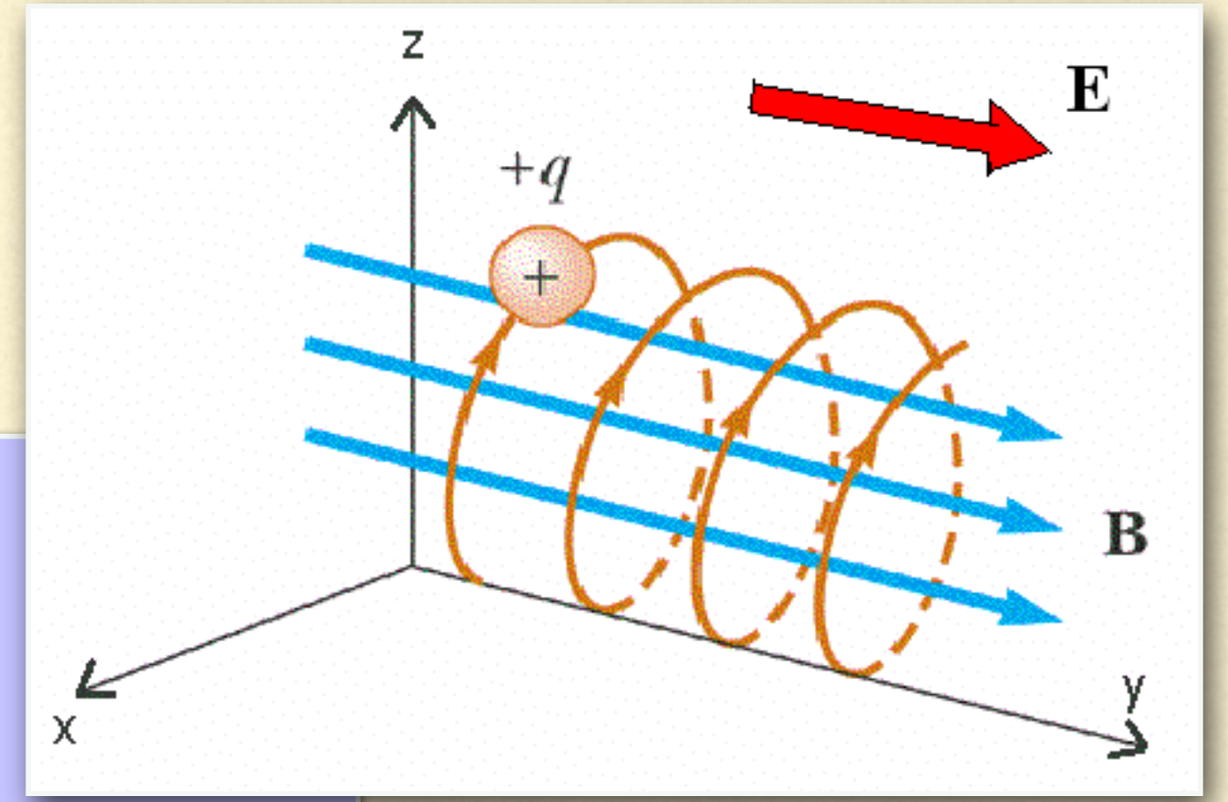
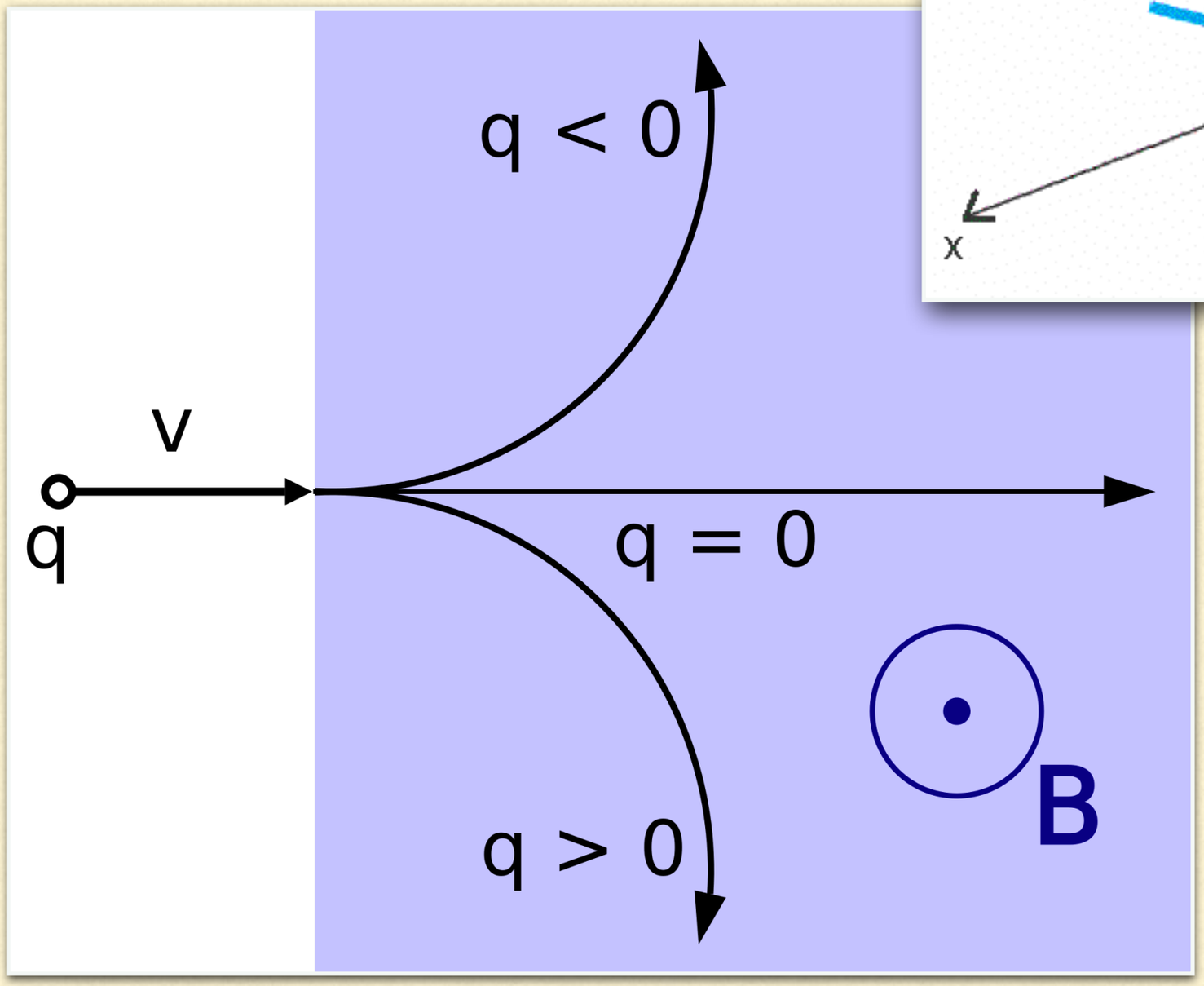
INTRODUCCIÓN A LA ASTROFÍSICA RELATIVISTA

Gustavo E. Romero
Cursada 2020, FCAyG/UNLP

Fuerza de Lorentz





$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Una partícula cargada que se mueve por una región del espacio donde hay campo electromagnético experimenta la fuerza de Lorentz dada por

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = e\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}\times\vec{B}}{c}\right),$$

donde $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula y e su carga eléctrica. Los campos eléctrico y magnético son $\vec{E}$ y $\vec{B}$, respectivamente.

La variación en la energía se debe solo a la acción del campo eléctrico:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} &= e\vec{v}\cdot\vec{E}\\ &= e\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\nabla}V,\end{aligned}$$

donde V es el potencial escalar.

$$\Delta E \simeq e\frac{\partial V}{\partial r}\,\Delta r \simeq e\Delta V.$$

La forma más sencilla de acelerar una carga es someterla a una diferencia de potencial.

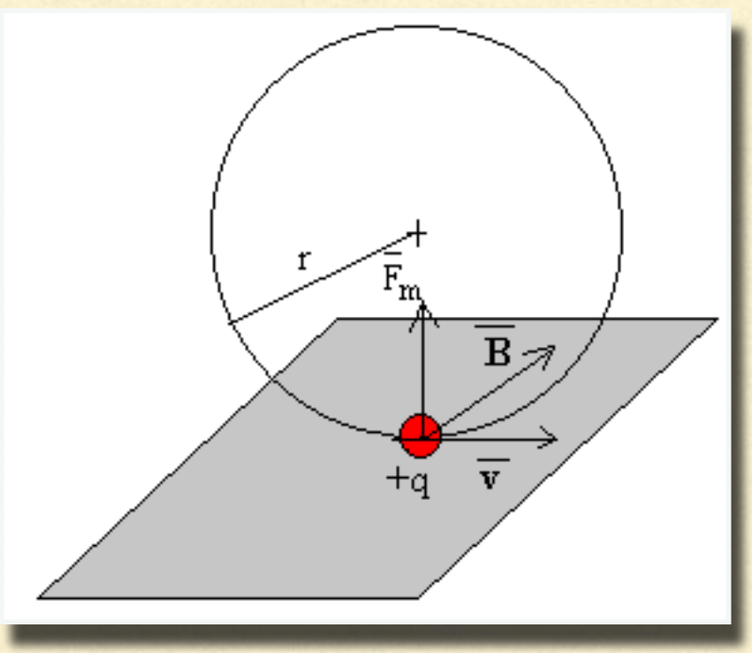
Giro-radio clásico

$$m\omega^2 r = qBv$$

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{cf}} = -m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

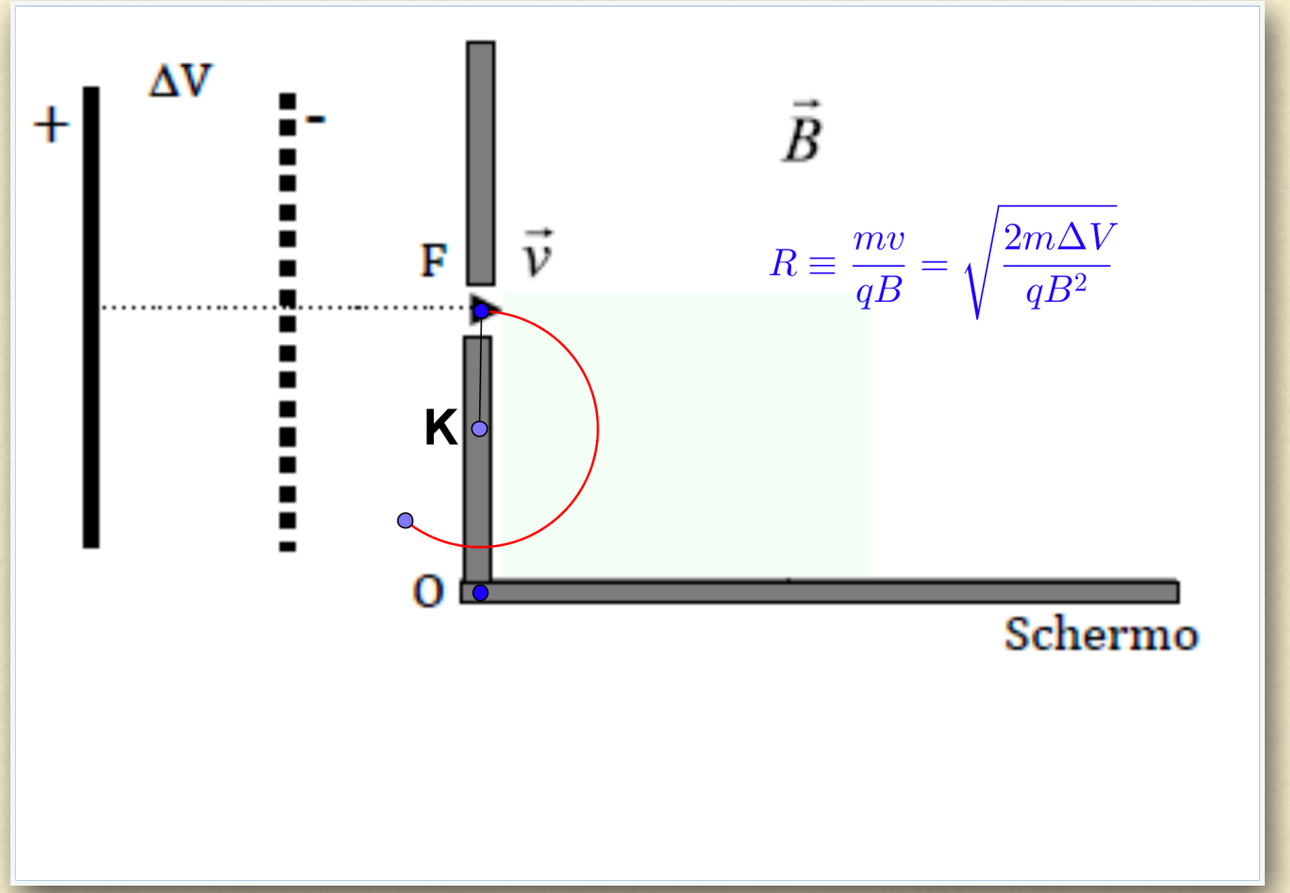


$$\boxed{r_{\mathrm{g}} = \frac{p_\perp}{qB}}$$

El radio de giro de las partículas es

$$r_g = \frac{p_\perp}{|q|B} = \frac{\gamma m v_\perp}{|q|B} \qquad r_{\rm g} = \frac{(E/{\rm eV})}{300\, Z\ (B/{\rm G})}\ {\rm cm},$$

donde Z es el número atómico.



$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Por otro lado,

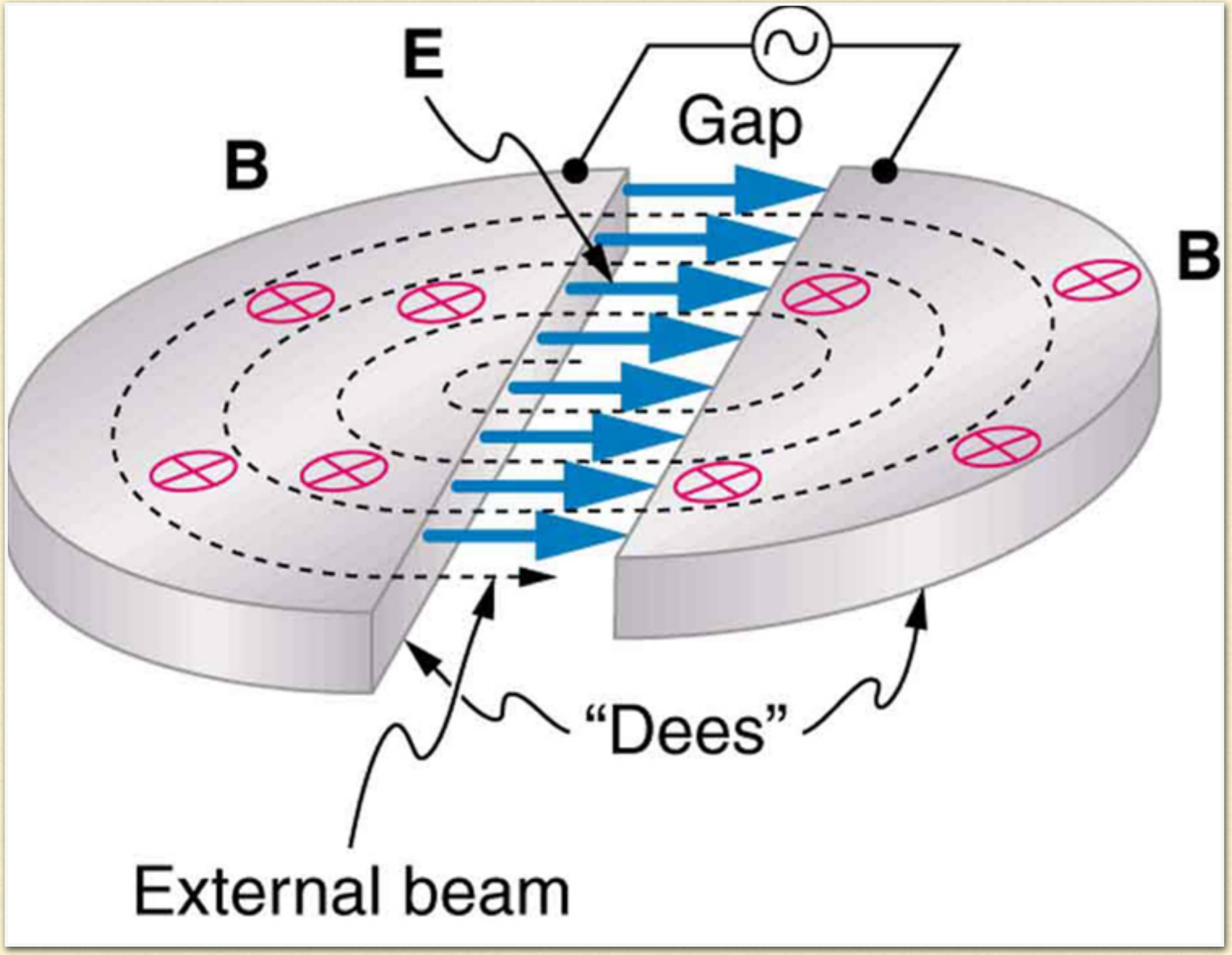
$$e\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

