right]. \end{aligned} \tag{8.7}$$

Sin embargo, esto no es suficiente para determinar la dirección de llegada del rayo γ original en forma unívoca. Hay todo un cono de posibilidades (ver Figura 8.9). Esto hace que la resolución angular del instrumento no sea muy buena. El primer telescopio Compton que se construyó en 1973 tenía una resolución angular de solo 30°.

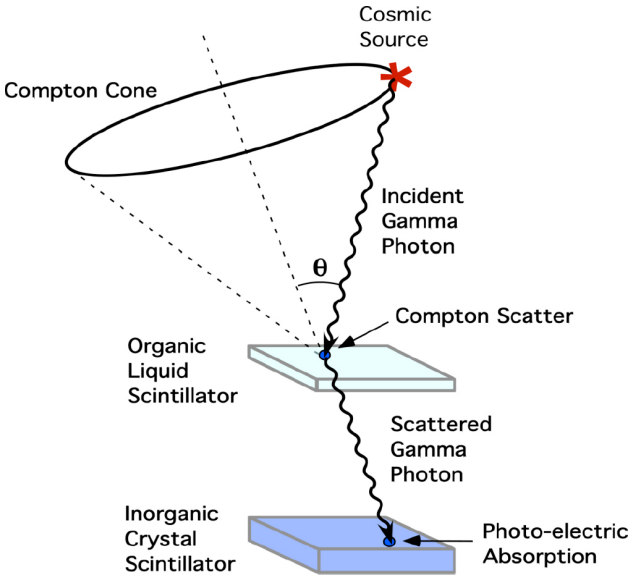

Figura 8.9: Esquema del funcionamiento de un telescopio Compton. La posición de la fuente queda acotada al cono de semi-apertura θ (*Compton cone*). Figura de Bloser & Ryan (2008), disponible online en http://spie.org/newsroom/1058-new-materials-advance-gamma-ray-telescopes?SSO=1.

COMPTEL, instrumento a bordo del observatorio *Compton*, logró mejorar sustancialmente la resolución angular hasta $\sim 1.25°$ a 10 MeV (3.5° a 0.5 MeV). En COMPTEL los planos de detección, compuestos de varios módulos, eran monitoreados por el PMT lo que permite fijar los puntos de interacción dentro de un círculo de solo 2 cm y de allí se obtiene una mejor caracterización del ángulo de dispersión. La determinación unívoca de la dirección de llegada del rayo γ puede lograrse midiendo la dirección de movimiento del electrón que absorbe la energía E_1^e. Ciertos materiales orgánicos

permiten estas determinaciones.

e-ASTROGAM es un proyecto de observatorio espacial que, de materializarse, explorará el cielo en el rango de energías de 0.3 MeV (pudiendo llegar hasta decenas de keV) a 3 GeV – aún pobremente estudiado. Contará con una sensibilidad uno o dos órdenes de magnitud superior a los instrumentos predecentes (COMPTEL, EGRET) para energías < 100 MeV en el continuo, y una muy buena resolución angular del orden de $\sim 0.15°$ a 1 GeV. Además podrá detectar líneas de emisión en rayos γ (la línea de aniquilación electrón-positrón y líneas de desexcitación nuclear, por ejemplo) – también con una sensibilidad superior a otros espectrómetros existentes como SPI-*INTEGRAL*. Otra característica muy interesante de *e-ASTROGAM* es que podrá medir polarización a energías de MeV tanto en fuentes estacionarias como transitorias, lo que permitirá obtener información valiosa sobre la geometría de los campos magnéticos en las fuentes γ. *e-ASTROGAM* contará con la doble capacidad de detectar eventos tanto de dispersión Compton (0.15–30 MeV) como de producción de pares (10 MeV–3 GeV) en un único detector, compuesto por un rastreador de tiras de Si, un calorímetro y un escudo anti-coincidencia.

8.2.3. $E_\gamma \leq 1$ MeV

A bajas energías el efecto fotoeléctrico es la interacción dominante de fotones con materia. Para detectarlos se utilizan distintos tipos de centelladores en los telescopios (Figura 8.10). Un centellador consiste de un material que convierte en luz parte de la energía perdida por ionización por una partícula cargada. Se suele acoplar con un instrumento fotoeléctrico que convierte la luz en una señal eléctrica. Los materiales centelladores pueden ser orgánicos (incorporados a plásticos) o cristales inorgánicos como NaI o CsI.

El principal problema de estos detectores es la contaminación de la señal por eventos disparados por rayos cósmicos. Una forma de aliviar el problema es utilizar un escudo activo, formado por centelladores, que indican cuando

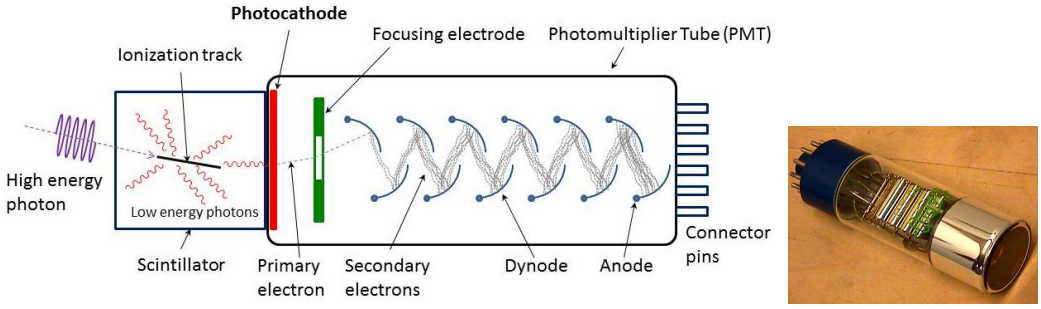

Figura 8.10: Izquierda: esquema de un centellador acoplado a un tubo fotomultiplicador en un detector de rayos γ de baja energía. De Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PhotoMultiplierTubeAndScintillator.jpg. Derecha: fotografía de un fotomultiplicador.

pasa a través de ellos una partícula cargada. Los eventos disparados en el detector principal se descartan.

La dirección de arribo de los rayos γ suele determinarse a través del uso de colimadores. Estos son opacos a los rayos γ y su geometría permite determinar un rango de ángulos de llegada para los rayos γ.

8.3. Emisión difusa y detección de fuentes puntuales

La interacción de los rayos cósmicos con el medio interestelar de la Galaxia produce emisión γ difusa. Toda fuente discreta debe ser detectada sobre este fondo. Se aplican dos técnicas básicas para remover la contaminación del fondo difuso.

Una es la llamada técnica *on/off*. Consiste en observar alternativamente en dirección a la supuesta fuente y luego a una región cercana libre de fuentes. El resultado de esta última observación se sustrae de la primera a fin de determinar el flujo real de la fuente. El problema de esta técnica es que la radiación de fondo dista de ser uniforme y una mala elección de la región *off*

puede introducir errores considerables.

La otra técnica consiste en hacer un modelo teórico del fondo que se sustrae a las observaciones. El modelo tiene como entradas las distribuciones de gas y polvo en la Galaxia, así como campos de radiación. Se calcula entonces, utilizando todos los procesos radiativos relevantes, la distribución de emisión γ resultante, que será una función de E_γ, l y b (energía de los fotones, longitud y latitud galáctica, respectivamente). El modelo de emisión difusa se sustrae sistemáticamente de todas las observaciones realizadas con el instrumento a fin de identificar fuentes discretas. El problema de esta técnica es que si el modelo es incompleto (por ejemplo si no incluye alguna clase de material que no es fácilmente trazable por las observaciones disponibles a otras longitudes de onda) entonces se pueden generar fuentes espurias.

Una técnica alternativa, similar a la *on/off* es la llamada de ocultación. En esta técnica se utiliza un ocultador hecho de algún material pesado como ser Pb para "tapar" la fuente del campo visual. Se miden entonces los fotones que llegan del fondo. Luego, la fuente se descubre y se vuelve a medir. El espectro de la fuente se obtiene sustrayendo ambos espectros. En algunos casos, el ocultador se mueve hacia delante y hacia atrás produciendo una modulación de la señal. De los cambios en la modulación pueden inferirse cambios en el fondo, especialmente si el instrumento se está moviendo. Esta técnica de modulación se llama "*chopper technique*".

8.4. Astronomía de neutrinos

Los neutrinos son partículas elusivas debido a su pequeña sección eficaz de interacción con la materia. Esa misma característica les da importancia astrofísica, ya que escapan de las diferentes fuentes sin ser afectados por problemas de absorción o pérdidas. Los neutrinos son partículas varios órdenes de magnitud más ligeras que todos los demás fermiones, son eléctricamente neutras, no sienten interacciones fuertes, e interactúan solo débilmente.

Los antineutrinos electrónicos producidos en reactores nucleares con energías de ~ 1 MeV, tienen una sección eficaz de sólo $\sim 10^{-44}$ cm^2. Esto significa que sólo un neutrino entre 10^{11} interactuará cuando viaje a lo largo del diámetro de la Tierra. A energías más altas la sección eficaz crece pero sigue siendo extremadamente pequeña. La Figura 8.11 muestra el comportamiento de la sección eficaz total de interacción de los neutrinos con la materia. El hecho de que la sección eficaz de interacción de neutrinos sea tan pequeña es la razón por qué la astronomía de neutrinos requiere de detectores gigantescos para lograr tasas de eventos apreciables.

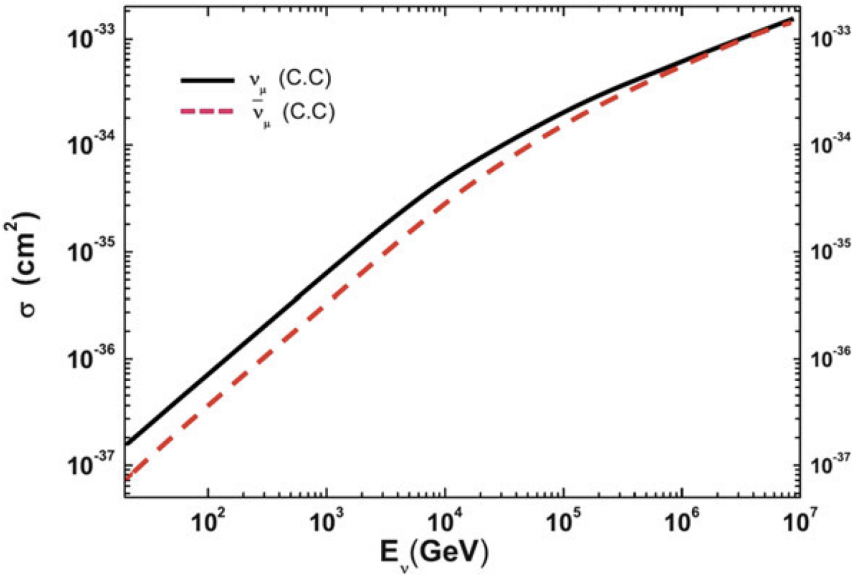

Figura 8.11: Sección eficaz para neutrinos y antineutrinos muónicos en función de su energía según una función particular de distribución de partones. Tomado de Spurio (2018).

La idea de un telescopio para neutrinos de alta energía basado en la detección de partículas secundarias producidas por interacciones de neutrinos se formuló por primera vez en el 1960. El principio básico de un telescopio de neutrinos es el de una matriz de luz formada por detectores ópticos

en agua o hielo, lo que ofrece un gran volumen absorbente para los neutrinos mientras que al mismo tiempo proporciona protección contra los rayos cósmicos secundarios. Las partículas cargadas relativistas producidas por la interacción de los neutrinos emiten radiación de Cherenkov en el medio transparente. Un detector debe medir con gran precisión el número y el tiempo de llegada de estos fotones en una matriz tridimensional de tubos fotomultiplicadores (PMT). De la información proporcionada por estos PMT se pueden reconstruir algunas de las propiedades del neutrino original (sabor, dirección, energía).

En la actualidad, existen dos grandes detectores de neutrinos de altas energías en el mundo. En el hemisferio sur, equipado con 86 cuerdas de detección incrustadas en el hielo antártico, está IceCube, que opera desde 2011. En el hemisferio norte, en el Mar Mediterráneo, ANTARES ha probado la técnica de detección con 12 cuerdas desde 2008. Será reemplazado por KM3NeT en el mar Mediterráneo, mientras que en el Polo Sur IceCube se mejora para convertirse en IceCube-Gen2. Neutrinos con energías superiores a 100 PeV pueden detectarse por otros métodos experimentales, por por ejemplo, mediante grandes conjuntos de detección de lluvias atmosféricas o técnicas radioacústicas.

Mientras que los rayos γ se pueden producir tanto por mecanismos hadrónicos (a través de la generación y decaimiento de π^0) como por procesos leptónicos (interacciones Compton inversa, Bremsstrahlung), los neutrinos de altas energías sólo pueden ser producidos por procesos hadrónicos (decaimiento de $\pi^\pm$ u otros mesones). Esos mesones cargados pueden ser el resultado de la interacción de protones u otros núcleos con campos de materia en el entorno de las fuentes o con campos de radiación. En esas interacciones se produce prácticamente el mismo número de cada especie de pión. El π^0 decae en dos γ mientras que los $\pi^\pm$ decaen como $\pi^\pm \to \mu^\pm + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$, y luego $\mu^\pm \to e^\pm + \bar{\nu}_e(\nu_e)$. Por lo tanto, hay tres neutrinos por cada pión, y seis neutrinos por cada dos rayos γ.

La relación entre la energía del neutrino producido en estas reacciones y el protón original es:

$$E_\nu \approx 0.05 E_p, \tag{8.8}$$

mientras que la relación entre las luminosidades es:

$$\frac{L_\nu}{L_\gamma} = \frac{1}{3}, \tag{8.9}$$

donde ν simboliza tanto neutrinos como antineutrinos.

8.4.1. Telescopios de neutrinos

Los telescopios deben ser capaces de detectar neutrinos individuales, determinar sus energías y direcciones de llegada. Esta es una tarea formidable no solo por la pequeña sección eficaz del neutrino, sino también por el enorme ruido producido en los instrumentos por los muones y neutrinos atmosféricos que son creados por los rayos cósmicos que bombardean la Tierra.

El principio básico de detección es que un neutrino interactúa con un átomo en una gran masa de agua o hielo produciendo un muón. El muón es una partícula cargada muy penetrante que se mueve por ese medio más rápido que la luz produciendo luz Cherenkov en el rango óptico. Esa luz es captada por arreglos 3D de tubos fotomultiplidores permitiendo reconstruir la dirección de propagación y energía del neutrino original.

Los neutrinos de alta energía interactúan con un nucleón N de un núcleo atómico, a través de interacciones débiles de corriente cargada (CC) ($i = e, \mu, \tau$),

$$\nu_i + N \to i + X, \tag{8.10}$$

o interacciones débiles de corriente neutra (CN),

$$\nu_i + N \to \nu_i + X, \tag{8.11}$$

donde X es el sistema hadrónico que se forma en la interacción y que se lleva parte de la energía del neutrino incidente.

