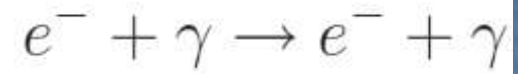


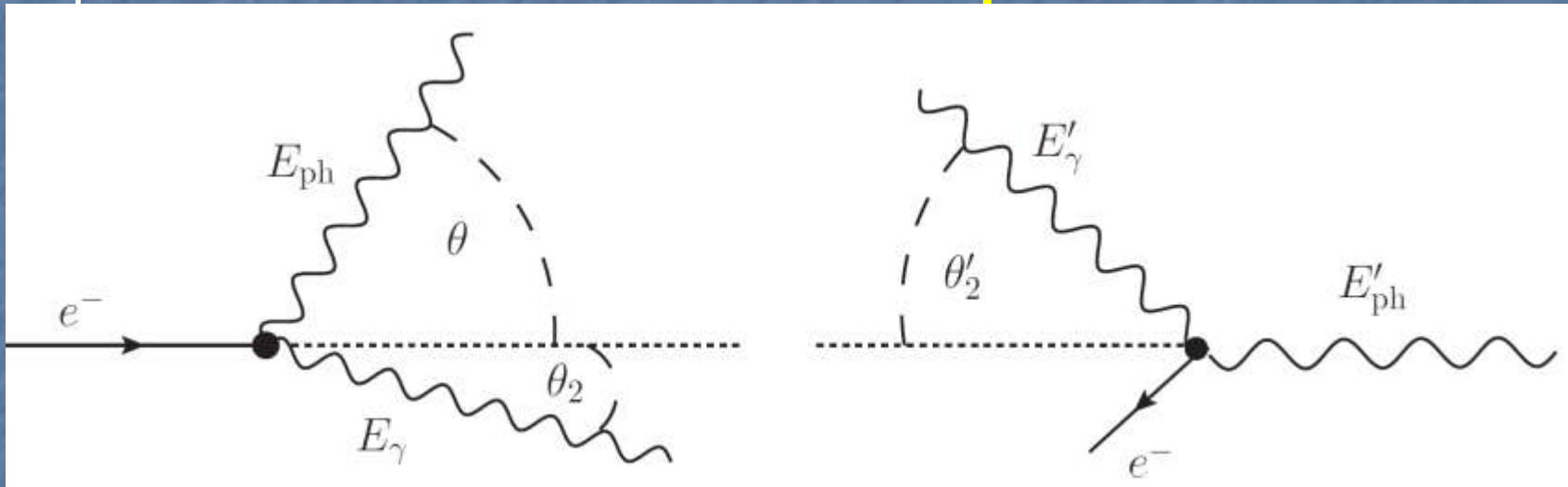
RADIACIÓN COMPTON INVERSA

Cuando un **fotón** de energía E_{ph} es dispersado por un **electrón** de energía E_e ,



el electrón puede ceder energía al fotón y producir rayos gamma.

Este proceso se denomina **efecto Compton inverso**.



Interacción en el sistema del laboratorio donde el electrón está en movimiento antes de la colisión

Interacción en el sistema propio del electrón (símbolos primados)

RADIACIÓN COMPTON INVERSA (cont.)

A partir de la conservación de la energía y del momento puede hallarse la **energía del fotón luego de la colisión**,

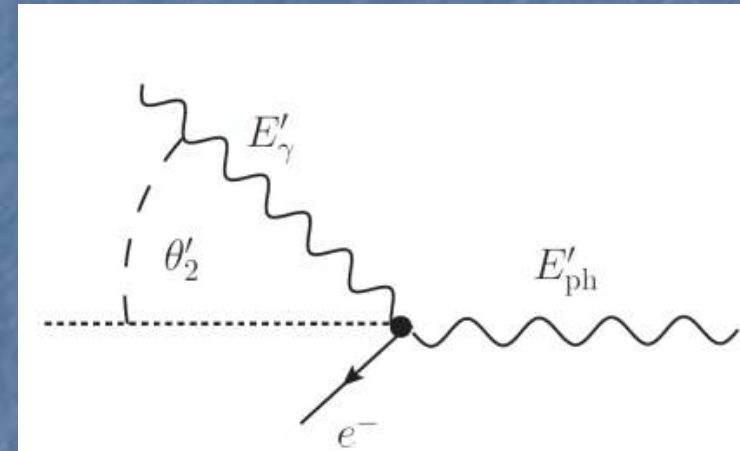
$$E'_\gamma = \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + (E'_{\text{ph}}/m_e c^2)(1 - \cos \theta'_2)}$$

donde θ'_2 es el ángulo de dispersión.

La **energía final del fotón en el sistema de referencia del laboratorio** es entonces

$$\rightarrow E_\gamma = \gamma E'_\gamma (1 - \beta \cos \theta'_2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \text{ factor de Lorentz del electrón} \\ \beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} \end{array} \right.$$



RADIACIÓN COMPTON INVERSA (cont.)

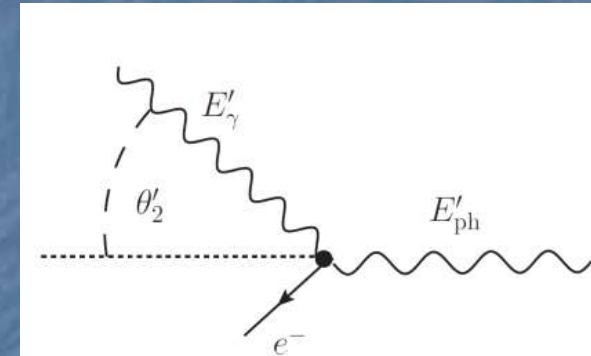
Si $E'_{\text{ph}} \ll m_e c^2$ la interacción ocurre en el llamado límite de Thomson.

La condición equivalente en el **sistema del laboratorio** es

$$E_e E_{\text{ph}} \ll m_e^2 c^4$$

En este régimen la colisión es casi elástica en el **sistema en reposo del electrón** y

$$E'_{\gamma} \approx E'_{\text{ph}}$$



La máxima energía que puede alcanzar el **fotón dispersado** será entonces

$$E_{\gamma, \text{max}} \approx 4\gamma_e^2 E_{\text{ph}}$$

que corresponde al caso de una colisión frontal.

RADIACIÓN COMPTON INVERSA (cont.)

$$E_{\gamma,\max} \approx 4\gamma_e^2 E_{\text{ph}}$$

máxima energía que puede alcanzar
el **fotón dispersado**

Aunque la energía característica de los fotones dispersados es grande, es aún **mucho menor que la del electrón**, que en este límite sólo pierde una pequeña fracción de su energía en cada interacción.

RADIACIÓN COMPTON INVERSA (cont.)

Consideremos un fotón de energía E_{ph} que se mueve formando un ángulo θ respecto de la dirección de la velocidad del electrón.

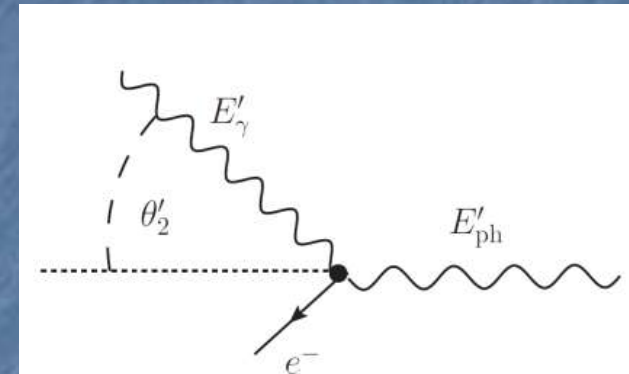
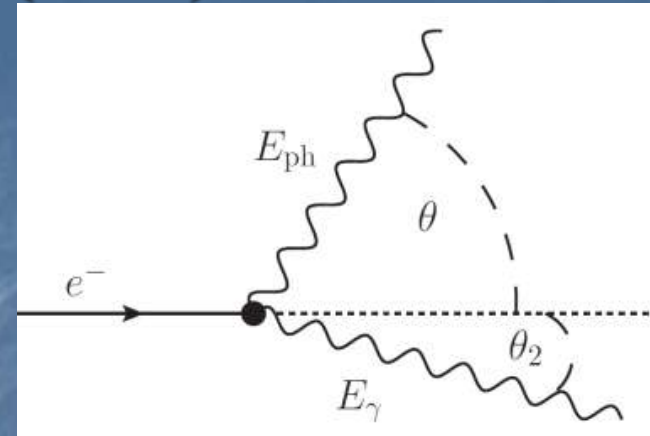
En el **sistema en reposo del electrón** este ángulo vale

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_e (\cos \theta - \beta)}$$

Si el electrón es muy energético $\beta \approx 1$

➔
$$\tan \theta' \approx -\frac{1}{\gamma_e} \cot \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

Entonces, en su sistema en reposo, el electrón “ve” a los fotones incidir sobre él en dirección contraria a la de su movimiento y formando un cono de semi-apertura $\sim 1/\gamma$



RADIACIÓN COMPTON INVERSA (cont.)