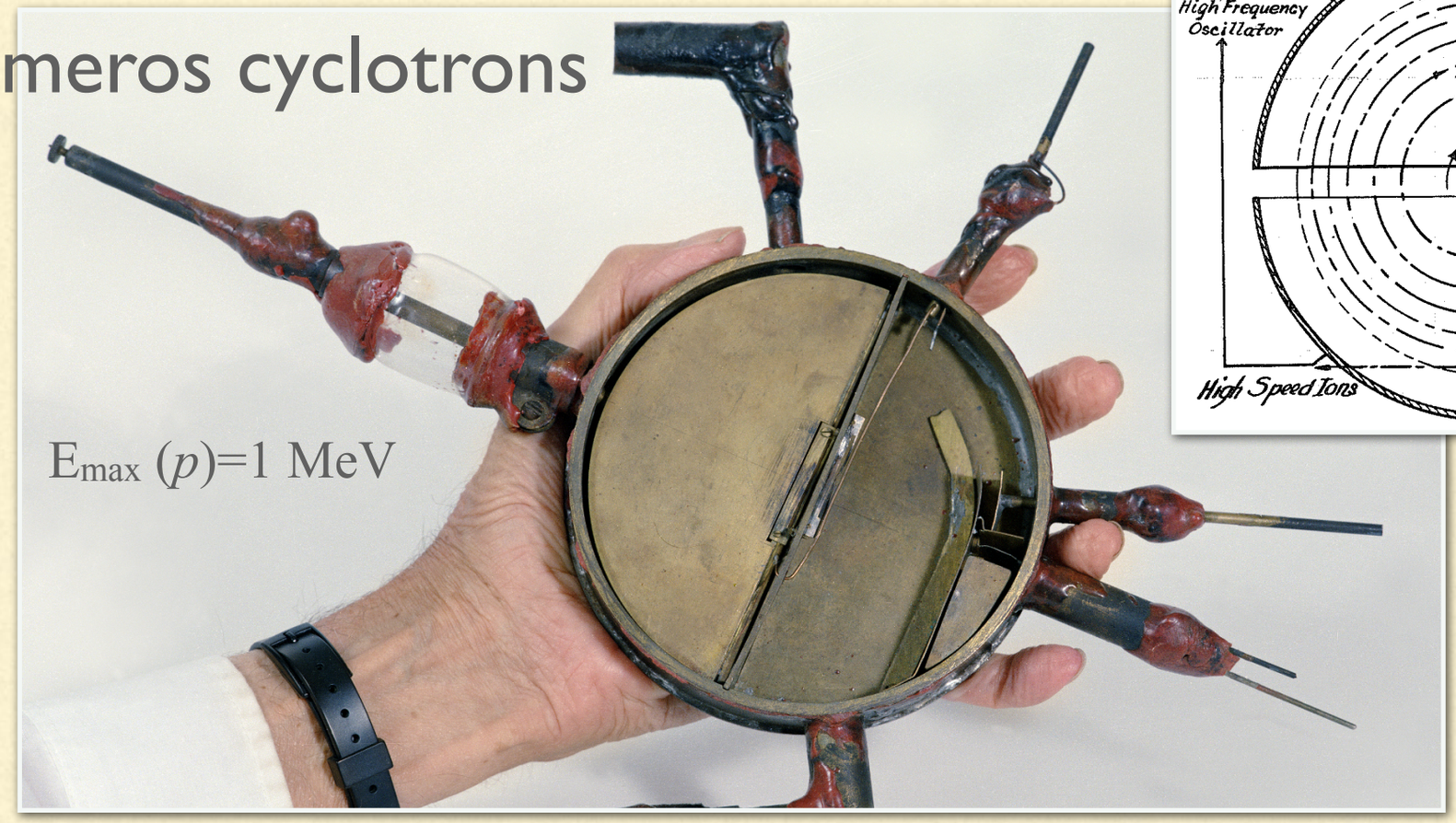
Luego,

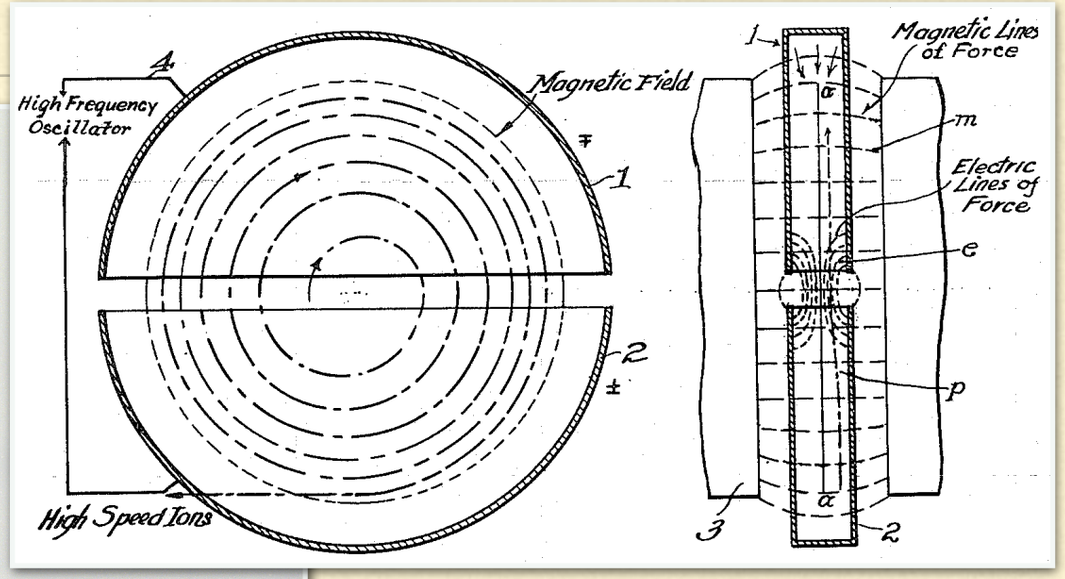
$$R = \sqrt{\frac{2m\Delta V}{qB^2}}$$

Cyclotron

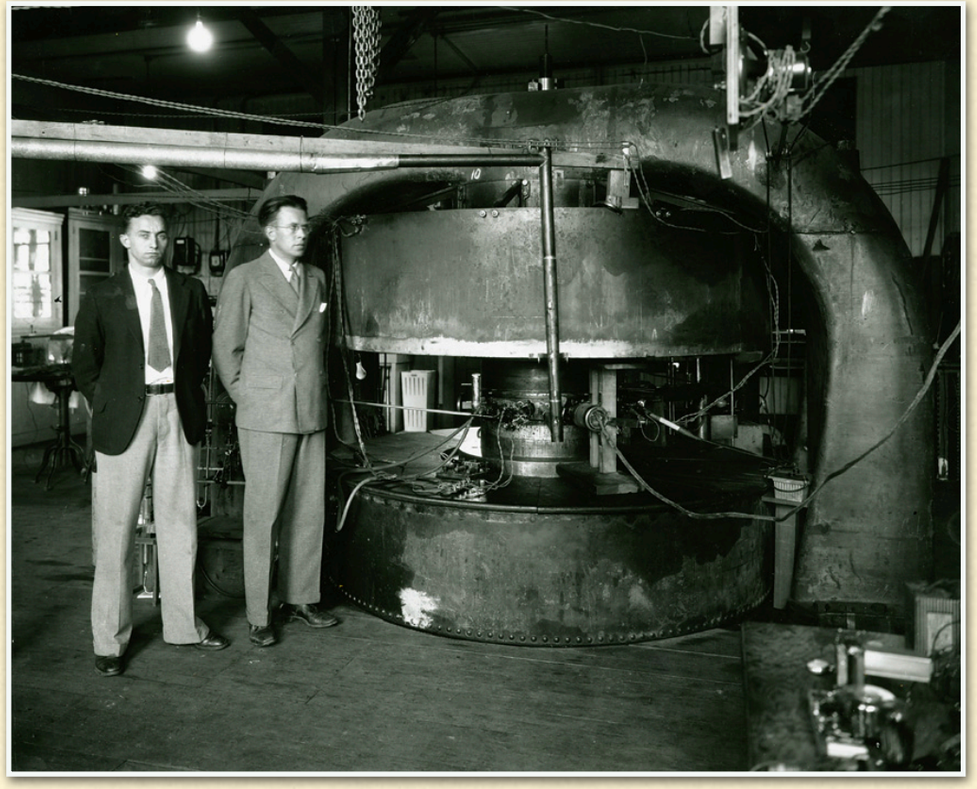


Primeros cyclotrons

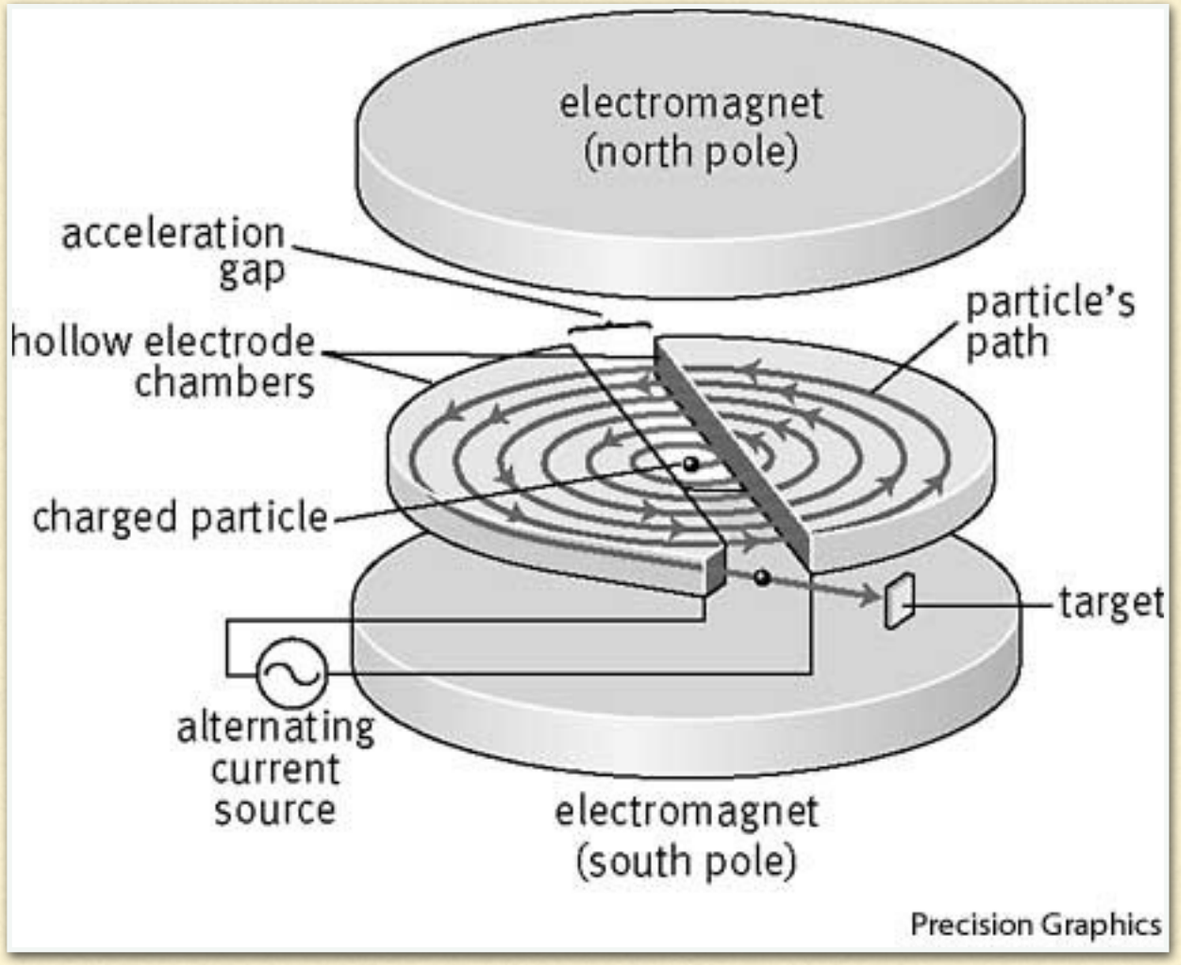




De la patente original de 1934: primer ciclotrón

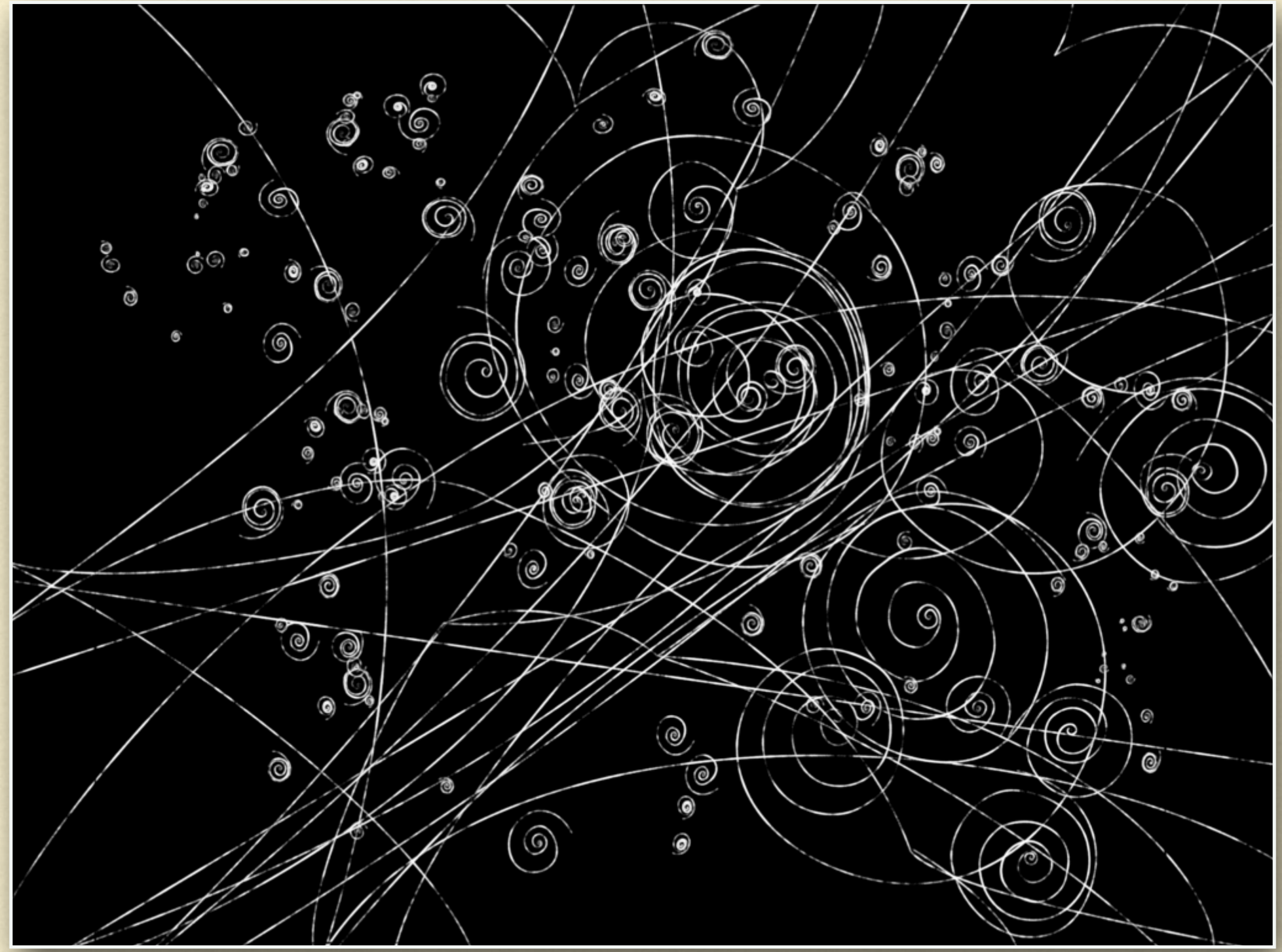


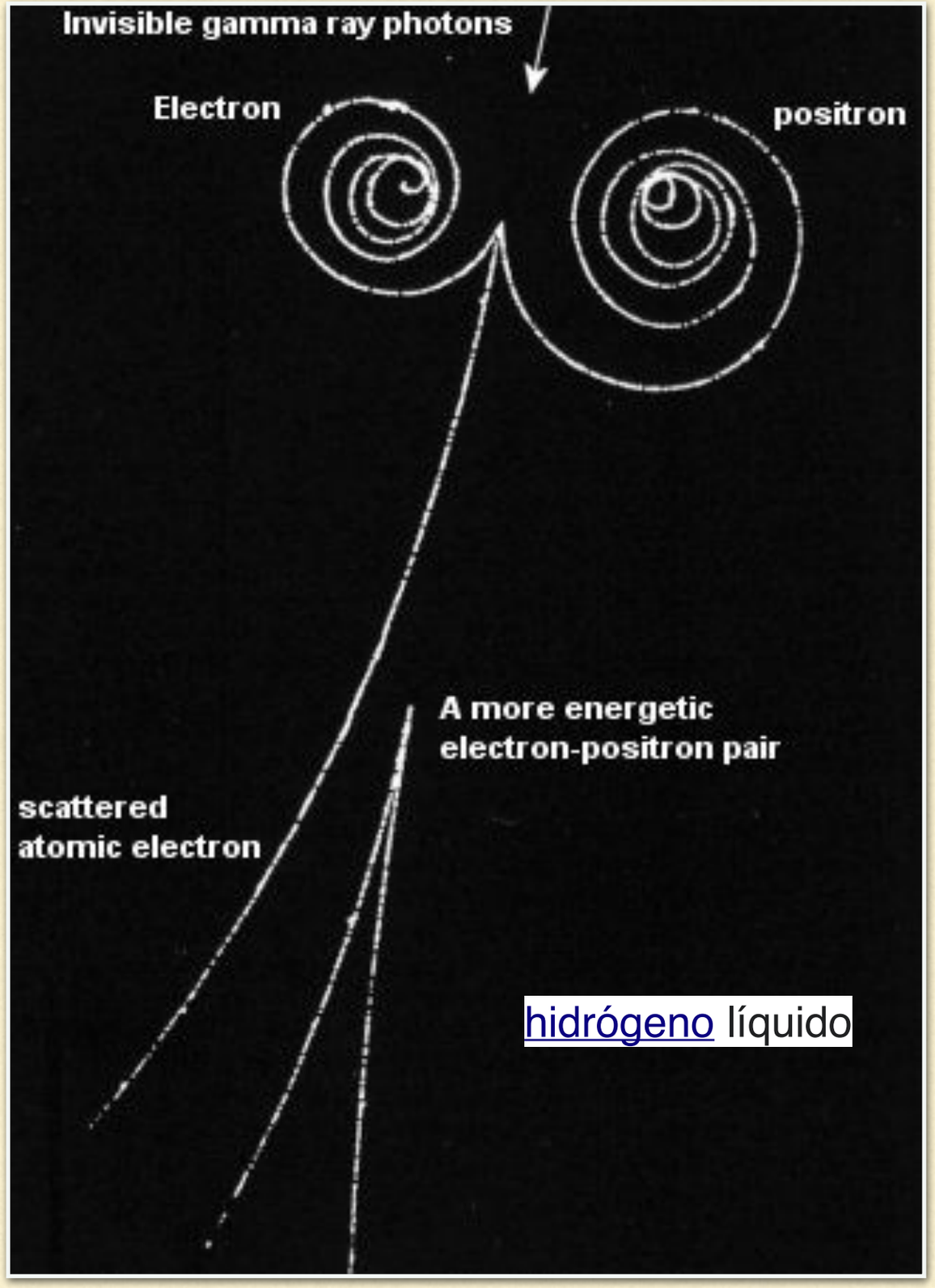
Cyclotron

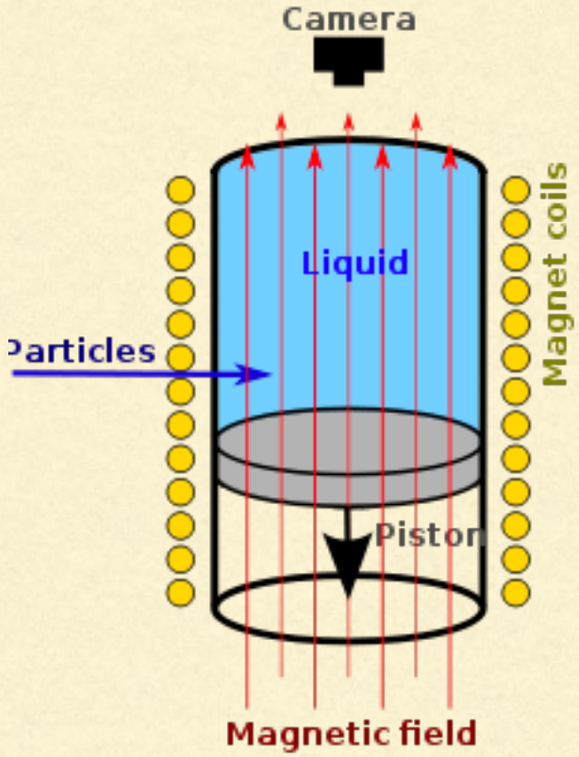


El primer ciclotrón (de 35 cm de diámetro) en Sudamérica fue construido por el ingeniero argentino Mario Báncora, en la UNR, quien fue discípulo de Lawrence en Berkeley.

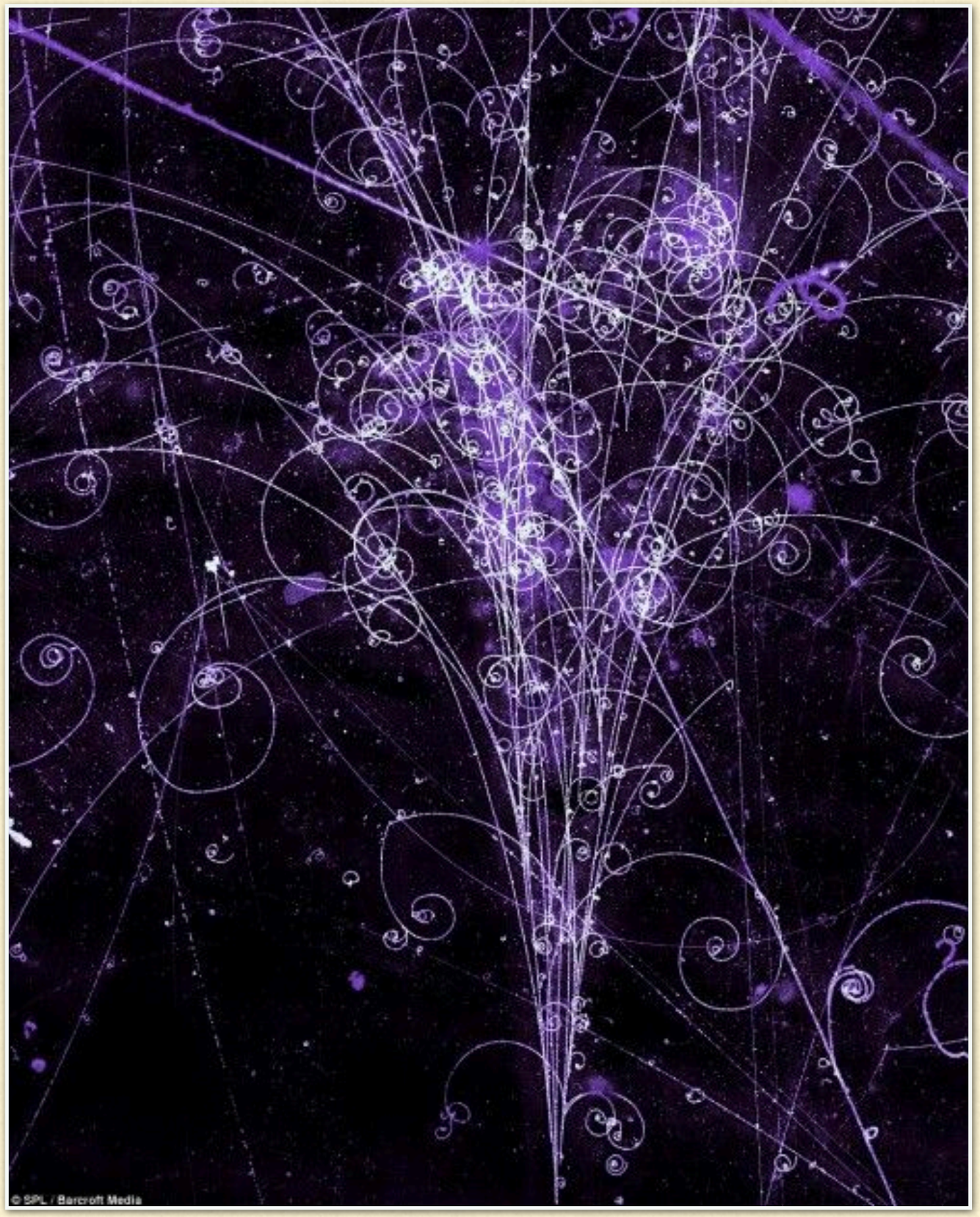
Bubble chambers

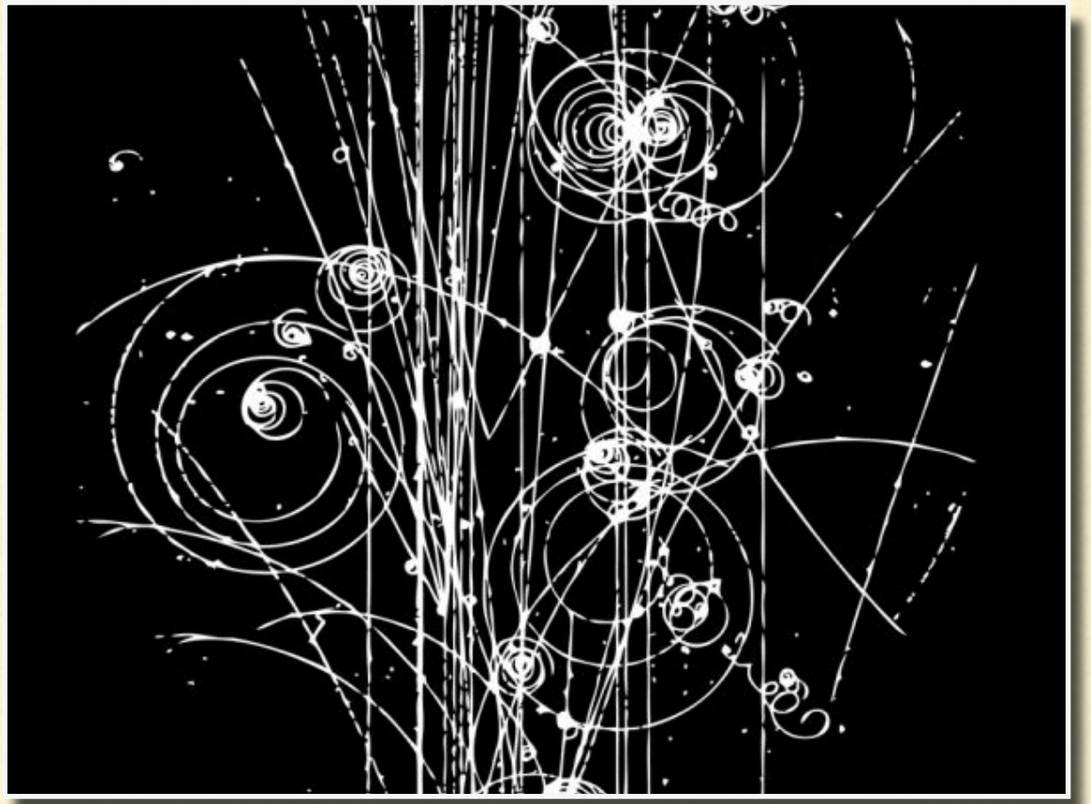


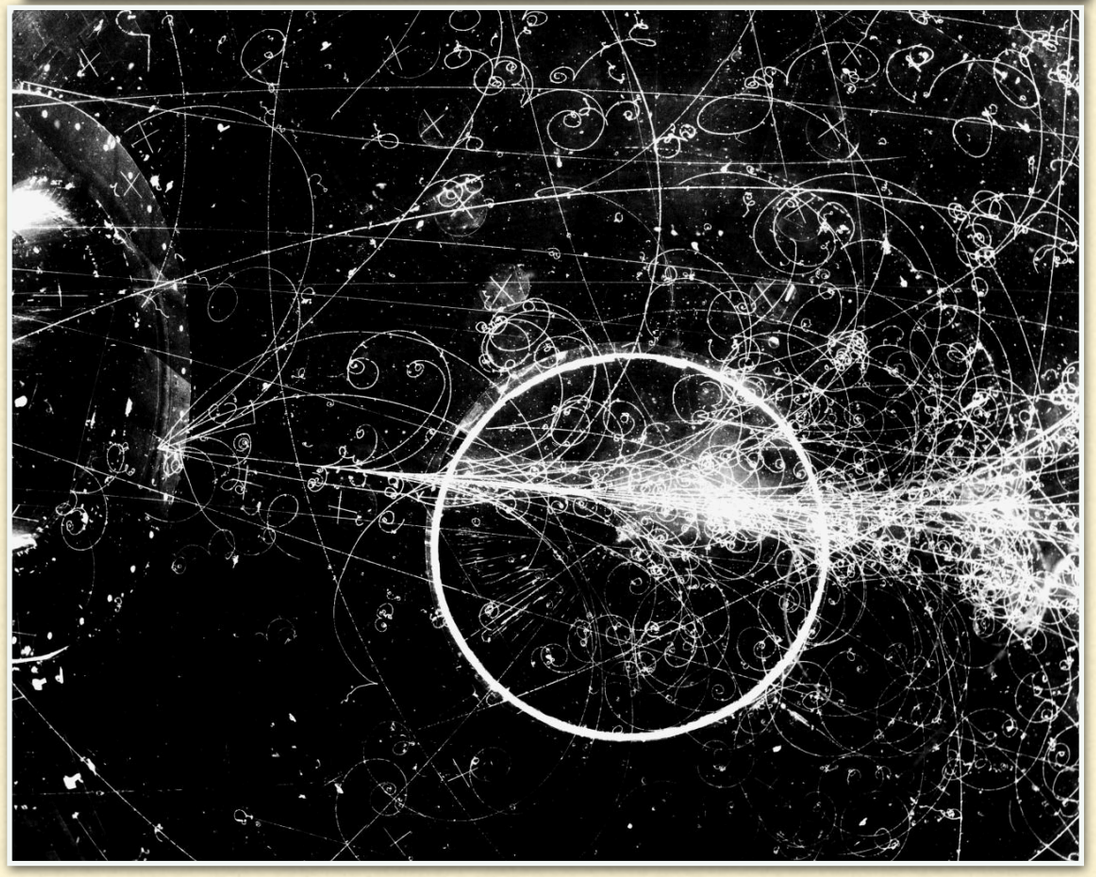


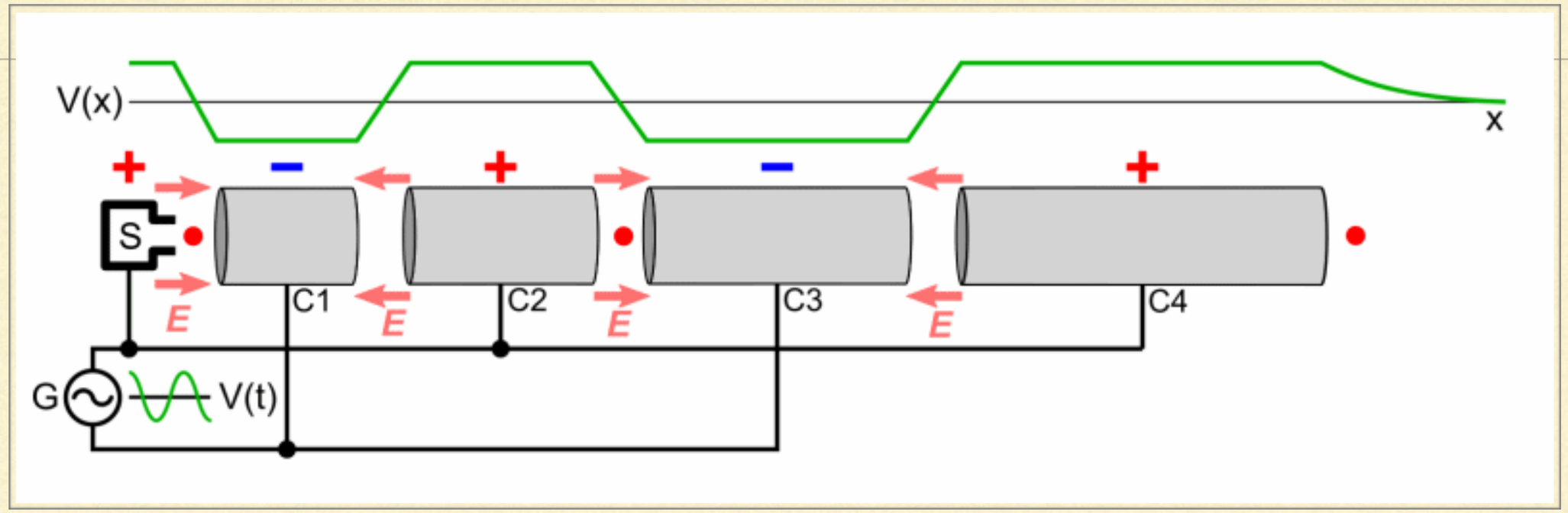


En 1960 se otorgó a Donald Arthur Glaser el Premio Nobel de Física por el invento de la cámara de burbujas en 1952.