Las partículas cargadas producidas por la interacción de neutrinos viajan a través del medio hasta que decaigan o interactúen. El camino libre medio depende de la energía de la partícula y las pérdidas en el medio. Los recorridos largos son producidos por interacciones CC ν_μ en o alrededor del detector: el alcance de un muón de 200 GeV corresponde a $\sim$ 1 km. En este caso, la longitud del camino del muón generalmente excede la resolución espacial del detector, por lo que la trayectoria de la partícula se puede resolver. Las lluvias electromagnéticas son inducidas por NC y por interacciones CC ν_e y ν_τ dentro del volumen instrumentado del detector que generan electrones y luego cascadas electromagnéticas.

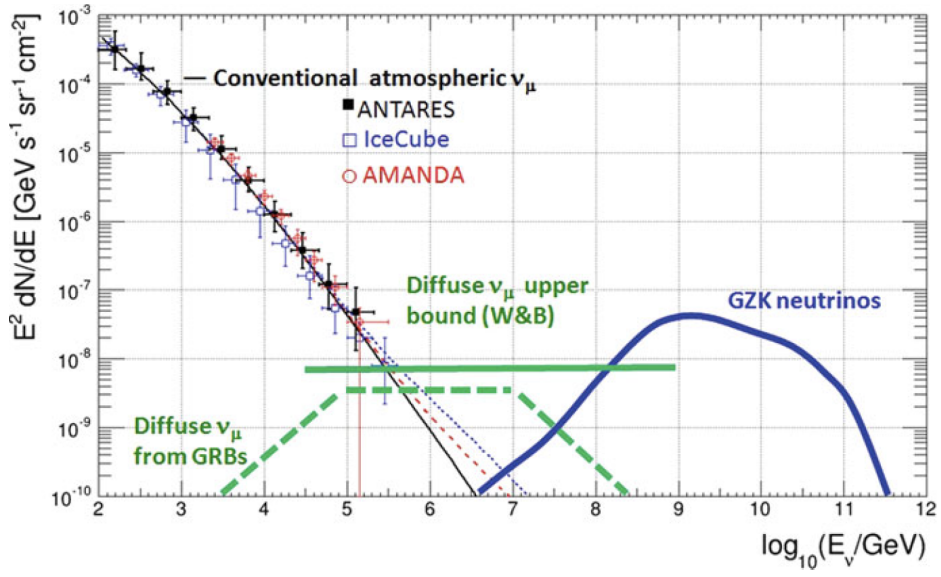

Figura 8.12: Diferentes fondos difusos de neutrinos. Por abajo de 10^5 GeV dominan los neutrinos atmosféricos. Luego las fuentes extragalácticas no resueltas, y a muy altas energías los neutrinos producidos por efecto GZK en los rayos cósmicos que interactúan con el CMB. Tomado de Spurio (2018).

Los neutrinos de fuentes astrofísicas discretas deben detectarse sobre di-

ferentes fondos difusos debidos a interacciones de rayos cósmicos con la atmósfera y fuentes no resueltas. Esos fondos se muestran en la Figura 8.12.

Además de los fondos debidos a neutrinos, existe una fuerte contaminación de los detectores por muones creados en la atmósfera por los rayos cósmicos. La Figura 8.13 muestra la dependencia del fondo de muones atmosféricos con el ángulo cenital.

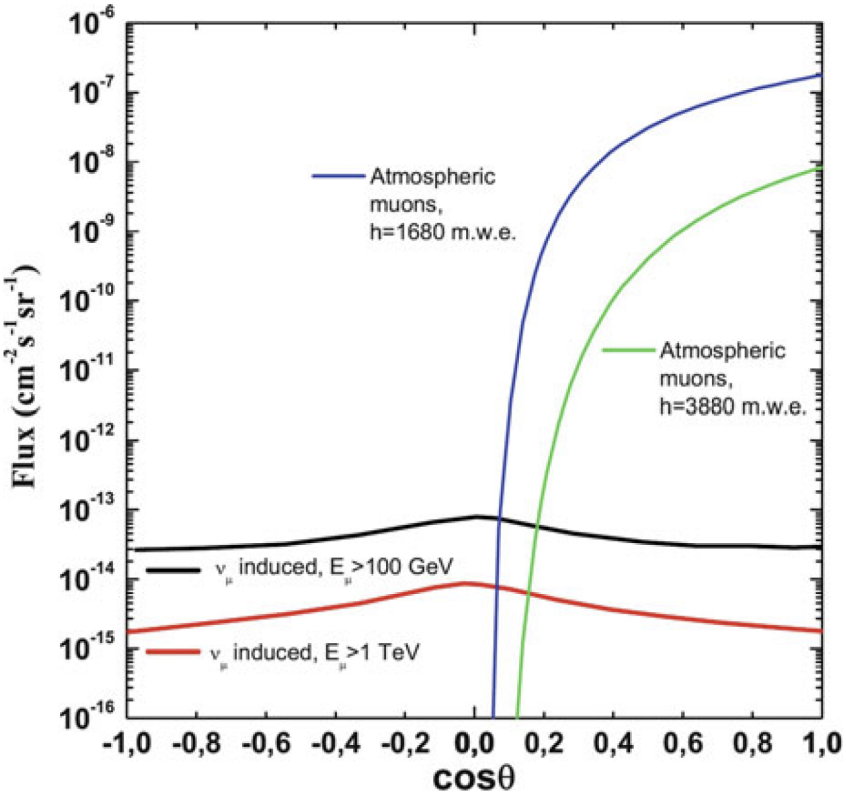

Figura 8.13: Flujo en función del coseno del ángulo cenital de muones atmosféricos. Tomado de Spurio (2018).

Los detectores de neutrinos deben tener buenas capacidades de seguimiento de los muones generados por las interacciones de los neutrinos en el hielo o el agua. Típicamente, se puede reconstruir la pista producida por una interacción de ν_μ CC con precisión mejor que 1°. La visibilidad del cielo pa-

ra los telescopios de neutrinos se reduce al hemisferio inferior para evitar la contaminación del enorme flujo de muones atmosféricos. Los telescopios de neutrinos, al contrario de todos los demás instrumentos dedicados a la astronomía, están "miran hacia abajo". Un telescopio localizado en el Polo Sur observa neutrinos que llegan a la Tierra por el hemisferio norte. La Figura 8.14 ilustra esta situación.

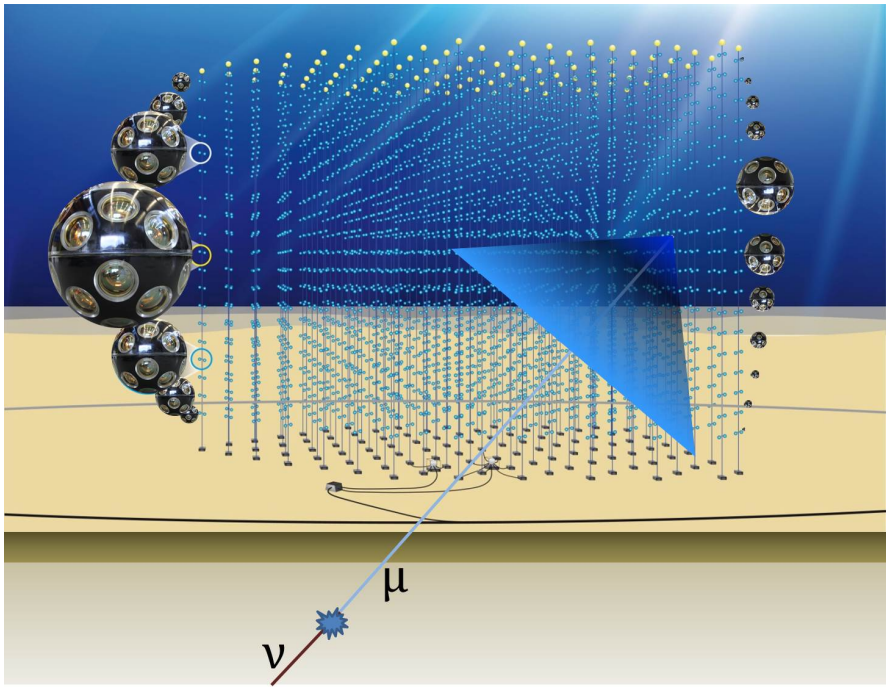

Figura 8.14: Esquema de un telescopio de neutrinos. El neutrino atraviesa la Tierra e interactúa cerca del detector produciendo un muón que produce radiación Cherenkov con una trayectoria ascendente lo que permite discriminarlo de los muones atmosféricos descendentes. Cortesía de la Colaboración KM3NET.

El número de eventos detectados sobre el intervalo de tiempo T es:

$$\frac{N_\nu}{T} = \int dE_\nu \frac{d\phi_\nu}{dE_\nu}(E_\nu) A_\nu^{\text{eff}}(E_\nu). \tag{8.12}$$

Aquí, $d\phi_\nu/dE_\nu$ es el flujo diferencial de neutrinos, y $A_\nu^{\text{eff}}(E_\nu)$ el área efectiva del detector, que se suele medir en cm^2. Suponiendo un área de sección eficaz $A = 1\ \text{km}^2$ y una eficiencia de detección del 10 %, el área efectiva a energías de 1 TeV corresponde aproximadamente a $A_\nu^{\text{eff}}(1\text{TeV}) \approx 10^3\ \text{cm}^2$ y el número de eventos esperados es ~ 1.5 por año. Por tanto, se requiere un detector del tamaño de $1\ \text{km}^3$ para detectar algunas interacciones de neutrinos por año de una fuente galáctica, de acuerdo con modelos de flujo de neutrinos estimados por las observaciones de rayos γ de TeV.

Capítulo 9

Fuentes de rayos γ

Llamamos fuente de rayos γ a un sistema astrofísico que emite una fracción significativa de su luminosidad electromagnética a energías mayores que 0.5 MeV. Las fuentes de rayos γ pueden clasificarse en 2 grandes grupos: pasivas y activas.

Las fuentes pasivas son simplemente "blancos" para flujos de partículas relativistas originadas en una región diferente. Las fuentes activas, por el contrario, aceleran partículas hasta velocidades relativistas y la interacción de estas partículas con los diferentes campos (materiales o electromagnéticos) locales da lugar a la radiación γ.

9.1. Fuentes pasivas

Las fuentes pasivas pueden ser, a su vez, de dos tipos: difusas o discretas.

Las fuentes difusas están formadas por un medio extendido y de baja densidad que es atravesado por rayos cósmicos. Observacionalmente, la fuente difusa más importante es el medio interestelar acumulado sobre el plano de la Galaxia. La irradiación de este material (básicamente H, más trazas de elementos más pesados como He y material molecular como CO y polvo) produce emisión γ de origen hadrónico a través de interacciones *pp*. La

existencia de esta emisión fue predicha por Hayakawa a principios de los años 1950, poco tiempo después del descubrimiento del pión. La intensidad de esta emisión dependerá de la densidad del medio y de la densidad local de los rayos cósmicos. La emisión muestra un fuerte gradiente de intensidad hacia bajas latitudes galácticas, donde se concentra la mayoría del gas. Esta emisión es la contribución más importante al fondo difuso detectado por varios instrumentos y debe sustraerse a fin de detectar las fuentes galácticas discretas.

Si escribimos

$$\epsilon_\gamma(\vec{r}) = \frac{q_\gamma(\vec{r})}{n(\vec{r})}, \tag{9.1}$$

donde n es la densidad del medio y $q_\gamma(\vec{r})$ la emisividad por decaimientos de π^0 en la dirección $\vec{r}$, el flujo total recibido a una distancia d será:

$$F_\gamma = \frac{1}{4\pi d^2} \int n(\vec{r}) \epsilon_\gamma(\vec{r}) \, \mathrm{d}^3 r, \tag{9.2}$$

donde la integral se extiende sobre toda la región donde se distribuye el gas. Si llamamos $\epsilon_{\gamma,0}$ a la emisividad local (en la vecindad del Sol), podemos escribir:

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_{\gamma,0}} \sim \frac{\omega_{\mathrm{cr}}}{\omega_{\mathrm{cr},0}} = \kappa_{\mathrm{S}} \tag{9.3}$$

donde ω_{cr} es la densidad de energía de los rayos cósmicos, que localmente vale

$$\omega_{\mathrm{cr},0} \sim 1 \text{ eV cm}^{-3}. \tag{9.4}$$

Luego

$$F_\gamma \sim \frac{1}{4\pi d^2} \int \kappa_{\mathrm{S}} \epsilon_{\gamma,0} n(\vec{r}) \, \mathrm{d}^3 r. \tag{9.5}$$

De aquí que, si se conoce la distribución de densidad del medio y su distancia (por ejemplo a través de observaciones radioastronómicas) puedan hacerse inferencias sobre la distribución de los rayos cósmicos en la Galaxia.

Sin embargo, la contribución del decaimiento de piones neutros no es la

única a la emisión difusa total. La interacción de la componente leptónica de los rayos cósmicos con el gas interestelar también puede producir radiación por Bremsstrahlung relativista. Además, la interacción de estas mismas partículas con la radiación cósmica de fondo a 2.73 K puede resultar en la producción de rayos γ. De aquí que deban desarrollarse modelos muy detallados para hacer una reproducción confiable de la emisión difusa de la Galaxia. Estos modelos deben contar con una descripción cuantitativa detallada de la distribución de materia en la Galaxia y con modelos adecuados de los diferentes campos radiativos (que además de la radiación de fondo cósmica incluyan campos infrarrojos y de luz estelar).

Las fuentes pasivas discretas están formadas básicamente por medio interestelar altamente estructurado. En particular, pueden ser fuentes discretas nubes moleculares masivas, nubes de polvo, o incluso nubes más pequeñas ubicadas localmente o próximas a aceleradores de rayos cósmicos.

Si la densidad de una de tales nubes es aproximadamente constante:

$$F_\gamma \sim \frac{M_{\rm cl}}{m_p}\frac{\epsilon_\gamma}{4\pi d^2}, \tag{9.6}$$

donde hemos asumido que la nube esta formada principalmente por H y $M_{\rm cl}$ es la masa total que es irradiada por los rayos cósmicos. Si $\epsilon_\gamma \sim \kappa_{\rm S}\epsilon_{\gamma,0}$,

$$F_\gamma \sim \frac{1}{4\pi d^2}\kappa_{\rm S}\ \epsilon_{\gamma,0}\frac{M_{\rm cl}}{m_p}. \tag{9.7}$$

Luego, podemos escribir:

$$\frac{F_\gamma}{\rm cm^{-2}\ s^{-1}} \sim 10^{-9}\left(\frac{M_{\rm cl}}{1000\ M_\odot}\right)\left(\frac{d}{\rm kpc}\right)^{-2}\kappa_{\rm S}\left(\frac{\omega_{\rm cr,0}}{\rm eV\ cm^{-3}}\right)\eta_A, \tag{9.8}$$

donde η_A es un factor que tiene en cuenta la presencia en el medio de elementos más pesados que el H.

De la Ec. (9.8) se observa que si $\kappa_{\rm S} \sim 1$ la mayoría de las nubes mole-

culares no serían detectables para instrumentos como EGRET (sensibilidad $\sim 10^{-8}$ cm^{-2} s^{-1}) a menos que 1) estén muy cerca ó 2) haya un acelerador cerca de tal forma que $\kappa_S > 1$.