Algo parecido ocurre con el ángulo de dispersión de los fotones en el **sistema del laboratorio**.

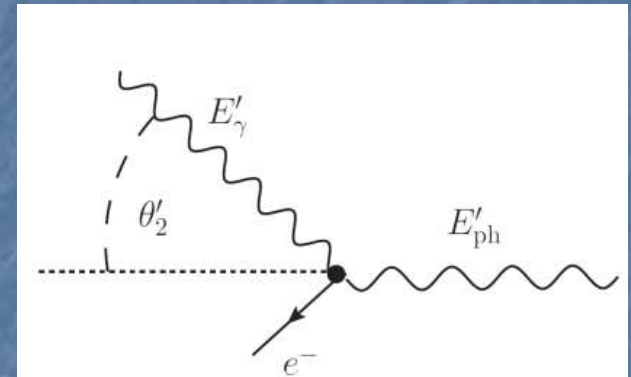
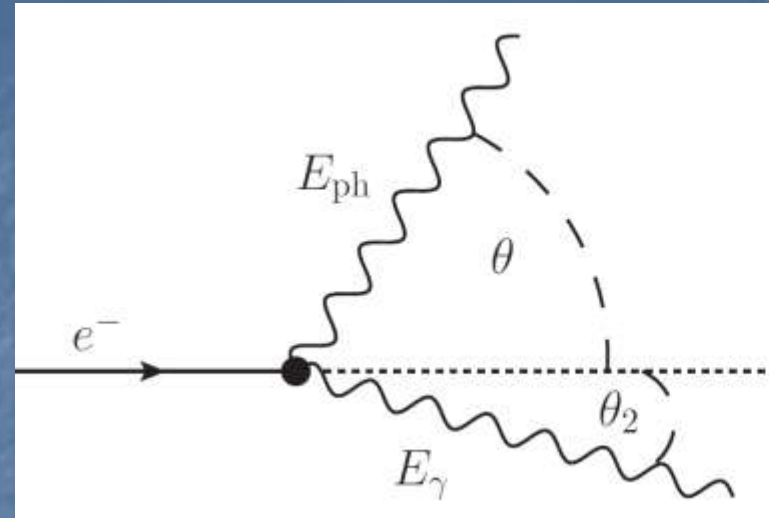
Su valor es

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos \theta'_2 + \beta}{1 + \beta \cos \theta'_2}$$

donde θ'_2 es el ángulo de dispersión en el sistema en reposo del electrón.

Cuando $\beta \approx 1$ \rightarrow $\cos \theta_2 \sim 1$

por lo que los fotones son dispersados en la dirección del movimiento del electrón antes de la colisión, dentro de un cono de semi-apertura pequeña $\sim 1/\gamma$



SECCIÓN EFICAZ IC

La sección eficaz diferencial exacta para la interacción Compton está dada por la **fórmula de Klein-Nishina**

$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{d\Omega'_2 dE'_\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} \right)^2 \left(\frac{E'_{\text{ph}}}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} - \sin^2 \theta'_2 \right) \delta \left(E'_\gamma - \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + \frac{E'_{\text{ph}}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta'_2)} \right)$$

deducida a partir de consideraciones de la mecánica cuántica.

r_e radio clásico del electrón: $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$

En el **límite de Thomson**, $E'_\gamma \approx E'_{\text{ph}}$
y la sección eficaz se reduce a

→ $\frac{d\sigma_{\text{Th}}}{d\Omega'_2 dE'_\gamma} \approx \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta'_2) \delta (E'_\gamma - E'_{\text{ph}})$

SECCIÓN EFICAZ IC (cont.)

La **sección eficaz total** σ_{IC} es un invariante así que puede hallarse, por ejemplo, integrando

$$\frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega'_2 dE'_\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E'_{ph}} \right)^2 \left(\frac{E'_{ph}}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E'_{ph}} - \sin^2 \theta'_2 \right) \delta \left(E'_\gamma - \frac{E'_{ph}}{1 + \frac{E'_{ph}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta'_2)} \right)$$

Definiendo $x = E_e E_{ph} / m_e^2 c^4$

la **sección eficaz total** (promediada en ángulo) en el sistema del laboratorio resulta

$$\sigma_{IC} = \frac{3\sigma_T}{8x} \left[\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} \right) \ln(1 + 2x) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(1 + 2x)^2} \right]$$

$$\sigma_T = (8/3)\pi r_e^2 \approx 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad \text{sección eficaz de Thomson}$$

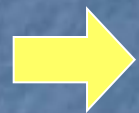
SECCIÓN EFICAZ IC (cont.)

$$\sigma_{\text{IC}} = \frac{3\sigma_{\text{T}}}{8x} \left[\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} \right) \ln(1 + 2x) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(1 + 2x)^2} \right]$$

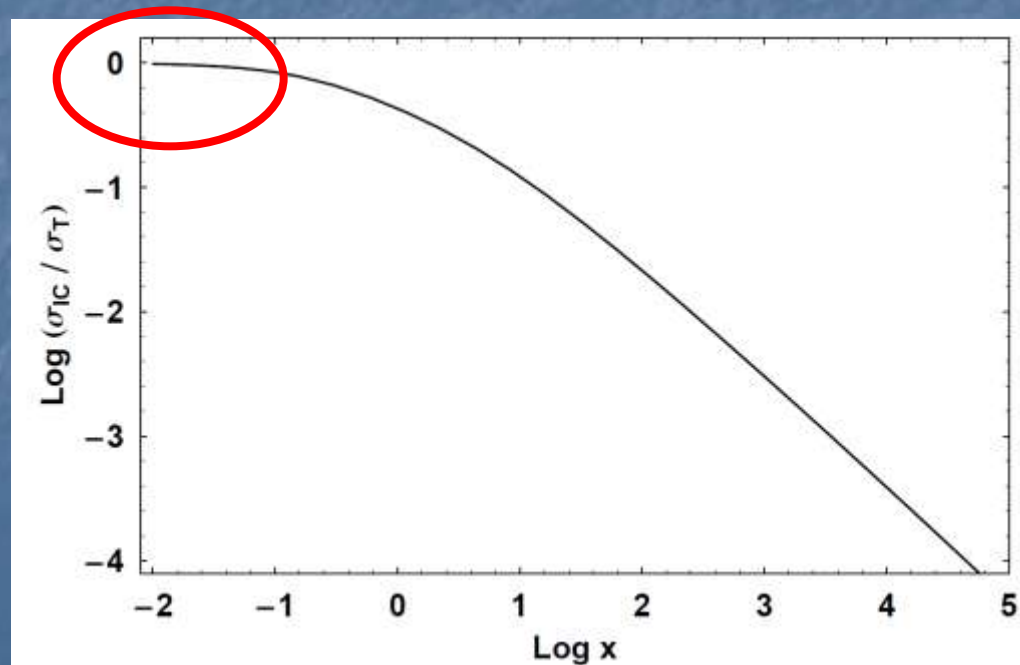
$$x = E_e E_{\text{ph}} / m_e^2 c^4$$

En el **regimen de Thomson**,

$$x \ll 1$$



$$\sigma_{\text{IC}} \approx \sigma_{\text{T}} (1 - 2x)$$



SECCIÓN EFICAZ IC (cont.)

Sin embargo, para $x \gg 1$

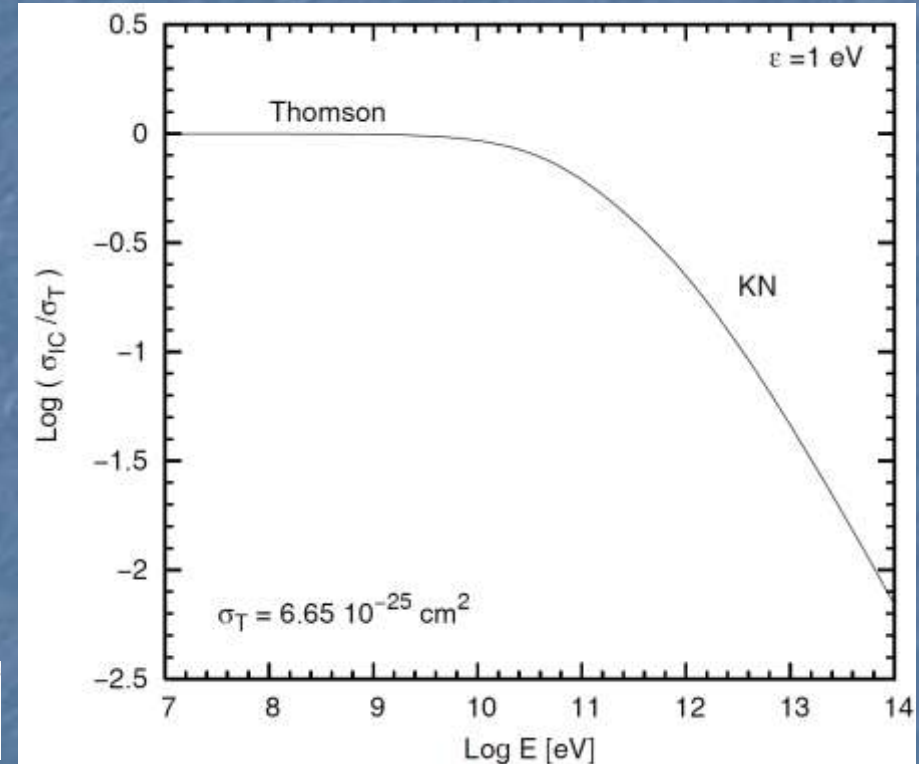
$$x = E_e E_{\text{ph}} / m_e^2 c^4$$

la sección eficaz total **decrece abruptamente**

$$\sigma_{\text{IC}} \approx \frac{3}{8} \sigma_{\text{T}} x^{-1} \ln(4x)$$

para una energía inicial del fotón fija:

$$\varepsilon = E_{\text{ph}} = 1 \text{ eV}$$



energía del electrón

Este límite se conoce como **régimen de Klein-Nishina**.