© SPL / Barcroft Media

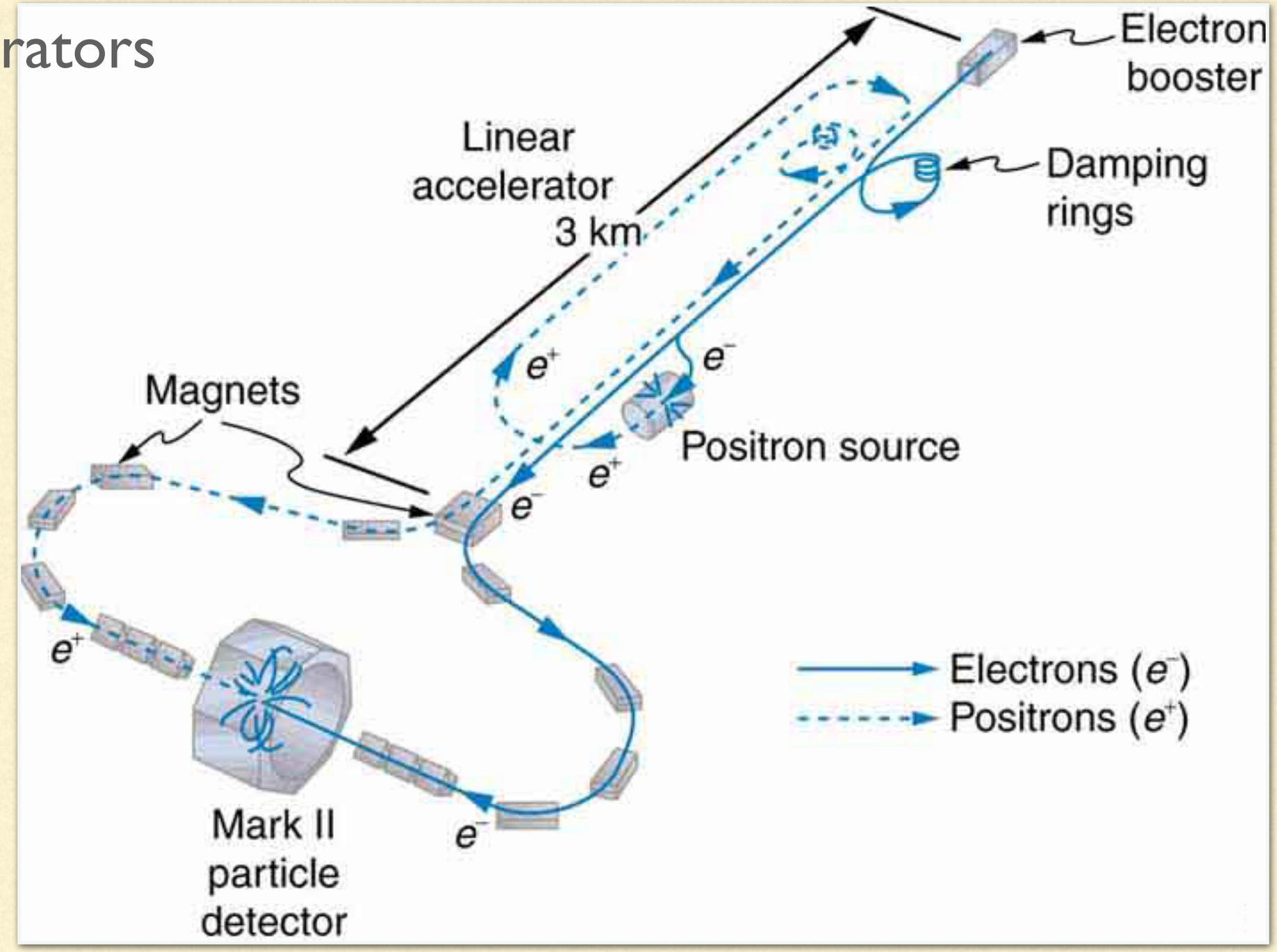




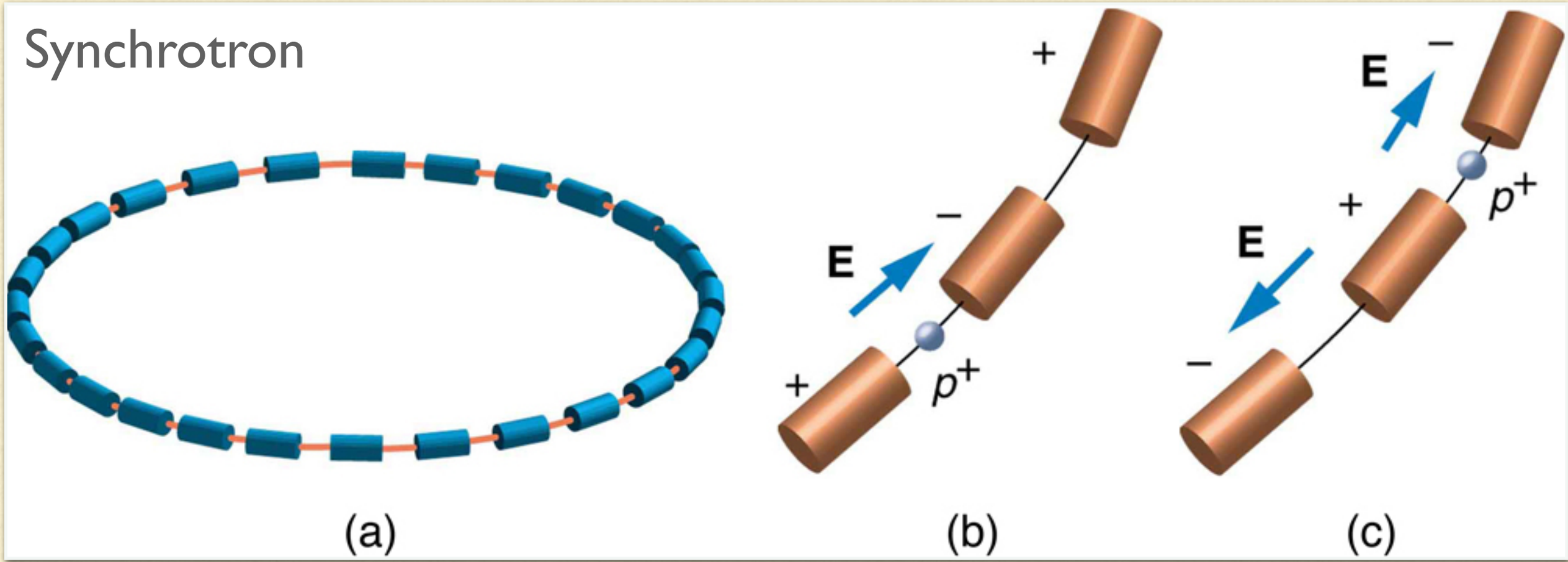


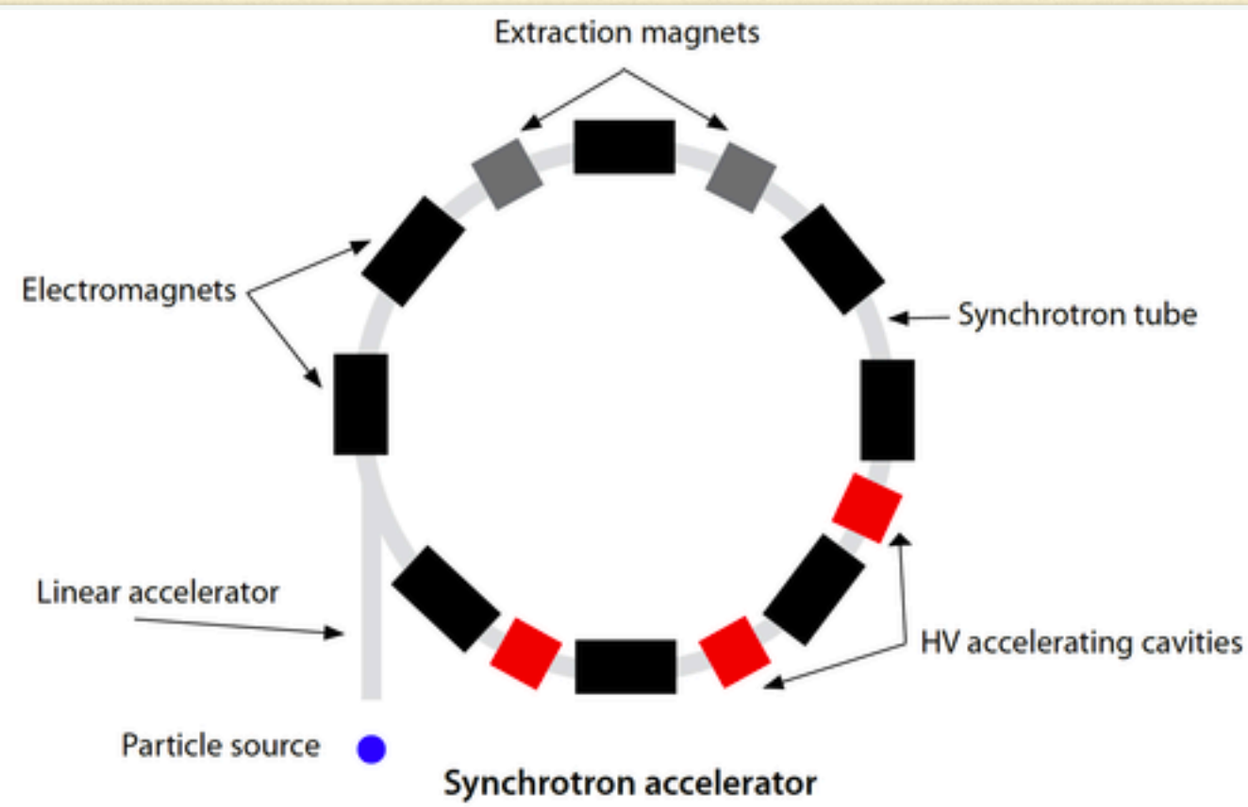
Linear Accelerators

Linear Accelerators

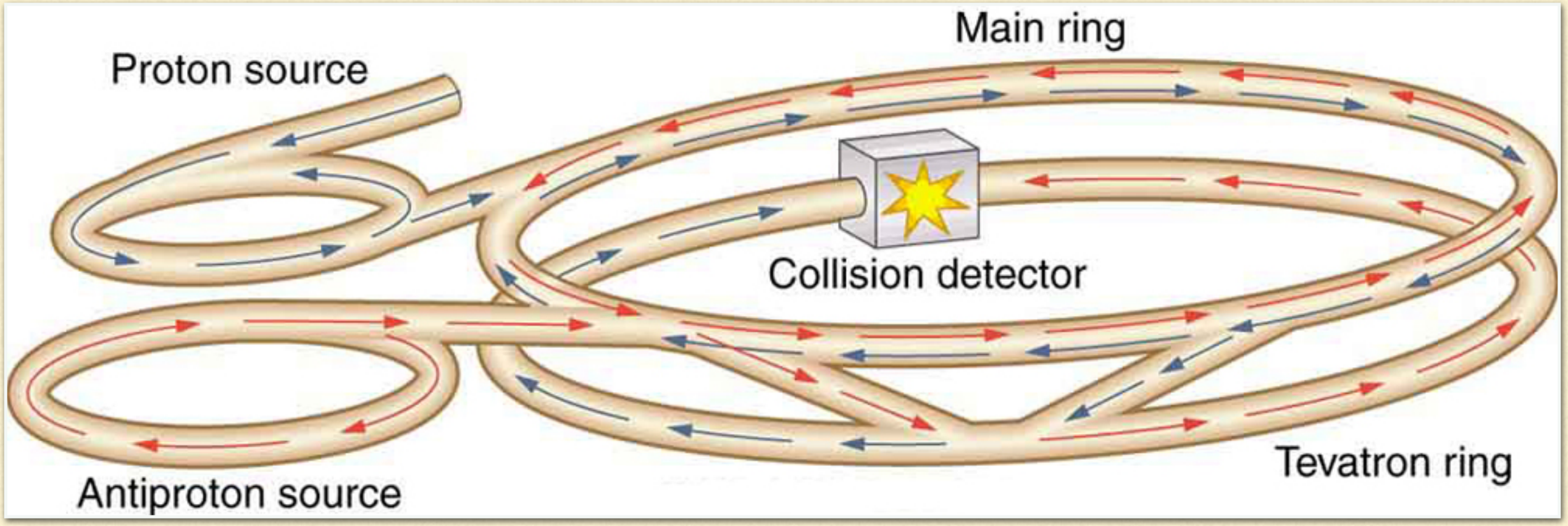


Synchrotron

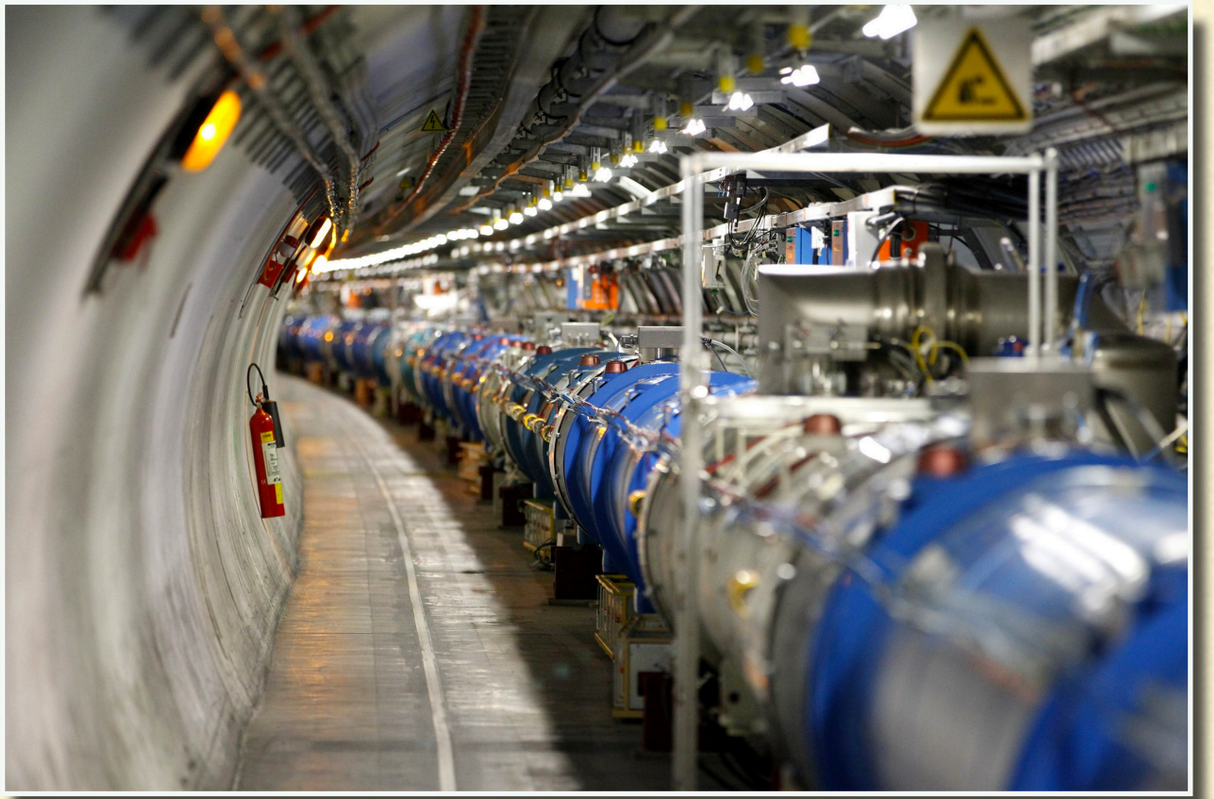




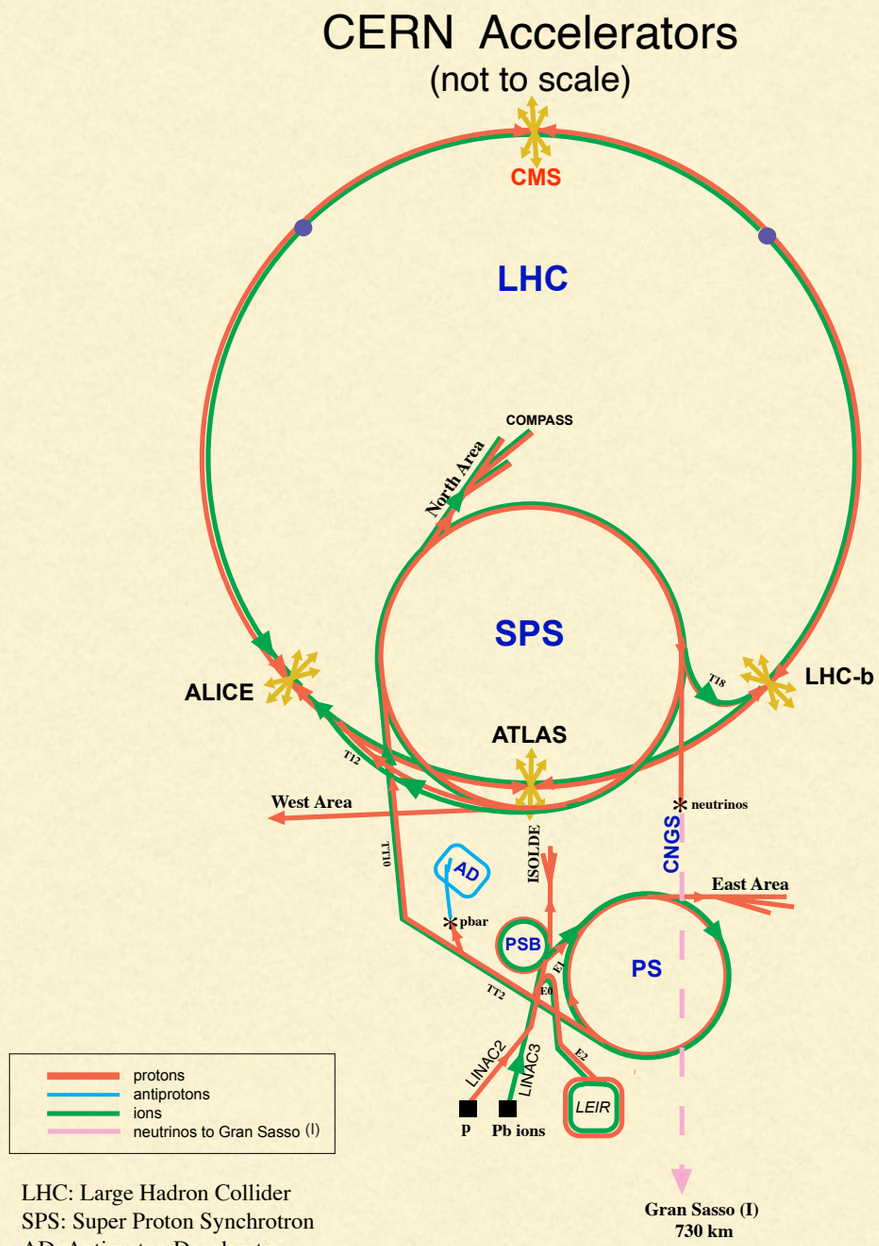
Proton-antiproton accelerator
Tevatron



ALICE
CMS
ATLAS
LHC
LHCb

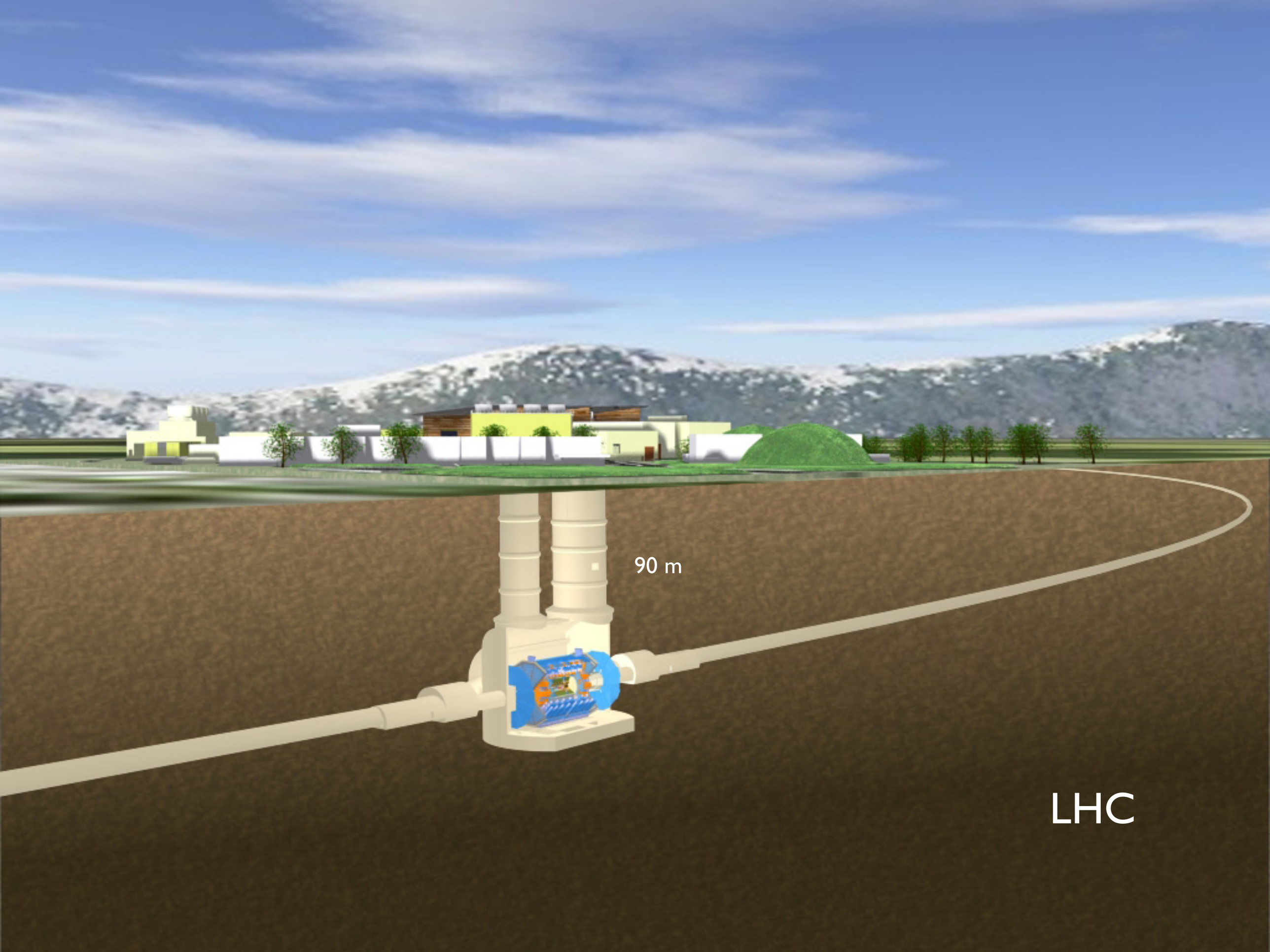


LHC



LHC: Large Hadron Collider
SPS: Super Proton Synchrotron
AD: Antiproton Decelerator
ISOLDE: Isotope Separator OnLine DEvice
PSB: Proton Synchrotron Booster
PS: Proton Synchrotron
LINAC: LINear ACcelerator
LEIR: Low Energy Ion Ring
CNGS: Cern Neutrinos to Gran Sasso

Rudolf LEY, PS Division, CERN, 02.09.96
Revised and adapted by Antonella Del Rosso, ETT Div.,
in collaboration with B. Desforges, SL Div., and
D. Manglunki, PS Div. CERN, 23.05.01


90 m
LHC

ATLAS

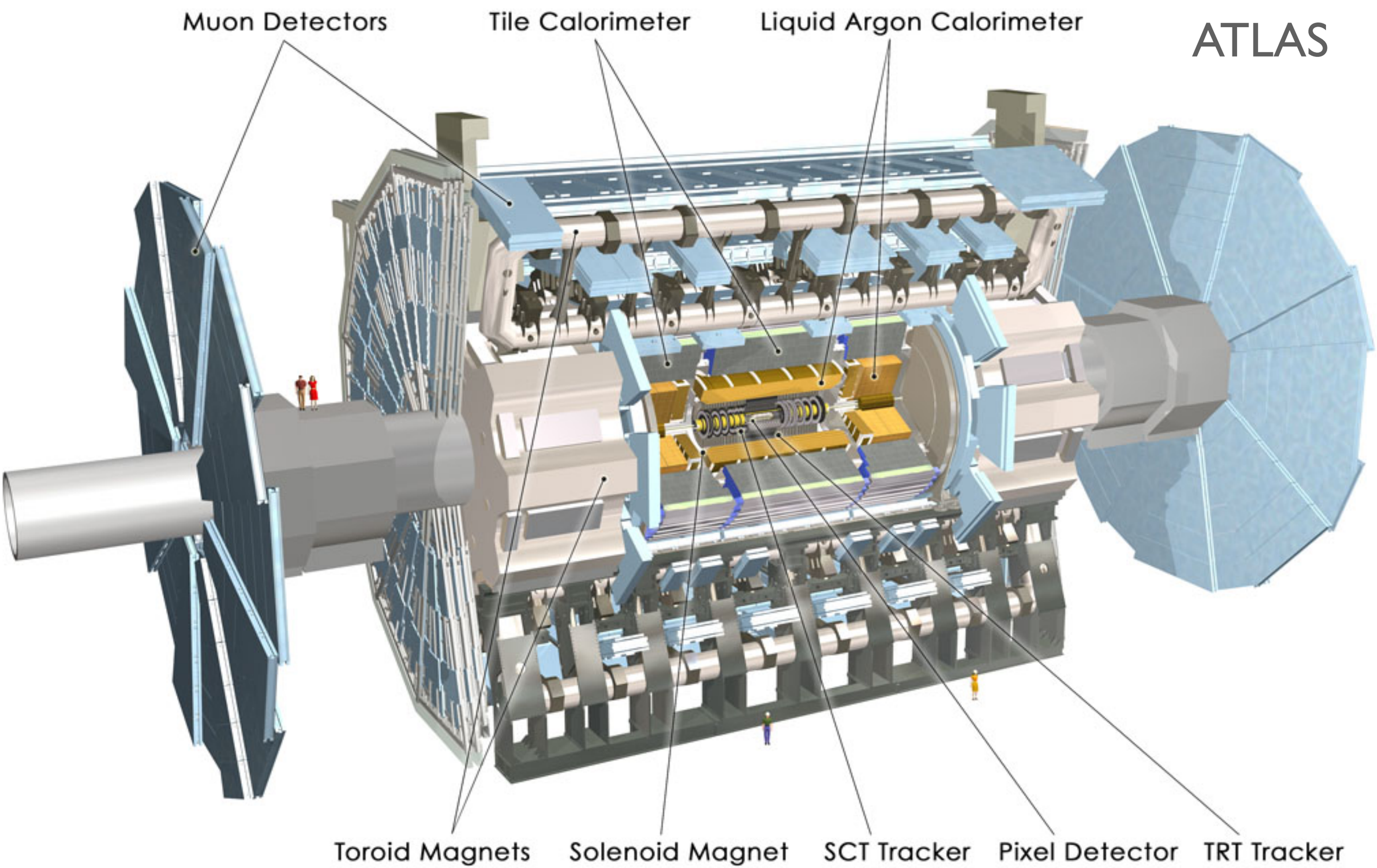
El detector ATLAS consta de una serie de cilindros concéntricos cada vez más grandes alrededor del punto de interacción donde chocan los haces de protones del LHC. Se puede dividir en cuatro partes principales: el detector interno, los calorímetros, el espectrómetro de muones y los sistemas de imanes. Cada uno de estos está compuesto a su vez por varias capas.

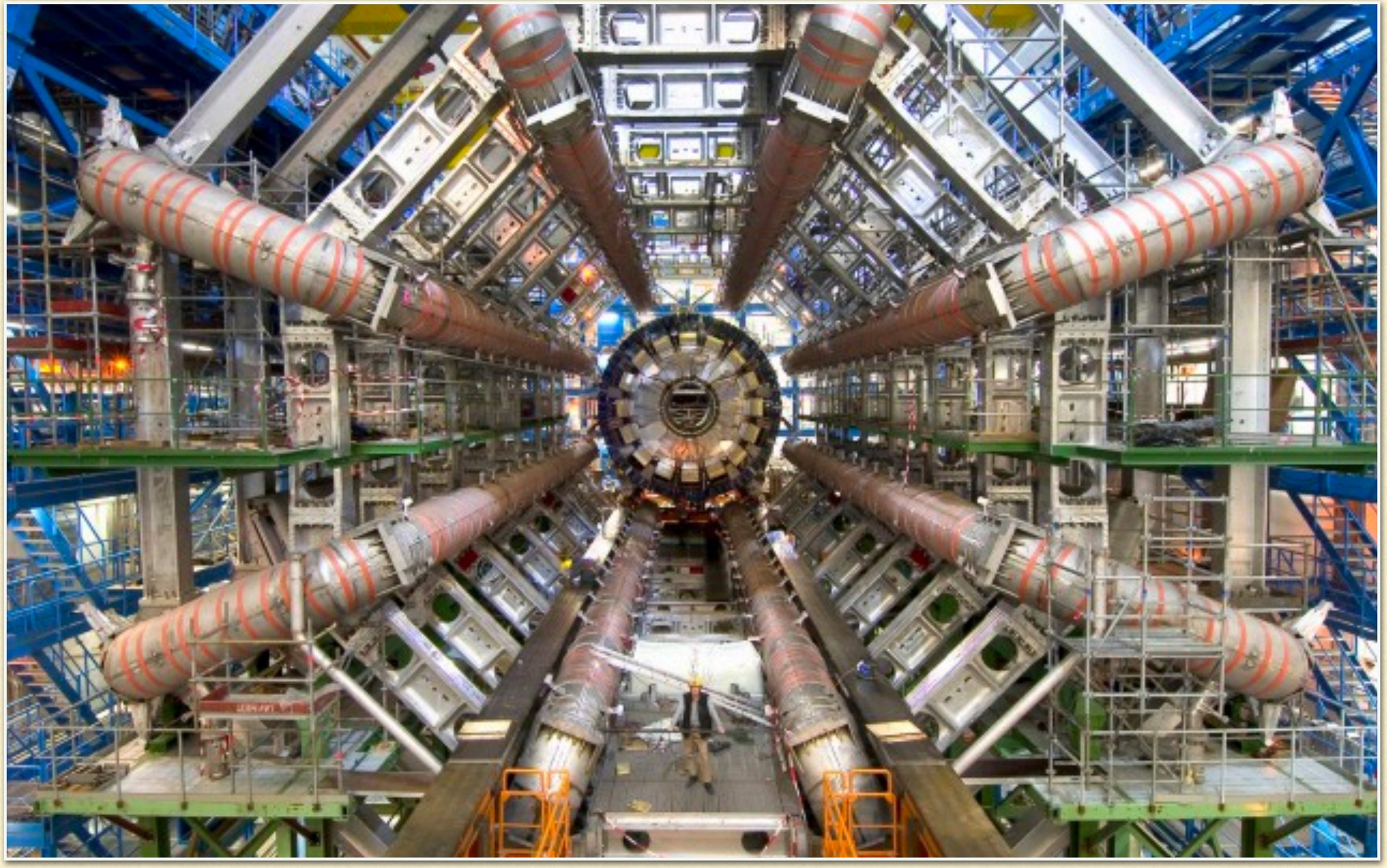
Los detectores son complementarios: el detector interno rastrea partículas con precisión, los calorímetros miden la energía de partículas que se detienen fácilmente y el sistema de muones realiza mediciones adicionales de muones altamente penetrantes. Los dos sistemas de imanes doblan las partículas cargadas en el detector interno y el espectrómetro de muones, lo que permite medir sus momentos.

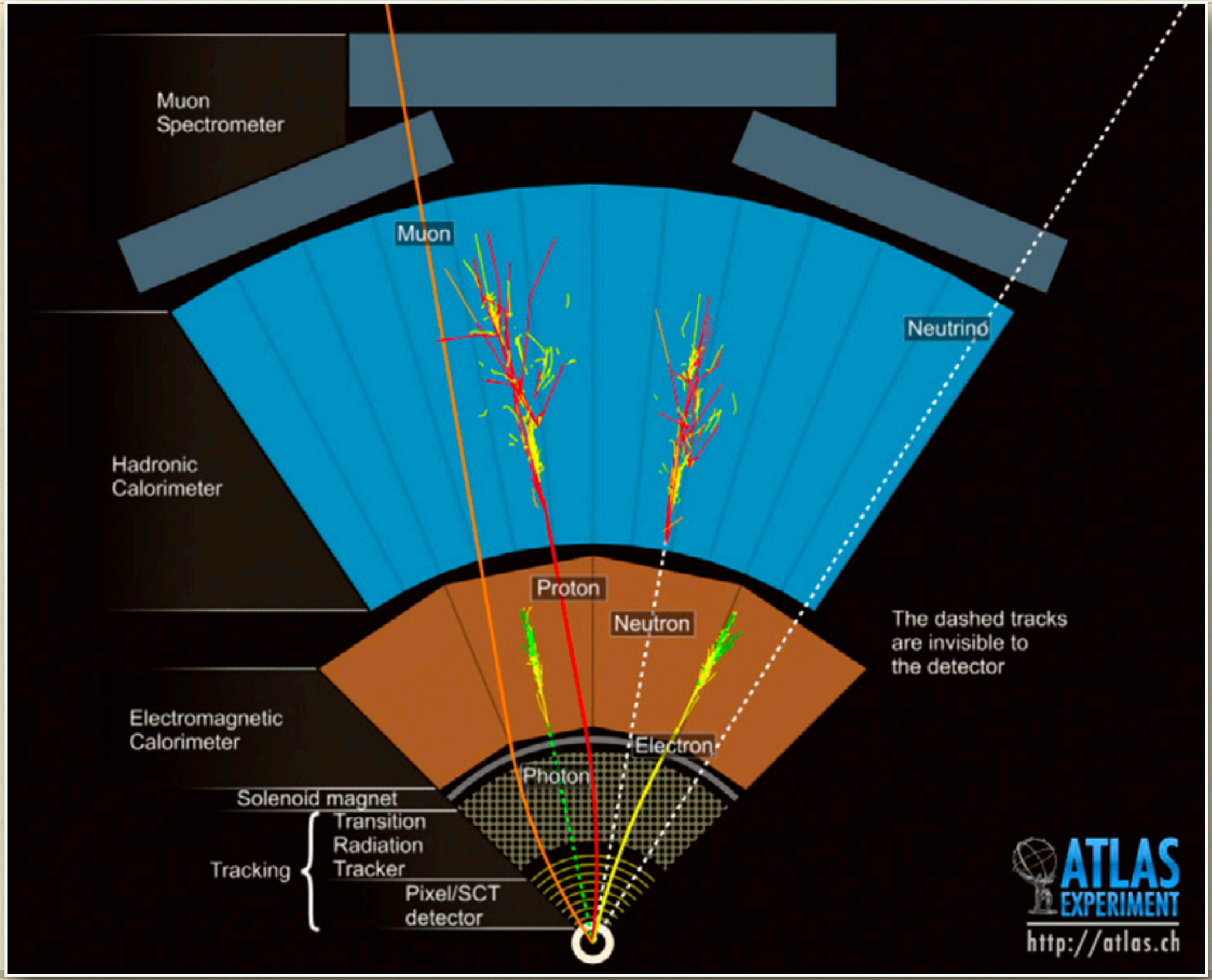
El calorímetro EM tiene materiales que absorben las partículas: plomo y acero inoxidable, con argón líquido como material de muestreo, y se requiere un criostato alrededor del calorímetro EM para mantenerlo lo suficientemente frío.