Este último caso se puede dar si la nube está cerca de una fuente activa como ser un remanente de supernova o un microcuasar, objetos capaces de producir rayos cósmicos que se difunden por el medio. Es interesante notar que hay una acumulación de fuentes de rayos γ en regiones de formación estelar conocidas como asociaciones OB. En estas asociaciones hay objetos jóvenes que pueden acelerar partículas (pulsares, microcuasares, remanentes de supernova) y nubes que pueden ofrecer blancos pasivos a las partículas relativistas que en estas regiones tienen una densidad de energía mayor que la usual ($\kappa_S \gg 1$).

Como los campos magnéticos en las nubes moleculares son mayores que en el medio interestelar, una vez que los rayos cósmicos penetran en ellos pueden quedar atrapados allí, con tiempos de difusión muy largos, lo que aumenta la densidad de partículas relativistas en su interior.

9.2. Fuentes activas

Las fuentes activas de rayos γ son aquellas que son aceleradoras eficientes de partículas relativistas y, al mismo tiempo, ofrecen campos adecuados para que estas partículas interaccionen y emitan radiación γ. Podemos dividir a las fuentes activas en dos grandes clases: acretantes y no acretantes.

Entre las no acretantes podemos incluir a los púlsares aislados, los remanentes de supernova y los sistemas binarios de estrellas tempranas con vientos en colisión.

Fuentes activas no acretantes galácticas $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pulsares} \\ \text{Remanentes de supernovas} \\ \text{Binarias con colisión de vientos} \end{array} \right.$

Todas estas fuentes son galácticas. Entre las extragalácticas podemos mencionar a las galaxias *starburst*, a los cumulos de galaxias y a las galaxias normales.

$$\text{Fuentes activas no acretantes extragalácticas} \begin{cases} \text{Galaxias eruptivas (}\textit{starbursts}\text{)} \\ \text{Cúmulos de galaxias} \\ \text{Galaxias normales} \end{cases}$$

Las galaxias normales son fuentes débiles. Emiten, como nuestra Galaxia, radiación difusa que debido a su distancia puede aparecer como emisión discreta en el campo visual de un instrumento. Tal es el caso de la Gran Nube de Magallanes, detectada por EGRET. Como las galaxias normales son fuentes débiles, solo las más cercanas pueden ser detectadas con la tecnología actual.

Los *starbursts* o galaxias eruptivas son galaxias con episodios de formación estelar masiva. Están llenas de gas y se espera que en ellos la densidad de rayos cósmicos sea alta. De aquí que puedan ser fuentes de rayos γ significativas. Entre las más cercanas, NGC 253 ha sido detectada por CANGAROO II y M83 y Arp21 probablemente lo sean por *Fermi*.

Discutiremos ahora algunas de las fuentes galácticas no acretantes, en particular los púlsares, los remanentes de supernova y las binarias tempranas.

9.2.1. Púlsares

Hemos visto ya que los púlsares generan diferencias de potencial que permiten acelerar partículas hasta altas energías. Si $\vec{\Omega} \cdot \vec{B} < 0$ el campo eléctrico sobre el *polar cap* del pulsar se dirige siempre hacia afuera de la estrella. A diferencia de los leptones, los iones pueden estar firmemente aferrados a la superficie formando una red cristalina. En cambio, los positrones pueden ser libremente acelerados. Estos se mueven a lo largo de las líneas de campo sufriendo pérdidas por radiación de curvatura. Si el factor de Lorentz de los

positrones es γ_e, entonces

$$\frac{\mathrm{d}\gamma_e}{\mathrm{d}t} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{m_e c^2}\left(\frac{c}{R_\mathrm{c}}\right)^2 \gamma_e^4, \tag{9.9}$$

donde

$$R_\mathrm{c} \sim 10^{4.9}\left(\frac{R_*}{1\ \mathrm{cm}}\right)^{1/2}\left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{1/2}, \tag{9.10}$$

es el radio de curvatura. Esta energía se emite en fotones γ que inician una cascada electromagnética a través de la reacción:

$$\gamma + B \longrightarrow e^+ + e^-. \tag{9.11}$$

Los positrones son acelerados a su vez hacia fuera del pulsar, produciendo nuevos fotones γ y más pares $e^\pm$. Los electrones son acelerados hacia la superficie donde impactan produciendo un calentamiento que resulta en la emisión de rayos X térmicos. La interacción de estos rayos X con los fotones γ producidos por los electrones al moverse hacia el pulsar sobre las líneas de campo da lugar a pares sobre la superficie, de donde salen los positrones originalmente acelerados. La situación puede esquematizarse como se muestra en la Figura 9.1. Los rayos γ finalmente se escapan formando un cono con centro en el momento dipolar magnético. Además de esta emisión no isotrópica, puede haber emisión de rayos γ en el viento del pulsar y en la llamada nebulosa sincrotrón, como se muestra en la Figura 9.2 .

Como el pulsar esta en rotación, si Ω no es paralelo a $\vec{\mu}$ en el sistema del observador, la emisión aparece pulsada. El período de pulsación es igual al período de rotación P.

La cascada electromagnética produce un aumento del número de pares, que son eyectados a lo largo de las líneas de campo abierto formando el viento del pulsar. Una parte significativa de la energía, sin embargo, escapa en forma de rayos γ.

El número de pares creados depende de las características del sistema

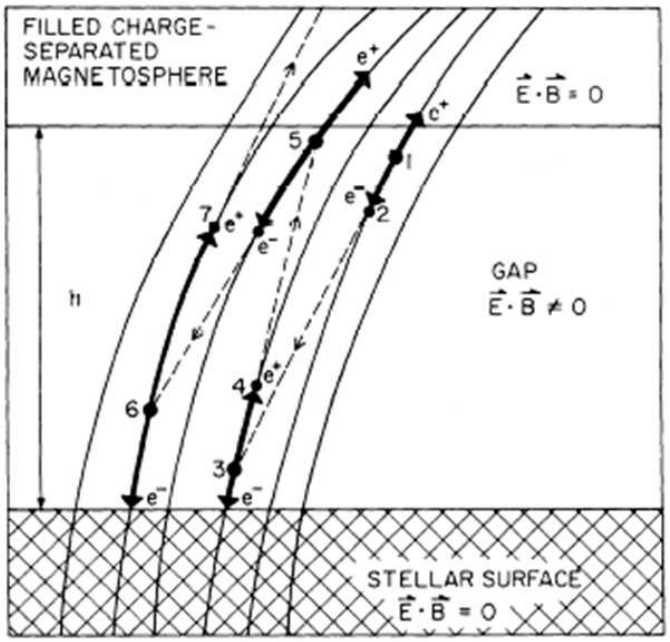

Figura 9.1: Producción de pares en la magnetosfera de un púlsar.

y los parámetros particulares asumidos, pero típicamente la multiplicidad (número de secundarios producidos por cada leptón primario inyectado) es $\kappa \sim 10^2 - 10^3$. El número de pares eyectados por unidad de tiempo es

$$\dot{N} = \frac{\kappa V}{e} = \frac{\kappa \Omega^2 B_{\rm S} R_*^3}{eC} \sim 2.7 \times 10^{33} \left(\frac{\kappa}{10^3}\right) \left(\frac{B_{\rm S}}{10^{12}\ {\rm G}}\right) \left(\frac{P}{1\ {\rm s}}\right)^{-2}\ {\rm s}^{-1}, \quad (9.12)$$

y por tanto la luminosidad total es:

$$L_{\rm total} \sim 2.7 \times 10^{33} \gamma \left(\frac{m_e c^2}{\rm erg}\right) \left(\frac{\kappa}{10^3}\right) \left(\frac{B_{\rm S}}{10^{12}\ {\rm G}}\right) \left(\frac{P}{1\ {\rm s}}\right)^{-2}\ {\rm erg\ s}^{-1}. \quad (9.13)$$

Para $\gamma \sim 1000$, $\kappa \sim 10^3$, $B_{\rm S} \sim 10^{12}$ G y $P \sim 0.1$ s se tiene $L_{\rm total} \sim 10^{32}$ erg s^{-1}.

Para hallar la fracción de esta luminosidad que se emite en rayos γ, con-

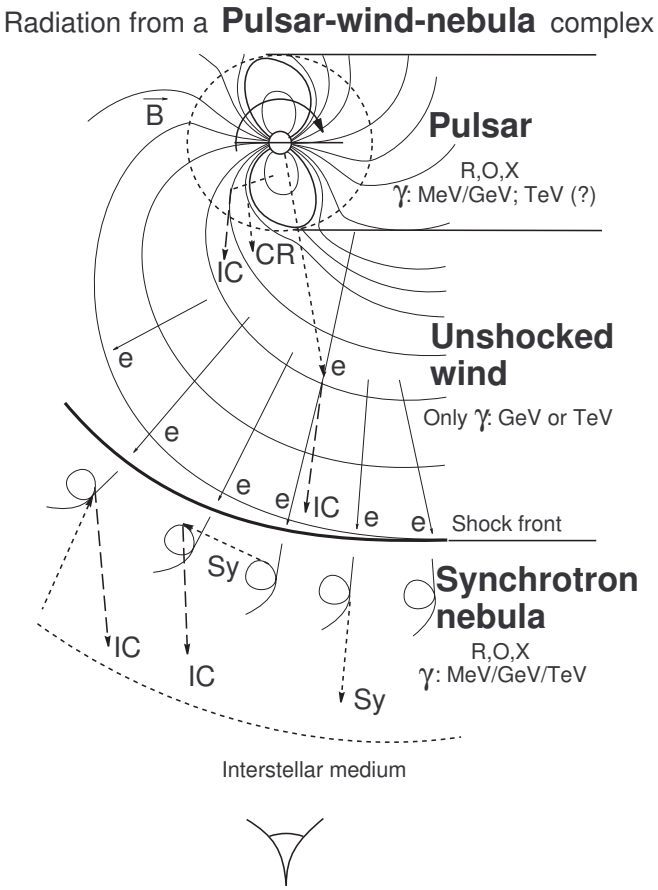

Figura 9.2: Existen tres regiones de radiación no térmica asociadas con la emisión por pérdida de energía rotacional en una estrella de neutrones. La primera región corresponde al pulsar y su magnetósfera, hasta el cilindro de luz. Esta emisión es periódica (pulsada). La segunda región corresponde al viento del pulsar, cuya emisión es debida principalmente a dispersiones Compton inverso de los e^- relativistas. Por último la nebulosa sincrotrón, donde las partículas son re-aceleradas en el choque entre el viento y el medio interestelar. De Aharonian & Bogovalov (2003).

sideramos:

$$\gamma_0 = \frac{e\,\Delta V}{m_e c^2}. \tag{9.14}$$

Luego, la dependencia de γ con la distancia al centro de la estrella será (integrando la ecuación diferencial para $\dot{\gamma}$):

$$\gamma(r) = \gamma_0 \left[1 + \frac{9}{8}\frac{e^2\,\Omega\,\gamma_0^3}{m_e c^3} \ln\left(\frac{r}{R_*}\right)\right]^{-1/3}. \tag{9.15}$$

Como las partículas escapan más allá del cilindro de luz:

$$\gamma_{\rm final} = \gamma(R_{\rm cl}), \quad R_{\rm cl} = \frac{c}{\Omega}. \tag{9.16}$$

Luego, la luminosidad en rayos γ será:

$$L_\gamma \sim \frac{\gamma_0 - \gamma_{\rm final}}{\gamma_0} L_{\rm total}. \tag{9.17}$$

Esto resulta del orden de 10^{31} erg s^{-1} para púlsares con $P \sim 0.1$ s. Debido a la dependencia con P^{-2}, púlsares más rápidos pueden ser significativamente más luminosos. Modelos más complejos implican *gaps* electrostáticos en regiones cercanas al cilindro de luz. Son los modelos de *outer gap*.

Los diferentes instrumentos del satélite *Compton* han identificado 7 púlsares que emiten en rayos γ, y hay varios candidatos más. En la Tabla 9.1 se dan las principales características de estos objetos. En dicha tabla, η es la eficiencia en la producción de rayos γ ($L_\gamma/\dot{\vec{r}}$), τ la edad del pulsar, d su distancia, F_E el flujo de energía medido en la Tierra y $L_{\rm HE}$ la luminosidad a altas energías. Se observa que los períodos están comprendidos entre 0.033 s (Crab) y 0.237 s (Geminga). Las luminosidades en rayos γ pueden llegar, como en el caso de Crab, a 5×10^{35} erg s^{-1}.

En la Figura 9.3 mostramos los pulsos de la emisión, a diferentes longitudes de onda. Como puede verse, en rayos γ es común una estructura doble del pulso que puede deberse a un efecto de apantallamiento de la radiación

Nombre	P (s)	τ (ky)	$\dot{E}$ (erg/s)	F_E (erg/cm^2/s)	d (kpc)	L_{HE} (erg/s)	η ($E > 1$ eV)
Crab	0.033	1.3	4.5×10^{38}	1.3×10^{-8}	2.0	5.0×10^{35}	0.001
B1509−58	0.150	1.5	1.8×10^{37}	8.8×10^{-10}	4.4	1.6×10^{35}	0.009
Vela	0.089	11	7.0×10^{36}	9.9×10^{-9}	0.3	8.6×10^{33}	0.001
B1706−44	0.102	17	3.4×10^{36}	1.3×10^{-9}	2.3	6.6×10^{34}	0.019
B1951+32	0.040	110	3.7×10^{36}	4.3×10^{-10}	2.5	2.5×10^{34}	0.007
Geminga	0.237	340	3.3×10^{34}	3.9×10^{-9}	0.16	9.6×10^{32}	0.029
B1055−52	0.197	530	3.0×10^{34}	2.9×10^{-10}	0.72	1.4×10^{33}	0.048
B1046−58	0.124	20	2.0×10^{36}	3.7×10^{-10}	2.7	2.6×10^{34}	0.013
B0656+14	0.385	100	4.0×10^{34}	1.6×10^{-10}	0.3	1.3×10^{32}	0.003
J0218+4232	0.002	460,000	2.5×10^{35}	9.1×10^{-11}	2.7	6.4×10^{33}	0.026

Tabla 9.1: Resumen de las propiedades de algunos candidatos a púlsares de rayos γ.

dentro del cono de emisión en el *polar cap* o a efectos asociados a la presencia de un gap exterior. El pulsar Geminga fue descubierto primero como una fuente de rayos γ no identificada y muy luego se hallaron pulsos en su emisión.

La existencia de estas pulsaciones indica que la fuente es un objeto compacto en rotación. Sobre escalas de tiempo largas, sin embargo, los púlsares no parecen ser variables. Por ello se los suele usar como población de comparación para estudiar la variabilidad de otras fuentes de rayos γ.

Los espectros de los púlsares de rayos γ muestran diferentes contribuciones: emisión no térmica de origen coherente en radio, emisión de rayos X térmica (proveniente de la superficie) y emisión no térmica incoherente en rayos γ; ver Figura 9.4. La mayor parte de la luminosidad es producida en rayos γ.