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN

Consideremos la interacción de una distribución de electrones con un campo de fotones.

Si la intensidad de electrones es $I_e(E_e, \vec{r})$

y el campo de fotones viene dado por $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r})$,

el resultado de la interacción será:

$$I_{\gamma}^{\text{ph}}(E_{\gamma}) = \int_{\vec{l}} \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \int_0^{\infty} I_e(E_e, \vec{r}) \sigma^{\text{IC}}(E_e, E_{\gamma}, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} dE_e d\vec{r}$$

Podemos introducir un parámetro ξ , de tal forma que:

$$\xi = \frac{E_e E_{\text{ph}}}{(m_e c^2)^2}$$

Si $\xi \ll 1$, la interacción es clásica y la sección eficaz puede ser aproximada por la de Thomson:

$$\sigma_{\text{T}} = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \approx 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

A fin de poder resolver

$$I_{\gamma}^{\text{ph}}(E_{\gamma}) = \int_{\vec{l}} \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \int_0^{\infty} I_e(E_e, \vec{r}) \sigma^{\text{IC}}(E_e, E_{\gamma}, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} dE_e d\vec{r}$$

debemos conocer la **potencia radiada** por un único electrón que se mueve a través de un campo de fotones con distribución de energía $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r})$,

En el límite de Thomson, el **número de fotones que son dispersados** por unidad de tiempo en el sistema propio del electrón es:

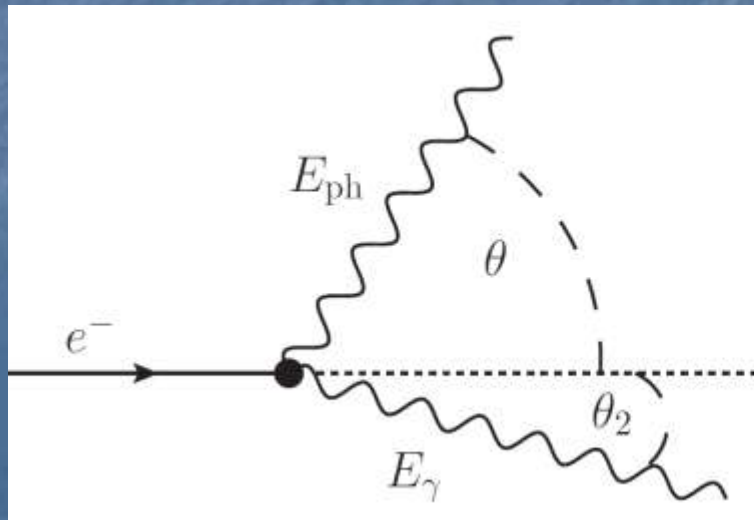
$$c \sigma_{\text{T}} n'_{\text{ph}}(E'_{\text{ph}}) dE'_{\text{ph}}$$

La **potencia llevada por estos fotones** es:

$$P'_{\text{IC}} = c \sigma_{\text{T}} \int E'_{\gamma} n'_{\text{ph}}(E'_{\text{ph}}) dE'_{\text{ph}}$$

$$E'_{\text{ph}} = \gamma E_{\text{ph}} (1 - \beta \cos \theta)$$

Ángulo entre las direcciones de movimiento del electrón y fotón en el sistema del laboratorio



TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

La cantidad $\frac{n'_{\text{ph}}(E'_{\text{ph}}) dE'_{\text{ph}}}{E'_{\text{ph}}}$ es un invariante relativista.

Convirtiendo al sistema del laboratorio por medio de $E'_{\text{ph}} = \gamma E_{\text{ph}} (1 - \beta \cos \theta)$

$P'_{\text{IC}} = c \sigma_{\text{T}} \int E'_{\gamma} n'_{\text{ph}}(E'_{\text{ph}}) dE'_{\text{ph}}$ $E'_{\gamma} \approx E'_{\text{ph}}$ ángulo entre el electrón y el fotón en el sistema del laboratorio

$$P_{\text{IC}}(E_{\gamma}) = c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \int (1 - \beta \cos(\theta))^2 E_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}$$

→ $P_{\text{IC}}(E_{\gamma}) = c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 (1 + 1/3 \beta^2) \omega_{\text{ph}},$

donde E_{γ} es la **energía de los fotones dispersados** luego de la interacción.

$$\omega_{\text{ph}} = \int E_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}$$

es la densidad de energía del campo de fotones,
y hemos sumado sobre todos los ángulos,

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 (1 - \beta \cos(\theta))^2 d(\cos(\theta))$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

$$P_{\text{IC}}(E_\gamma) = c\sigma_T \gamma^2 \int (1 - \beta \cos \theta)^2 E_{\text{ph}} N_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}$$



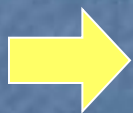
$$P_{\text{IC}}(E_\gamma) = c\sigma_T \gamma^2 \left(1 + \frac{1}{3} \beta^2\right) \omega_{\text{ph}}$$

$$\omega_{\text{ph}} = \int E_{\text{ph}} N_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}$$

Densidad de energía
del campo de fotones

$$\int_{-1}^1 (1 - \beta \cos \theta)^2 d(\cos \theta)$$

Se sumó sobre
todos los ángulos



La **pérdida de energía** del electrón es la **energía que recibió** por unidad de tiempo (removida del campo de fotones de baja energía) **menos la que radió:**

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{IC}} &= c\sigma_T \omega_{\text{ph}} - c\sigma_T \gamma^2 \left(1 + \frac{1}{3} \beta^2\right) \omega_{\text{ph}} \\ &= c\sigma_T \omega_{\text{ph}} \left(1 - \gamma^2 - \frac{1}{3} \beta^2 \gamma^2\right) \\ &\approx -c\sigma_T \omega_{\text{ph}} \left(\gamma^2 + \frac{1}{3} \gamma^2\right) \\ &\approx -\frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \omega_{\text{ph}} \end{aligned}$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

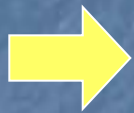
Pérdida de energía del electrón:

$$\left(\frac{dE_e}{dt}\right) \approx -\frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \omega_{\text{ph}} \approx 2 \times 10^{-14} \gamma^2 \omega_{\text{ph}} \frac{\text{eV}}{\text{s}}$$

Expresión válida para el **régimen de Thomson**.

Definiendo la **escala temporal de las pérdidas** (tiempo de enfriamiento) por:

$$t_{\text{perd}} \approx E \left(\frac{dE}{dt}\right)^{-1}$$



$$\frac{t_{\text{IC}}}{t_{\text{sinc}}} \approx \frac{\omega_{\text{mag}}}{\omega_{\text{ph}}}$$



$$\left(\frac{dE_e}{dt}\right) \approx -\frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \omega_{\text{ph}}$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{sinc}} = -\frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \omega_{\text{mag}}$$

O sea que, en el régimen de Thomson, la importancia relativa de las pérdidas sincrotrón e inverse Compton depende únicamente del cociente entre las densidades de energía del campo magnético y el campo de radiación.

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Número total de fotones por unidad de volumen:

$$N_{\text{Tot}} = \frac{\omega_{\text{ph}}}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}$$

→ Energía media de fotones semilla

De ellos, inciden sobre el electrón: $c \sigma_{\text{T}} N_{\text{Tot}}$



El número de interacciones por unidad de volumen por unidad de tiempo es:

$$c \sigma_{\text{T}} \frac{\omega_{\text{ph}}}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}$$

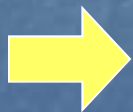
Luego de la interacción, la energía media de los fotones producida por la radiación C.I. es $\langle E_{\gamma} \rangle$

$$\langle E_{\gamma} \rangle$$



La pérdida de energía resulta:

$$\langle E_{\gamma} \rangle c \sigma_{\text{T}} \frac{\omega_{\text{ph}}}{\langle E_{\text{ph}} \rangle} = \frac{4}{3} c \sigma_{\text{T}} \gamma^2 \omega_{\text{ph}}$$



$$\langle E_{\gamma} \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle E_{\text{ph}} \rangle$$

Obtengo el rango de energía que resultará de la interacción.