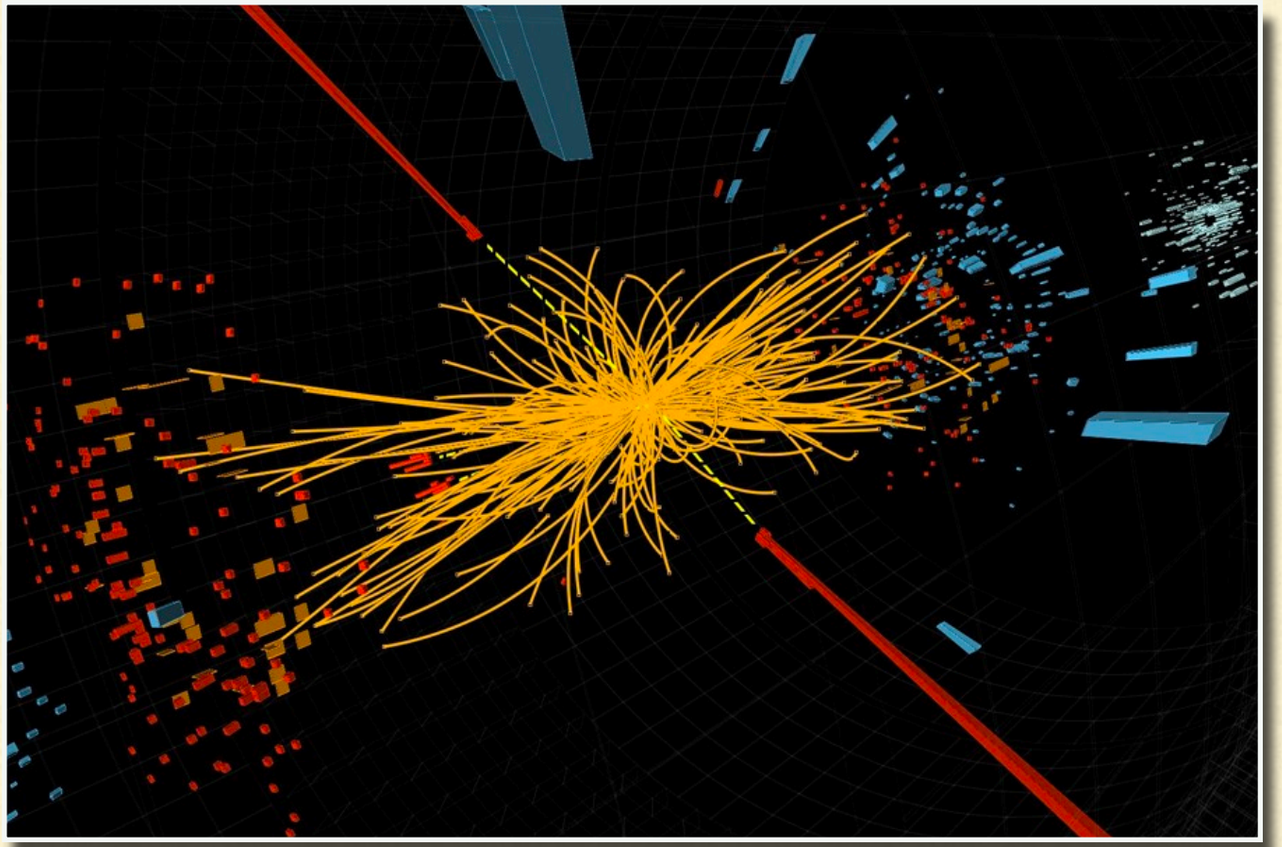
En el calorímetro de hadrones el material absorbente es acero, con tejas centelleantes que muestrean la energía depositada. Las secciones más avanzadas del calorímetro hadrónico están contenidas dentro del criostato del calorímetro EM frontal y también usan argón líquido, mientras que el cobre y el tungsteno se usan como absorbentes.

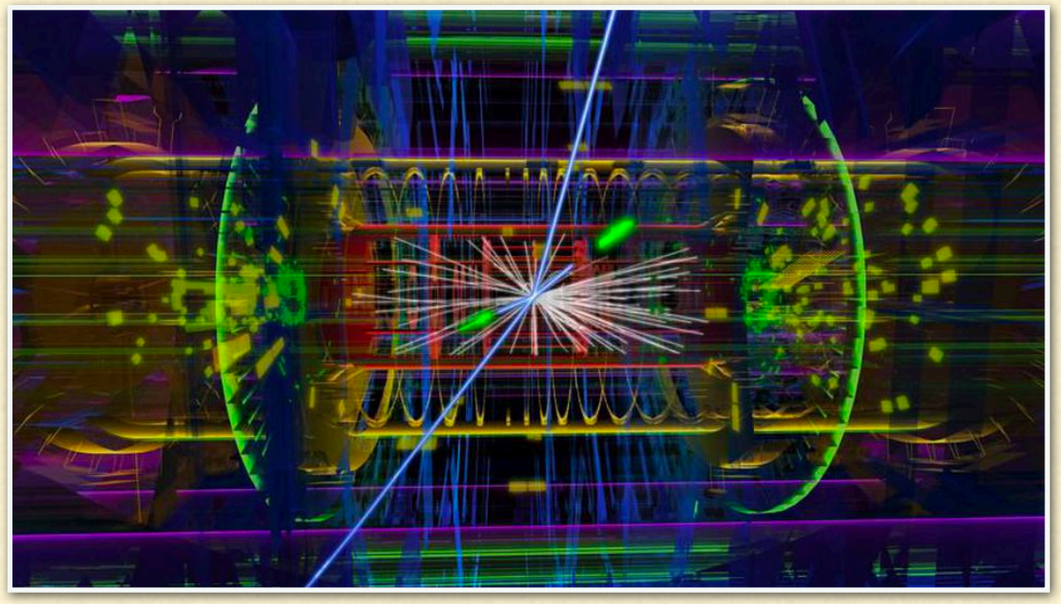
The ATLAS detector is 46 meters long, 25 meters in diameter, and weighs about 7,000 tonnes; it contains some 3000 km of cable

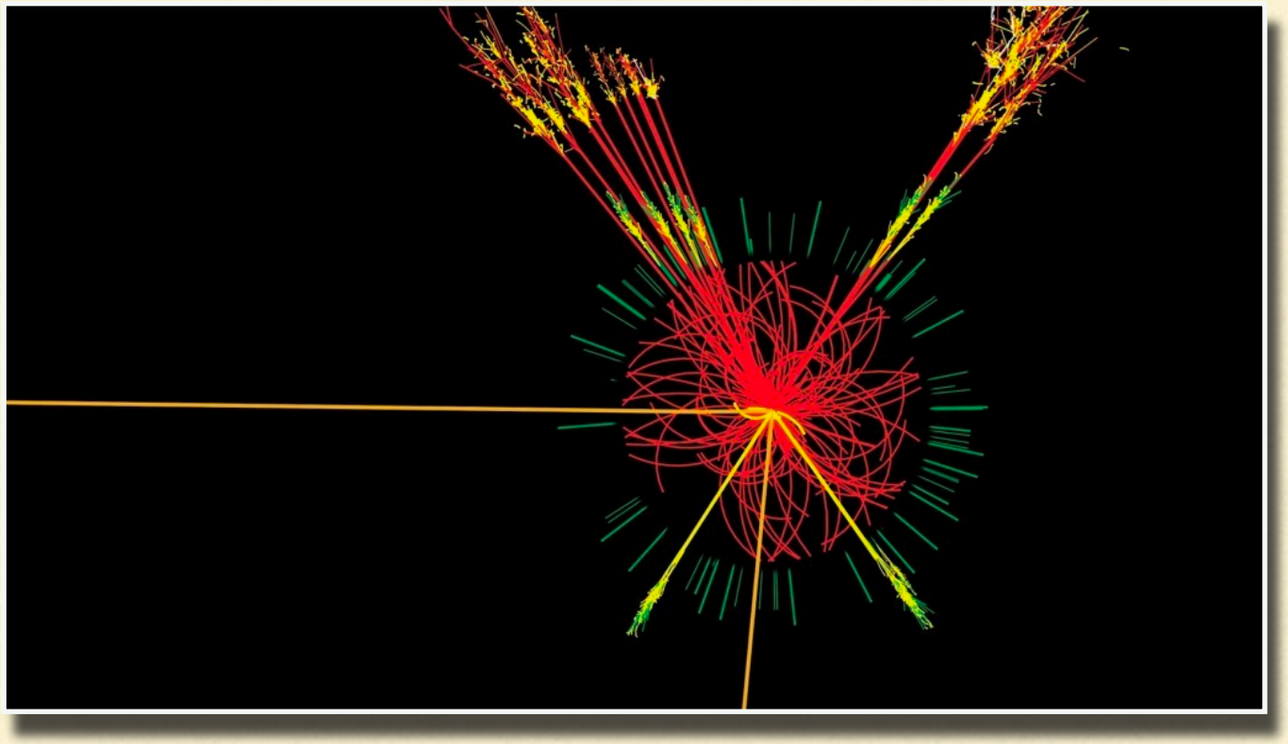


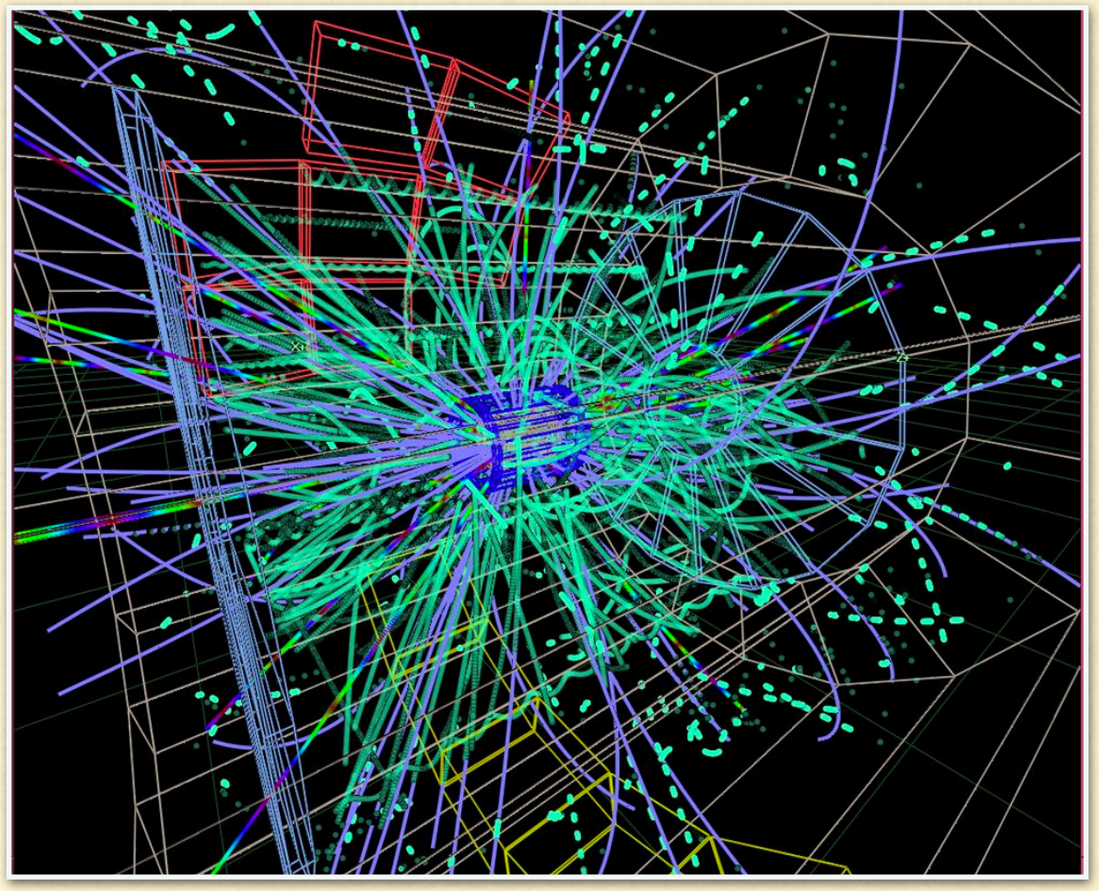



Muon
Spectrometer
Muon
Neutrino
Hadronic
Calorimeter
Proton
Neutron
The dashed tracks
are invisible to
the detector
Electromagnetic
Calorimeter
Electron
Photon
Solenoid magnet
Transition
Radiation
Tracker
Tracking
Pixel/SCT
detector
ATLAS
EXPERIMENT
http://atlas.ch







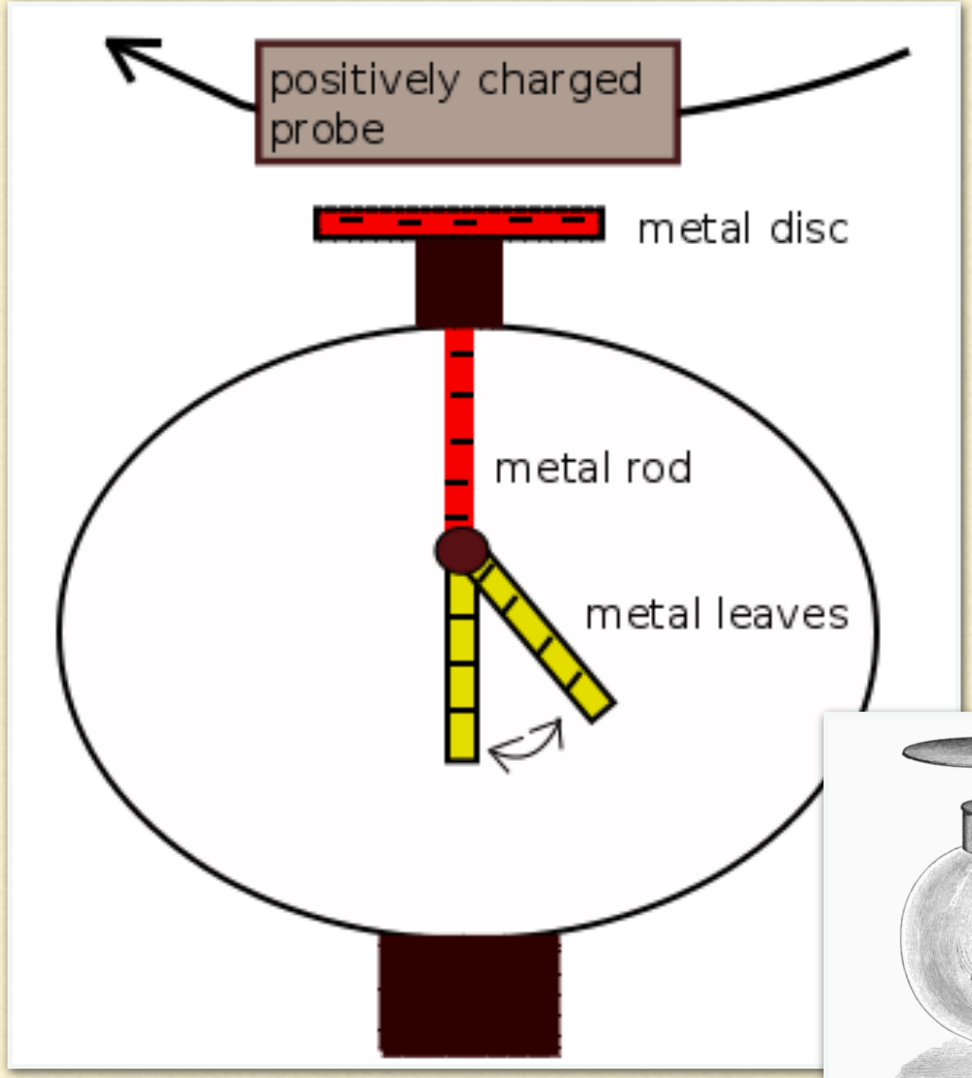


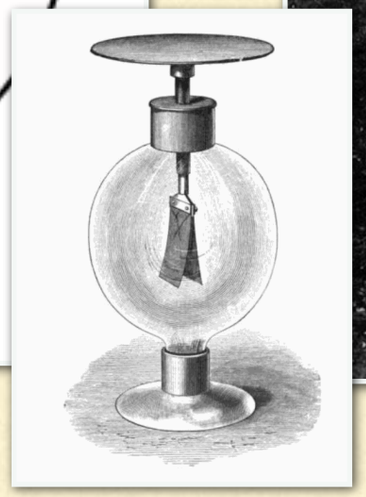
Los aceleradores de partículas más relevantes a nivel mundial son:

- CERN
  - LEP: se usó durante 11 años hasta noviembre de 2000. Colisionó e^- y e^+ hasta energías de ~ 180 GeV.
  - LHC: Usa el túnel del LEP. Colisiona p a 13 TeV.
- FERMILAB (Chicago)
  - TEVATRÓN: colisiona p y $\bar{p}$ a 1.8 TeV.
- HERA (Hamburgo): Colisiona p de 820 GeV con e^- de 267 GeV.
- SLAC (Stanford)
  - SLC: colisiona e^+ y e^- a 100 GeV.
  - PRP: es un anillo que colisiona e^- y e^+ a 30 GeV.

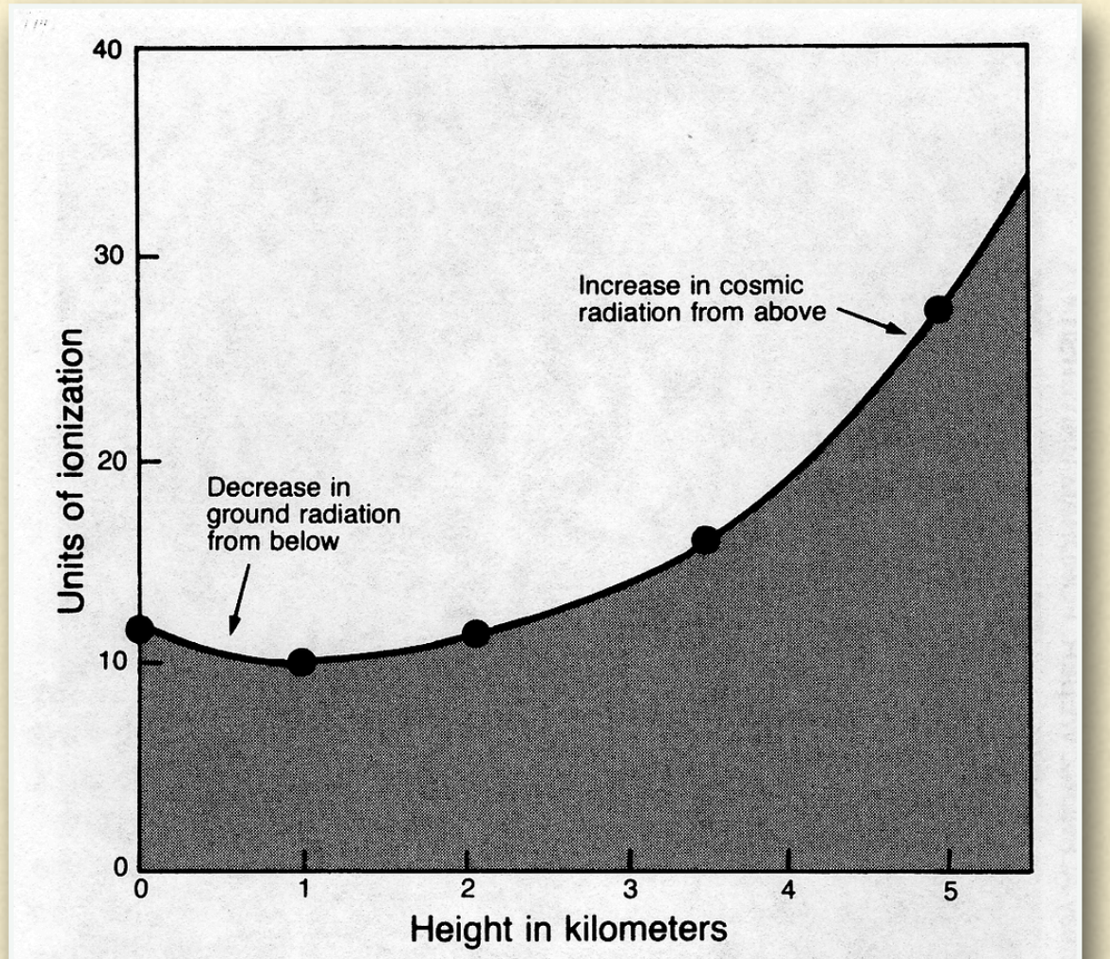
Rayos cósmicos

Descubiertos por Victor Hess en 1912.

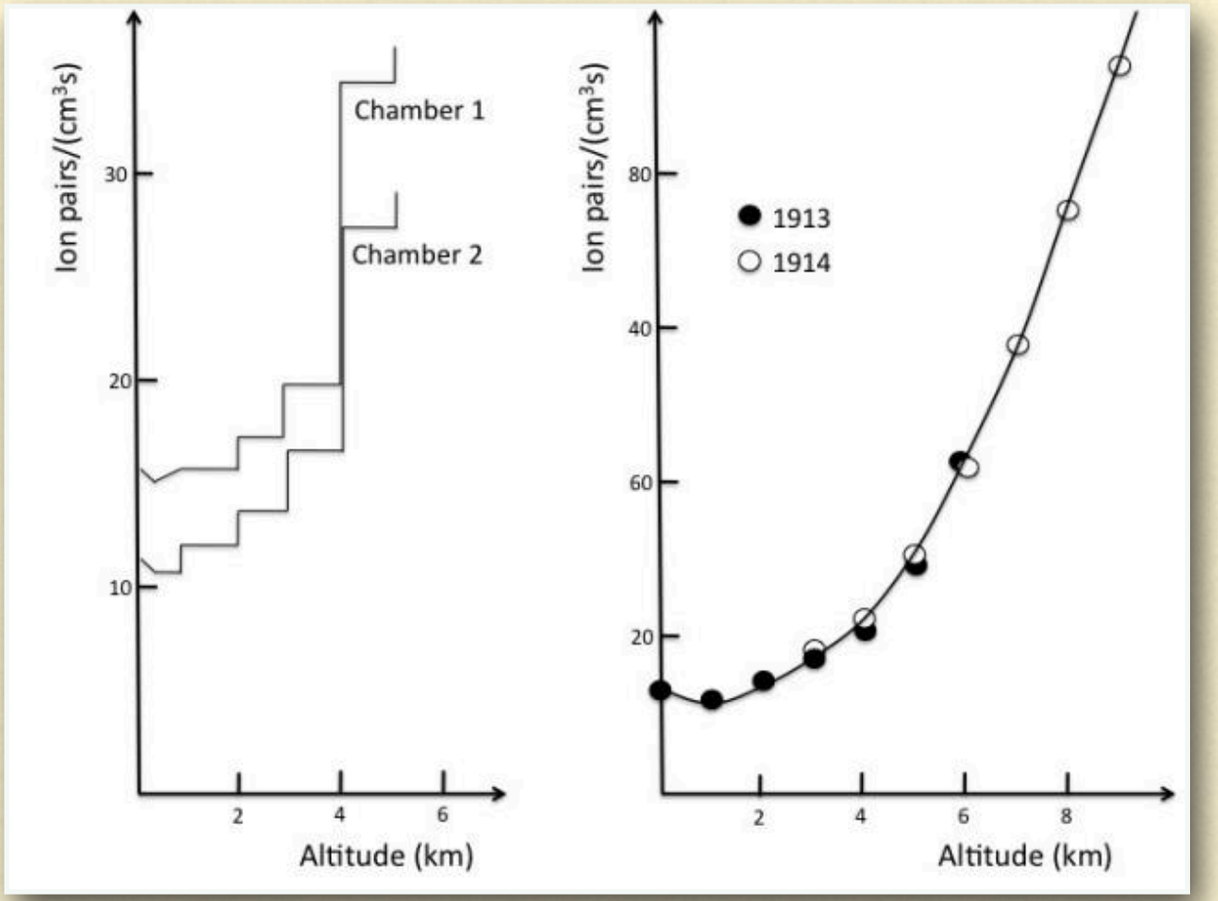




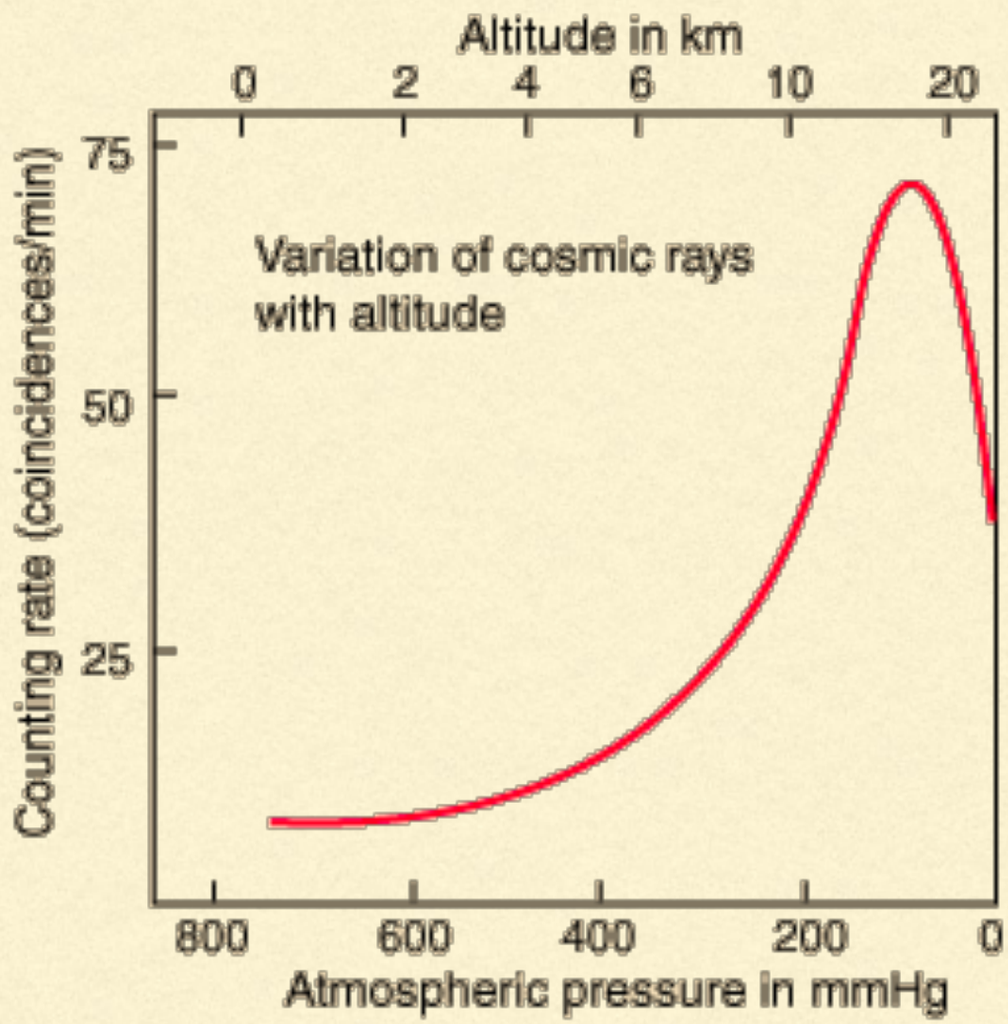
Electroscopio

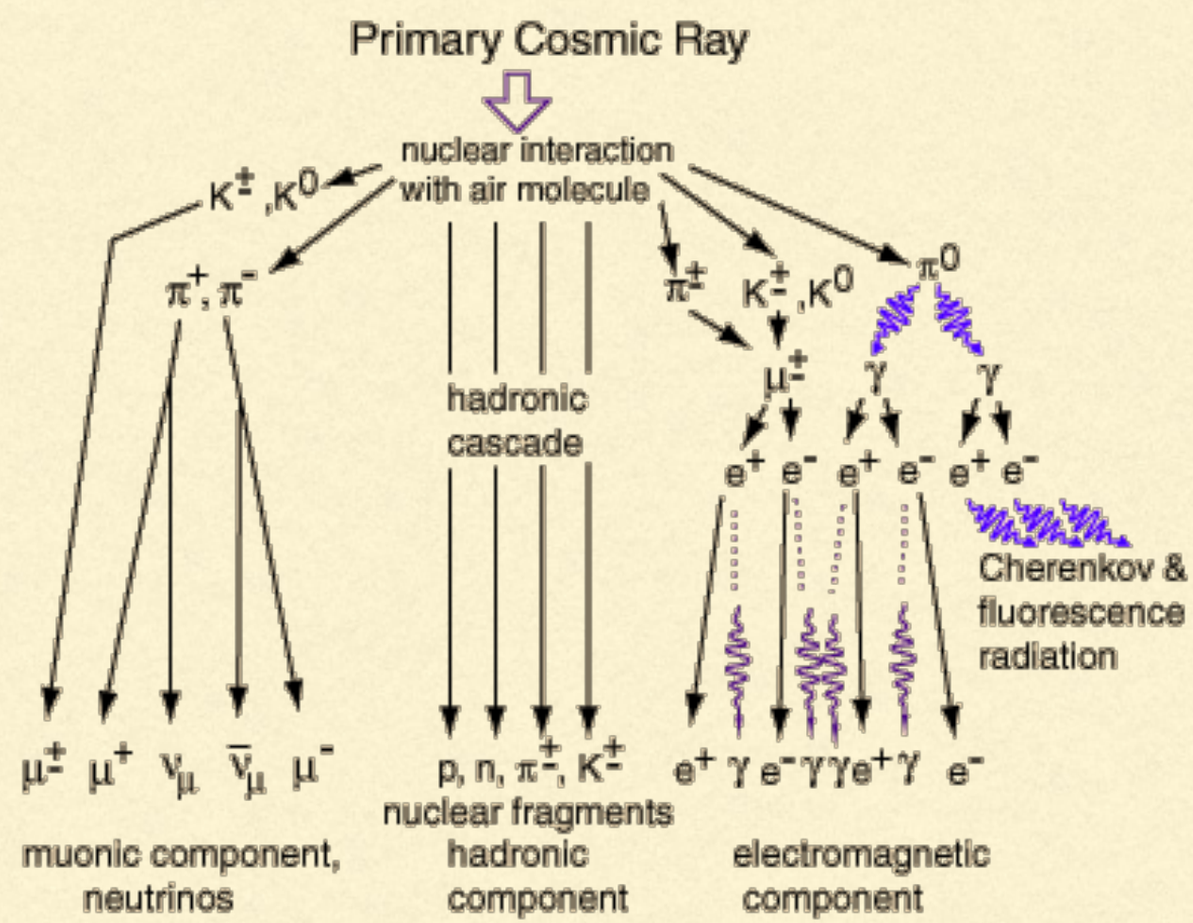


Readings on ionization chamber Victor Hess carried aloft in the Böhmen. Above four kilometers the ionization rose rapidly indicating "that rays of very great penetrating power are entering our atmosphere from above". These cosmic rays contain the only modern samples of matter from outside our solar system which can be investigated directly.