9.2.2. Remanentes de supernovas

Como hemos visto, los remanentes de supernova pueden acelerar partículas cargadas hasta velocidades relativistas por medio del mecanismo de

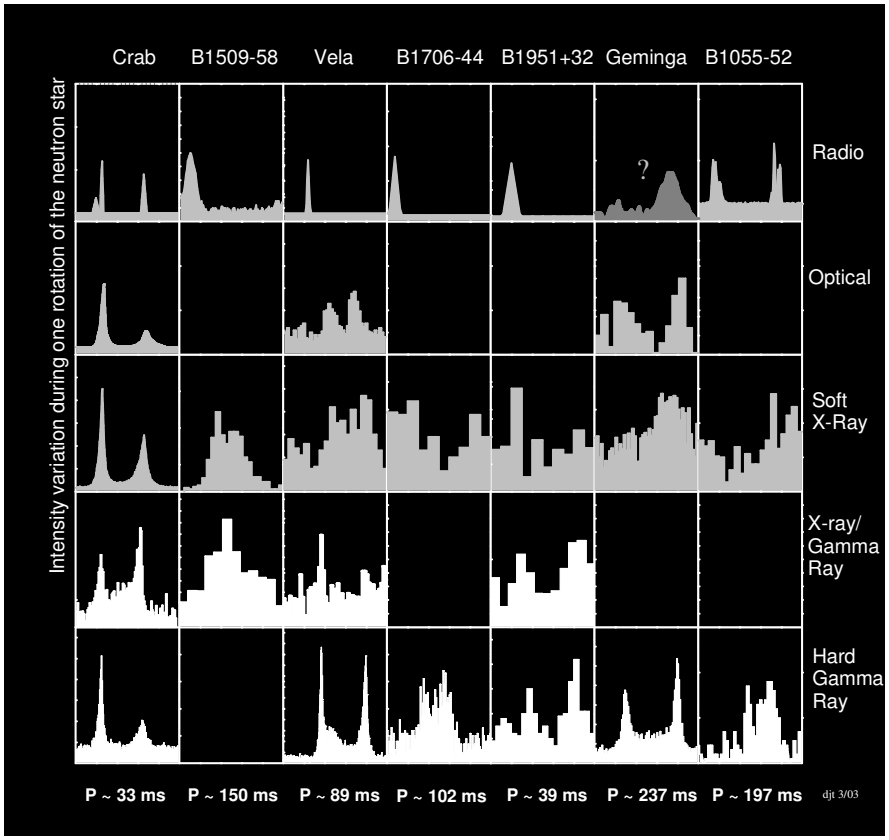

Figura 9.3: Curvas de luz de púlsares en distintas bandas de observación.

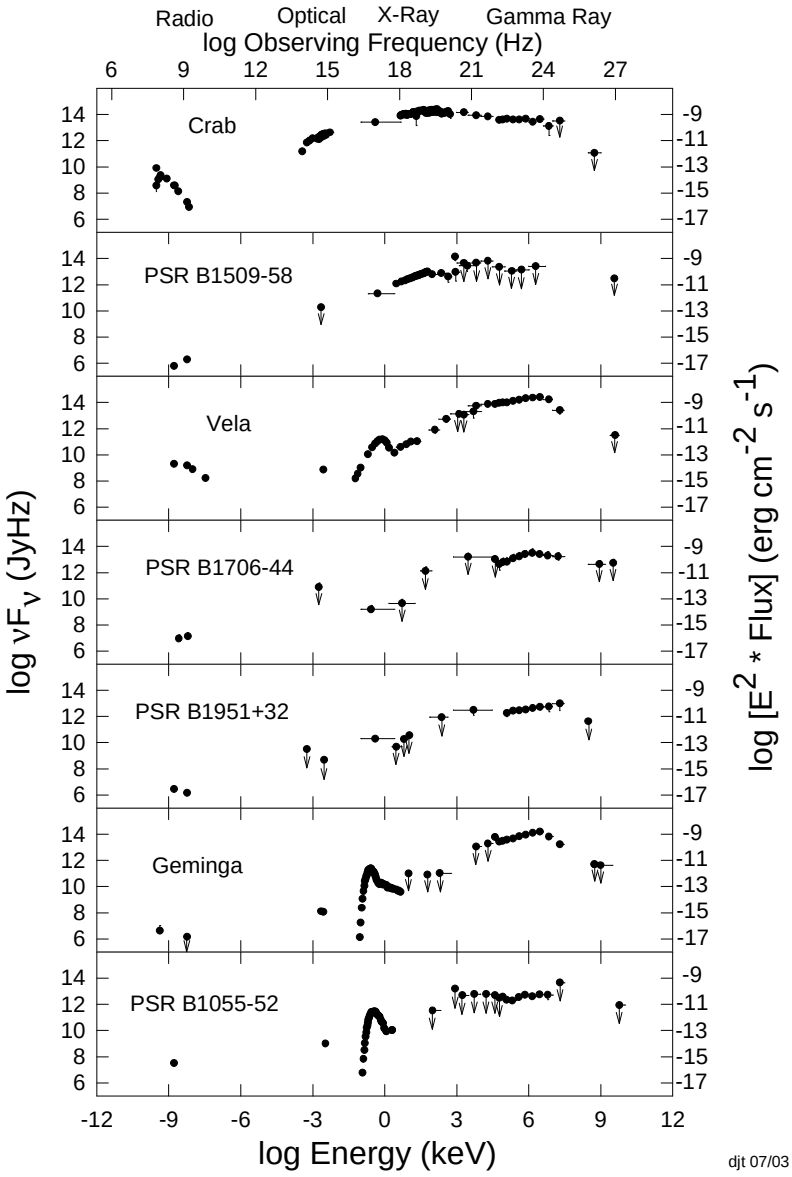

Figura 9.4: Distribución espectral de la emisión de algunos púlsares

.

Fermi. Se trata de un proceso de aceleración difusivo que lleva a una ley de potencias en la distribución de las partículas:

$$n(E)\,\mathrm{d}E = KE^{-\Gamma}\,\mathrm{d}E \quad [n] = \mathrm{cm}^{-3}. \tag{9.18}$$

El flujo isotrópico de estas partículas es:

$$I(E) = \frac{c}{4\pi} n(E) \quad [I] = \mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{erg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1}. \tag{9.19}$$

Estas partículas, ya sean electrones o protones, pueden interaccionar con el material barrido por la explosión de supernova produciendo rayos γ.

Consideremos un remanente de unos 10 pc de radio que se expande en un medio que originalmente tenía una densidad $n = 0.1$ cm^{-3}. El material desplazado por la onda de choque será:

$$N = \frac{4\pi}{3} R^3 n \sim \frac{4\pi}{3}(3 \times 10^{19})^3 \times 0.1 \sim 10^{59}\,\text{partículas}. \tag{9.20}$$

Si se trata de un medio formado por H:

$$M \sim N m_p \sim 10^{59} \times 1.67 \times 10^{-24}\,\mathrm{g} \sim 2 \times 10^{35}\,\mathrm{g} \sim 100 M_\odot. \tag{9.21}$$

Si el remanente está a una distancia d:

$$F_{\pi^0 \to 2\gamma}(E > 100\ \mathrm{MeV}) \sim 10^{-10} \left(\frac{M}{100 M_\odot}\right) \left(\frac{d}{\mathrm{kpc}}\right) \kappa_\mathrm{S}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}. \tag{9.22}$$

Vemos que para un remanente a 2 kpc se precisa $\kappa_\mathrm{S} > 200$ a fin de que sea detectable por un instrumento como EGRET. Si el remanente, por el contrario, se encuentra en un medio denso ($n > 1$ cm^{-3}), está en interacción con alguna nube molecular o es muy cercano, puede ser detectable. Un ejemplo de remanente con emisión γ de posible origen hadrónico es RX J1713-39, detectado por EGRET y HESS.

En remanentes no muy brillantes en radio (emisión producida por la radiación sincrotrón de leptones relativistas), se espera en general que la emisión de origen hadrónico domine sobre el Bremsstrahlung relativista. Por otro lado, en remanentes jóvenes, con alta densidad de rayos cósmicos que se expanden en un medio no muy denso, la interacción Compton inversa con fotones del CMB (a 2.73 K) puede ser dominante. Este parece ser el caso de SN 1006.

En esquema de la Figura 9.5 ilustra los diferentes mecanismos y regiones de emisión de un remanente que se encuentra interaccionando con una nube molecular.

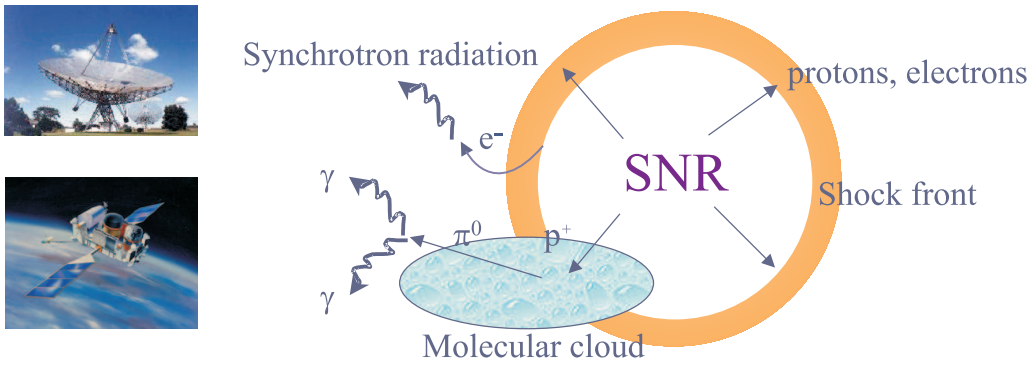

Figura 9.5: El remanente de supernova puede alcanzar una nube molecular cercana y fotones γ pueden producirse via interacciones *pp* entre los protones acelerados en el remanente y el material de la nube.

Hay 22 fuentes γ en el tercer catálogo EGRET que coinciden posicionalmente con remanentes de supernovas conocidos. La significancia estadística de este resultado es de 5.7σ, lo que sugiere que no todas esas coincidencias son fruto del azar. Adicionalmente, en el tercer catálogo *Fermi* esta lista asciende a cerca de 70 fuentes.

9.2.3. Binarias de estrellas tempranas

Estos sistemas están formados por estrellas tempranas como ser Wolf-Rayet o estrellas O, las cuales tienen fuertes vientos. Los vientos colisionan

formando una región delimitada por dos ondas de choque que pueden acelerar partículas hasta velocidades relativistas. Los electrones se enfrían entonces a través de radiación sincrotrón en radio (puede llegar hasta el IR o el óptico), que es detectada en muchos casos. Como las estrellas emiten mucha radiación electromagnética (con un pico en el UV) los electrones se enfrían también por interacciones Compton inverso. Estos últimos fotones caen en el rango X-γ. Los protones acelerados en la región de colisión de vientos también pueden producir rayos γ por decaimiento de π^0; este proceso puede ser eficiente si los vientos son lo suficientemente densos, o si los protones logran difundirse hasta la base del viento. La situación general se ilustra en la Figura 9.6 para un sistema WR + O. La única binaria con colisión de vientos que se ha confirmado que es una fuente de rayos γ y rayos X no térmicos es η-Carinae, aunque este sistema no tiene emisión sincrotrón observable puesto que dicha radiación es autoabsorbida en la fuente. Un ejemplo de binaria con colisión de vientos, emisión no térmica en radio y posible emision γ es HD 93129A.

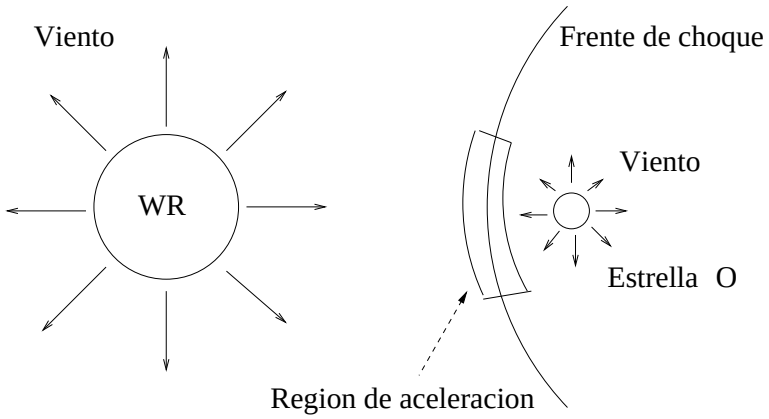

Figura 9.6: Sistema binario de dos estrellas de gran masa. En la región de colisión de los vientos estelares se genera un frente de choque donde se aceleran partículas.

9.2.4. Núcleos galácticos activos (AGN)

Trataremos ahora de *fuentes activas acretantes*. Veremos primero el caso de los núcleos galácticos activos, que fueron las primeras fuentes extragalácticas de rayos γ en ser identificadas. La primera fuente de esta clase fue el quasar 3C273, detectado por el satélite CosB en la década de 1970. En la Figura 9.7 se muestran los componentes básicos de un AGN.

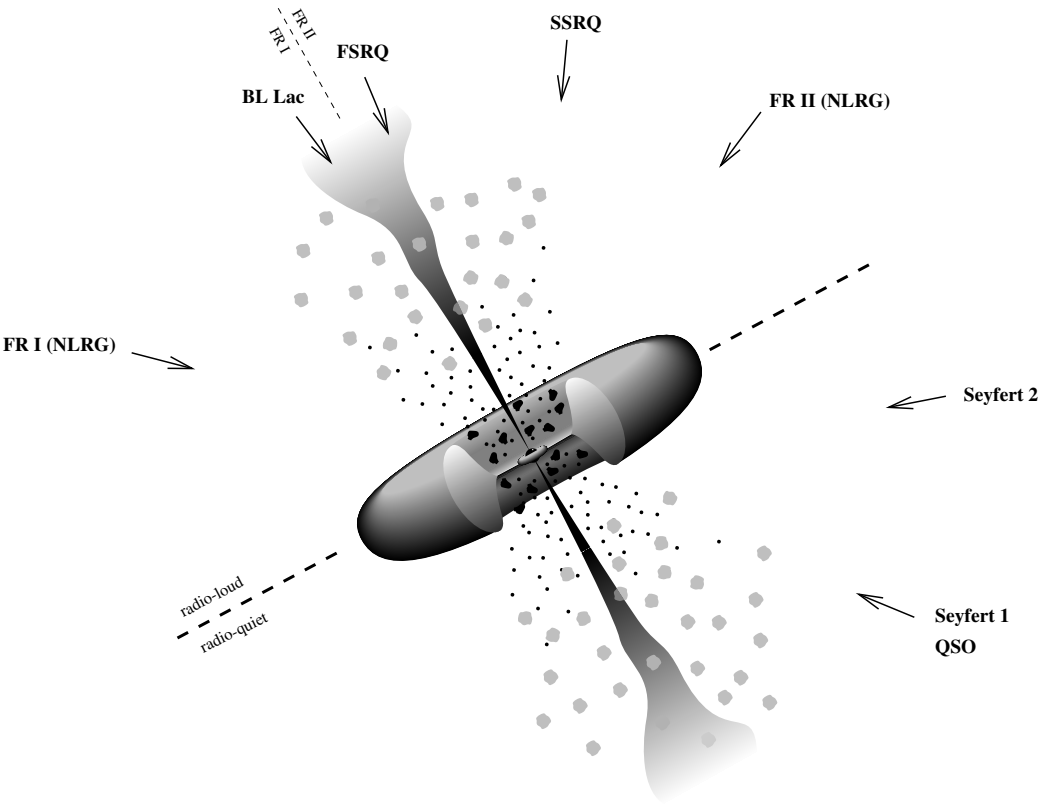

Figura 9.7: Modelo estándar de AGNs. En la figura se se nalan las distintas fenomenologías observadas (que corresponden a distintos ángulos de observación) de acuerdo al modelo de Unificación

Los núcleos galácticos activos presentan emisión electromagnética a lo largo de todo el espectro, desde radio hasta, en muchos casos, rayos γ (ver

Figura 9.8). De hecho, los blazares –un tipo de AGN con *jets* apuntando hacia el observador– son las fuentes de rayos γ más numerosas del tercer catálogo *Fermi*. Las distancias determinadas a través del corrimiento cosmológico al rojo de sus líneas espectrales y los flujos observados permiten inferir luminosidades gigantescas ($\geq 10^{44}$ erg s^{-1}). Al mismo tiempo suelen presentar variabilidad muy rápida lo cual implica que la región de emisión es extremadamente compacta. Resulta natural entonces suponer que la acreción de materia sobre un objeto compacto (por ejemplo, un agujero negro supermasivo con $M \sim 10^{7-10}\ M_\odot$) es responsable de la emisión.