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

$$\langle E_\gamma \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle E_{\text{ph}} \rangle$$

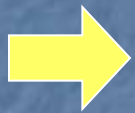
Ej.: SNR 1006.

Observación de radiación sincrotrón en RX (*Chandra*)  electrones con

Los cuales interaccionan con fotones del CMB mediante scattering C.I.

$$\langle E_{\text{CMB}} \rangle \approx 10^{-2} \text{ eV}$$

$$\gamma \approx 10^7$$



$$\langle E_\gamma \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle E_{\text{ph}} \rangle \approx 10^{14} 10^{-2} \approx 10^{12} \text{ eV} \approx 1 \text{ TeV}$$

Rayos
gamma

La **energía máxima de los fotones dispersados**

se obtiene cuando ocurre un choque de frente, tal que

$$\cos \theta = -1$$



$$E_\gamma^{\text{max}} = 4 \gamma^2 E_{\text{ph}}$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Forma del espectro resultante por interacciones Compton Inverso

dependerá de

- la distribución de electrones relativistas incidentes
- la distribución del campo de fotones.

Para $I_e(E_e) = K_e E_e^{-p}$

y $n_{\text{ph}} = N_{\text{ph}} \delta(E_{\text{ph}} - \langle E_{\text{ph}} \rangle)$ (monoenergética)

La integral original:

$$I_{\gamma}^{\text{ph}}(E_{\gamma}) = \int_{\vec{l}} \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \int_0^{\infty} I_e(E_e, \vec{r}) \sigma^{\text{IC}}(E_e, E_{\gamma}, E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) dE_{\text{ph}} dE_e d\vec{r}$$

nos da:

$$I_{\gamma}^{\text{IC}}(E_{\gamma}) = \frac{1}{2} n_{\text{ph}} L \sigma_{\text{T}} (m_e c^2)^{(1-p)} \left(\frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \right)^{(p-1)/2} K_e E_{\gamma}^{-(p+1)/2}$$

donde L es la dimensión típica de la fuente.

Se uso una aprox. delta para la sección eficaz en el límite de Thompson

$$\sigma(E_e, E_{\gamma}, E_{\text{ph}}) = \sigma_{\text{T}} \delta(E_{\gamma} - \frac{4}{3} \langle E_{\text{ph}} \rangle \gamma^2)$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Forma del espectro resultante por interacciones Compton Inverso dependerá de

- la distribución de electrones relativistas incidentes
- la distribución del campo de fotones.

Para $I_e(E_e) = K_e E_e^{-p}$

Si la **distribución de fotones es térmica**, con temperatura característica T

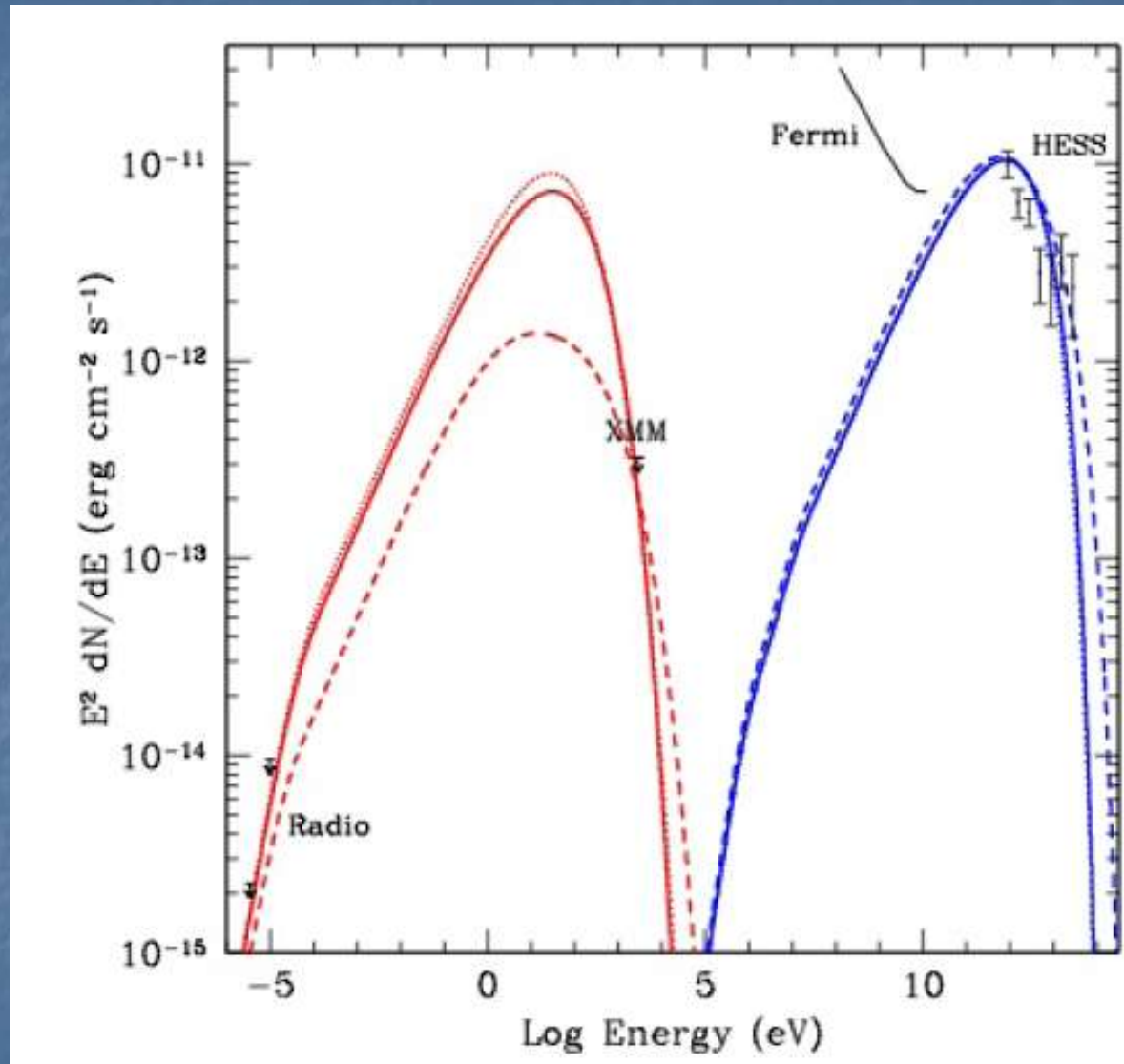
➔
$$I_\gamma^{\text{IC}}(E_\gamma) = \frac{r_e^2}{4\pi^2 \hbar^3 c^2} L K_e (kT)^{\frac{(p+5)}{2}} F(p) E_\gamma^{-\frac{(p+1)}{2}}$$

donde

$$F(p) = \frac{2^{p+3} (p^2 + 4p + 11) \Gamma\left[\frac{1}{2}(p+5)\right] \zeta\left[\frac{1}{2}(p+5)\right]}{(p+3)^2 (p+1)(p+5)}$$

ζ	Función de Riemann		
p	1.5	2.0	2.5
$F(p)$	3.91	5.25	7.57

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)



Rojo: emisión sincrotrón. Azul: dispersión Compton inversa.

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Cuando

$$\xi = \frac{E_e E_{ph}}{(m_e c^2)^2} \gg 1$$

Los efectos cuánticos se hacen importantes y cambia el régimen de interacción.

En este régimen, el electrón pasa casi toda su energía al fotón: $E_\gamma^{IC} \approx E_e$

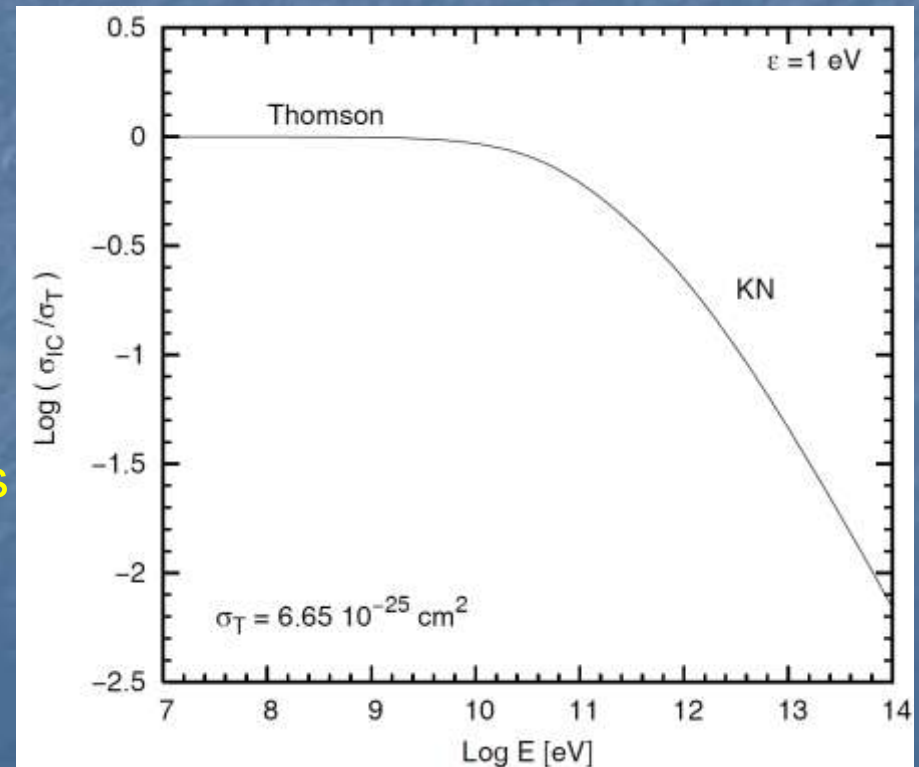


La sección eficaz
decrece drásticamente:

$$\sigma_{KN}(E_e, E_{ph}) = \frac{3}{8} \sigma_T \frac{m_e c^2}{\langle E_{ph} \rangle} \ln \left[\left(\frac{2\gamma E_{ph}}{m_e c^2} \right) + \frac{1}{2} \right]$$