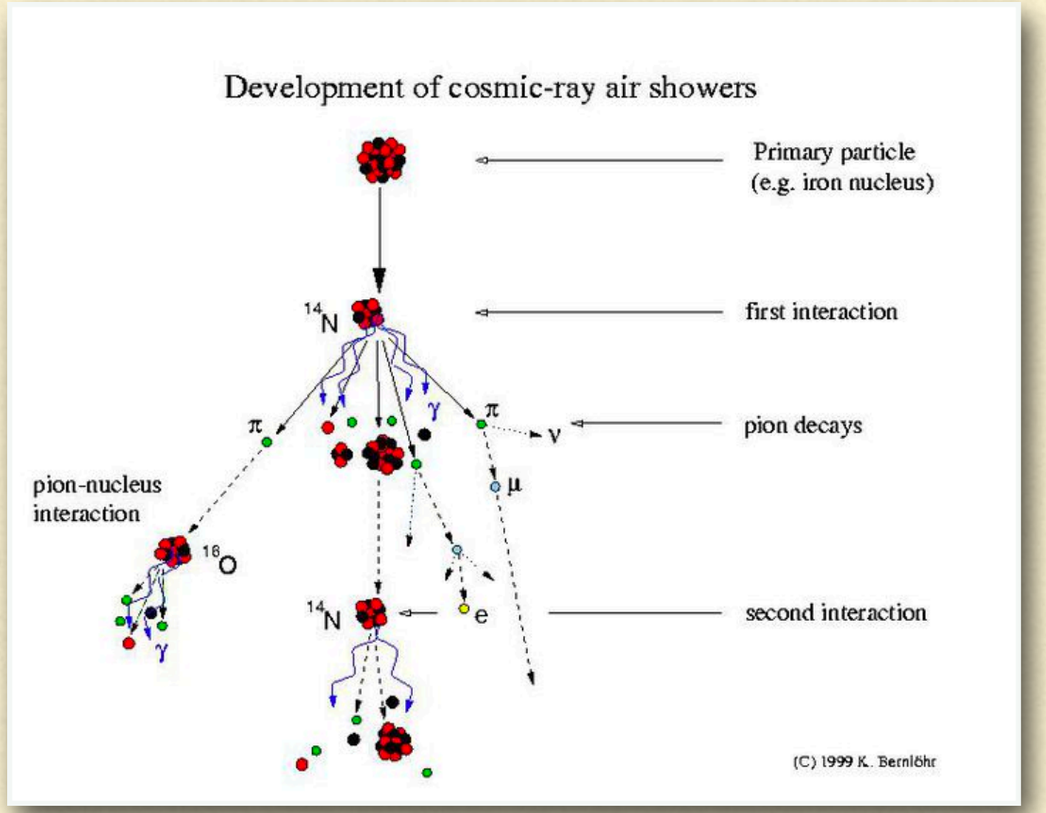
El físico alemán Werner Kolhörster tomó mediciones con globos hasta una altura de 9300 m en 1914, confirmando los resultados de Hess para mayores alturas.

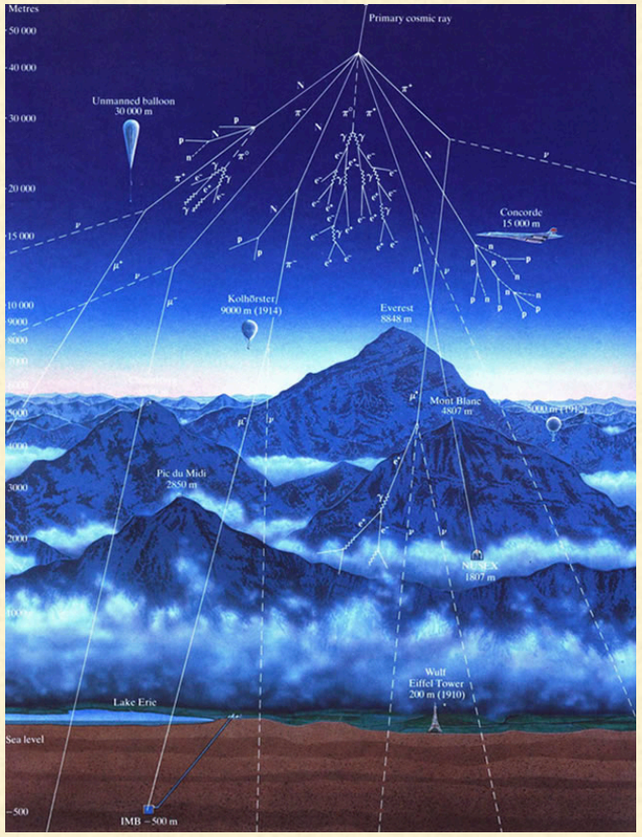

Altitude in km
0
2
4
6
10
20
75
50
25
Counting rate (coincidences/min)
Variation of cosmic rays
with altitude
800
600
400
200
0
Atmospheric pressure in mmHg


Primary Cosmic Ray
nuclear interaction
with air molecule
K±, K0
π+, π-
π±
K±, K0
π0
μ±
γ
γ
hadronic
cascade
e+ e- e+ e- e+ e-
Cherenkov &
fluorescence
radiation
μ± μ+ νμ ν̄μ μ-
p, n, π±, K±
e+ γ e- γγe+γ e-
nuclear fragments
muonic component,
neutrinos
hadronic
component
electromagnetic
component

La mayor parte de los rayos cósmicos en la atmósfera son partículas secundarias generadas por la interacción de primarios con átomos de N u O atmosféricos.

Las partículas primarias que forman los rayos cósmicos son protones (86%), partículas α (núcleos de He, 11%), electrones (2%) y núcleos más pesados (1%). Hay, ademas, pequeñas proporciones de positrones y anti-protones que se creen de origen secundario (esto es, que se generan debido a interacciones de los rayos cósmicos primarios con el medio interestelar).





Espectro de rayos cósmicos primarios cerca de la Tierra

En general,

$$N(E)\mathrm{d}E \propto E^{-X}\,\mathrm{d}E,$$

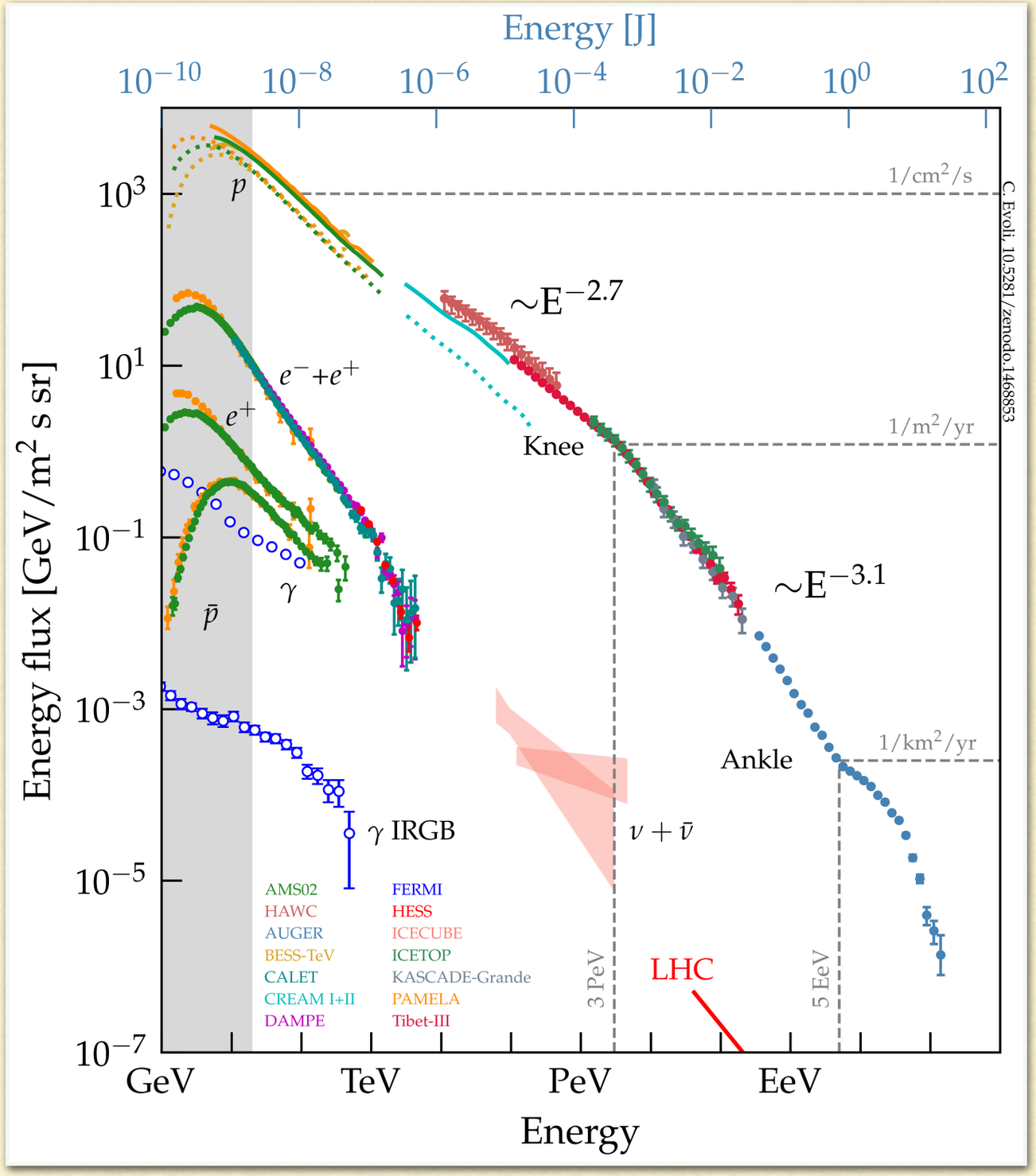
con $X > 2$. Para energías hasta $\sim 10^{15}$ eV,

$$N(E)\mathrm{d}E \propto E^{-2.7}\,\mathrm{d}E.$$

Luego, hasta $\sim 5 \times 10^{18}$ eV,

$$N(E)\mathrm{d}E \propto E^{-3.1}\,\mathrm{d}E.$$

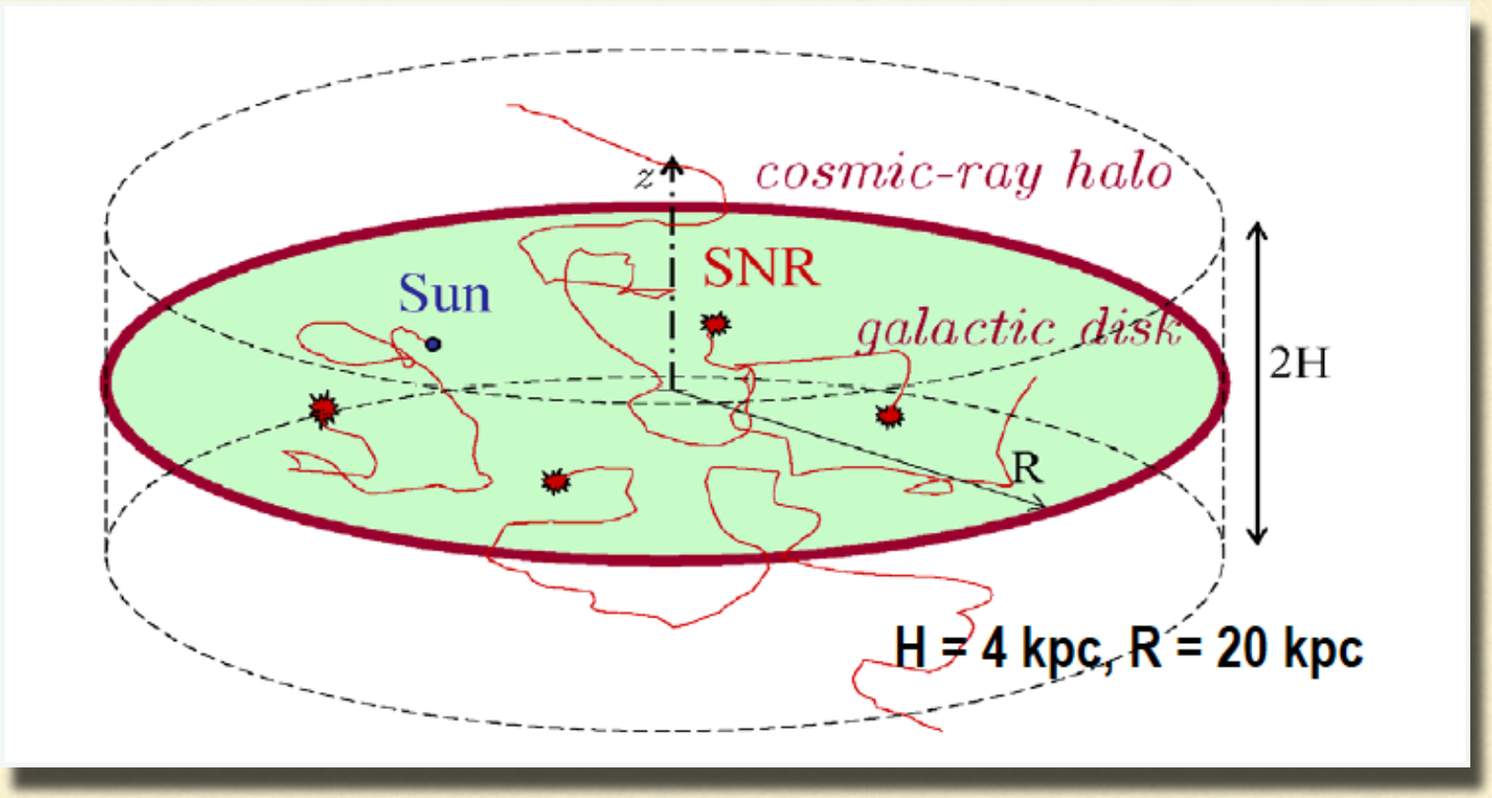
El espectro luego se endurece nuevamente hasta valores cercanos a $X \sim 2.7$. A energías arriba de $\sim 5 \times 10^{19}$ eV habría un nuevo ablandamiento o cut-off.



La densidad de energía de rayos cósmicos en regiones lejos de la influencia solar es:

$$\omega_{\rm RC} \sim 1\ \frac{\rm eV}{\rm cm^3}.$$

Esta densidad es comparable a la de la luz estelar ($\sim$ 0.6 eV/cm^3), a la del fondo cósmico de radiación (CMB, $\sim$ 0.26 eV/cm^3) y a la del campo magnético galáctico ($\sim$ 0.25 eV/cm^3, para $B \sim 3\,\mu$G).

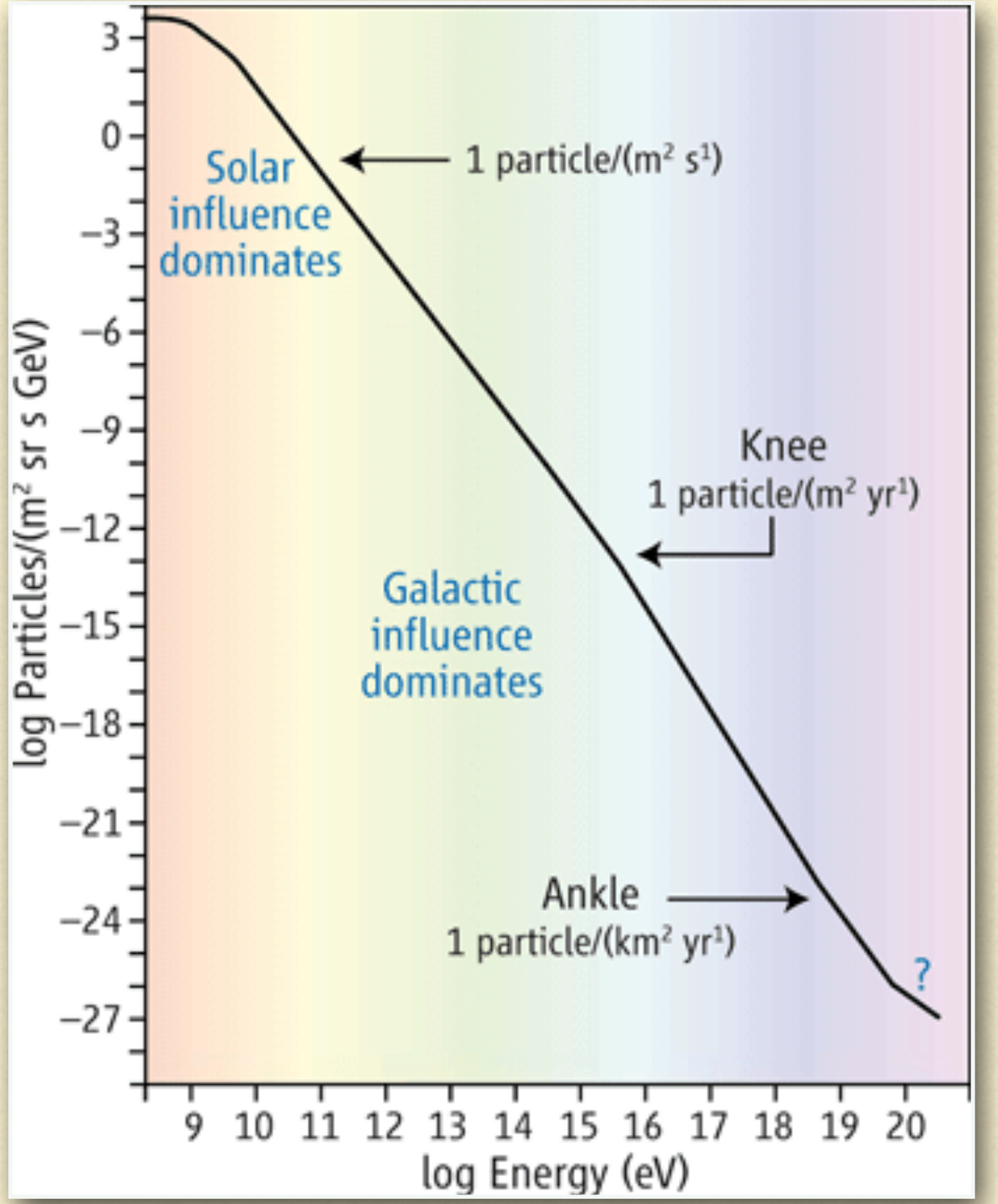


En la Vía Láctea, $B \sim 3\ \mu G$.
Radio Lamour: $R_g = p / qB$; para protones, $R_g = 10^{12}\ (E / \text{GeV})$ cm.

La altura de la escala del disco galáctico es $\sim 6\ 10^{20}$ cm, por lo tanto, los protones con energías de hasta aproximadamente 10^{17} eV pueden confinarse.

A bajas energías, la heliosfera afecta las trayectorias.

A energías $> 10^{17}$ eV el origen debería ser extragaláctico.



Modelemos la Galaxia como un disco de radio $R_{\rm G} = 15$ kpc y espesor $h_{\rm G} = 200$ pc. Entonces,

$$V_{\rm G} = \pi\, R_{\rm G}^2\, h_{\rm G} \sim 4 \times 10^{66}\ {\rm cm}^3.$$

El tiempo de residencia de los rayos cósmicos en el disco vendrá determinado por la escala temporal de difusión de las partículas:

$$t_{\rm d} \sim \frac{3r^2}{D},$$

donde r es la distancia a recorrer por las partículas y D es el coeficiente de difusión. Para el caso de la Galaxia, $r = h_{\rm G}$ y $D \sim 10^{28}\ {\rm cm}^2\ {\rm s}^{-1}$, por lo que resulta $t_{\rm d} \sim 10^{14}$ s. Luego:

$$W_{\rm RC} = \frac{V_{\rm G}\ \omega_{\rm RC}}{t_{\rm d}} \sim 4.1 \times 10^{40}\ {\rm erg\,s}^{-1}.$$

Esta es la potencia total de los rayos cósmicos en la Galaxia. Cualquier acelerador o conjunto de aceleradores que los produzca debe satisfacer este presupuesto energético.

Aceleradores cósmicos

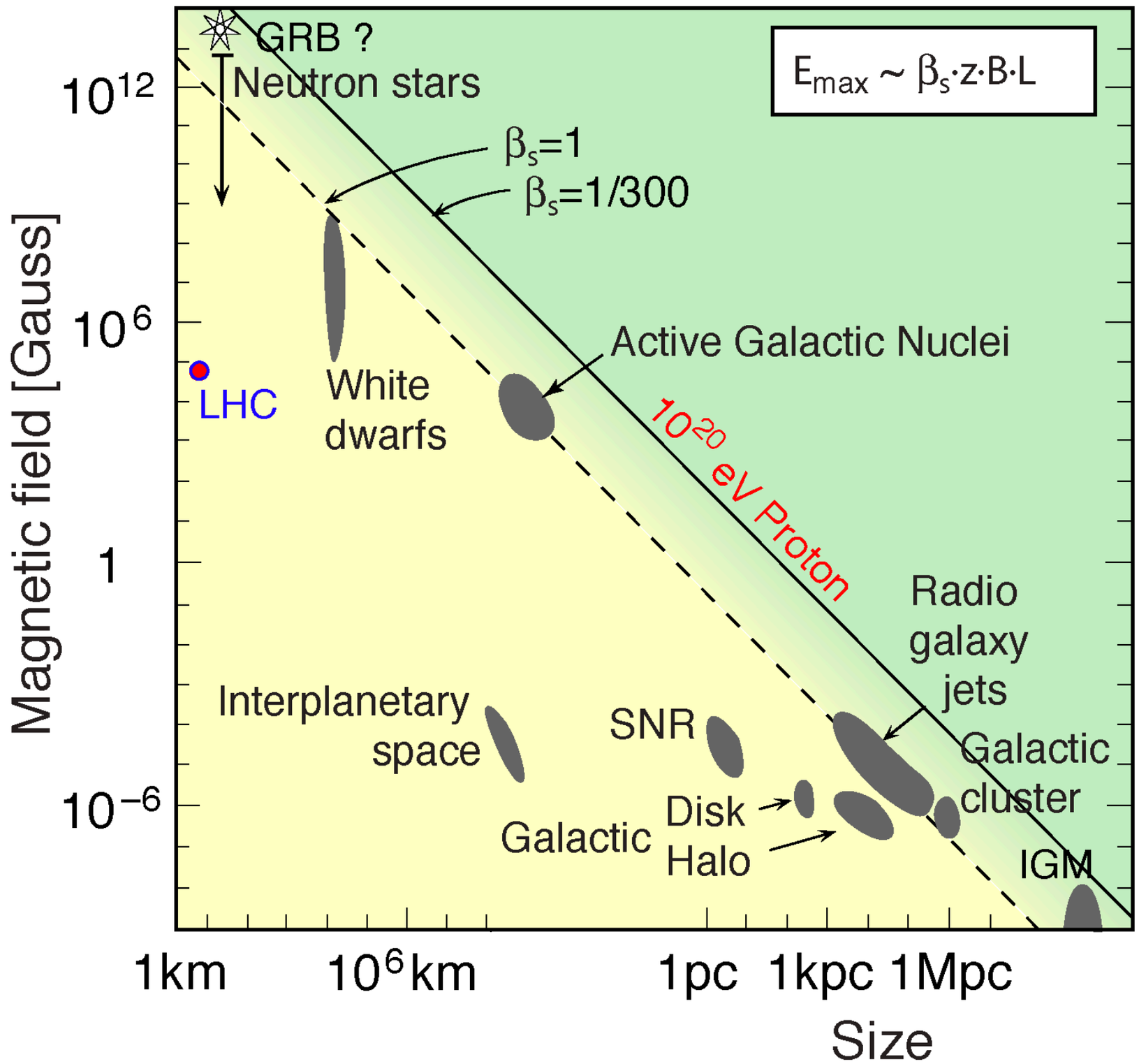
El criterio de Hillas

Si una partícula escapa de la región donde se estaba acelerando, no podrá obtener más energía. Esta situación impone un límite en la energía máxima:

$$E_{\max} = qBR, \qquad (1)$$

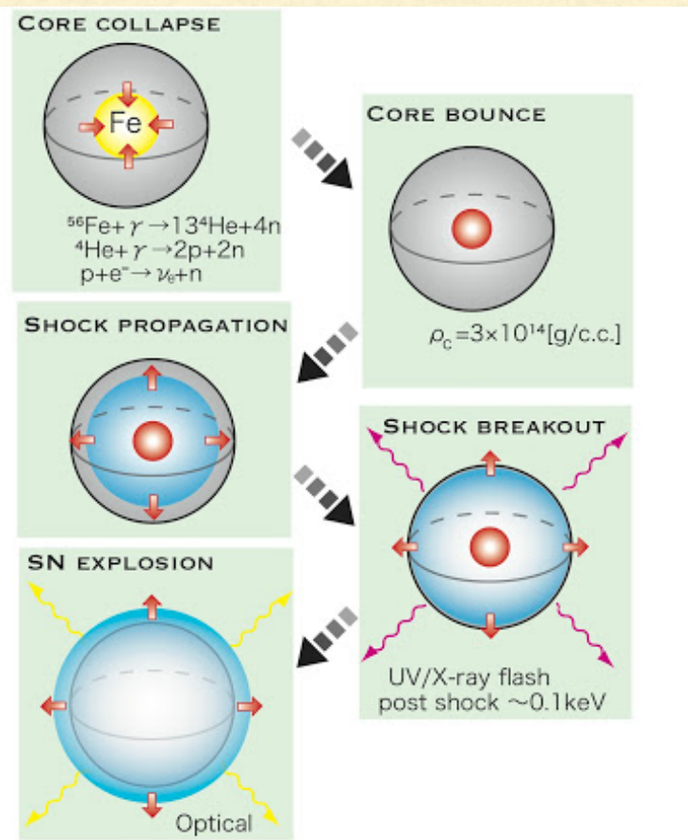
donde q es la carga eléctrica de la partícula acelerada, B es el campo magnético y R es el tamaño de la acelerador. La ecuación (1) se obtiene exigiendo que el radio de Larmor de la partícula, $R_g = E / (qB)$, no exceda el tamaño de la región de aceleración. Este es un criterio geométrico general conocido como *criterio de Hillas*, y es útil para seleccionar posibles sitios de aceleración.