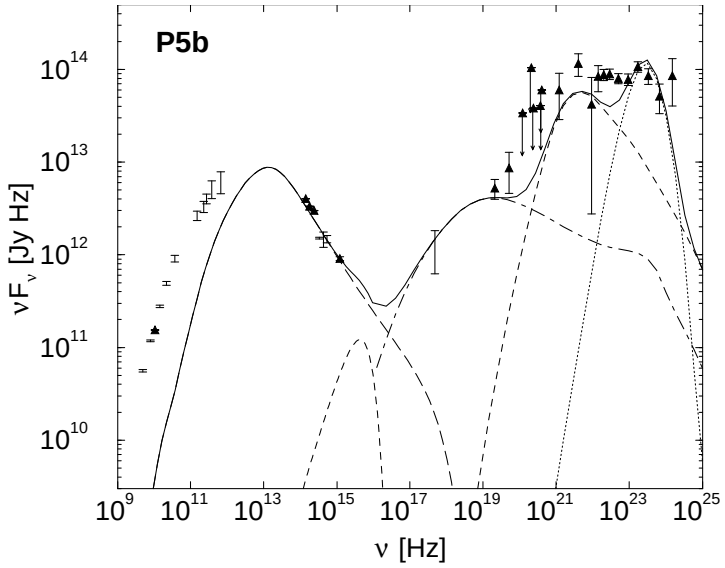

Figura 9.8: Espectro observado y teórico del blazar 3C 271.

Para que la acreción esférica de un gas sobre un objeto se mantenga, la atracción gravitatoria debe superar la presión de radiación:

$$|\vec{F}_{\rm rad}| \leq |\vec{F}_{\rm grav}| \Longrightarrow \frac{\sigma_T L}{4\pi c r^2} \leq \frac{GMm_p}{r^2}, \tag{9.23}$$

donde M es la masa del objeto compacto y L su luminosidad y se asumió un

gas de H. Luego,

$$L \leq \frac{4\pi G\, c\, m_p}{\sigma_T} M. \tag{9.24}$$

La luminosidad a la cual la acreación se detiene se denomina *luminosidad de Eddington*:

$$L_{\rm Edd} = \frac{4\pi G\, c\, m_p}{\sigma_T} M \simeq 1.3 \times 10^{46} \left(\frac{M}{10^8\ M_\odot} \right) \ {\rm erg\ s^{-1}}. \tag{9.25}$$

Asociada a esta luminosidad puede definirse la tasa de acreción de Eddington:

$$\dot{M} = \frac{L_{\rm Edd}}{c^2} \sim 0.23 \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right) \ M_\odot\, {\rm yr^{-1}}. \tag{9.26}$$

Ahora bien, algunos AGNs presentan luminosidades mayores que la de Eddington. Esto se interpreta como un indicio de la anisotropía de la emisión. De hecho, observaciones con interferómetros de radio muestran que la emisión no térmica forma *jets* o "chorros" que emanan de la fuente central.

La energía potencial de una masa m a una distancia r de la masa central M es:

$$U = \frac{GMm}{r}. \tag{9.27}$$

La tasa a la cual la energía potencial de la materia en acreción es convertida en radiación es:

$$L \approx \frac{dU}{dt} = \frac{GM}{r}\frac{dm}{dt} = \frac{GM\dot{M}}{r}, \tag{9.28}$$

donde $\dot{M}$ es la tasa de acreción sobre el objeto compacto. El radio de Schwarzschild de un agujero negro de masa M es:

$$R_{\rm S} = \frac{2GM}{c^2} \sim 3 \times 10^{13} \left(\frac{M}{10^8\ M_\odot} \right) \ {\rm cm}. \tag{9.29}$$

El radio de Schwarzschild indica la posición de la superficie que separa el interior del agujero negro del resto del Universo. La última órbita estable alrededor del agujero está a $3R_{\rm S}$, por tanto la energía liberada por la materia

acretante es:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{3R_{\rm S}} = \frac{GM\dot{M}}{6GM/c^2} \sim \frac{1}{6}\dot{M}c^2. \tag{9.30}$$

La eficiencia del proceso, por tanto, es mucho mayor que la de procesos termonucleares. De hecho, la eficiencia radiativa real es un poco menor ya que por el teorema virial, la mitad de la energía va a calentar el gas y la otra mitad es radiada. Luego

$$L \sim 0.1\ \dot{M}c^2. \tag{9.31}$$

La energía radiada se emite según la ley de Wien:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{2r} = 2\pi r^2 \sigma T^4, \tag{9.32}$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann. Luego,

$$T(r) = \left(\frac{GM\dot{M}}{4\pi\sigma r^3}\right)^{1/4}. \tag{9.33}$$

Si la materia tiene momento angular formará un disco alrededor del objeto compacto. En este caso es posible demostrar que:

$$T(r) = \left\{\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\left[1 - \left(\frac{R_{\rm in}}{r}\right)^{1/2}\right]\right\}^{1/4}, \tag{9.34}$$

donde $R_{\rm in}$ es el borde interno del disco de acreción. A cada r el disco radía como un cuerpo negro:

$$B_\nu(T) \propto \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/\kappa T) - 1}. \tag{9.35}$$

El espectro total se obtiene integrando sobre la superficie del disco:

$$I(\nu) \propto \int_{R\text{in}}^{R\text{out}} B_\nu(T(r))\; r\; dr. \tag{9.36}$$

Un espectro típico se muestra en la Figura 9.9. No entraremos aquí en detalles de la emisión de los discos de acreción y los diferentes modelos existentes. Basta decir que estos modelos permiten reproducir de forma razonable la emisión térmica (desde el óptico a los rayos X suaves) que presentan los AGNs.

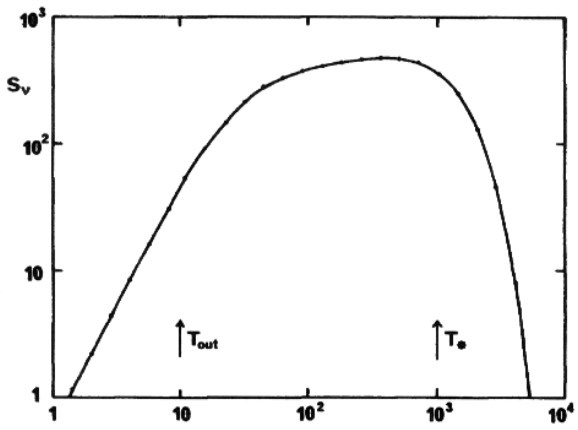

Figura 9.9: Espectro típico del disco de acreción delgado, en función de la frecuencia.

A energías más altas la emisión puede tener una componente debida a Comptonización térmica pasando luego a ser no térmica y dominada por los *jets*.

El mecanismo de producción de los jets no está claramente establecido. Es muy probable que los campos magnéticos asociados al disco de acreción jueguen un papel importante en el lanzamiento y la colimación del plasma relativista. El fluido puede comenzar como un plasma térmico que se mueve

a velocidades relativistas macroscópicas. Ondas de choque pueden entonces transformar la energía cinética macroscópica en energía de las partículas, que al volverse relativistas se enfrían por radiación sincrotrón e interacciones Compton inverso. Los fotones blanco para estas últimas interacciones pueden ser los propios fotones sincrotrón, o fotones de fuentes externas como el disco o radiación reprocesada en nubes que orbitan cerca del objeto compacto (ver Figura 9.10). Las nubes más cercanas se encuentran en la llamada *región de líneas anchas* (*broad line region*, BLR). Se trata de nubes que se mueven a velocidades ~ 5000 km s^{-1} en el campo gravitacional del objeto compacto. Más lejos hay una *región de líneas angostas* (*narrow line region*, NLR), mas lentas.

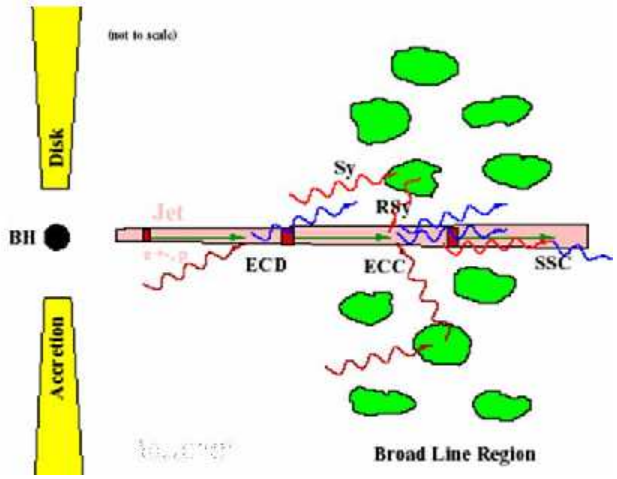

Figura 9.10: Diagrama (fuera de escala) de la región central de un AGN.

Si el *jet* tiene contenido hadrónico, rayos γ se pueden producir por reac-

ciones del tipo

$$\begin{array}{lll} & & \gamma+\gamma \\ & & \nearrow \\ p+\gamma & \longrightarrow p+ & \pi^0 \\ & & \\ p+\gamma & \longrightarrow n+ & \pi^+ \\ & & \searrow \\ & & \mu^+ + \nu_\mu \\ & & \\ p+\gamma & \longrightarrow p+ & \pi^+ + \pi^- \end{array} \tag{9.37}$$

donde los fotones blanco para la reacción original pueden venir de una *corona* formada por un plasma muy caliente ($T \sim 10^9$ K) alrededor del agujero negro. Este plasma, que probablemente es calentado por procesos de reconexión magnética, se enfría por Comptonización de los fotones más fríos del disco produciendo rayos X que pueden interaccionar con protones relativistas para producir piones. El decaimiento de estos piones lleva a rayos γ y a cascadas electromagnéticas. También es posible que un haz de protones interaccione con una nube molecular y se produzcan rayos γ a través de reacciones:

$$\begin{array}{lll} p+p \longrightarrow p+p+ & \pi^0 & \\ & \pi^0 & \longrightarrow \gamma+\gamma \end{array} \tag{9.38}$$

El contenido de materia de los *jets* de los AGNs, sin embargo, no está claramente establecido. Podría tratarse de un fluido formado por e^- y e^+ relativistas, por $e^\pm$ relativistas y e^- y p fríos, o por una mezcla de estas posibilidades.

9.2.5. Microcuasares (Mqs)

Los llamados *microcuasares* fueron descubiertos en la década de 1990. Se trata de sistemas binarios formados por una estrella y un objeto compacto (agujero negro o estrella de neutrones). Si la estrella es de la secuencia prin-

cipal de baja masa, hablamos de Mqs *de baja masa*. Si la compañera es en cambio una estrella temprana de gran masa, se habla de Mqs *de alta masa*. Un esquema de las principales componentes de un Mq y su contribución al espectro radiativo de la fuente se muestra en la Figura 9.11.

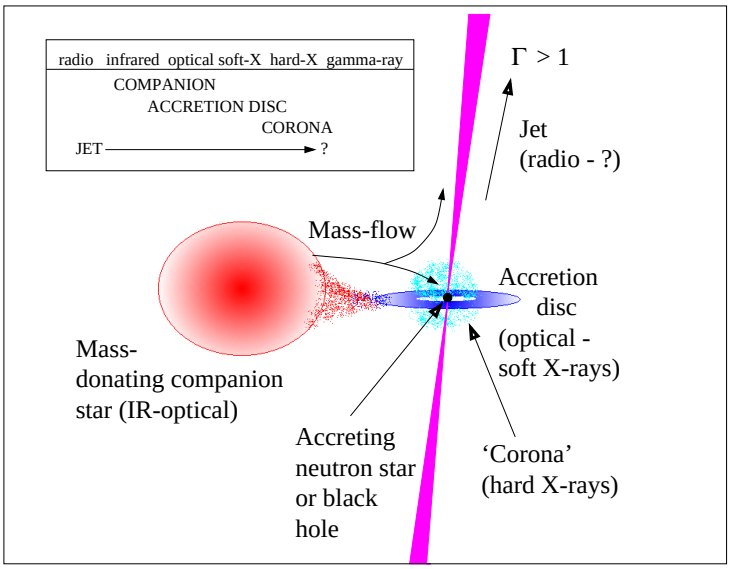

Figura 9.11: Diagrama de las distintas componentes de un microcuasar. El sistema binario está formado por un objeto compacto (agujero negro o estrella de neutrones) que acreta material proveniente de la estrella compañera (por vientos y/o a través del derrame del lóbulo de Roche), formando un disco de acreción y una corona. La energía potencial de acreción es convertida en radiación y energía mecánica del *jet*, el cual emite desde frecuencias de radio hasta, en algunos pocos sistemas, los rayos γ. De Fender & Maccarone (2004).

Las características definitorias de estos sistemas son que la materia de la estrella se acreta sobre el objeto compacto formando un disco de acreción que emite en rayos X, y que sobre el eje de rotación del sistema se forman y coliman *jets* relativistas que pueden ser detectados en radio debido a su emisión sincrotrón. Vemos, entonces, que en su morfología general los Mqs son versiones a escala reducida de los quasares extragalácticos, como se aprecia en la Figura 9.12.