Se tienen menos interacciones
por unidad de tiempo:
**menos producción de
rayos gamma**

Régimen de Klein-Nishima



TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Las pérdidas del electrón en el régimen de Klein-Nishima vienen dadas por:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{IC}}^{\text{KN}} &= \frac{3}{8} c \sigma_{\text{T}} \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln \left(\frac{2E_e \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e^2 c^4} + \frac{1}{2}\right) \\ &\approx 10^{-14} \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln \left(\frac{2E_e \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e^2 c^4}\right) \quad \text{eV/s} \end{aligned}$$

En este régimen, la tasa de pérdida de energía depende sólo débilmente de la energía de la partícula.

Si el índice espectral de la inyección de electrones es p ,

$$Q(E) = K E^{-p}$$

el efecto de las pérdidas por IC es hacer **más duro** el espectro en estado estacionario:

$$n(E) \propto E^{-(p-1)}$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Las pérdidas del electrón es el régimen de Klein-Nishima vienen dadas por:

$$-\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{IC}}^{\text{KN}} = \frac{3}{8} c \sigma_T \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln \left(\frac{2E_e \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e^2 c^4} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\approx 10^{-14} \omega_{\text{ph}} \left(\frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle}\right)^2 \ln \left(\frac{2E_e \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e^2 c^4}\right) \text{ eV/s}$$

Existen parametrizaciones para la sección eficaz de la interacción Compton Inversa que se comportan adecuadamente en los *límites de bajas y altas energías*

(Ej.: Blumenthal & Gould 1970):

$$\sigma_{\text{IC}}(x, \epsilon_{\text{ph}}, \gamma) = \frac{3\sigma_T}{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma^2} f(x)$$

donde:

$$f(x) = \left[2x \ln x + x + 1 - 2x^2 + \frac{(4\epsilon_{\text{ph}}\gamma x)^2(1-x)}{2(1+4\epsilon_{\text{ph}}\gamma x)} \right] P\left(\frac{1}{4\gamma^2}, 1, x\right)$$

$$x = \frac{\epsilon_\gamma}{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma^2 \left(1 - \frac{\epsilon_\gamma}{\gamma}\right)}$$

$$P = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{1}{4\gamma^2} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } \frac{1}{4\gamma^2} > x > 1 \end{cases}$$

$$\epsilon_{\text{ph}} = \frac{E_{\text{ph}}}{m_e c^2}$$

$$\epsilon_\gamma = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

La energía máxima de los fotones dispersados es:

$$E_{\gamma}^{\max} \approx \frac{4\epsilon_{\text{ph}} \gamma_{\max}^2}{1 + 4\epsilon_{\text{ph}} \gamma_{\max}}$$

con

$$\gamma_{\max} = \frac{E_e^{\max}}{m_e c^2}$$

TASA DE ENFRIAMIENTO Y ESPECTRO DE EMISIÓN (cont.)

Se han derivado también expresiones útiles para las **pérdidas** que se reducen a los casos límites de Thomson y Klein-Nishina.

La más exacta es la de Aharonian y Atoyan (1981):

$$-\left(\frac{dE_e}{dt}\right)^{\text{IC}} = \frac{3\sigma_T c m_e c^2 n_{\text{ph}}}{4\epsilon_{\text{ph}} b} \left[\left(6 + \frac{b}{2} + \frac{6}{b}\right) \ln(1+b) - \ln^2(1+b) - 2\text{Li}\left(\frac{1}{1+b}\right) - \frac{(11/12)b^3 + 8b^2 + 13b + 6}{(1+b)^2} \right].$$

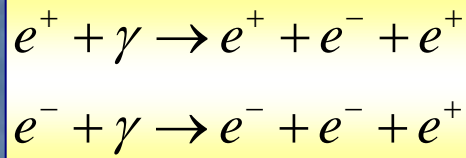
$$b = 4\epsilon_{\text{ph}}\epsilon_e$$

$$\text{Li}(x) = -\int_x^1 (1-y)^{-1} \ln(y) dy$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE PARES “TRIPLE”

La producción de pares por interacción de electrones con fotones puede ocurrir a través de la reacción:



se puede lograr con fotones de baja energía (ej.: CMB) en el caso de electrones muy energéticos.

La **sección eficaz** para esta interacción se puede aproximar como:

$$\sigma_{\text{TPP}}(\varepsilon') = \alpha \sigma_{\text{T}} f(\varepsilon')$$

$$\alpha = 1/137$$

Constante de estructura fina

$$\sigma_{\text{T}}$$

Sección eficaz de Thomson

$$\varepsilon' = \frac{E'_\gamma}{m_e c^2}$$

Energía del fotón en el sistema de referencia en reposo del electrón

$$f(100) = 0.86$$

$$f(300) = 1.32$$

$$f(10^3) = 1.81$$

$$f(10^4) = 2.70$$

Domina sobre Compton Inversa cuando se entra al régimen de Klein-Nishina

Si un electrón de 10 GeV interactúa con un fotón de 100 keV

$$\sigma_{\text{TPP}} \cong 10 \text{ mb}$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE PARES “TRIPLE”

La tasa de pérdida de energía para un electrón que interacciona con una distribución de fotones $n_{\text{ph}}(\epsilon)$

$$\left(\frac{dE_e}{dt}\right)_{\text{TPP}} \approx - \frac{\sqrt{2}\alpha c \sigma_T}{E_e} \int_{\epsilon_{\text{min}}}^{\epsilon_{\text{max}}} d\epsilon \frac{n(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_4^{2\epsilon E_e} d\epsilon' \epsilon'^{1/2} f(\epsilon')$$

En el caso particular de una distribución monoenergética de fotones de energía ϵ y densidad $n_{\text{ph}}(\epsilon)$

y aproximando además $f(\epsilon') \approx 1$

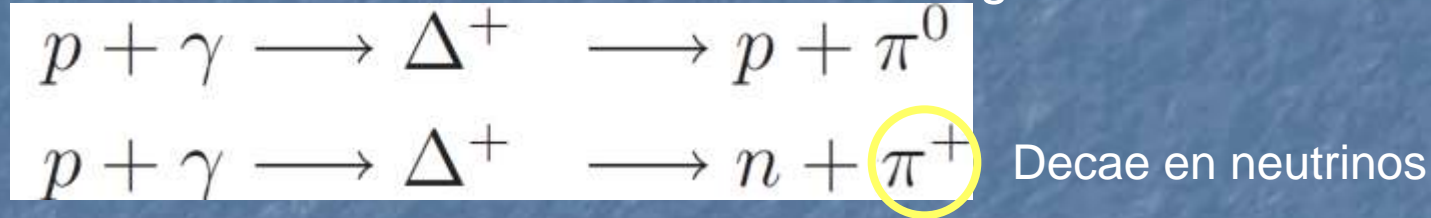
$$\rightarrow \left(\frac{dE_e}{dt}\right) = -\frac{8}{3} \alpha c \sigma_T n_{\text{ph}} \left(\frac{\gamma_e}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad \gamma_e = \frac{E_e}{m_e c^2}$$

Para más referencias, ver
Dermer & Schlickeiser (1991), A&A, 252, 414
y Mastichiadis (1991), 253, 235

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES

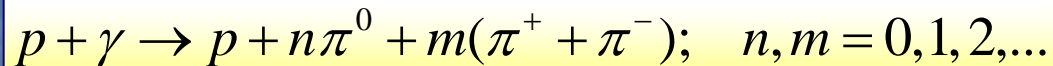
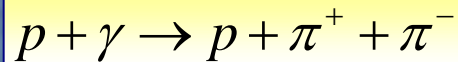
La interacción de protones energéticos con fotones puede resultar en la **generación de mesones** de acuerdo con la siguiente reacción:



Para que esto ocurra, la energía del fotón en el sistema del protón debe superar el **umbral**

Para umbrales mayores, también son posibles las reacciones:

$$\varepsilon'_{\text{th}} = m_{\pi} c^2 \left(1 + \frac{m_{\pi}}{2m_p} \right) = 144.7 \text{ MeV}$$



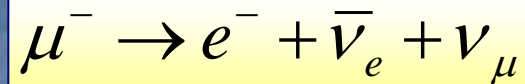
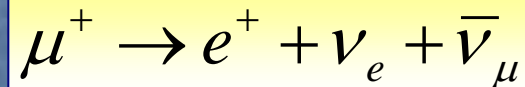
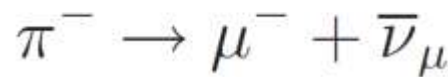
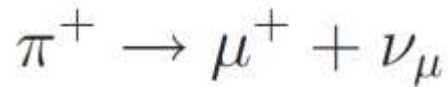
Si se da energía a los quarks el campo fuerte produce pares de partículas (quarks-antiquarks).