$$E_{\max} = eZBR, \qquad (2)$$

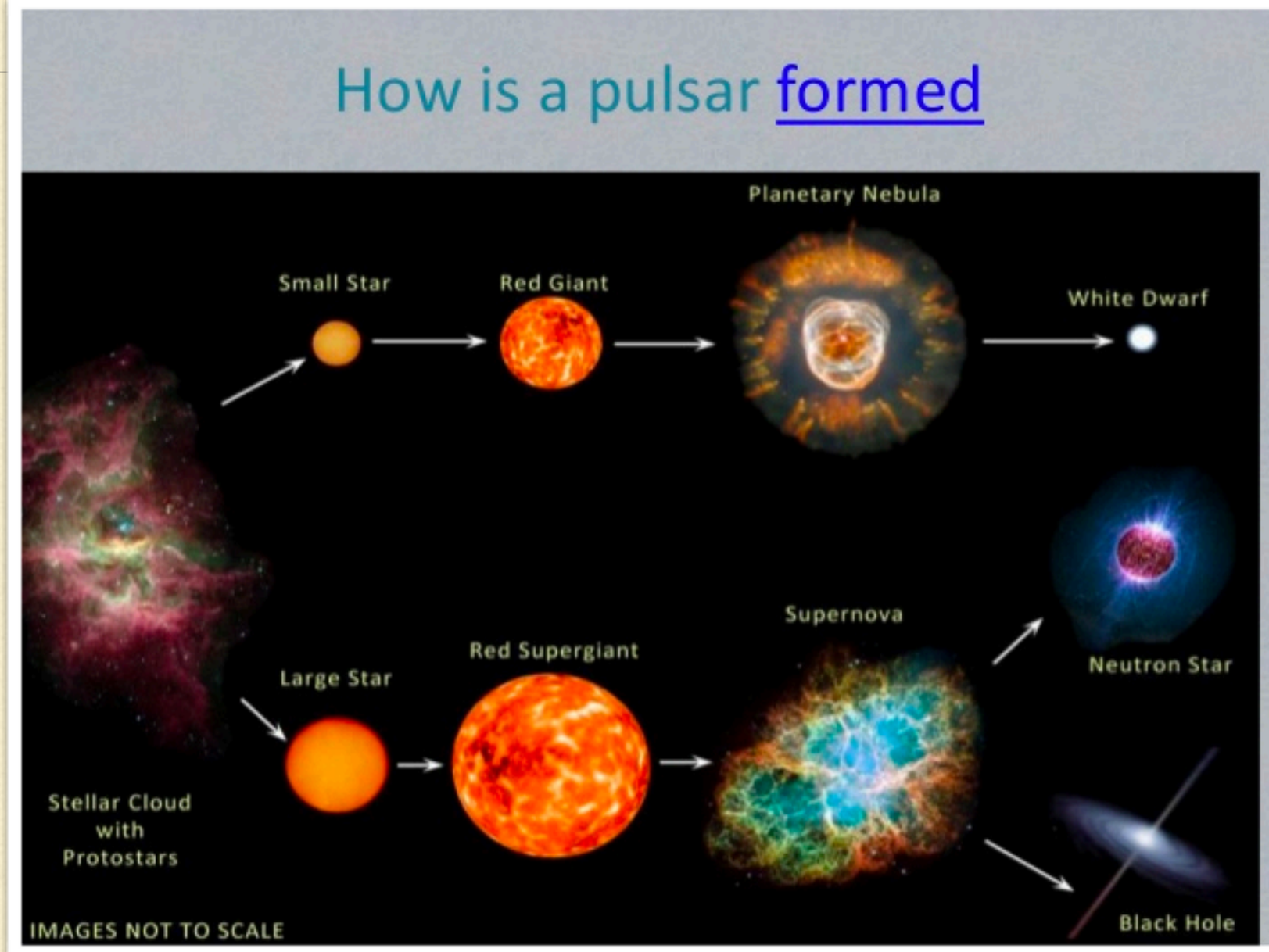

GRB ?
Neutron stars
$E_{max} \sim \beta_s \cdot z \cdot B \cdot L$
β_s=1
β_s=1/300
Active Galactic Nuclei
LHC
White dwarfs
10^{20} eV Proton
Radio galaxy jets
Interplanetary space
SNR
Galactic cluster
Disk
Galactic Halo
IGM
10^{12}
10^{6}
1
10^{-6}
Magnetic field [Gauss]
1km
10^{6}km
1pc
1kpc
1Mpc
Size

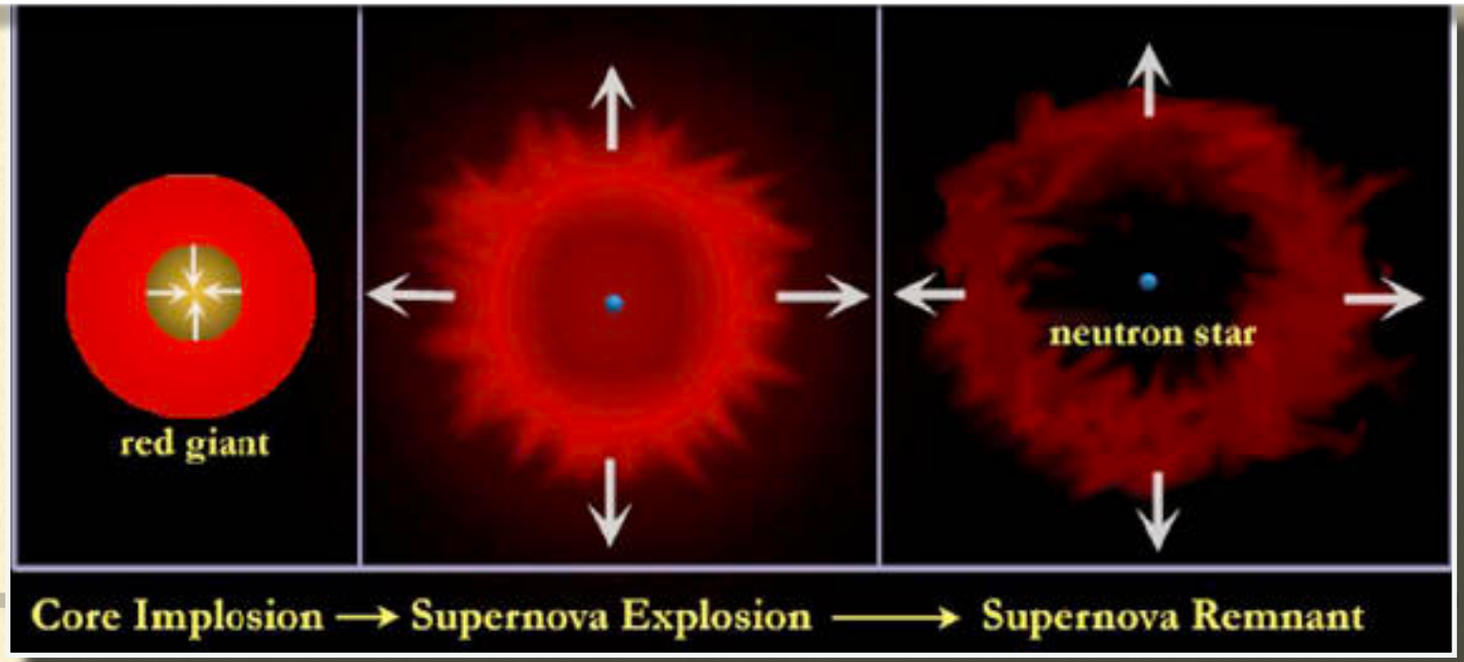
Púlsares

Los púlsares son estrellas compactas, con una densidad similar a la nuclear, muy magnetizadas y en rotación rápida.



$$p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$$



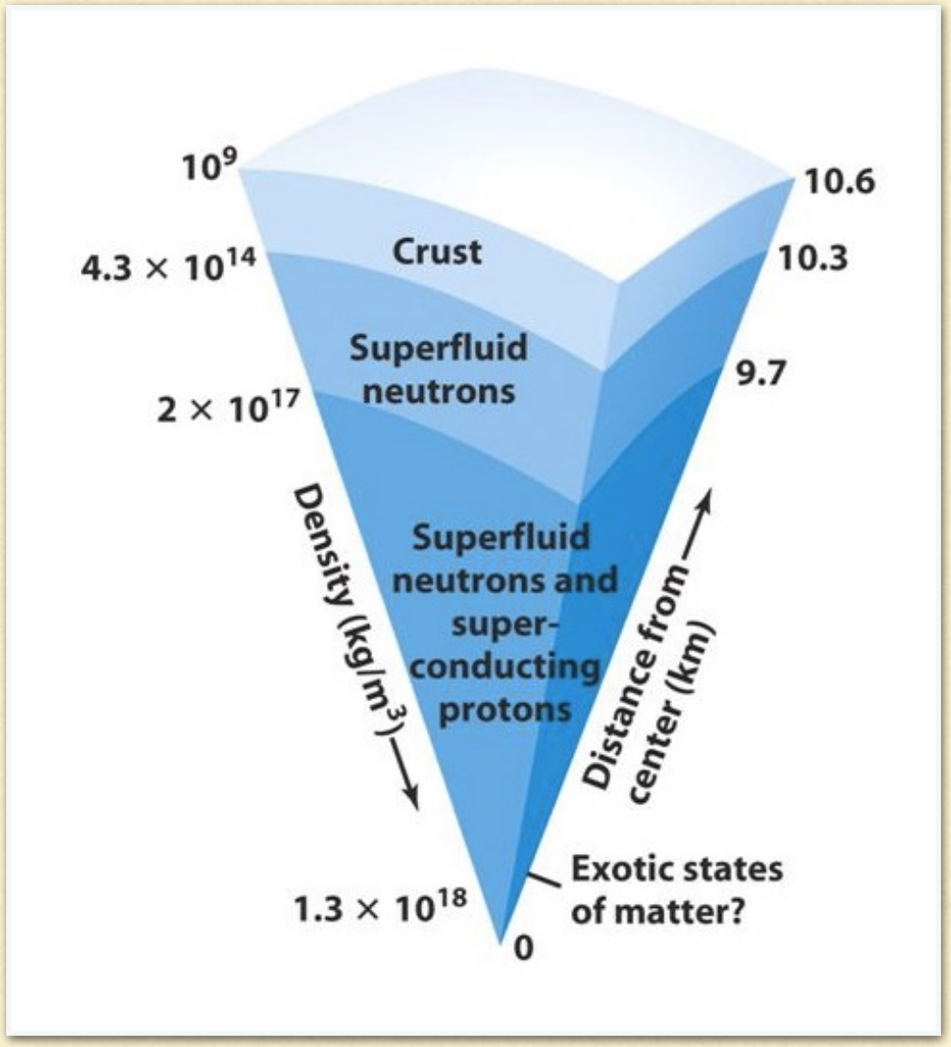


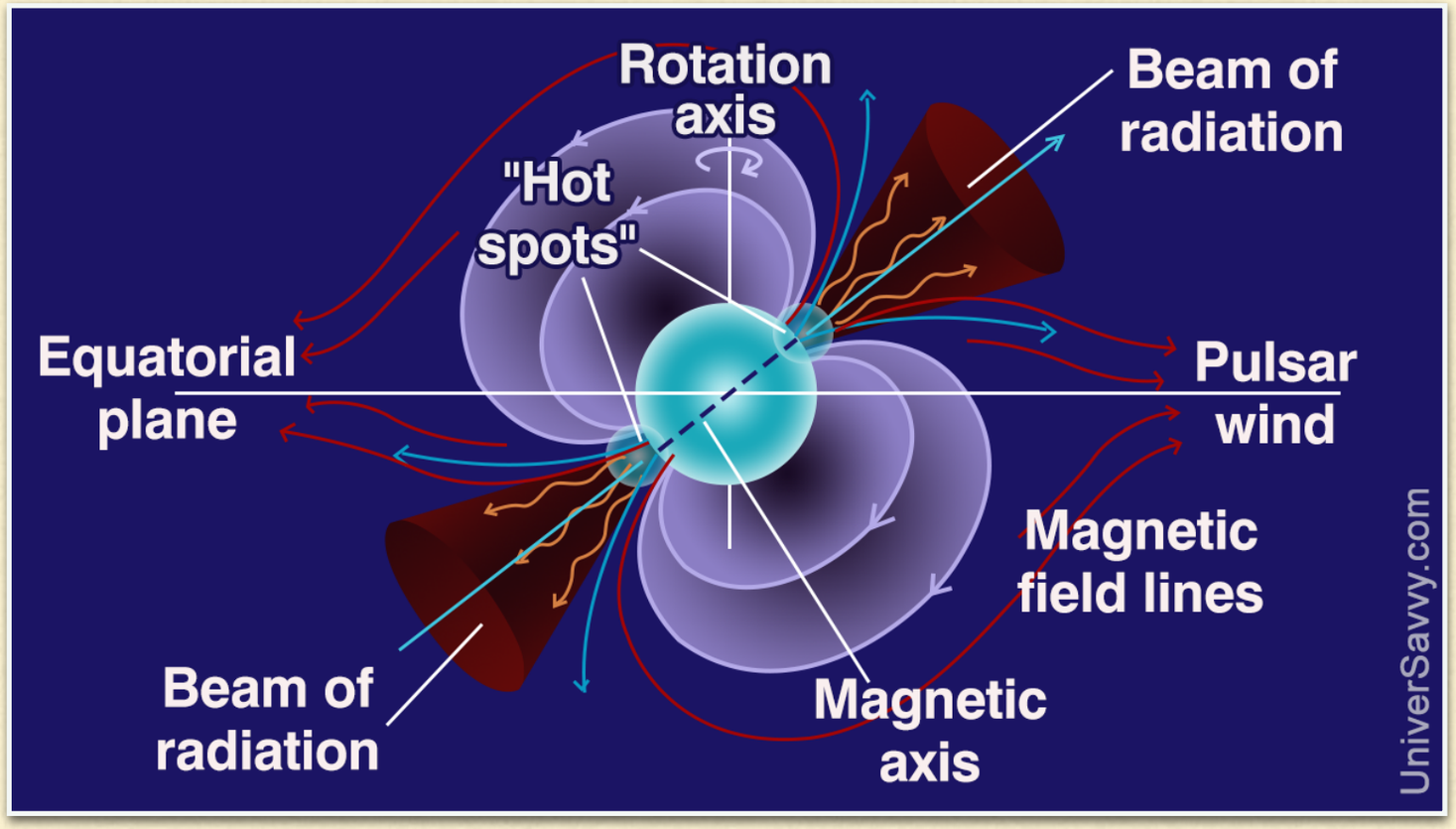
Púlsares

Los púlsares son estrellas de neutrones muy magnetizadas en rotación rápida.

Radio típico: $R_* = 10^6$ cm.
Masa típica: $M_* = 1.4 M_\odot$.

$$\rho_* \sim \frac{M_*}{(4/3)\pi {R_*}^3} \sim \frac{1.4 \times 1.99 \times 10^{33}\ \mathrm{g}}{(4/3)\pi \times 10^{18}\ \mathrm{cm}^3} \sim 6.6 \times 10^{14}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}.$$





B~10^{12} G

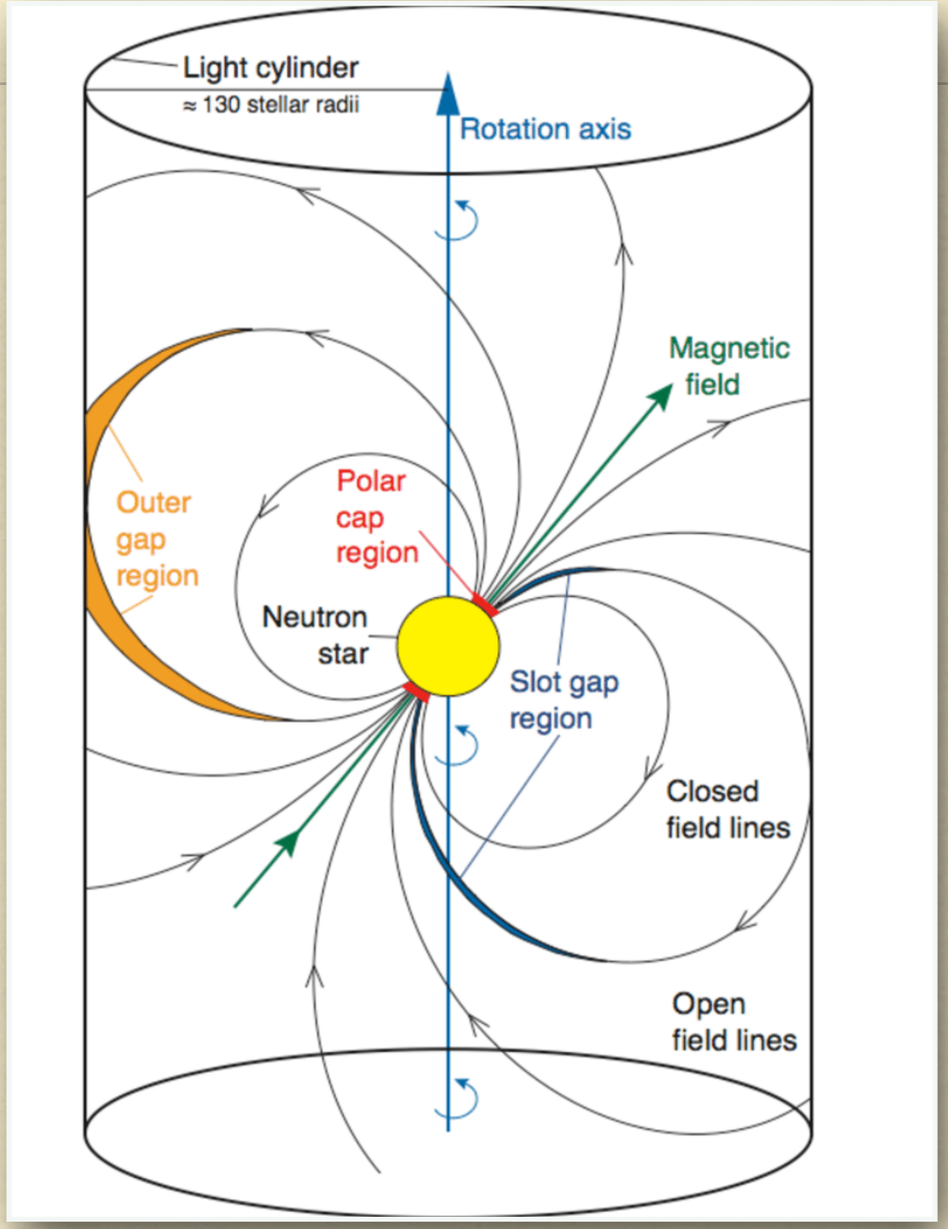
El campo magnético es dipolar en primera aproximación

Fuerza sobre las cargas:

$$\vec{F} = \frac{e}{c}\left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) \times \vec{B}.$$

Luego, la separación de cargas genera un campo eléctrico:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) \times \vec{B}.$$



La rotación de la esfera separa la carga y esta no se modifica a menos que cambie $\vec{\Omega}$. Por lo tanto, el potencial eléctrico es estático. El potencial generado en la superficie ($r = R_*$) de la estrella de neutrones es:

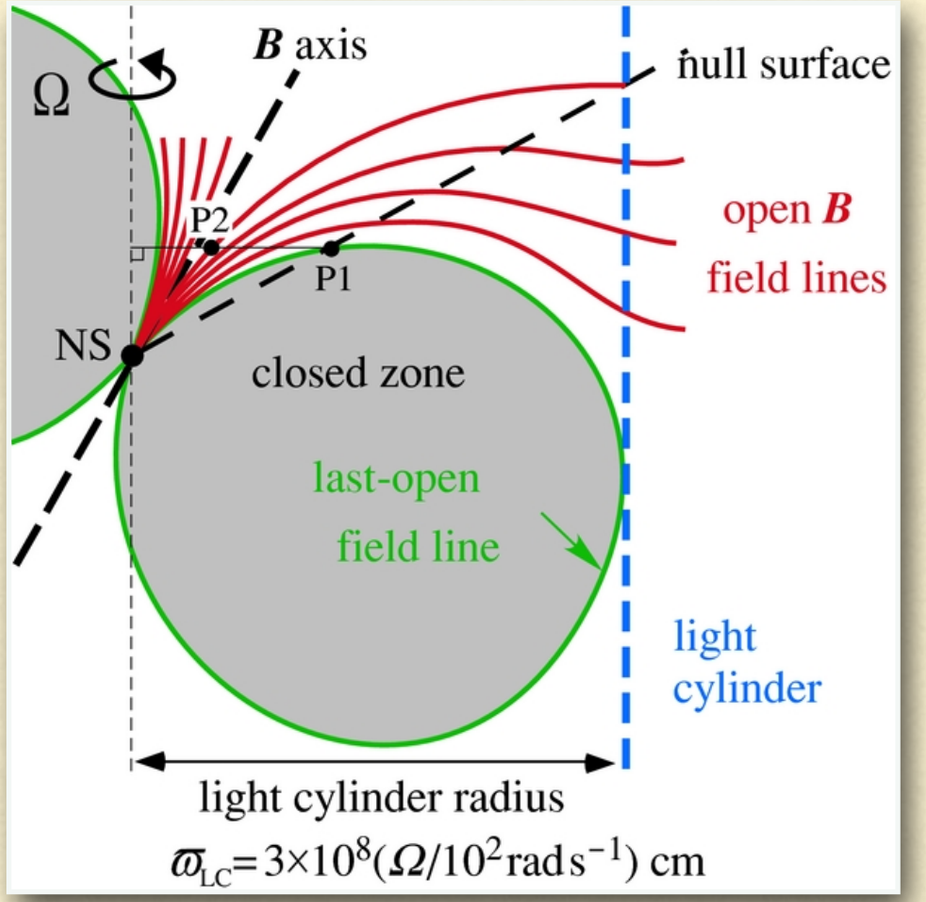
$$\Omega = 2\pi P^{-1}$$

$$V \sim ER_* = \frac{\Omega B R_*^2}{c} \sim 6 \times 10^{16} \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right)\left(\frac{R_*}{10^6\ \mathrm{cm}}\right)^2 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-1}\ \mathrm{V}.$$

La región de co-rotación llega hasta:

$$R_{\rm L} = \frac{c}{\Omega} \sim 4.8 \times 10^9 \left(\frac{P}{1\,{\rm s}}\right)\ {\rm cm}.$$

Mas allá, las líneas de campo no pueden permanecer cerradas y se abren, permitiendo un flujo de partículas.

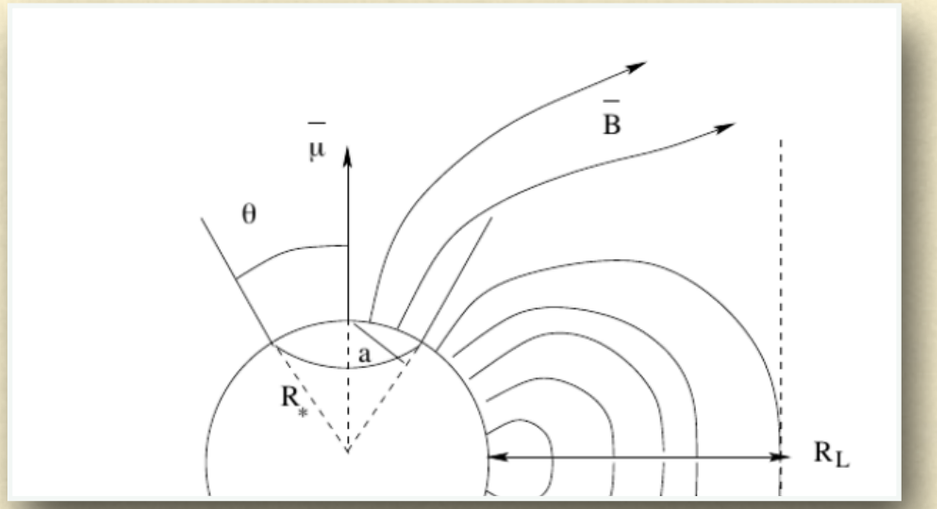


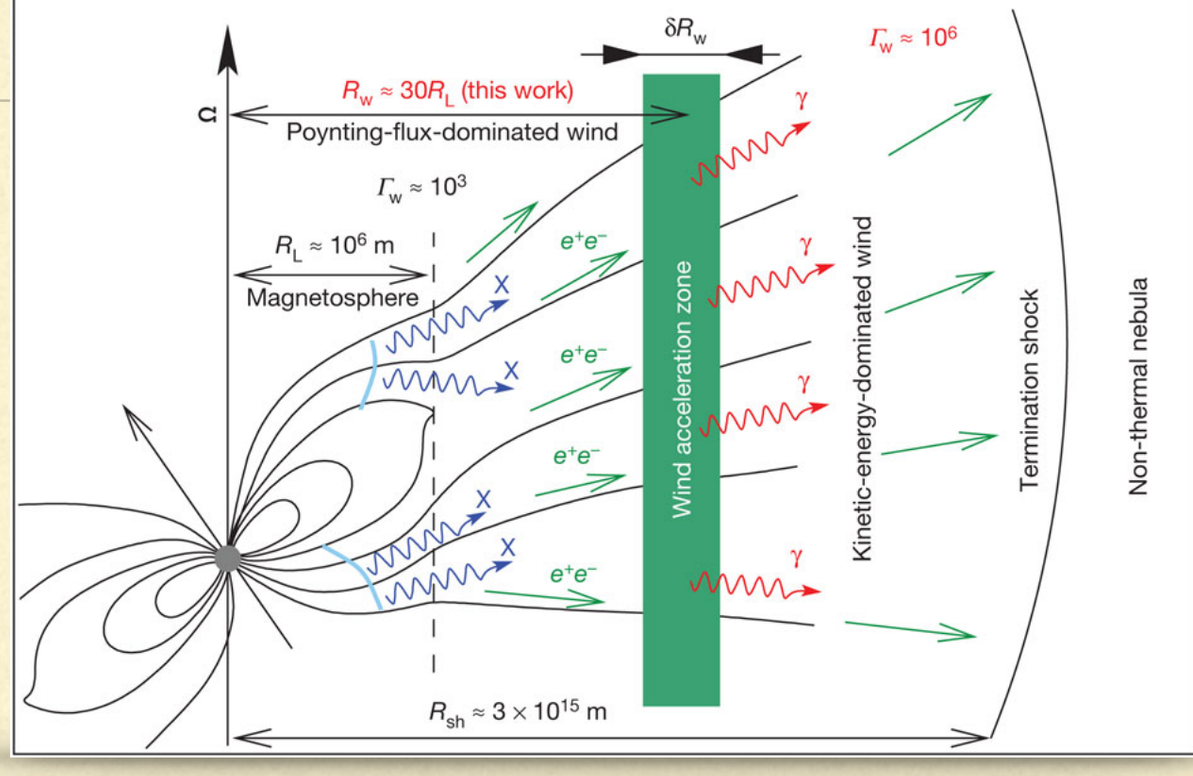
Como las líneas de un dipolo quedan definidas por $\sin^2\theta/r = $ cte tenemos que $a \simeq R_* \sin\theta_0$. Luego,

$$\frac{\sin^2\theta_0}{R_*} \simeq \frac{\Omega}{c}$$

$$\sin\theta_0 \simeq \left(\frac{\Omega R_*}{c}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_*}{R_L}\right)^{1/2},$$

$$a \simeq \left(\frac{R_*^3}{R_L}\right)^{1/2} \simeq \sqrt{\frac{R_*^3\Omega}{c}}.$$