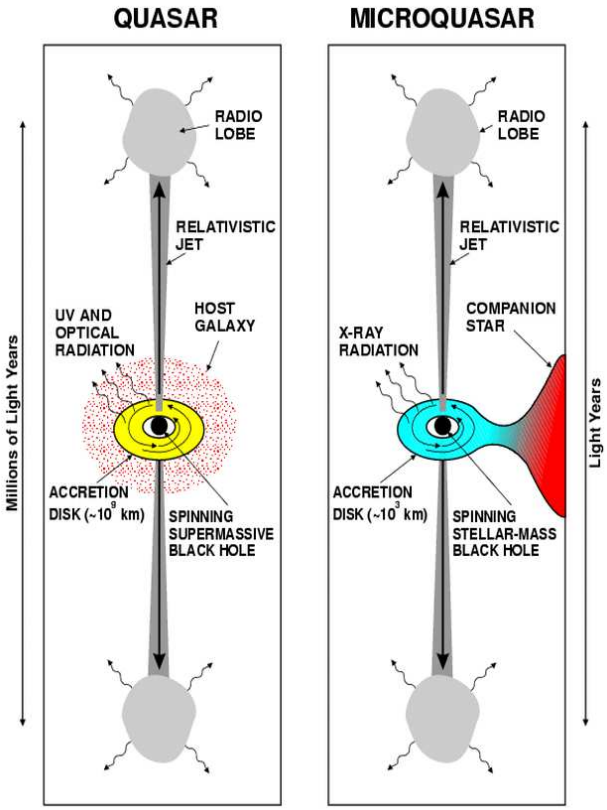

Figura 9.12: Similitudes, a diferentes escalas, entre un quasar y un microcuasar . De Mirabel & Rodríguez (1998).

Los Mqs se observan en distintos estados espectrales en rayos X; ver Figura 9.13. Los dos estados más característicos que pueden observarse en la mayoría de las fuentes son:

1. El estado dominado "térmicamente", conocido como estado *high-soft*. Se caracteriza porque la distribución espectral de energía tiene un claro pico a energías de ~ 1 keV. Esta emisión se interpreta como originada en el disco de acreción y puede aproximarse por un cuerpo negro con temperaturas tales que $kT \sim 1$ keV. En este estado, además, se observa una contribución no térmica débil en forma de ley de potencia con un espectro muy blando (índice espectral $n_{\rm ph} \propto E^{-\Gamma}$ con $\Gamma < 2$). Esta componente se cree originada en una corona de plasma caliente alrededor del objeto compacto (ver Figuras 9.11 y 9.13). En este estado no se observan *jets*. La emisión está dominada por el disco de acreción, que se extiende hasta la última órbita estable.

2. El estado dominado por la emisión no térmica, conocido como estado *low-hard*. Se caracteriza por una distribución espectral de energías en la cual la componente térmica está disminuida y corrida hacia energías más bajas. Hay ahora una fuerte contribución en forma de ley de potencia con un espectro mucho más duro ($\Gamma < 1.6$), como se muestra en la Figura 9.13.

En este estado se observan *jets* que emiten radiación sincrotrón en radio, que podría extenderse hasta los rayos X duros. También es posible que a estas energías haya una contribución Compton inverso ($E \sim 100$ keV). El disco de acreción, en esta configuración, parece estar truncado a una cierta distancia del objeto compacto y el papel de la corona ahora es más importante.

Los Mqs permanecen la mayor parte del tiempo en el estado *low-hard*. El cambio al estado *high-soft* suele ser rápido y va acompañado de la eyección de componentes o plasmones relativistas cuyas velocidades inferidas son mayores de lo que se espera sea la velocidad macroscópica del *jet* en el estado *low-hard*. El movimiento de estas componentes, cuando es proyectado en el plano

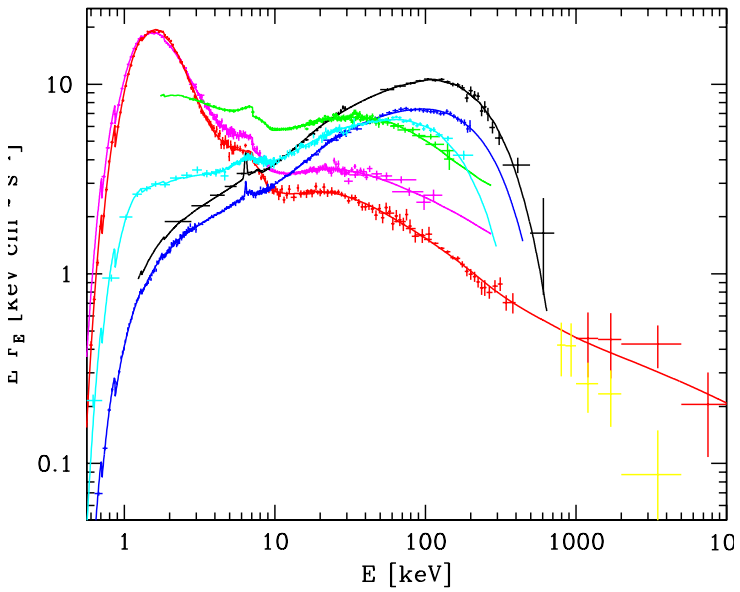

Figura 9.13: Espectros representativos de los estados *soft-high* (curvas azul y negra) y *low-hard* (curvas roja y magenta) del microcuasar Cygnus X-1.

del ciclo, puede aparecer como *supralumínico*, debido al efecto de aberración relativista.

Consideremos un poco mas en detalle cómo es posible el movimiento aparente mayor que la velocidad de la luz. Un esquema de la situación se muestra en la Figura 9.14. Sea una fuente que en t_1 esta en la posición B. Su emisión es detectada por un observador en A en un instante posterior t_1'. La fuente se mueve de B a B' en un tiempo δt. La distancia entre B y B' es $v\delta t$, donde v es la velocidad de la fuente cuya dirección de movimiento forma un ángulo θ con la línea de visual.

La distancia $\bar{AB}$ es $d + v\delta t\cos(\theta)$. Si θ es pequeño, entonces $\bar{AB'} \simeq d$. La separación angular entre B y B' es:

$$\Delta\varphi \sim \frac{v\delta t \sin\theta}{d}, \tag{9.39}$$

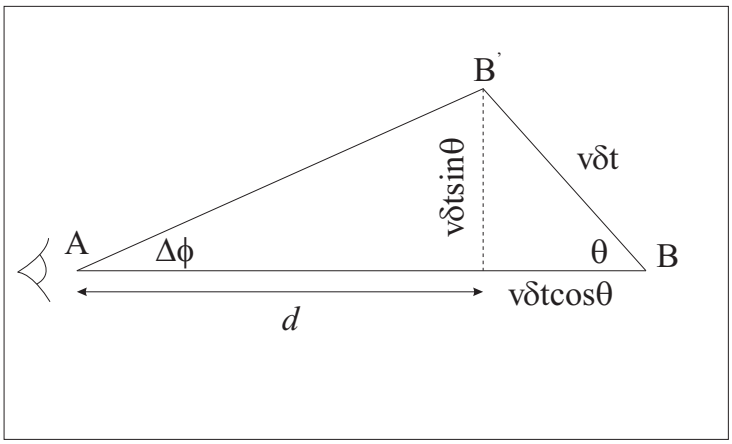

Figura 9.14: Movimiento supralumínico.

y los instantes t'_1 y t'_2 son

$$\begin{aligned} t'_1 &= t_1 + \frac{d + v\delta t\cos\theta}{c} \\ t'_2 &= t_2 + \frac{d}{c}. \end{aligned} \tag{9.40}$$

El intervalo entre las observaciones es:

$$\begin{aligned} \Delta t &= t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1 - \frac{v\delta t\cos(\theta)}{c} \\ &= \delta t(1 - \beta\cos\theta), \end{aligned} \tag{9.41}$$

donde $\beta = v/c$. Luego, la velocidad transversal inferida por el observador es:

$$\beta_{\rm T} = \frac{v_{\rm T}}{c} = \frac{d}{c}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v\sin(\theta)}{c(1-\beta\cos(\theta))} = \frac{\beta\sin(\theta)}{1-\beta\cos(\theta)}. \tag{9.42}$$

Notar que $\beta_{\rm T} \to \infty$ si θ es pequeño y $v \to c$. El resultado es que en el sistema del observador la fuente parece moverse a velocidades superiores a la de la luz. Es un efecto aparente de aberración relativista producido por el hecho de que la fuente se mueve hacia el observador a una velocidad comparable a la de la luz.

En el estado *low-hard* la potencia total del *jet*, $L_{\rm j}$, esta relacionada con la tasa de acreción sobre el objeto compacto:

$$L_{\rm j} = q_{\rm j}\dot{M}c^2, \tag{9.43}$$

donde $q_{\rm j} \sim 0.1 - 0.01$. Una parte de esta potencia se halla en forma de partículas relativistas, por lo que el *jet* puede generar rayos γ por medio de interacciones Compton inverso. Los campos de fotones blanco para los leptones pueden ser el propio campo sincrotrón, el campo del disco, la corona o la estrella compañera (esta última, un ingrediente importante que no está presente en el caso de los AGN). Si el *jet* posee hadrones relativistas, entonces interacciones con protones del viento de la estrella compañera pueden dar lugar a rayos γ en el caso de Mqs de alta masa.

Debido a que presentan órbitas excéntricas y cambios de estado, los Mqs deberían ser fuentes de rayos γ variables. La precesión del *jet* también puede jugar un papel importante en la generación de la variabilidad, cambiando el ángulo de la emisión con la línea de la visual.

Al presente, tres Mqs se han detectado en rayos γ: Cygnus X-1, Cygnus X-3 y SS 433. Otras dos fuentes gamma detectadas en el rango $E \sim 100$ MeV $-$ 10 GeV, LS 5039 y LSI+61303, podrían ser también Mqs pero su naturaleza exacta aún está en debate.

9.3. Fuentes transitorias de rayos γ

9.3.1. Erupciones de rayos gamma (Gamma-Ray Bursts, GRB)

Las erupciones de rayos γ son un fenómeno astronómico caracterizado por un rápido incremento de la radiación γ que llega a la Tierra desde el espacio. Este incremento puede ser tal que llegue a superar a toda otra fuente γ del

Universo. La duración de este fenómeno es muy corta, usualmente yendo de unos pocos segundos a algunas decenas de ellos. Se han observado GRBs con duraciones extremas del orden del ms y de decenas de minutos. En promedio se detecta entre 1 y 2 GRB por día.

Los GRBs fueron descubiertos por los satélites militares Vela en 1967 y la información sobre su existencia recién se desclasificó en 1973, cuando estuvo claro que se trataba de un fenómeno natural y no del efecto de pruebas nucleares ilegales en el espacio. Desde entonces se han detectado más de 3000 de estos eventos. Diversas misiones espaciales han llevado a bordo instrumentos dedicados a detectar GRB. Entre los últimos y más exitosos podemos mencionar el instrumento BATSE del CGRO y el satélite *Swift*.

A continuación describimos algunas características fenomenológicas de los GRB.

9.3.1.1. Características fenomenológicas

Perfiles temporales. La morfología de los perfiles temporales de los GRB es extremadamente variada. Algunos tienen una estructura sencilla caracterizada por un solo pico, mientras que otros presentan picos múltiples y subestructura al nivel de milisegundo. Algunos ejemplos se muestran en la Figura 9.15.

La distribución temporal de los GRBs parece ser bimodal, existiendo dos clases bien definidas: GRB cortos con duración $T < 2$ s y GRB largos con $T \geq 2$ s. Se supone que esta dicotomía refleja una diferencia intrínseca en el mecanismo que genera ambas clases de eventos.

9.3.1.2. Propiedades espectrales

La energía de los fotones que caracterizan a los GRB está típicamente en el rango que va de algunas decenas de keV a unos pocos MeV. En algunos casos excepcionales se han observado fotones de hasta 10 GeV. El espectro

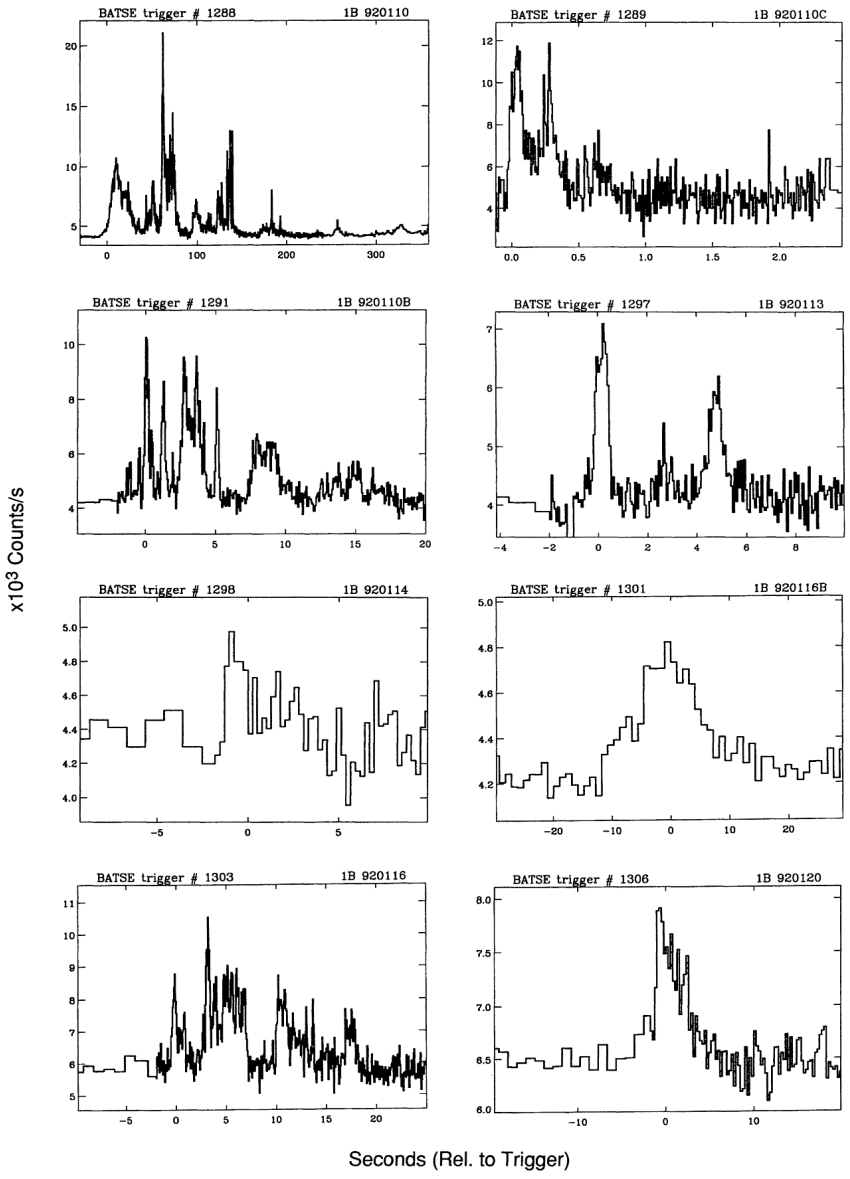

Figura 9.15: Diferentes perfiles temporales de GRB.

es claramente no térmico y puede representarse por:

$$n(E)dE = n_0 \begin{cases} AE^{-\alpha}e^{-(E/E_0)} & E < E_0 \\ BE^{\beta} & E > E_0 \end{cases} \tag{9.44}$$

con $\alpha \in (\sim 0.1, \sim 1)$, $\beta \in (\sim -2, -3)$ y $E_0 \in (\sim 0.1, \sim 1)$ MeV.

