Introducción a la Astrofísica Relativista 2017

Práctica 1: Relatividad Especial

1. a) Se han detectado rayos cósmicos con energía de 10^{20} eV. ¿Cuál es el factor de Lorentz de estas partículas si se trata de núcleos de helio? ¿A qué fracción de la velocidad de la luz se mueven?

   b) El pión neutro (π^0) tiene una vida media $\tau_{\pi^0} = 0.8 \times 10^{-16}$ s en el sistema propio. ¿Qué distancia recorrerá antes de decaer en un sistema de referencia donde su factor de Lorentz es $\gamma_{\pi^0} = 10^5$?

   c) El muón (μ^-) tiene una vida media $\tau_{\mu^-} = 2 \times 10^{-6}$ s. Un muón se crea en la atmósfera terrestre a una altura de 20 km sobre el nivel del mar con una energía de 30 GeV. ¿Llegará a la superficie?

   ¿Faltan datos? Consultar `http://pdg.lbl.gov/`.

2. Una partícula de masa m_1 decae en otras dos de masas m_2 y m_3.

   a) Hallar la energía y el momento de los productos en el sistema de referencia donde la partícula que decae está en reposo (sistema centro de masa, CM).

   b) Un método indirecto de búsqueda de materia oscura consiste en intentar detectar los productos de la interacción de una hipotética partícula de materia oscura, χ. Recientemente, a partir del análisis de datos tomados con el telescopio de rayos gamma *Fermi*, se clamó la detección de una línea a energías de $E_\gamma \approx 130$ GeV proveniente del centro de la Vía Láctea. El origen de esta línea se adjudicó a la aniquilación o decaimiento de partículas de materia oscura. Consideremos el decaimiento

   $$\chi \rightarrow \gamma + X,$$

   con $m_X = 90$ GeV/c^2. Bajo la aproximación de que la partícula χ decae en reposo, calcular su masa. Nota: análisis más cuidadosos de los datos de *Fermi* han permitido prácticamente descartar esta detección.

   c) Ídem a) en un sistema de referencia donde la partícula decae en vuelo (sistema laboratorio, LAB).

   d) Si los productos del decaimiento son dos fotones, demostrar que en el sistema LAB la energía de los mismos estará en el intervalo

$$\frac{m_1}{2}\sqrt{\frac{1-\beta_1}{1+\beta_1}} \leq E_\gamma \leq \frac{m_1}{2}\sqrt{\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1}},$$

donde $\beta_1 = \sqrt{1-1/\gamma_1^2}$ y γ_1 es el factor de Lorentz de la partícula que decae.

3. Considere una interacción del tipo $A + B \to C + D + \ldots$ La variable s se define como

$$s \equiv (p_A + p_B)^2 = (p_C + p_D + \ldots)^2,$$

donde p_i es el cuadrimpulso de la partícula i. Por definición, s es un invariante de Lorentz y se conserva en la interacción.

a) Demostrar que $\sqrt{s}$ es la energía total en el sistema CM.

b) Encontrar la expresión para s en el sistema de referencia donde la partícula B está en reposo (sistema LAB).

c) ¿Cuál es el significado físico de s?

d) En el acelerador de partículas Tevatron del Fermilab, se hacían colisionar haces de protones y antiprotones acelerados a una energía de 980 GeV.

I. ¿Cuál es la energía máxima de las partículas que podían crearse en las colisiones?

II. En 1995 en el Tevatron se descubrió el quark top ($m_{\text{top}} \approx 173$ GeV). ¿Hasta qué energía deberían haberse acelerado protones en un experimento de blanco fijo para permitir la creación del top?

e) ¿Cuál es la energía umbral del protón en el sistema LAB (protón blanco en reposo) para que sea posible la creación de un pión neutro en la colisión de dos protones, $p + p \to p + p + \pi^0$?

f) ¿Cuál es la energía umbral del protón para que sea posible la creación de un pión neutro en una colisión con un fotón del fondo cósmico de microondas, $p + \gamma_{\text{CMB}} \to p + \pi^0$?

4. Una fuente se mueve con velocidad relativista $\vec{v}$, que forma un ángulo α con la línea de la visual de un observador en la Tierra. La fuente emite fotones con energía ϵ' en su sistema de referencia propio.

a) ¿Qué energía tienen los fotones detectados por el observador?

b) Si la fuente emite isotrópicamente en su sistema propio, ¿cómo será la distribución angular de la radiación en el sistema del observador?

5. *a*) Mostrar que la densidad de partículas por unidad de volumen en el espacio de fases $\dfrac{dN}{d\vec{x}d\vec{p}}$ es un invariante de Lorentz.

   b) Definiendo la densidad diferencial de partículas como $n(E,\Omega) = \dfrac{dN}{dVdEd\Omega}$, demostrar que el resultado del ítem anterior implica que esta cantidad transforma como

$$n(E,\Omega) = n'(E',\Omega') \left(\frac{p}{p'}\right) \left(\frac{E}{E'}\right) \longrightarrow n'(E',\Omega') \left(\frac{E}{E'}\right)^2,$$

   donde el límite es válido para fotones o partículas ultra-relativistas.