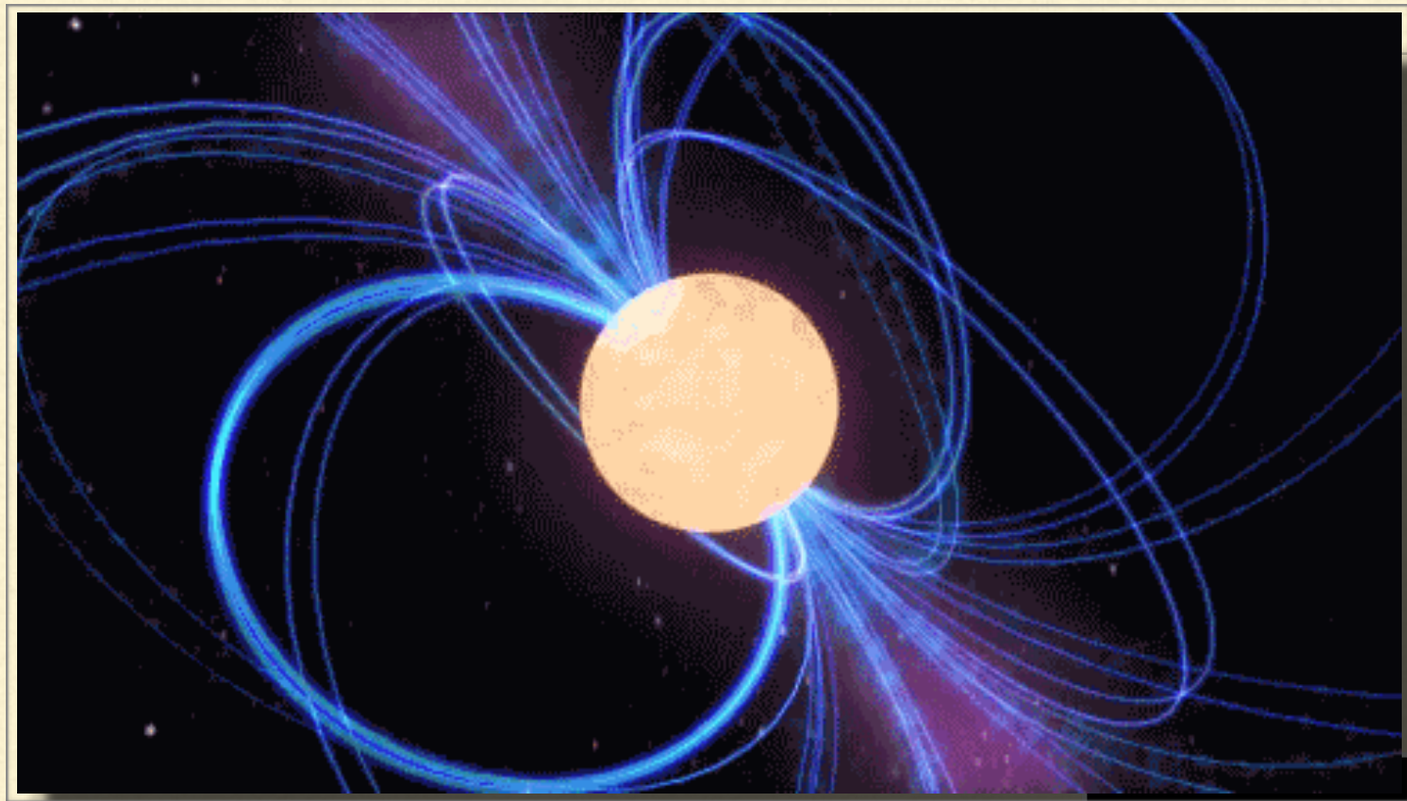


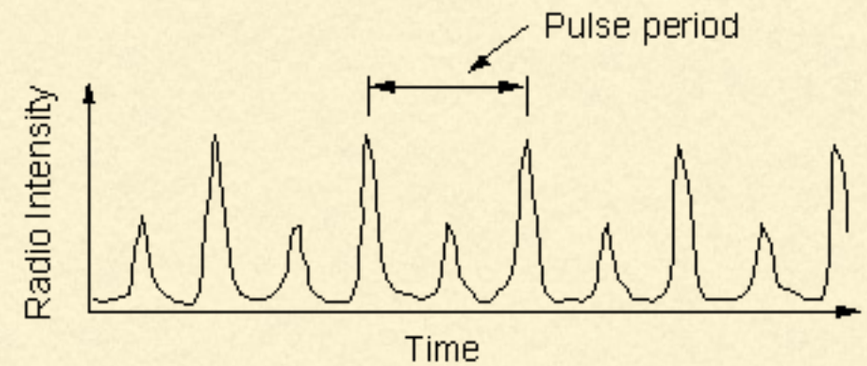
La caída de potencial efectiva es:

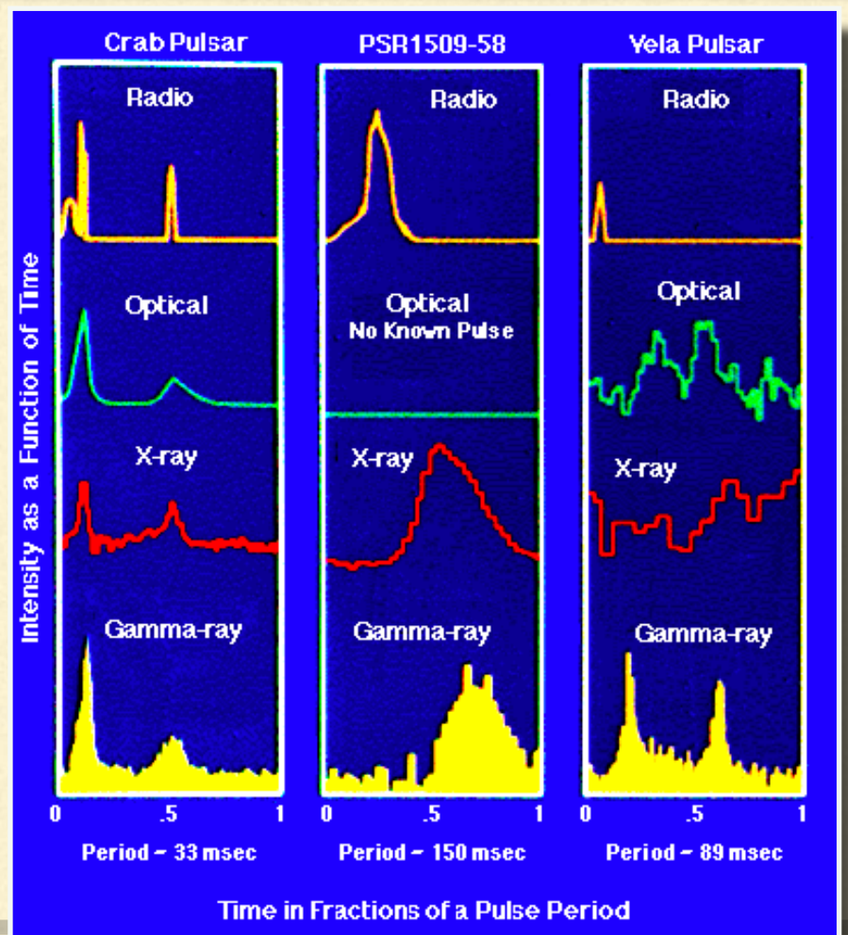
$$V = \frac{\Omega B a^2}{c} = \frac{\Omega^2 B R_*^3}{c^2}$$

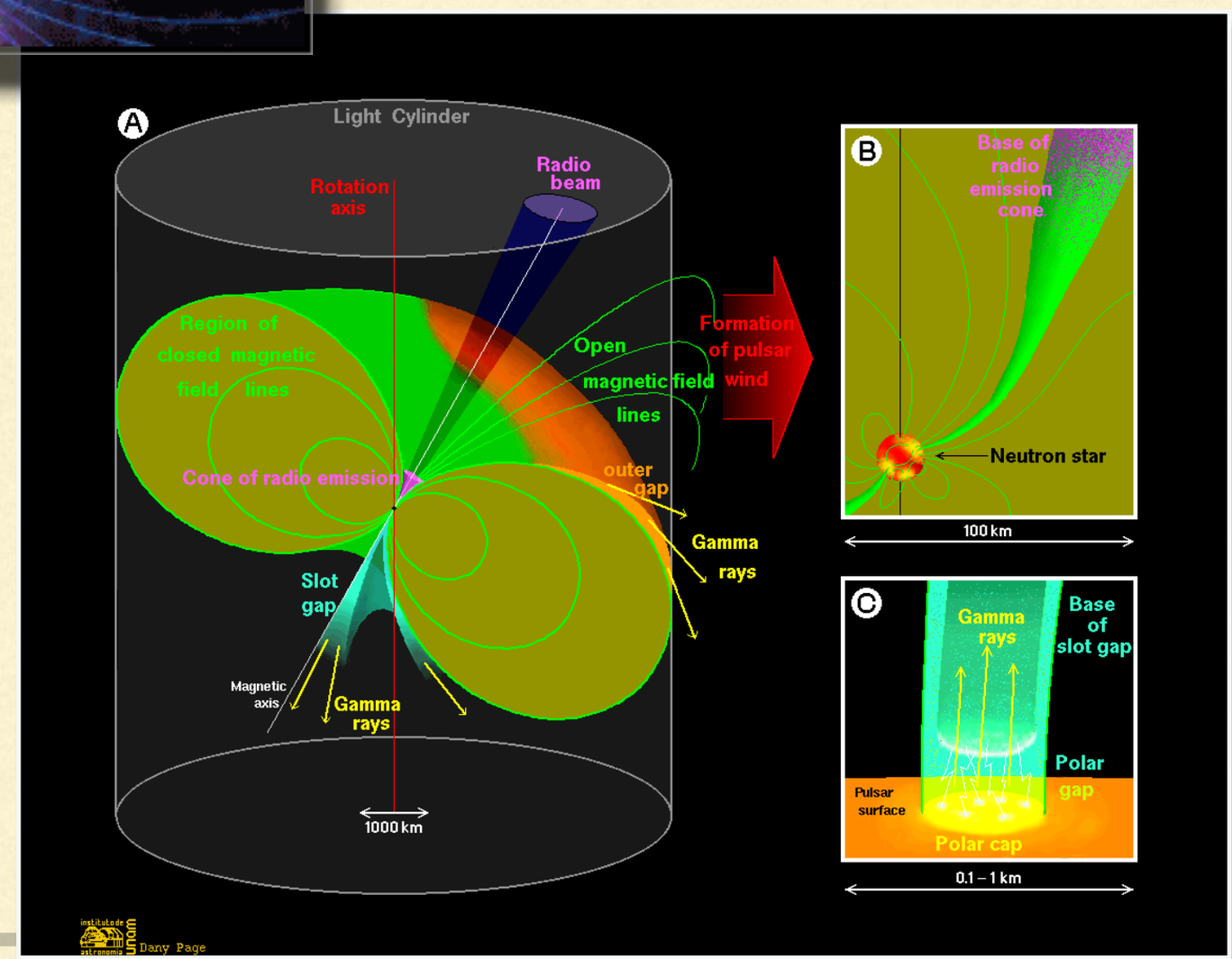
$$V \approx 10^{13} \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6\ \mathrm{cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-2}\ \mathrm{V}.$$

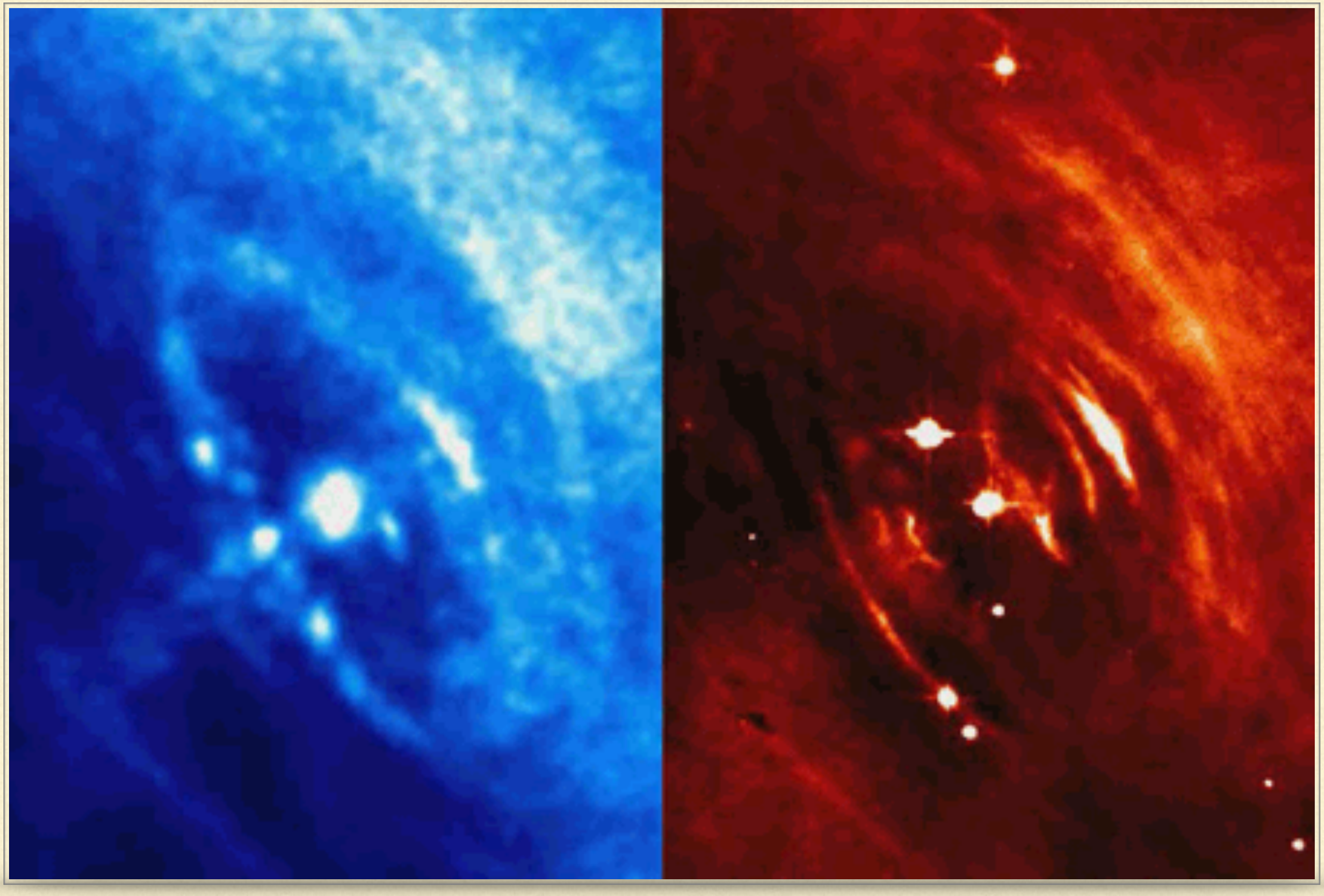
Vemos, pues, que los púlsares pueden acelerar partículas hasta energías de $\sim 10^{13}$ eV $= 10$ TeV. Si el púlsar rota muy rápidamente, $E_{\max} \sim 10^{15-16}$ eV. El límite efectivo es menor que este valor ya que las partículas sufrirán pérdidas radiativas durante el proceso de aceleración.




Pulse period
Radio Intensity
Time


Crab Pulsar
PSR1509-58
Vela Pulsar
Radio
Optical
Optical
No Known Pulse
X-ray
Gamma-ray
Intensity as a Function of Time
0
.5
1
Period ~ 33 msec
Period ~ 150 msec
Period ~ 89 msec
Time in Fractions of a Pulse Period


A
Light Cylinder
Rotation axis
Radio beam
Region of closed magnetic field lines
Open magnetic field lines
Formation of pulsar wind
Cone of radio emission
outer gap
Gamma rays
Slot gap
Magnetic axis
Gamma rays
1000 km
B
Base of radio emission cone
Neutron star
100 km
C
Gamma rays
Base of slot gap
Polar gap
Pulsar surface
Polar cap
0.1 – 1 km
Dany Page



¿Cuál es la potencia en rayos cósmicos entregado por los púlsares de la Galaxia?

La tasa de nacimiento de púlsares es de aproximadamente 1 cada 80 años. Como el campo magnético decae con el tiempo, la vida media de ellos es $\sim$ 10 Myr. Entonces el número de púlsares es:

$$N \sim \frac{10^7}{80} \sim 10^5.$$

La potencia emitida por un púlsar aislado es:

$$\dot{E} \sim B^2/8\pi \times 4\pi R^2 \times c$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &\sim \frac{B^2 \Omega^4 R_*^6}{c^3} = I\Omega\dot{\Omega}, \\ &\sim 6 \times 10^{31} \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right)^2 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-4} \quad \mathrm{erg\ s^{-1}}, \end{aligned}$$

$$B(R) = B_0 \left(\frac{R_*}{R}\right)^3$$

$$B(R)|_{R_\mathrm{L}} = B_0 \left(\frac{R_* \Omega}{c}\right)^3$$

donde I es el momento de inercia ($E = \frac{1}{2} I\Omega^2 \rightarrow \dot{E} = I\Omega\dot{\Omega}$). Una parte de esta energía escapa como flujo de Poynting y otra parte como un viento de partículas.

$$V \approx 10^{13} \left(\frac{B}{10^{12}\ \mathrm{G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6\ \mathrm{cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-2}\ \mathrm{V}.$$

$$E_{\mathrm{min}}^{e^\pm} = \gamma mc^2 = 10^{12}\ \mathrm{eV}$$

$$\sigma = \frac{W_{\mathrm{Poynting}}}{W_{\mathrm{wind}}}\,,$$

$$\sigma \sim 10 \left(\frac{B}{10^{12}\mathrm{G}}\right) \left(\frac{R_*}{10^6\ \mathrm{cm}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\ \mathrm{s}}\right)^{-2}.$$

$$\sigma \sim 1000,$$

$$W_{\mathrm{RC}} \sim \frac{\dot{E}}{\sigma} \approx 6 \times 10^{31}\ \ \mathrm{erg\ s^{-1}} \times \frac{10000}{1000} \sim 6 \times 10^{32}\ \ \mathrm{erg\ s^{-1}}.$$

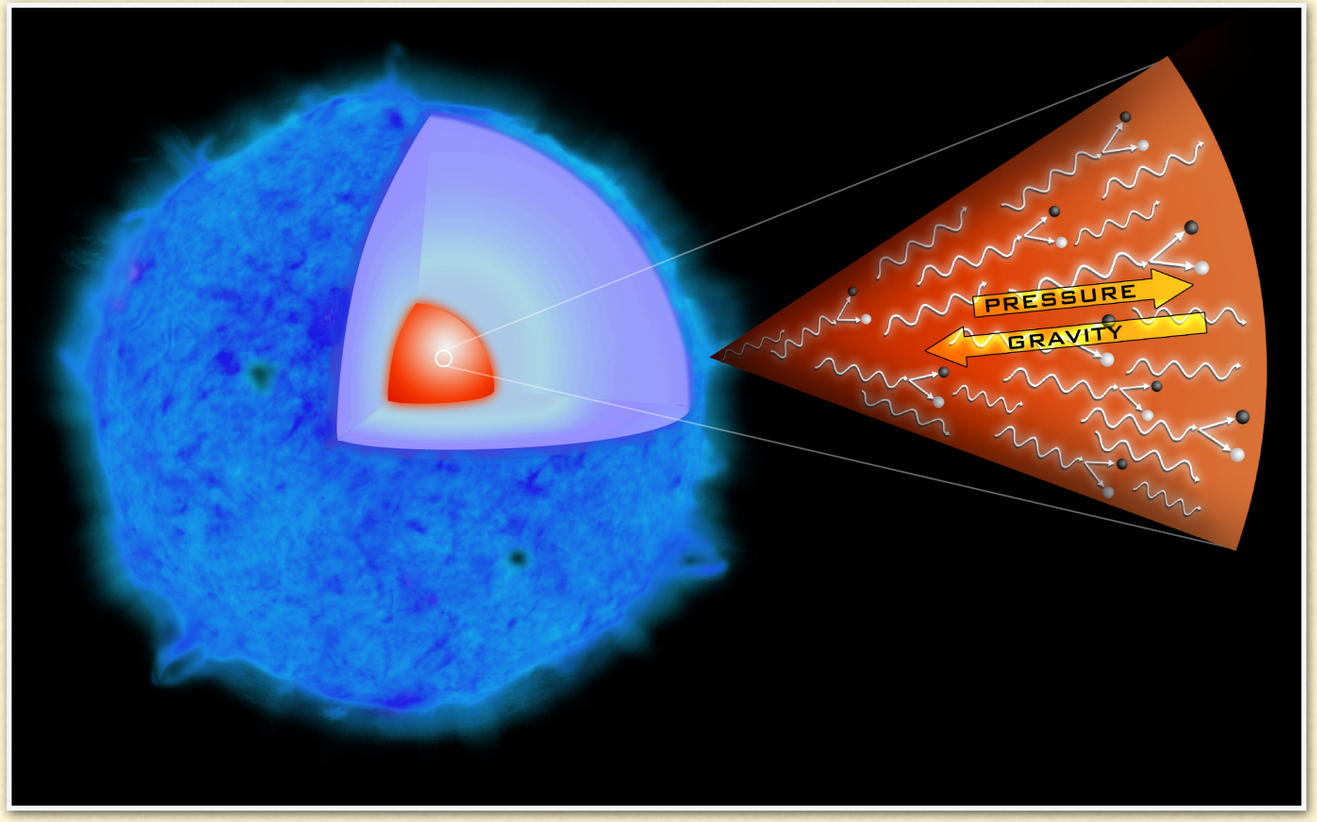
Si hay del orden de 10^5 púlsares en la Galaxia:

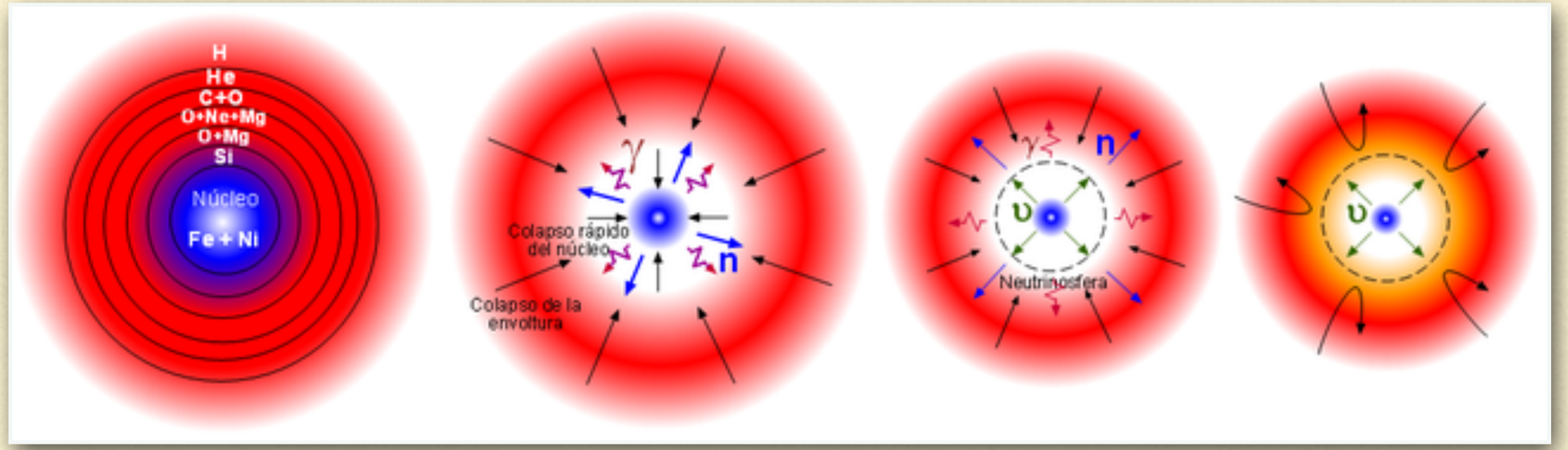
$$W_{\mathrm{RC}}^{\mathrm{pulsares}} \sim 6 \times 10^{37}\ \ \mathrm{erg\ s^{-1}}.$$

Mucho menor que la potencia necesaria para dar cuenta de los RC galácticos.