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

La vida media de los piones cargados es de $\sim 2.6 \times 10^{-8}$ s

Decaen produciendo, con una probabilidad del 99.98770%, un neutrino y un muón, que a su vez decae en un electrón/positrón y otro neutrino,

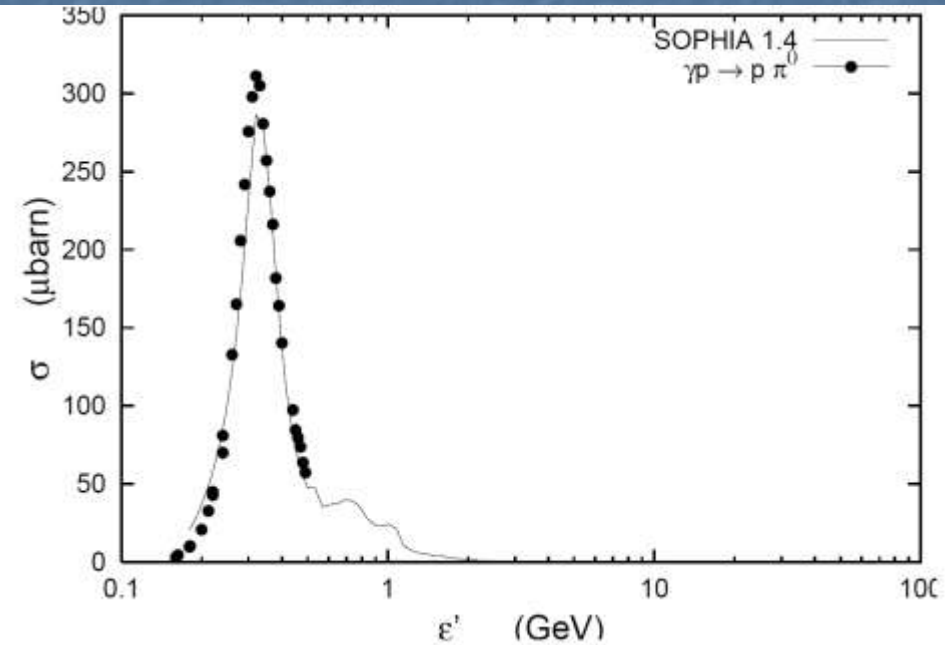
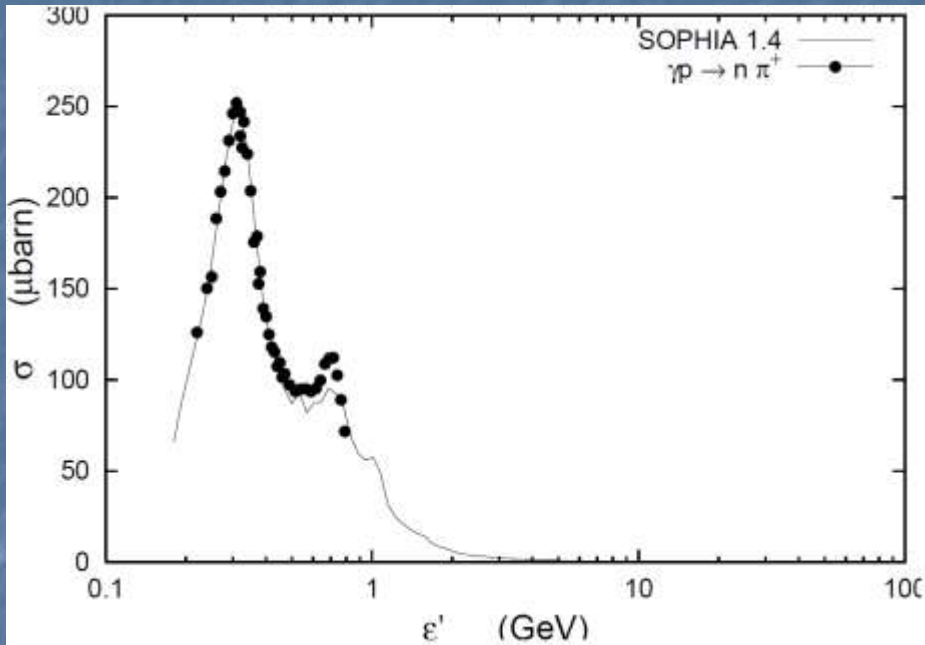


Los piones neutros tienen una vida media mucho más corta, $\sim 8.4 \times 10^{-17}$ s

Decaen el 98.798% de las veces en dos fotones, $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)



Sección eficaz para la creación de piones por interacciones protón-fotón. Los puntos son datos experimentales y la curva sólida la sección eficaz calculada usando el código Monte Carlo SOPHIA para interacciones fohadrónicas (Mücke et al. 2000).

Valor medio de la sección eficaz total para todos los canales de interacción es:
(a partir de datos de laboratorio)

$$\langle \sigma_{p\gamma} \rangle \approx 0.1 \text{ mb}$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

Dermer & Atoyan (2003) han propuesto la siguiente parametrización sencilla:

$$\sigma_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 340 \mu\text{b} & 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 120 \mu\text{b} & \epsilon' > 500 \text{ MeV} \end{cases}$$

El primer rango de energía corresponde, aproximadamente, a aquel donde se produce un sólo pión por interacción, mientras que en el segundo es posible que se creen múltiples piones por colisión.

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

La tasa de pérdidas de energía del protón en el campo de fotones con una distribución de energías $n_{ph}(\epsilon)$ es (Steker 1968):

$$\left(\frac{dE_p}{dt}\right)_\pi \approx -\frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon_{th}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{ph}(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{th}}^{2\epsilon\gamma_p} d\epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') \kappa_{p\gamma}(\epsilon') \epsilon'$$

$$\sigma_{p\gamma}(E'_{ph})$$

Sección eficaz total para producción foto-hadrónica

$$\kappa_{p\gamma}(\epsilon'_{ph})$$

Función de inelasticidad: fracción de su energía inicial que pierde el protón en la interacción.

$$E'_{ph}$$

Energía umbral que debe superar el fotón para producir mesones, evaluada en el sistema del protón.

De acuerdo con Atoyan & Dermer (2003), $\kappa_{p\gamma}(\epsilon'_{ph})$ también puede aproximarse en forma sencilla por una función de tipo escalón,

$$\kappa_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 0.2 & 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 0.6 & \epsilon' > 500 \text{ MeV} \end{cases}$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

En el caso de campo de radiación térmico con energía media por fotón $\langle kT \rangle$ se obtiene (Mannheim & Schlickeiser 1994)

$$\left(\frac{dE_p}{dt} \right)_{\pi}^{p\gamma} = - 1.8 \times 10^{10} \left(\frac{\omega_{ph}}{\text{erg/cm}^3} \right) \left(\frac{\langle kT \rangle}{\text{eV}} \right)^{-2} \text{ eV/s}$$

En el caso de campo de radiación tipo ley de potencias (como radiación sincrotrón o ley Compton Inversa) $n_{ph} \propto \epsilon^{-2}$:

$$\left(\frac{dE_p}{dt} \right)_{\pi}^{p\gamma} = - 4.3 \times 10^{-7} \left(\frac{\omega_{ph}}{\text{erg/cm}^3} \right) \left(\frac{E_p}{\text{GeV}} \right)^{-2} \text{ eV/s}$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

La intensidad de los piones resultantes puede obtenerse en forma similar a lo visto para la producción de fotones a través de la interacción Compton inversa, utilizando las secciones eficaces adecuadas.

$$I_{\pi}^{p\gamma}(E_{\pi}) = \int_{\vec{l}} \int_{E_{\pi}}^{\infty} \int_0^{\infty} I_p(E_p, \vec{r}) \sigma_{p\gamma}(E_p, E_{\pi}, E_{ph}) n_{ph}(E_{ph}, \vec{r}) dE_{ph} dE_p d\vec{r}.$$

Aproximadamente $\frac{1}{3}$ de los piones serán π^0 , que decaerán en rayos γ .

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

Aproximadamente $\frac{1}{3}$ de los piones serán π^0 , que decaerán en rayos γ .

