Introducción a la Astrofísica Relativista 2017

Práctica 4

Parte I. Ec. de transporte. Difusión. Sección eficaz, camino libre medio.

1. Consideremos la siguiente versión sencilla de la ecuación de transporte en estado estacionario,

$$\frac{d}{dE}\left[b(E)N(E)\right] + \frac{N(E)}{T_{\rm esc}} = Q(E). \tag{1}$$

Aquí $N(E)$ es el número de partículas por unidad de volumen con energía en el intervalo $(E, E + dE)$, $b(E) = dE/dt$ es la tasa total de pérdida de energía, y $T_{\rm esc}$ es el tiempo típico de escape de las partículas de la región. La función inyección es una ley de potencias, $Q(E) = Q_0\ E^{-\alpha}$ con $\alpha > 1$. Supondremos que el tiempo de escape es independiente de la energía y que $b(E) \propto E^p$ (¿a qué mecanismos de enfriamiento podría corresponder?).

   a) ¿Cuál es la forma funcional de $N(E)$ en el rango de energías donde domina el enfriamiento? ¿Y donde domina el escape? ¿Cómo se podría estimar la energía de transición entre los dos regímenes?

   b) La solución analítica de la ec. 1 es

$$N(E) = \frac{1}{|b(E)|}\int_E^{E^{\rm max}} dE'\, Q(E')\ \exp\left(-\frac{\tau(E,E')}{T_{\rm esc}}\right) \tag{2}$$

   donde

$$\tau(E,E') = \int_E^{E'} dE''\ \frac{1}{|b(E'')|}. \tag{3}$$

   Calcular numéricamente $N(E)$ para una distribución de electrones con energías entre $E_{\rm min} = 2m_e c^2$ y $E_{\rm max} = 10$ TeV, y comprobar las estimaciones del ítem anterior. Adoptar $\alpha = 2$, $T_{\rm esc} = 0.1$ s y $L_{\rm iny} = 10^{36}$ erg s^{-1} para la potencia de inyección. Considerar únicamente pérdidas por radiación sincrotrón en un campo magnético $B = 10^4$ G.

2. En la superficie de estrellas de tipo solar pueden ocurrir eventos violentos de reconexión magnética conocidos como *flares* (fulguraciones), que implican una conversión súbita de energía magnética que es transferida a las partículas de la atmósfera estelar. En función del tiempo y de la energía de las partículas (electrones), la inyección

puede modelarse como $Q(E,t) = KE^{-p}\delta(t)$ para energías de electrones entre 1 MeV y 100 GeV, donde $p = 2.3$ y se fijó el instante del evento de reconexión en $t = 0$. Obtener y graficar la distribución de electrones $N(E,t)$ para $t = 10^2$ s, $t = 10^4$ s y $t = 10^6$ s. Suponer que la energía total en partículas no térmicas en el instante inicial es $E_{NT} = \int E\, N(E, t = 0)\, dE = 10^{30}$ erg y que los electrones se enfrían por radiación sincrotrón en un campo magnético ambiente de 10 G.

3. Durante una explosión de supernova se libera una gran cantidad de energía en forma de neutrinos.

   a) Calcular el camino libre medio para neutrinos de energía 25 MeV durante el colapso que precede a una supernova de tipo II, si la densidad del medio es $\rho = 10^{14}$ g cm^{-3}. Para neutrinos con energía $E_\nu \gg m_e$, la sección eficaz para el scattering elástico $\nu + e^- \to \nu + e^-$ puede aproximarse como

   $$\sigma_{\nu e} \approx C_X\, 9.5 \times 10^{-45} \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}}\right) \text{cm}^2, \tag{4}$$

   donde C_X depende del sabor del neutrino, y para ν_e vale $C_e = 1$.

   b) ¿Pueden estos neutrinos escapar libremente de la estrella? Estimar el tiempo de escape.

   c) El experimento Kamiokande, en Japón, consistía en un enorme tanque lleno de agua para detectar neutrinos solares. Los neutrinos sufren dispersiones elásticas con los electrones en el agua, y lo que se detecta es la emisión Cherenkov de los electrones dispersados. Para que la detección sea posible, los electrones tiene que adquirir una energía de ~ 5 MeV, lo que corresponde a un umbral de detección de $E_\nu \sim 10$ MeV para los neutrinos. En estas condiciones, la sección eficaz vale $\sim 10\,\%$ de la dada en la ec. 4, mientras que el flujo de neutrinos solares esperado es $\phi_\nu \approx 6.5 \times 10^6$ cm^{-2} s^{-1}. ¿Cuál es la masa mínima de agua necesaria para detectar un neutrino por día?

Parte II. Procesos radiativos 1.

4. ¿Cuál es la temperatura de un cuerpo negro que emite fotones con una energía media de 1 TeV ? ¿Cuál es la densidad de estos fotones?

5. Observaciones en radio indican que un remanente de supernova emite radiación sincrotrón producida por electrones relativistas con una distribución $N_e(E) \propto E^{-2.2}$. Observaciones polarimétricas, a su vez, indican que el grado de polarización de la radiación sincrotrón es del 10 %. ¿Cuál es el grado de turbulencia del campo magnético, medido como la razón de la componente aleatoria a la componente homogénea del campo?

6. ¿Cuánto vale el tiempo de enfriamiento por radiación sincrotrón, para un electrón de 1 TeV en un campo magnético de 1 mG? ¿Cuál sería el valor correspondiente para un protón con el mismo factor de Lorentz?

7. El radio de curvatura de las líneas de campo en la región polar de un pulsar es $R_c \sim (cR_*/\Omega)^{1/2}$. Para un pulsar de período $P = 0.1$ s, hallar la energía típica de los fotones que emite un positrón que fue acelerado hasta 10 TeV en la región polar. Utilizar $R_* = 10^6$ cm.

8. Un electrón relativista atraviesa un medio en el cual la densidad de fotones es la de un cuerpo negro con temperatura $kT = 1$ eV (¿qué rango del espectro es este?). El campo magnético en ese ambiente es de 1000 G. Determinar cuál será el mecanismo de enfriamiento dominante. Supongamos ahora que en forma simultánea el electrón gana energía por un mecanismo difusivo de tipo Fermi de primer orden. Si la eficiencia del mecanismo de aceleración vale $\eta = 0.01$, ¿cuál es la energía máxima que pueden alcanzar los electrones?

9. Mostrar que la energía máxima de los fotones dispersados por efecto Compton inverso es $E_\gamma^{\max} = 4\gamma^2 E_{\rm ph}$, donde γ es el factor de Lorentz del electrón y $E_{\rm ph}$ la energía inicial del fotón.

10. La eyección en forma de chorro (*jet*) de un microquasar inyecta electrones relativistas en la región donde es frenado por el medio interestelar (el *hot spot*), con una densidad de energía de $U_e = 100$ eV cm^{-3}. Los electrones se distribuyen en energía según $N(E) \propto E^{-2}$ en el rango 1 GeV - 10 TeV. Si el *hot spot* tiene un tamaño lineal de 0.1 pc y el campo magnético allí es $B = 10^{-5}$ G, ¿cuál es la potencia sincrotrón que se emite en la región ópticamente delgada del espectro ($\nu > 0.17$ MHz)? Graficar la SED.