La intensidad integrada en el tiempo T es del orden de

$$F \sim (0.1 - 10) \times 10^{-6}\,\mathrm{erg\ cm^{-2}}. \tag{9.45}$$

Distribución espacial. El instrumento BATSE mostró claramente que la distribución de los GRBs es altamente isotrópica, lo cual sugiere un origen extragaláctico (ver Figura 9.16).

La distribución de intensidades, sin embargo, muestra una falta de eventos débiles respecto a lo que se espera de una población homogeneamente distribuída en el espacio. Esto sugiere que hay un limite espacial máximo hasta el cual se producen los GRB y que estamos observando algunos de esos eventos extremadamente lejanos.

Contrapartidas a bajas energías. Satélites de rayos X como *Beppo SaX* han detectado contrapartidas a energías más bajas de ciertos GRB. Estas también han sido halladas con telescopios ópticos y de radio. Las duraciones de los eventos son mayores a energías más bajas, llegando a unas cuantas semanas y meses en radio. Las contrapartidas son variables y su intensidad decae como leyes de potencia: $F_\nu \propto t^{-\alpha}$ ($\alpha = 1.1 - 2.1$). Los espectros de las contrapartidas también son leyes de potencia o en algunos casos leyes de potencia quebradas. En la Figura 9.17 se muestran los espectros de algunas contrapartes.

Galaxias anfitrionas. Debido a las localizaciones precisas obtenidas primero por *Beppo SaX* y *Swift*, ha sido posible determinar el corrimiento al rojo e incluso el tipo de galaxia en las que ocurren los GRB. Parece existir una tendencia a que los GRB de larga duración ocurran en galaxias ricas en

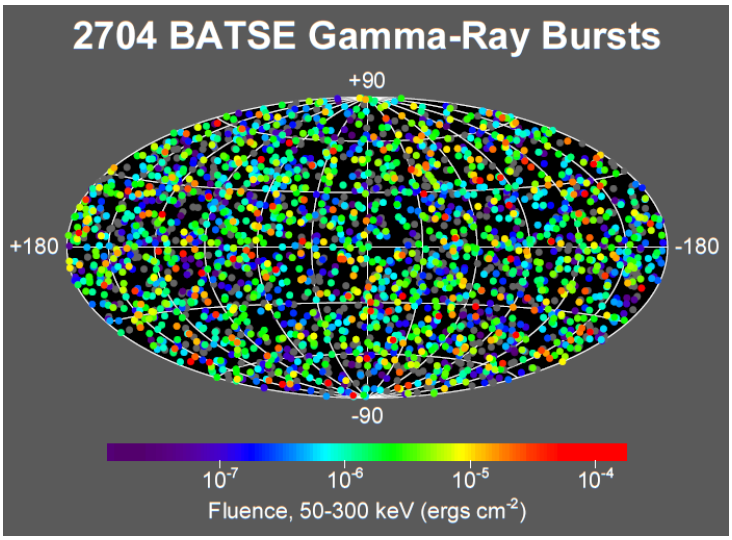

Figura 9.16: Distribución espacial de los GRB detectados por el instrumento BATSE.

formación estelar.

9.3.1.3. Modelos para Gamma-Ray Bursts

Modelo fenomenológico básico: la "bola de fuego". La escala temporal de variabilidad de los GRBs es en general muy corta: $\delta T \sim 1$ ms, por lo que a primer orden

$$R \lesssim c\delta T \sim 3 \times 10^2 \,\mathrm{km} \tag{9.46}$$

o sea que la fuente inicial debe ser muy compacta. El objeto más compacto que existe es un agujero negro, para el cual

$$R = \frac{2GM}{c^2} \tag{9.47}$$

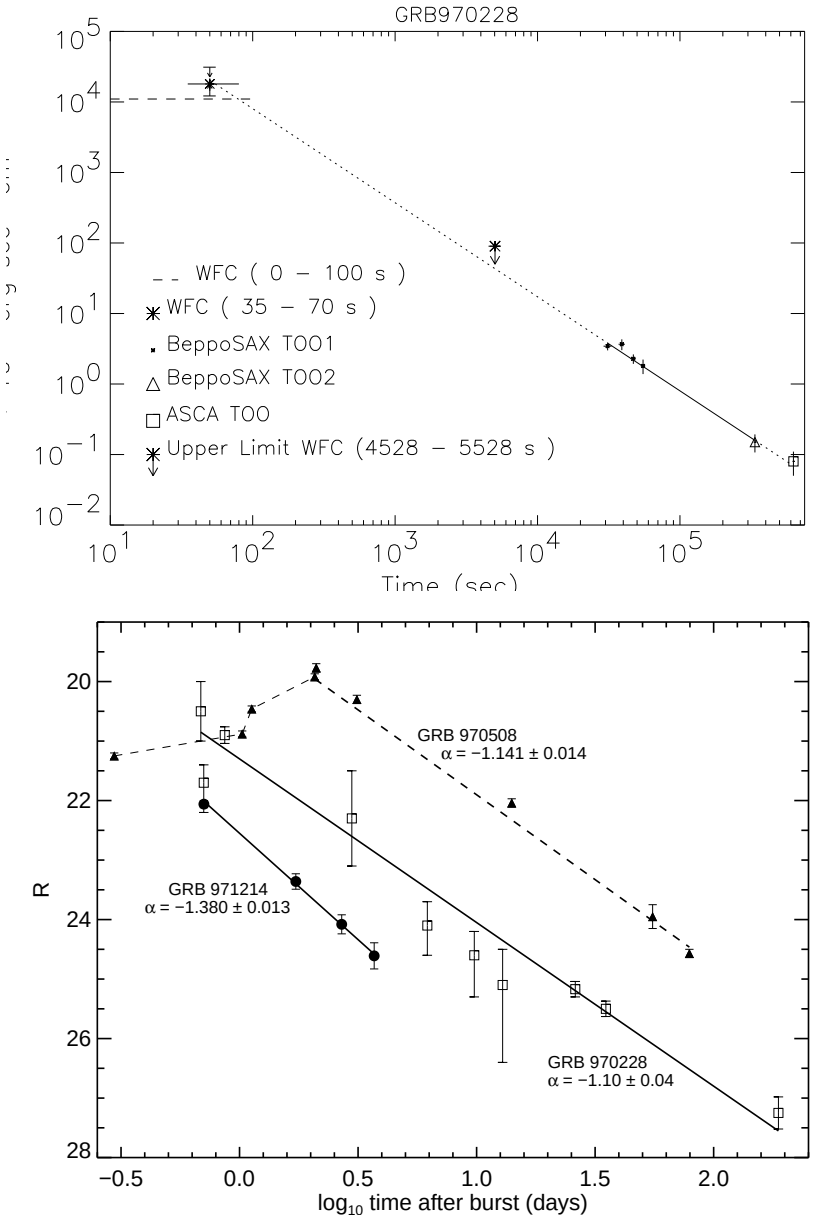

Figura 9.17: Curva de luz de la post-luminiscencia de GRB 970228 (arriba) y de los GRBs 970228, 971214 y 970228 (abajo).

lo que para un GRB implica

$$M \geq \frac{c^3 \delta T}{2G} \sim 10^2 \, M_\odot. \tag{9.48}$$

Si el objeto no es un agujero negro, su masa debe ser aún menor. De aquí vemos que, sea lo que sea, un GRB debe ser un fenómeno de naturaleza estelar.

La energía liberada en un GRB es enorme:

$$E_0 = F(4\pi d^2) \equiv 10^{51} \left(\frac{F}{10^{-6} \text{ erg cm}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \text{ erg} \tag{9.49}$$

Si esta cantidad enorme de energía es liberada en una región muy pequeña de volumen

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \sim 10^{23} \, \text{cm}^3, \tag{9.50}$$

la fuente será opaca a su propia emisión γ ya que debido a interacciones $\gamma + \gamma \longrightarrow e^- + e^+$ resulta $\tau_{\gamma\gamma} \gg 1$. Específicamente,

$$\tau_{\gamma\gamma} = \frac{f_p \sigma_{\text{T}} F D^2}{R^2 m_e c^2} \equiv 10^{14} f_p \left(\frac{F}{10^{-7} \text{ erg cm}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \left(\frac{\delta T}{10 \text{ ms}} \right)^{-2} \tag{9.51}$$

donde f_p es la fracción de fotones con energías por arriba del umbral de creación de fotones. Para valores típicos $\tau_{\gamma\gamma} \sim 10^{14}$ la fuente es opaca. Esto presenta dos grandes problemas:

1. la radiación debería ser térmica, mientras que la que se observa es no térmica,

2. para tal opacidad no deberían observarse fotones de más de 0.511 MeV, mientras que claramente se observan muchos fotones con $E_{\text{ph}} > 1$ MeV.

La solución a este problema consiste en suponer expansión relativista del plasma emisor. La enorme presión de la radiación dentro de la fuente hace que

esta se expanda relativisticamente con un factor de Lorentz γ. Los fotones observados, pues, están corridos hacia el azul (*blueshifted*) por lo que el factor f_p debe sufrir una expansión relativista (ver por ejemplo Piran 1999).

La opacidad corregida es:

$$\tau_{\gamma\gamma} \equiv \frac{10^{14}}{\gamma^{2+2\alpha}} f_p \left(\frac{F}{10^{-7}\ \mathrm{erg\ cm^{-2}}}\right) \left(\frac{d}{3\ \mathrm{Gpc}}\right)^2 \left(\frac{\delta T}{10\ \mathrm{ms}}\right)^{-2}. \tag{9.52}$$

Como $\alpha \sim 2$, para tener $\tau_{\gamma\gamma} < 1$ se debe cumplir que $\gamma \geq 10^2$. Cuando la fuente llega a expandirse a esta velocidad se hace transparente permitiendo que se observe la emisión no térmica de su interior.

Esta expansión ultrarelativista, a su vez, limita el contenido de materia de la bola de fuego. En efecto si $\gamma > 100$ entonces $M < 10^{-5}\ M_\odot$. Este es el famoso problema de la *contaminación bariónica* que deben evitar los modelos de GRB.

En el modelo de "bola de fuego" la energía interna del sistema se transforma en energía cinética de expansión macroscópica. Cuando la cáscara en expansión de la bola de fuego colisiona con el medio interestelar produce una onda de choque. Esta transforma parte de la energía cinética de expansión en energía cinética de las partículas microscópicas, que entonces es radiada por mecanismo sincrotrón o Compton inverso.

Ondas de choque pueden ser también producidas por colisiones entre cáscaras eyectadas con diferentes velocidades. Estos *shocks* son llamados *internos* y dan lugar a la variada morfología temporal de los GRB. Los *shocks externos*, producen las contrapartidas en rayos X y frecuencias más bajas.

9.3.1.4. Colimación

En algunos GRB para los que se ha medido el corrimiento al rojo, las energías internas inferidas bajo la suposición de emisión isotrópica son tan grandes como 10^{54} erg. Esto es más de $M_\odot c^2$ por lo que se supone que la emisión no debe ser isotrópica. Los requerimientos energéticos disminuyen

considerablemente si se asume que la emisión está colimada en forma de *jets*. La colimación, además, ayuda a explicar ciertas peculiaridades de la emisión temporal de las contrapartidas a bajas energías.

9.3.1.5. Mecanismo central

El mecanismo que produce la liberación de la energía en forma de radiación está oculto por la "bola de fuego", que es opaca en su estadío inicial.

Se suele suponer que los GRB cortos son el resultado de fusiones de estrellas de neutrones con agujeros negros en sistemas binarios de período ultracorto,[1] mientras que los GRB largos podrían ser el resultado de la implosión de estrellas muy masivas.

Este último modelo, llamado *collapsar*, consiste en la formación de un agujero negro en el centro de una estrella masiva. El agujero es rodeado por un disco de acreción ultradenso, produciéndose *jets* relativistas en el proceso. Las capas exteriores de la estrella podrían ser eyectadas en un evento explosivo. Parece haber abundante evidencia que asocia GRB con explosiones de supernova.

9.3.1.6. Implicaciones cosmológicas

A diferencia de lo que sucede con los blazares, el Universo es transparente a los GRB debido a que su emisión γ es de baja energía.

Los GRB pueden dar información importante sobre la formación de las primeras estrellas y (a través de las contrapartes de baja energía) del medio que las rodeaba.

En principio, debido a las restricciones existentes sobre la energía liberada, los GRB pueden dar información sobre la energía oscura y los parámetros cosmológicos, en un dominio de z donde las supernovas ya no son identificadas.

[1] Esta hipótesis ha sido respaldada por la reciente detección de ondas gravitacionales con un patrón característico de fusión asociadas a un GRB.

9.4. Fuentes no identificadas de rayos γ

Al presente, la mayoría de las 271 fuentes de rayos γ con $E_\gamma > 100$ MeV detectadas por EGRET no han sido identificadas. Entre las identificaciones hay unos 70 AGN, 6 púlsares, 1 fulguración solar, la Gran Nube de Magallanes y una radio-galaxia. El resto de las fuentes es de origen desconocido. Este panorama ha evolucionado desde en la última decada gracias a las observaciones del sucesor de EGRET, *Fermi*. No obstante, un problema similar persiste: casi un tercio de las ~ 3000 fuentes detectadas en el tercer catálogo *Fermi* no están identificadas.

Estas fuentes no identificadas pueden dividirse en 3 grandes grupos:

1. Fuentes distribuidas isotrópicamente, de un claro origen extragaláctico.

2. Fuentes a latitudes galácticas medias que parecen formar un halo alrededor del centro galáctico. Estas fuentes deben ser de origen galáctico, pero viejas (edades $\sim 10^{8-9}$ años).

3. Fuentes sobre el plano galáctico. Estas están muy bien correlacionadas con trazadores de objetos de Población I, por lo que deben ser jóvenes (edades $\sim 10^{6-7}$ años) y se acumulan en las regiones de formación estelar y en los brazos espirales de la Galaxia. Estas fuentes a su vez se pueden dividir en variables y no variables. Las variables pueden ser objetos compactos como los Mqs, mientras que las otras pueden incluir púlsares, nubes moleculares, remanentes de supernova, etc.

Capítulo 10

Aspectos cosmológicos

El Universo está lleno de radiación difusa conocida como *radiación extragaláctica difusa* (RED). La distribución de esta RED es isotrópica, pero en sus inhomogeneidades y en su espectro guarda información sobre la composición y evolución del Universo.

Se han sugerido tres posibilidades sobre el origen de la RED: 1) que se deba a la superposición de fuentes discretas no resueltas por los instrumentos, 2) que se origine por mecanismos difusos que operan a gran escala en el Universo o 3) que se deba a una mezcla de los dos casos anteriores.

La multitud de objetos y procesos que pueden manifestarse en la RED solamente puede desentrañarse si se poseen determinaciones precisas de cómo se distribuye la radiación a lo largo del espectro electromagnético.