De acuerdo con Kelner & Aharonian (2008), la **emisividad de rayos gamma** (en unidades de $\text{erg}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$) producto del decaimiento de piones neutros creados en interacciones fotohadrónicas puede calcularse como

$$q_\gamma(E_\gamma) = \int N_p(E_p) n_{\text{ph}}(\epsilon) \Phi(\eta, x) \frac{dE_p}{E_p} d\epsilon$$

$$\eta = 4\epsilon E_p / m_p^2 c^4$$

$$x = E_\gamma / E_p$$

$$\Phi = \begin{cases} B_\gamma [\ln 2]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x < x_- \\ B_\gamma \exp \left\{ -s_\gamma \left[\ln \left(\frac{x}{x_-} \right) \right]^{\delta_\gamma} \right\} \left[\ln \left(\frac{2}{1+y^2} \right) \right]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x_- < x < x_+ \\ 0 & x > x_+ \end{cases}$$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

$$\Phi = \begin{cases} B_\gamma [\ln 2]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x < x_- \\ B_\gamma \exp \left\{ -s_\gamma \left[\ln \left(\frac{x}{x_-} \right) \right]^{\delta_\gamma} \right\} \left[\ln \left(\frac{2}{1+y^2} \right) \right]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & x_- < x < x_+ \\ 0 & x > x_+ \end{cases}$$

Si

$$r = m_\pi / m_p$$

$$x_\pm = \frac{1}{2(1+\eta)} \left[\eta + r^2 \pm \sqrt{(\eta - r^2 - 2r)(\eta - r^2 + 2r)} \right]$$

$$y = \frac{x - x_-}{x_+ - x_-}$$

$$\eta_0 = 2 \frac{m_\pi}{m_p} + \frac{m_\pi^2}{m_p^2}$$

Relacionado con la energía umbral

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

Un tratamiento alternativo más sencillo para calcular la emisividad de rayos gamma es el de Atoyan & Dermer (2003), que hace uso de la llamada aproximación de la funcional δ .

En este formalismo se supone que la energía de cada tipo de partícula que se crea producto de la interacción puede tener un único valor.

En el canal de producción de un único pión por colisión la inelasticidad vale $\kappa_1 \sim 0.2$



si la energía del protón es E_p ,

la energía de cada pión neutro será $E_{\pi_0} \approx 0.2E_p$

y la de cada fotón $E_\gamma \approx 0.5E_{\pi_0} = 0.1E_p$

RADIACIÓN

POR PRODUCCIÓN DE FOTOMESONES (cont.)

En el régimen de producción de múltiples piones

la inelasticidad vale $\kappa_2 \sim 0.6$

La energía perdida por el protón se divide casi completamente

entre tres piones $(\pi^0, \pi^- \text{ y } \pi^+)$

llamados “leading pions”;

cada uno tendrá una energía $E_\pi \approx 0.2E_p$



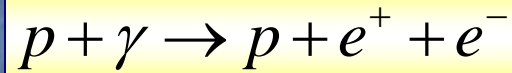
La energía de cada rayo gamma será entonces nuevamente

$$E_\gamma \approx 0.1E_p$$

FORMACIÓN DE PARES

POR INTERACCIONES FOTOHADRÓNICAS

Para energías del fotón en el sistema de referencia del protón mayores que es posible la reacción:



$$\varepsilon'_{\text{th}} = 2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$$

La **sección eficaz** es la de Bethe-Heitler:

$$\sigma(E_{e^-}, \varepsilon') dE_{e^-} = 4\alpha r_e^2 \frac{[E_{e^-}^2 + E_{e^+}^2 + 2/3 E_{e^-} + E_{e^+}]}{\varepsilon'^3} \left[\ln \left(\frac{2E_{e^-} - E_{e^+}}{\varepsilon' m_e c^2} \right) - \frac{1}{2} \right] dE_{e^-}$$

$$\alpha = 1/137$$

Constante de estructura fina

$$\varepsilon'$$

Energía del fotón en el sistema de referencia del protón

FORMACIÓN DE PARES

POR INTERACCIONES FOTOHADRÓNICAS (cont.)

Si E_{ph} es la energía del fotón en el sistema de referencia del protón,

la **sección eficaz total** $\sigma(E_{\text{ph}})$ se obtiene integrando desde

$$E_{e^-} = m_e c^2$$

a $E_{e^-} = E_{\text{ph}} - m_e c^2$

$$\sigma(E_{\text{ph}}) dE_{e^-} = 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln\left(\frac{2E_{\text{ph}}}{m_e c^2}\right) - \frac{109}{54} \right] dE_{e^-} \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} - E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \ll \frac{m c^2}{\alpha}$$

$$\sigma(E_{\text{ph}}) dE_{e^-} = 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln(183) - \frac{1}{54} \right] dE_{e^-} \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} - E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \gg \frac{m c^2}{\alpha}$$

Notar que

$$4\pi r_e^2 \approx 2.3 \times 10^{-27} \text{ cm}^2$$

Las **pérdidas** se calculan en forma similar al caso de producción por foto-mesones.

FORMACIÓN DE PARES

POR INTERACCIONES FOTOHADRÓNICAS (cont.)

$$\sigma(E_{\text{ph}}) dE_{e^-} = 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln\left(\frac{2E_{\text{ph}}}{m_e c^2}\right) - \frac{109}{54} \right] dE_{e^-} \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} - E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \ll \frac{m c^2}{\alpha}$$

$$\sigma(E_{\text{ph}}) dE_{e^-} = 4\alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln(183) - \frac{1}{54} \right] dE_{e^-} \quad \text{si} \quad \frac{2E_{e^-} - E_{e^+}}{E_{\text{ph}}} \gg \frac{m c^2}{\alpha}$$

Es interesante notar que la sección eficaz para la producción de pares es ~ 100 veces más grande que la de la creación de fotomesones.

Sin embargo, la inelasticidad del proceso de creación de pares es muy pequeña, $\kappa_{e^\pm} \leq 2m_e/m_p$. Esto significa que, apenas se supera el umbral para la creación de piones, este proceso pasa a dominar las pérdidas radiativas de los protones.

Parametrización para la inelasticidad (Begelman, Rudak & Sikora 1990)

$$\kappa_{e^\pm} \approx 4 \frac{m_e}{m_p} \frac{1}{x'} \left[1 + 0.3957 \ln(x' - 1) + 0.1 \ln^2(x' - 1) + 0.0078 \ln^3(x' - 1) \right]$$

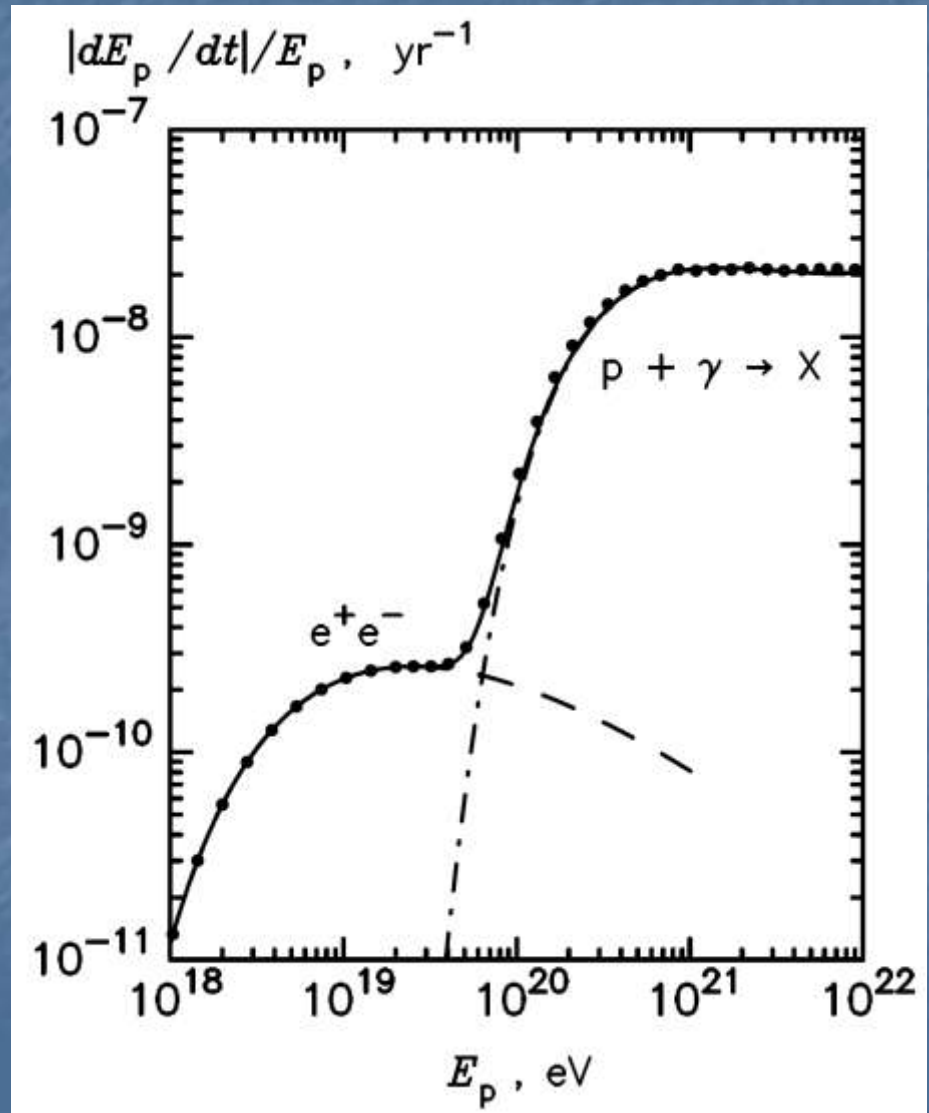
$$x' = \epsilon' / m_e c^2 < 1000$$

FORMACIÓN DE PARES

POR INTERACCIONES FOTOHADRÓNICAS (cont.)