La emisión difusa en microondas, infrarrojo, óptico y ultravioleta está casi con seguridad dominada por procesos térmicos. La radiación de fondo de microondas es única en el sentido de que tiene un origen cosmológico claro: es la radiación que escapó durante el período de recombinación del Universo cuando la temperatura cayó, debido a la expansión, a niveles tales que los electrones pudieron ser capturados por los núcleos – cambiando entonces súbitamente la opacidad y haciéndose el Universo transparente a los fotones. La radiación del fondo cósmico de microondas (CMB, por *Cosmic Microwave*

Background) es el más perfecto ejemplo de espectro de cuerpo negro conocido. Corresponde a un cuerpo negro con una temperatura $T = 2.725$ K. No obstante, existen pequeñas anisotropías en el CMB del orden de 10^{-3} K.[1] El estudio de estas anisotropías en el CMB sirve para establecer las fluctuaciones originales de densidad a partir de las cuales se formaron las galaxias.

En los rangos infrarrojo, óptico y ultravioleta la emisión difusa esta dominada por radiación térmica debida a galaxias, estrellas individuales y polvo. Las relaciones entre las intensidades de la RED en las distintas bandas guarda relación con los contenidos y la evolución del Universo. Sin embargo, estas componentes son influenciadas más por la evolución de las galaxias que por el modelo cosmológico subyacente, al contrario de lo que pasa con el CMB.

Las longitudes de onda a las cuales la RED tiene contribuciones no térmicas dominantes son radio, rayos X y rayos γ. Lo que parece dominar la emisión aquí es la contribución de diversos tipos de núcleos galácticos activos.

La densidad de energía y de fotones de la RED están dominadas por la contribución del CMB. En la Tabla 10.1 se muestra nuestro conocimiento actual de estas cantidades para los distintos rangos de longitudes de onda. En la actualidad nuestro conocimiento de la radiación de fondo infrarroja y ultravioleta es demasiado pobre como para arrojar valores confiables de densidad.

En lo que concierne al fondo difuso gamma, recién con la llegada del satélite *Compton* y sus instrumentos COMPTEL y EGRET se pudo medir con razonable exactitud. Más recientemente, observaciones durante 50 meses con el satélite *Fermi* han permitido obtener nuevos datos entre 100 MeV y 820 GeV. En la Figura 10.1 se muestra el espectro medido.

En el rango 100 MeV – 820 GeV, de acuerdo a las observaciones con *Fermi*-LAT, la forma del espectro puede ajustarse por una ley de potencias

[1] Vale mencionar que existen otros tipos de anisotropías relacionadas con la polarización de esta radiación, cuyo estudio tiene fuertes implicancias en modelos cosmológicos.

Longitud de onda	Densidad de energía ($\mathrm{eV\ m^{-3}}$)	Densidad de fotones ($\mathrm{m^{-3}}$)
Radio	$\sim 5 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{6}$
Microondas	3×10^{5}	5×10^{8}
Infrarojo	-	-
Óptico	$\sim 2 \times 10^{3}$	$\sim 10^{3}$
Ultravioleta	-	-
Rayos X	75	3×10^{-3}
Rayos γ	8.2	1.3×10^{-6}

Tabla 10.1: Características de los distintos campos radiativos cosmológicos.

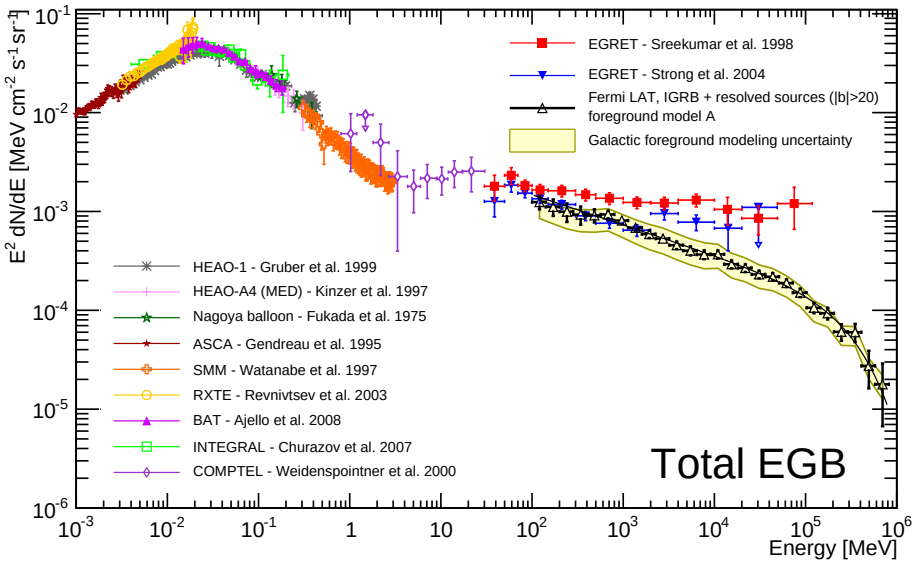

Figura 10.1: Espectro de la emisión difusa extragaláctica desde rayos X hasta rayos γ. El fondo gamma extragaláctico (EGB, *extragalactic gamma-ray background*) contiene la superposición de todas las fuentes gamma – tanto individuales como difusas – desde el borde de la Vía Láctea hasta el borde del Universo observable. De Ackermann et al. (2015).

con un corte exponencial,

$$I(E) \propto E^{-\Gamma} \exp\left(-E/E_{\rm cut}\right), \tag{10.1}$$

con $\Gamma = 2.30 \pm 0.02$ y $E_{\rm cut} = 366 \pm 71$ GeV. A energías mayores de 100 GeV los rayos γ pueden ser absorbidos por el fondo infrarrojo. La detección de fuentes discretas de rayos γ de energías de TeV es siempre de objetos cercanos. De hecho, los cambios de su distribución espectral con el corrimiento al rojo de las detecciones puede utilizarse para imponer restricciones al fondo infrarrojo.

Volviendo a los rayos γ, los objetos discretos que contribuyen a la RED en esta banda son:

- **Galaxias normales**. Esta contribución es difícil de establecer ya que no se conoce la función de luminosidad de las galaxias normales. Su emisividad a estas energías depende de su contenido de polvo y gas, así como de la población de rayos cósmicos que exista en ellas.

- **Núcleos galácticos activos**. Estos probablemente aportan la contribución dominante. Como los principales AGNs que emiten en γ son fuentes intensas en radio, debería haber una correlación entre los fondos difusos en ambas bandas. Sin embargo, aún no es posible cuantificar la contribución de AGNs radio-silenciosos y débiles. El espectro promedio en rayos γ de los AGNs detectados es de la forma

$$I(E) \propto E^{-2.13 \pm 0.31}, \tag{10.2}$$

lo que los hace candidatos firmes para explicar el fondo.

- **Galaxias ultra-luminosas.** Son galaxias con mucho gas y formación estelar, por lo que se espera también que sean ricas en explosiones de supernovas y por ende en rayos cósmicos. Esto las hace candidatas atractivas para la producción de rayos gamma y podrían contribuir al fondo difuso.

▪ **Supernovas.** Supernovas extragalácticas pueden contribuir a la RED en energías bajas debido a las desexcitaciones nucleares a las que dan lugar, como ser

$$^{56}\mathrm{Ni} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Fe}. \tag{10.3}$$

Esta cadena produce líneas de emisión entre 0.85 MeV y 3.25 MeV. Pérdidas por dispersión Compton de estos fotones pueden resultar en una distribución continua.

▪ **Agujeros negros primordiales.** Se ha sugerido que agujeros negros de baja masa ($< 10^{15}$ g) podrían haberse formado en el Big Bang. Estos agujeros se enfrían por radiación Hawking y se desintegran liberando rayos γ. Se ha mostrado, sin embargo, que el espectro esperado de la desintegración de una población primordial de agujeros negros es una ley de potencia quebrada,

$$I(E) \propto \begin{cases} E^{-1} & \text{si } E < 100 \text{ MeV} \\ E^{-3} & \text{si } E \geq 100 \text{ MeV}, \end{cases} \tag{10.4}$$

lo cual entra en conflicto con las determinaciones observacionales de la RED. Por tanto, queda descartado que haya habido una formación masiva de agujeros negros primordiales de baja masa en el Big Bang.

Además de estas contribuciones de fuentes discretas no resueltas a la RED, se han sugerido también fuentes intrínsecamente difusas. Entre ellas mencionamos:

▪ **Aniquilación materia-antimateria.** Si el Universo estuviese lleno de antimateria uniformemente distribuida, entonces las aniquilaciones

$$p + \bar{p} \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \tag{10.5}$$

producirían emisión γ difusa. Esta debería exhibir un espectro que, prome-

diado sobre todos los corrimientos al rojo, sería del tipo

$$I(E) \propto E^{-2.8}, \tag{10.6}$$

lo que está en conflicto con las observaciones. En consecuencia, el Universo parece estar formado – al menos en su mayor parte – por materia.

- **Partículas exóticas.** Observaciones astrofísicas de diversos tipos indican que debe existir materia oscura en el Universo. Una porción considerable de esta materia parece ser no bariónica y podría estar formada por neutrinos u otras partículas más exóticas que no aparecen en el modelo estándar. Partículas exóticas conocidas como WIMPS (de *weakly interacting massive particles*) aparecen en extensiones supersimétricas del modelo estándar. Estas partículas pueden aniquilarse produciendo rayos γ y contribuyendo a la RED. Hasta la fecha, ningún rasgo particular de la RED ha podido ser asociado a estas hipotéticas partículas.

- **Halo galáctico extendido.** Es posible que además de la emisión difusa del plano de nuestra Galaxia, exista una emisión difusa asociada a un halo galáctico. Partículas relativistas en este halo podrían contribuir al fondo difuso de rayos γ a altas latitudes galácticas. Sin embargo, no es claro cómo las partículas se difundirían y acelerarían en el halo, en caso de existir.

Al presente, la opinión dominante es que la contribución dominante a la RED en rayos γ proviene de AGNs no resueltos. Es muy posible, sin embargo, que haya otras contribuciones significativas; ver por ejemplo Dermer (2007), Inoue (2014) y Fornasa & Sánchez-Conde (2015).

Bibliografía

Ackermann, M., Ajello, M., Albert, A., et al. 2015, Astrophys. J., 799, 86, arXiv:1410.3696 [astro-ph.HE]

Aharonian, F. A. & Atoyan, A. M. 1981, Astrophys. Space Sci., 79, 321

Aharonian, F. A. & Atoyan, A. M. 1996, aa, 309, 917

Aharonian, F. A. & Atoyan, A. M. 2000, Astron. Astroph., 362, 937

Aharonian, F. A. & Bogovalov, S. V. 2003, New Astronomy, 8, 85, astro-ph/0208036

Atoyan, A. M., Aharonian, F. A., & Völk, H. J. 1995, prd, 52, 3265

Atoyan, A. M. & Dermer, C. D. 2003, Astrophys. J., 586, 79

Begelman, M. C., Rudak, B., & Sikora, M. 1990, Astrophys. J., 362, 38

Bloser, P. & Ryan, J. 2008, SPIE Newsroom

Blumenthal, G. R. & Gould, R. J. 1970, Rev. Mod. Phys., 42, 237

Clarke, C. & Carswell, B. 2007, Principles of Astrophysical Fluid Dynamics

de Angelis, A., Tatischeff, V., Grenier, I. A., et al. 2018, Journal of High Energy Astrophysics, 19, 1, arXiv:1711.01265 [astro-ph.HE]

Dermer, C. D. 2007, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 921, The First GLAST Symposium, ed. S. Ritz, P. Michelson, & C. A. Meegan, 122–126

Dermer, C. D. & Schlickeiser, R. 1993, Astrophys. J., 416, 458

Erber, T. 1966, Reviews of Modern Physics, 38, 626

Fender, R. & Maccarone, T. 2004, in Astrophysics and Space Science Library, Vol. 304, Cosmic Gamma-Ray Sources, ed. K. S. Cheng & G. E. Romero,

205

Fermi, E. 1949, Phys. Rev., 75, 1169

Fornasa, M. & Sánchez-Conde, M. A. 2015, Physics Reports, 598, 1, arXiv:1502.02866

Gaisser, T. K. 1990, Cosmic rays and particle physics, 1st edn. (Cambridge and New York, Cambridge University Press)

Ginzburg, V. & Syrovatskii, S. 1964, Origin of Cosmic Rays, 1st edn. (Macmillan, New York)

Ginzburg, V. L. & Ptuskin, V. S. 1976, Rev. Mod. Phys., 48, 161

Greynat, D., de Rafael, E., & Vulvert, G. 2014, Journal of High Energy Physics, 2014, 107, arXiv:1312.2881 [hep-ph]

Griffiths, D. 2008, Introduction to Elementary Particles, 2nd edn. (Wiley-VCH)

Halzen, F. & Martin, A. D. 1984, Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modem Particle Physics, 1st edn. (John Wiley & Sons, New York)

Inoue, Y. 2014, arXiv e-prints, arXiv:1412.3886 [astro-ph.HE]

Kelner, S. R. & Aharonian, F. A. 2008, Phys. Rev. D, 78, 034013

Kelner, S. R., Aharonian, F. A., & Bugayov, V. V. 2006, Phys. Rev. D, 74, 034018

Landau, L. D. & Lifshitz, E. 1959, Fluid Mechanics

Lazarian, A. & Vishniac, E. T. 1999, Astrophys. J., 517, 700, astro-ph/9811037

Mannheim, K. & Schlickeiser, R. 1994, Astron. Astroph., 286, 983

Mastichiadis, A. 1991, Mon. Not. R. Astron. Soc., 253, 235

Maximon, L. 1968, J. Res. Natl. Bur. Stand., 72B, 79

Mirabel, I. F. & Rodríguez, L. F. 1998, Nature, 392, 673

Mücke, A., Engel, R., Rachen, J. P., Protheroe, R. J., & Stanev, T. 2000, Comput. Phys. Commun., 124, 290

Orellana, M., Bordas, P., Bosch-Ramon, V., Romero, G. E., & Paredes, J. M.

2007, aap, 476, 9, arXiv:0710.0751 [astro-ph]

Parker, E. N. 1957, Journal of Geophysical Research, 62, 509

Piran, T. 1999, Physics Reports, 314, 575, astro-ph/9810256

Protheroe, R. J. 1999, in Topics in Cosmic-Ray Astrophysics, ed. M. A. Duvernois, Vol. 230, 247

Romero, G. E. & Vila, G. S., eds. 2014, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 876, Introduction to Black Hole Astrophysics

Rossi, B. & Greisen, K. 1941, Reviews of Modern Physics, 13, 240

Schlickeiser, R. 2002, Cosmic Ray Astrophysics

Schwartz, M. 2013, Quantum Field Theory and the Standard Model, illustrated edn., Quantum Field Theory and the Standard Model (Cambridge University Press)

Spurio, M. 2018, Probes of Multimessenger Astrophysics

Stecker, F. W. 1968, Physical Review Letters, 21, 1016

Sweet, P. A. 1958, in IAU Symposium, Vol. 6, Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics, ed. B. Lehnert, 123

Tanabashi, M., Hagiwara, K., Hikasa, K., et al. 2018, Phys. Rev. D, 98, 030001

Vila, G. S. & Aharonian, F. A. 2009, in Compact Objects and their Emission, ed. G. E. Romero & P. Benaglia, 1–38

Weinberg, S. 1972, Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity, 1st edn. (Wiley, New York)

Weinberg, S. 1995, The Quantum Theory of Fields, Vol. 1 (Cambridge University Press)