Tasa de pérdida de energía de un protón en función de su energía debido a la interacción con fotones del fondo cósmico de radiación de acuerdo con los cálculos de Kelner & Aharonian (2008).

Para energías mayores a $E_p \sim 6 \times 10^{19}$ eV las pérdidas por creación de mesones dominan completamente el enfriamiento.

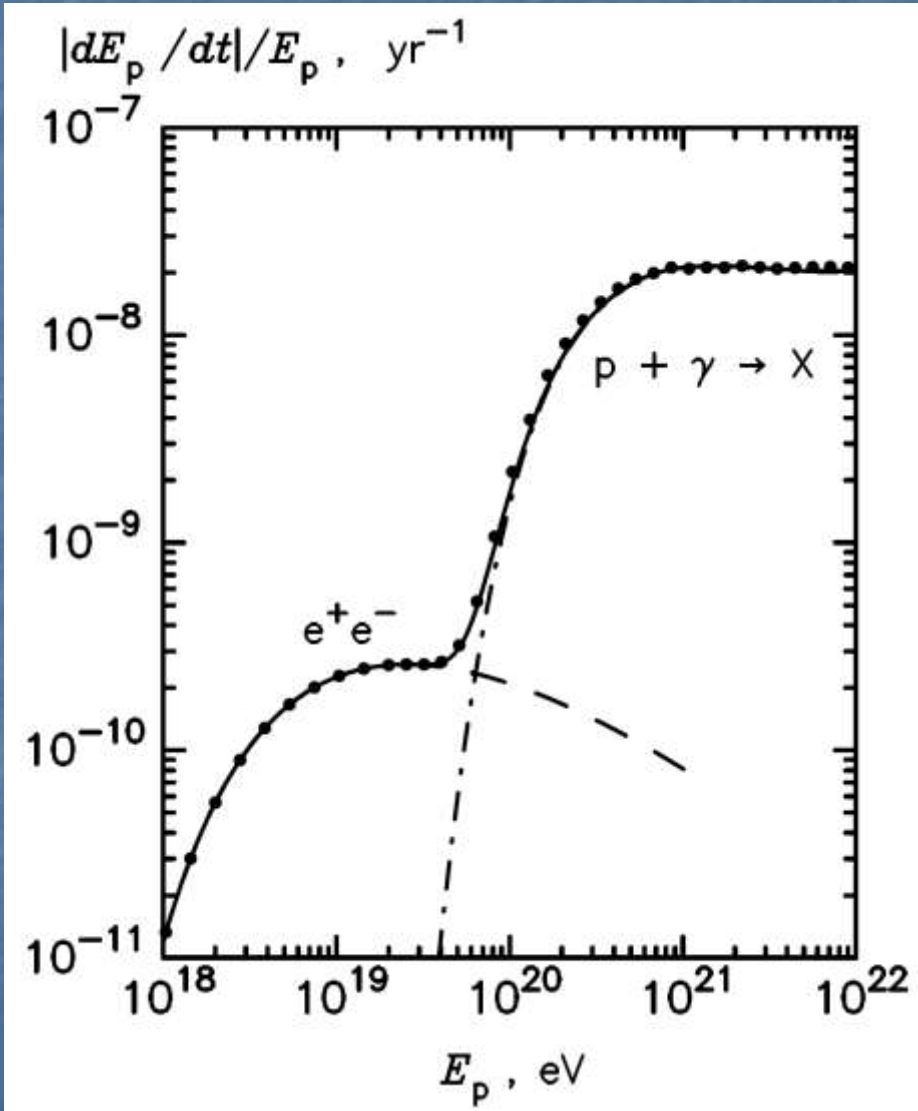


FORMACIÓN DE PARES

POR INTERACCIONES FOTOHADRÓNICAS (cont.)

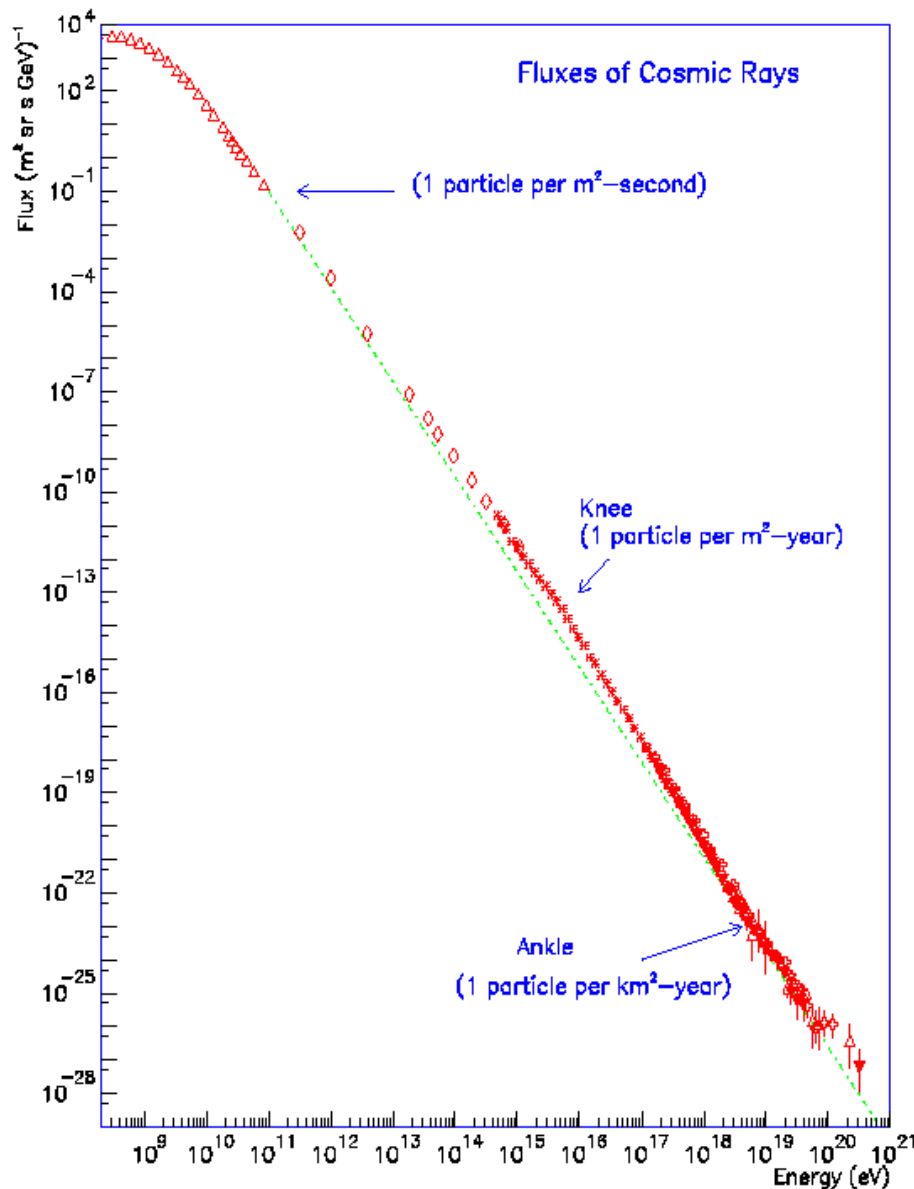
Debido entonces a la interacción con los fotones del fondo cósmico, no se espera que lleguen a la Tierra protones con energías mayores a $\sim 10^{20}$ eV provenientes de fuentes a distancias mayores a unos 50 Mpc.

Debería aparecer por lo tanto un quiebre en el espectro de rayos cósmicos a muy altas energías, efecto conocido como de Greisen-Zatsepin-Kuzmin (efecto GZK)



Clases anteriores....

Distribución de energía de las partículas de rayos cósmicos:



$$N(E) dE = K E^{-x} dE, \quad x \approx 2.7$$



Relación aplicable a protones, electrones y núcleos con energías en el rango

$$10^9 - 10^{14} \text{ eV}$$

Potencia inyectada por rayos cósmicos en la Galaxia

$$W_{RC} \approx 4.1 \times 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$$

Los aceleradores que produzcan rayos cósmicos deben satisfacer este presupuesto energético₄₇