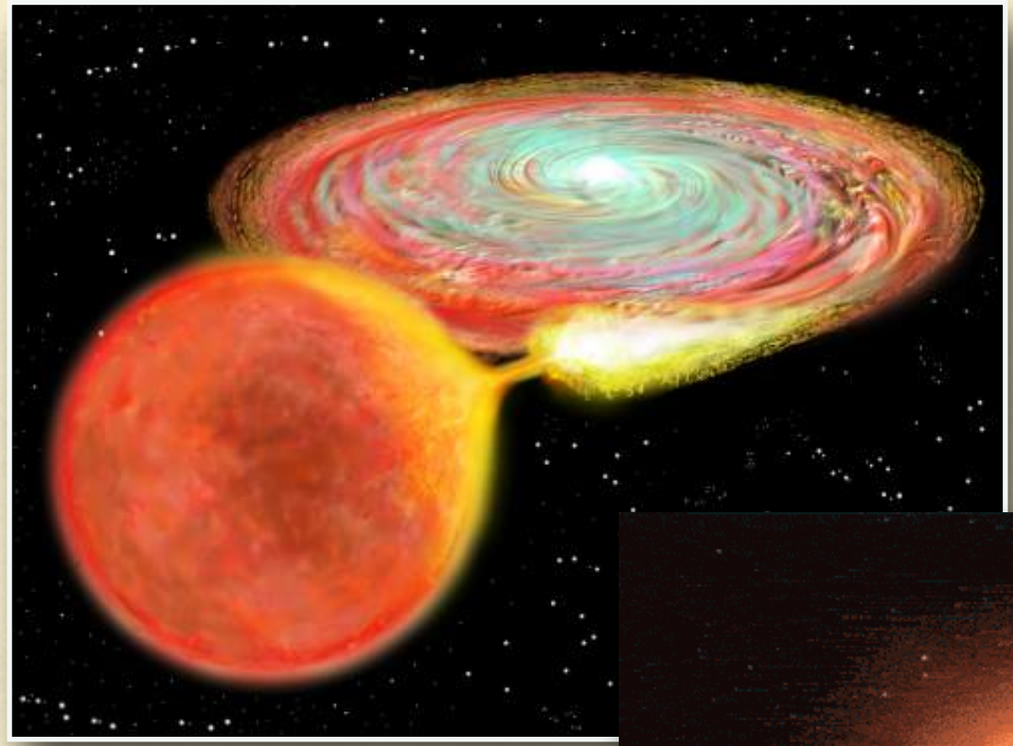
Remanentes de supernova

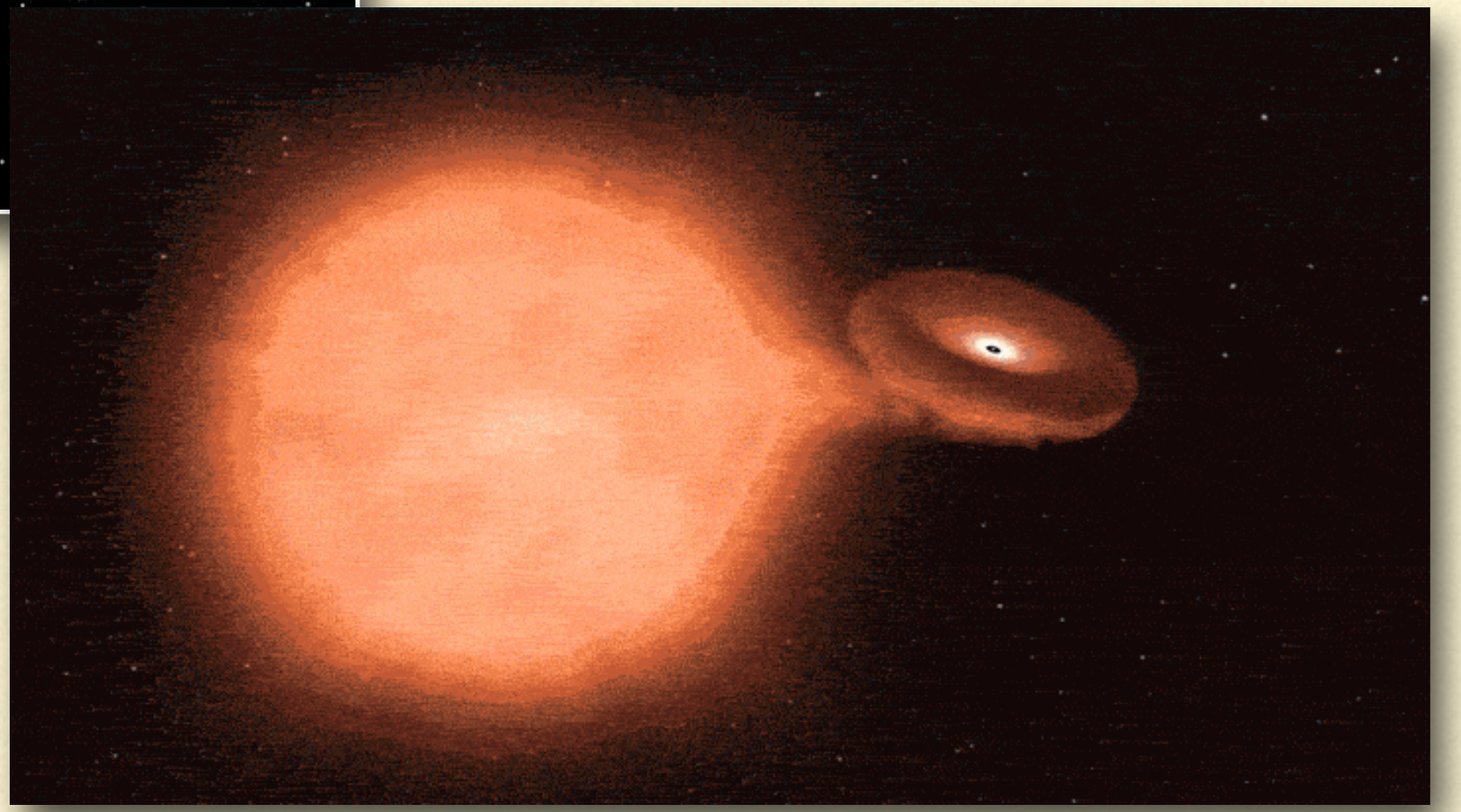
SN Type II



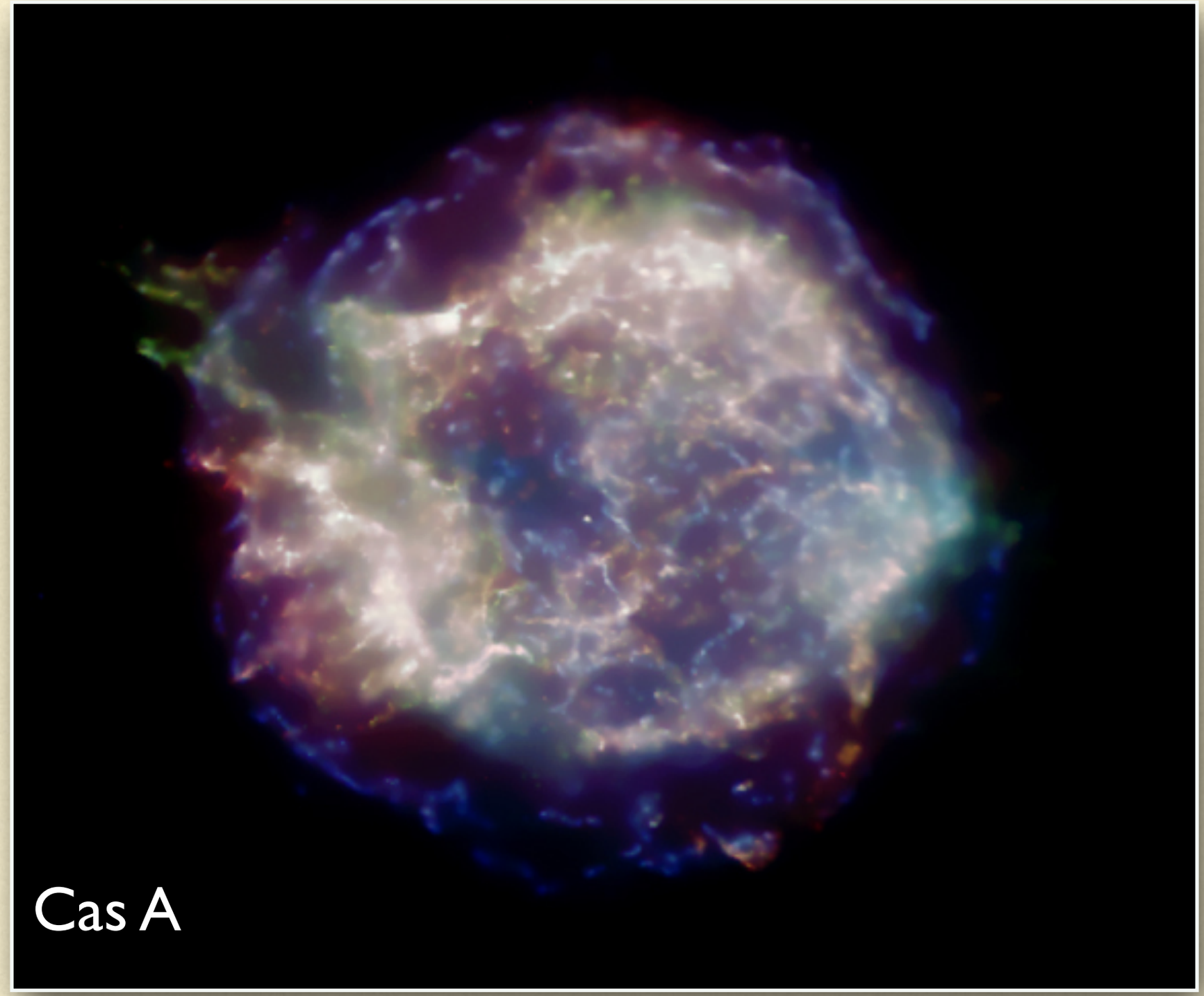


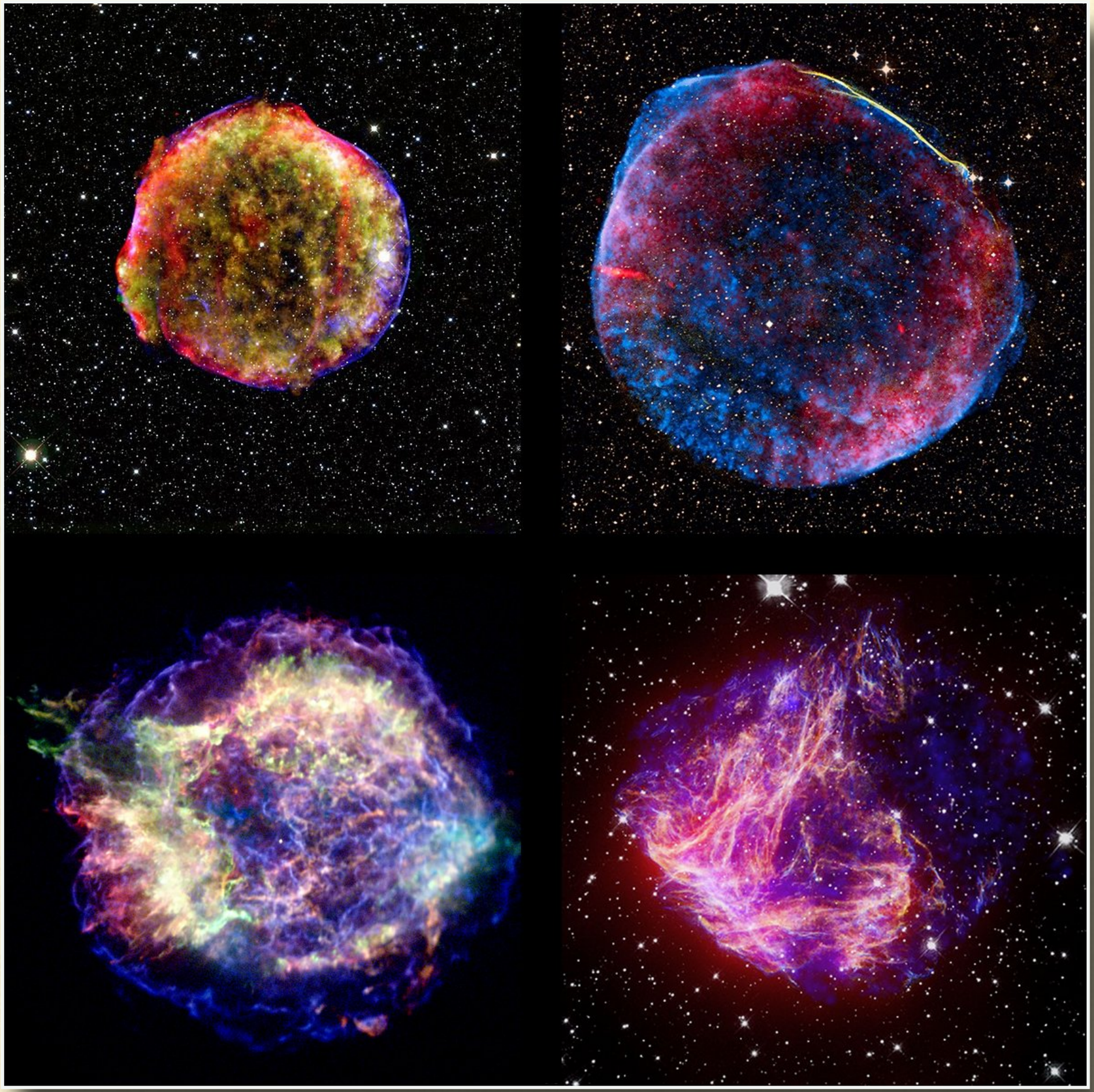
SN Type I





SNR





Cuando ocurre una explosión de supernova (SN) el material que formaba la estrella es eyectado y el medio interestelar es perturbado en la región donde ocurrió la explosión.

Una explosión de supernova típica libera una energía $E \sim 10^{51}$ erg. Esto se produce en una escala temporal muy corta, mucho más corta que cualquier otra escala temporal involucrada. La velocidad de la materia eyectada por la explosı'on, $v_{\rm eyec}$, se relaciona con la energía a través de la expresión

$$
\begin{aligned}
v_{\rm eyec} &\approx 10^4 \left(\frac{E}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} \qquad {\rm km\ s^{-1}} \\
&\approx 10^{-2} \left(\frac{E}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} \qquad {\rm pc\ yr^{-1}}
\end{aligned}
$$

Como la velocidad del material eyectado es mayor que la velocidad del sonido en el medio, se forma una onda de choque. Si la velocidad de la onda de choque es V_s y la velocidad del sonido en el medio es C_s, el número de Mach se define como $M \equiv V_\mathrm{s}/C_\mathrm{s}$.

El medio interestelar puede modelarse a través de una ecuación de estado politrópica tal que

$$PV^\gamma = \mathrm{cte} \qquad TV^{\gamma-1} = \mathrm{cte} \qquad TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \mathrm{cte}, \qquad \boldsymbol{p = K\rho^\gamma}$$

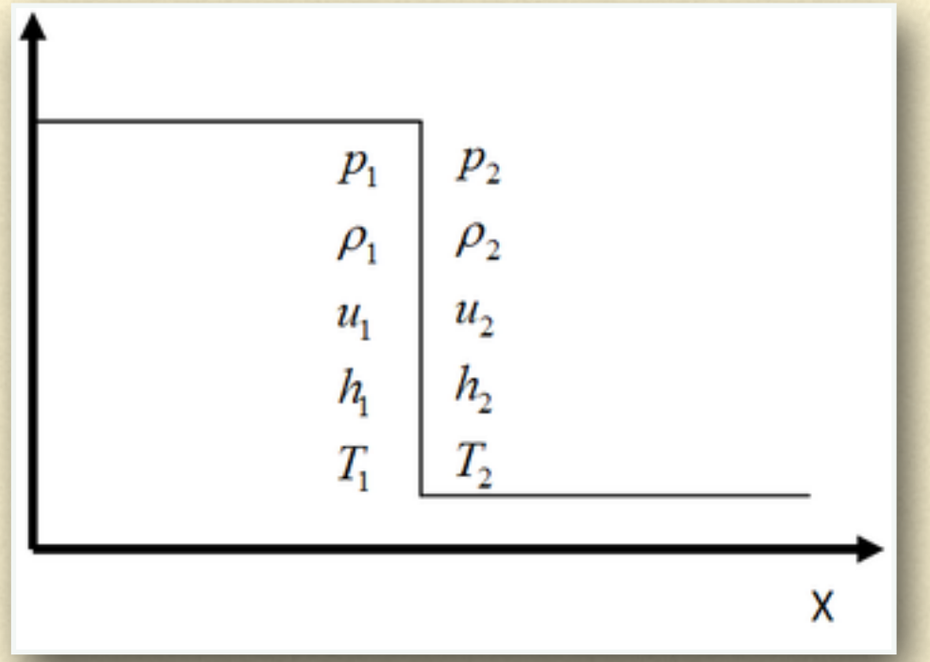
donde $\gamma = C_\mathrm{P}/C_\mathrm{V}$ es el índice adiabático del gas. Los calores específicos a presión y volumen constante son

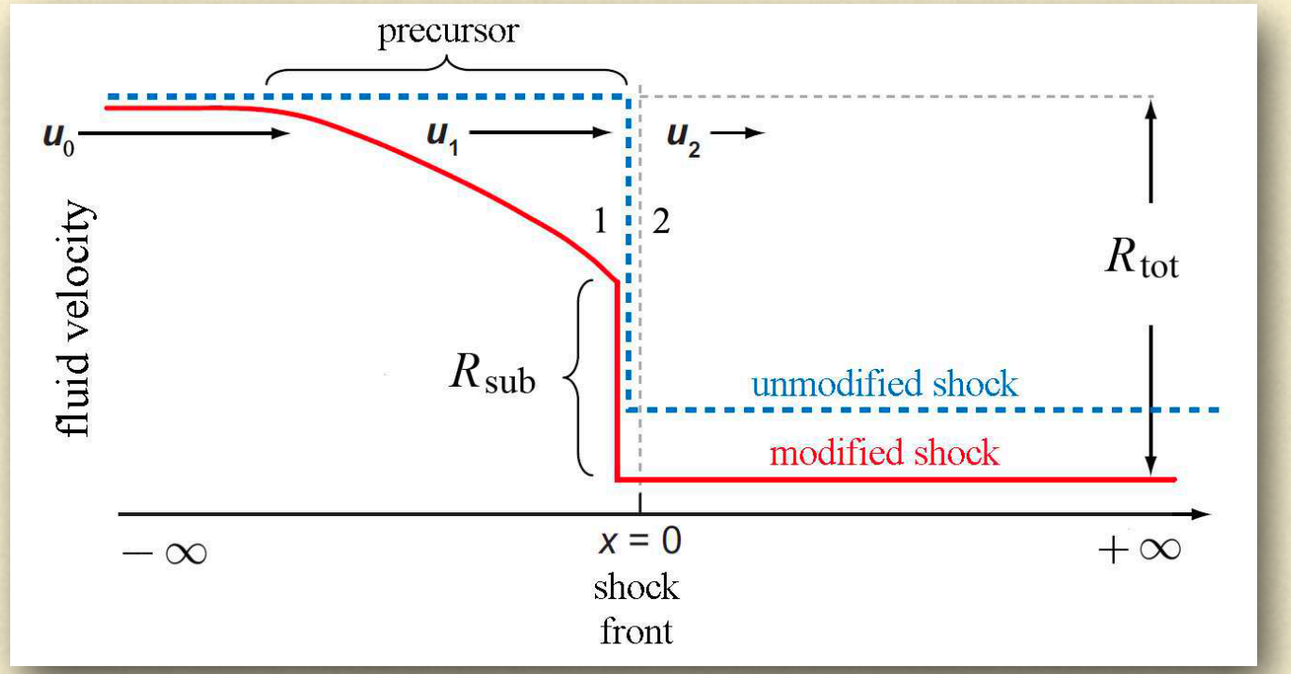
$$C_\mathrm{P} = \left(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}\right)_\mathrm{P} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\mathrm{P} + P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\mathrm{P} \quad \text{y} \quad C_\mathrm{V} = \left(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}\right)_\mathrm{V} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\mathrm{V},$$

respectivamente. Para un gas monoatómico $\gamma = 5/3$.

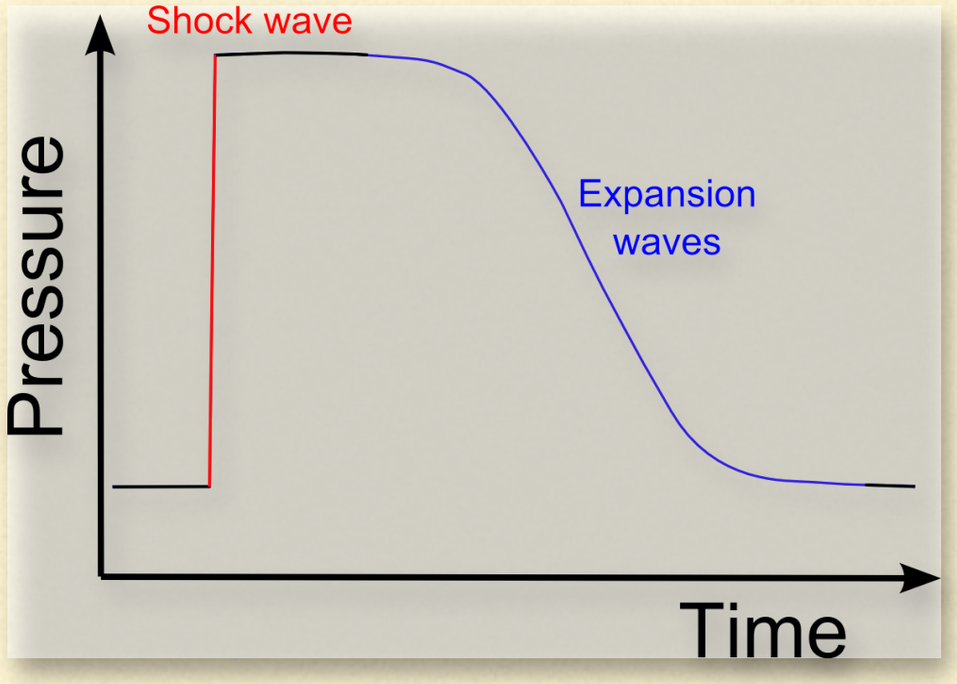
Ondas de choque

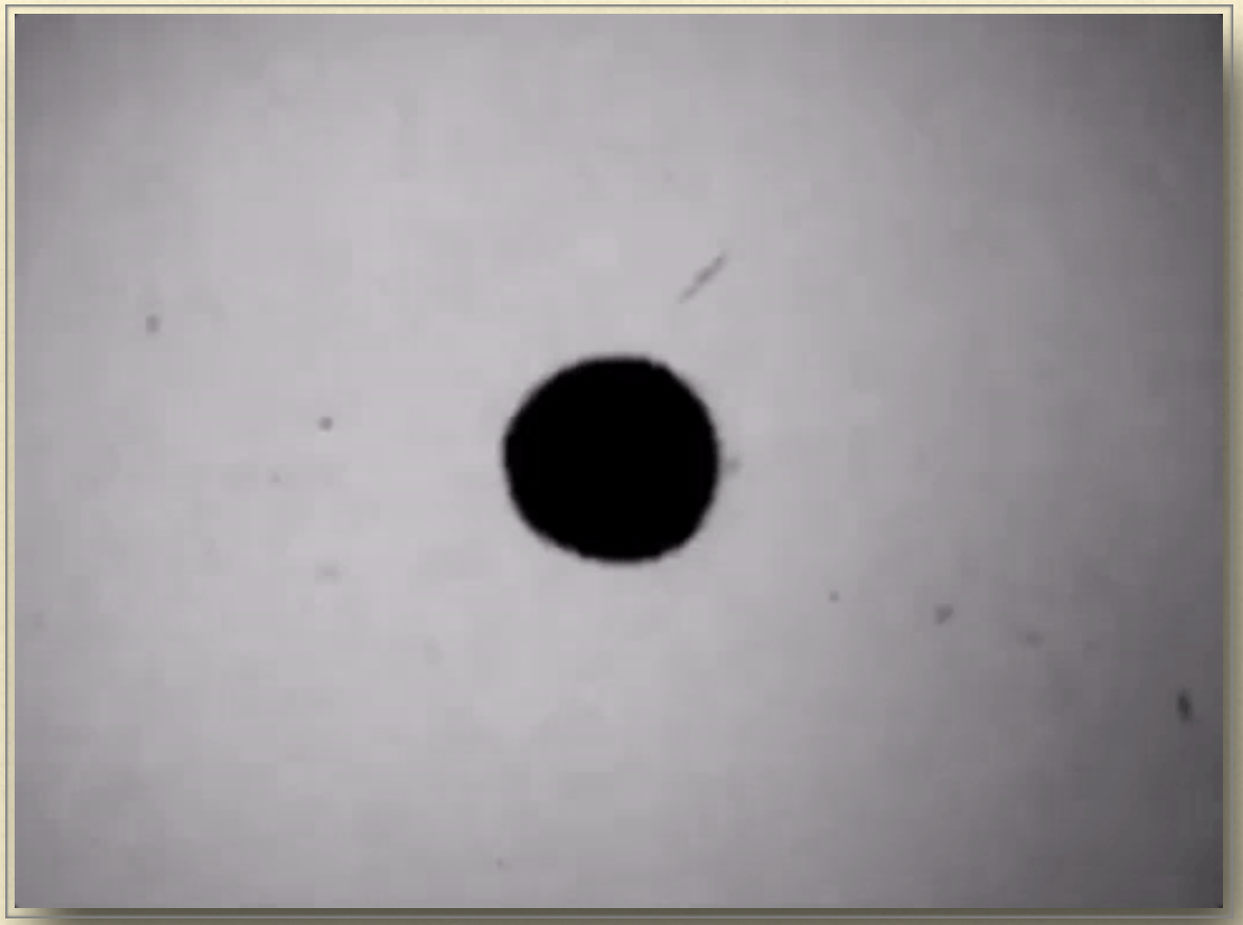
Una onda de choque es una onda de presión que viaja más rápido que la velocidad del sonido en el mismo medio por el cual se propaga la onda, que a través de diversos fenómenos produce diferencias de presión extremas y aumento de la temperatura (si bien la temperatura de remanso permanece constante de acuerdo con los modelos más simplificados). La onda de presión se desplaza como una onda de frente por el medio.





R es el factor de compresión


Shock wave
Expansion
waves
Pressure
Time



Relaciones de Rankine–Hugoniot

$$\rho_1\, u_1 = \rho_2\, u_2 \equiv m \qquad \text{Conservation of mass}$$

$$\rho_1\, u_1^2 + p_1 = \rho_2\, u_2^2 + p_2 \qquad \text{Conservation of momentum}$$

$$h_1 + u_1^2/2 = h_2 + u_2^2/2 \qquad \text{Conservation of energy}$$

MHD

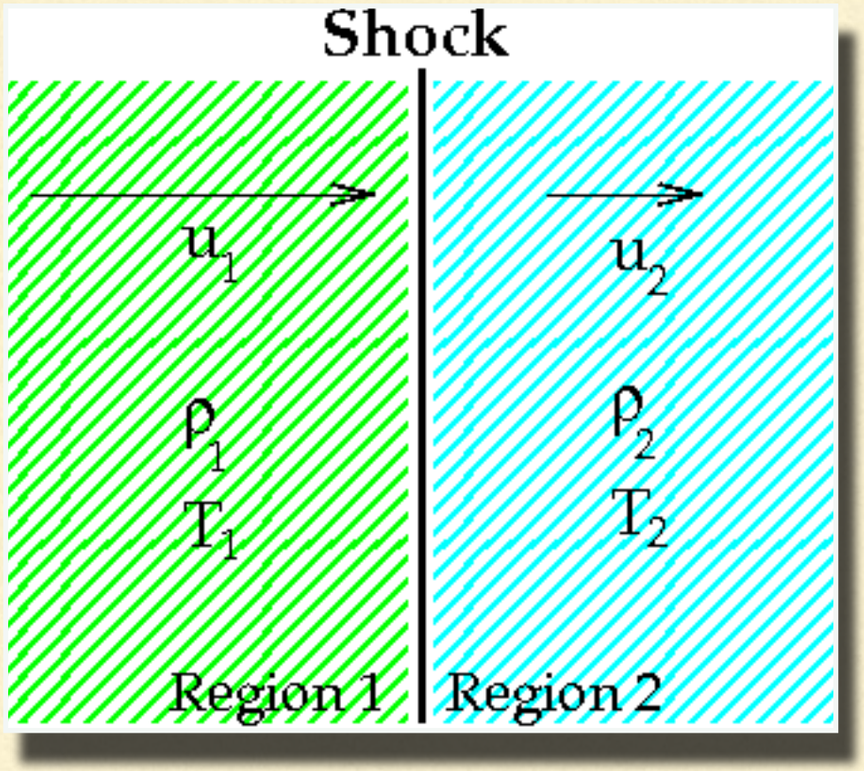
$$\rho_1 v_{n1} = \rho_2 v_{n2},$$

$$B_{n1} = B_{n2},$$

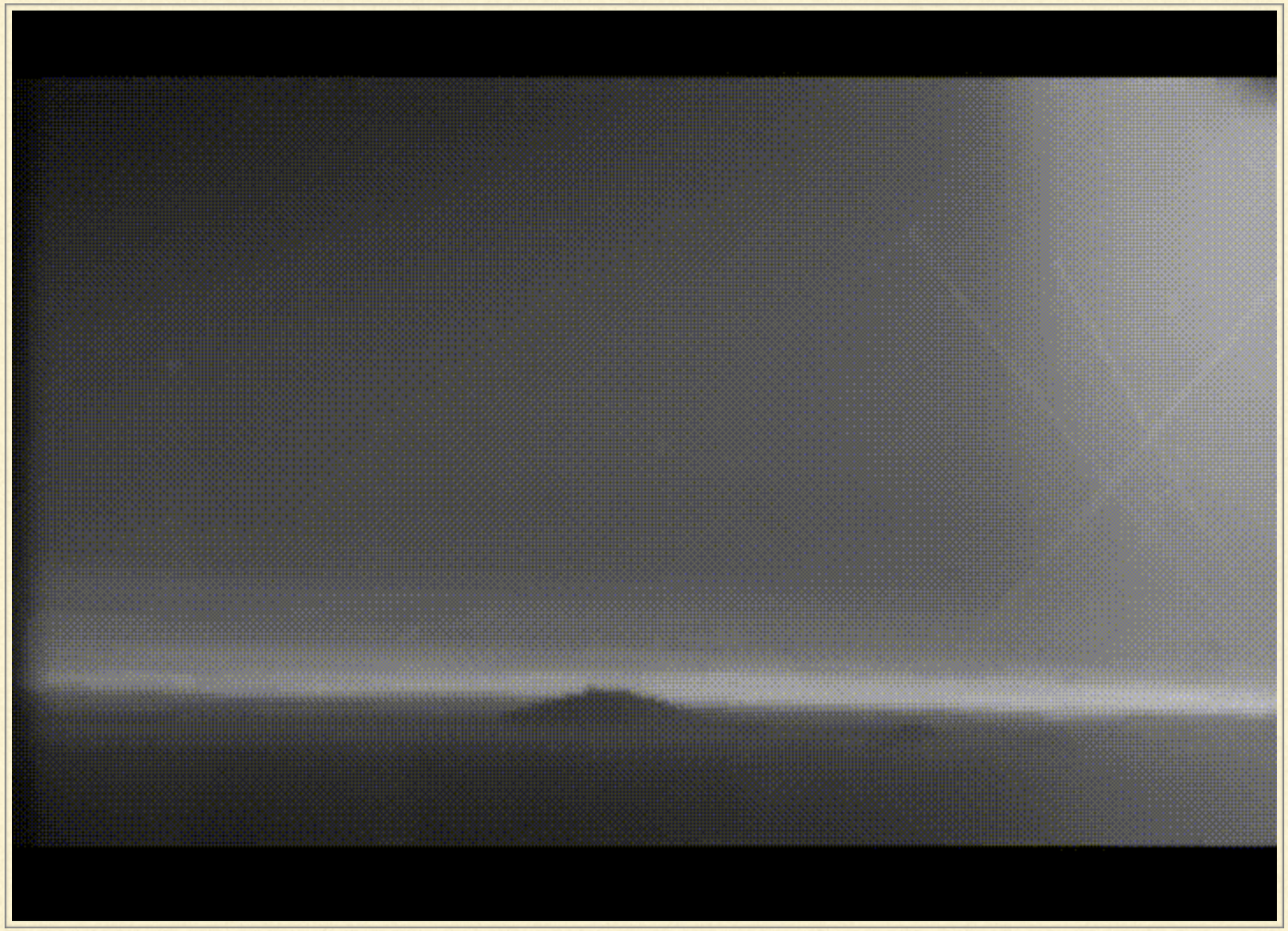
$$\rho_1 v_{n1}^2 + p_1 + \frac{B_{t1}^2}{2\mu_0} = \rho_2 v_{n2}^2 + p_2 + \frac{B_{t2}^2}{2\mu_0},$$

$$\rho_1 v_{n1} \mathbf{v_{t1}} - \frac{\mathbf{B_{t1}} B_{n1}}{\mu_0} = \rho_2 v_{n2} \mathbf{v_{t2}} - \frac{\mathbf{B_{t2}} B_{n2}}{\mu_0},$$

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_{t1} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_{t2},$$



donde rho, *v*, *p*, *B* son la densidad del plasma, la velocidad, la presión (térmica) y el campo magnético, respectivamente. Los subíndices *t* y *n* se refieren a los componentes tangencial y normal de un vector (con respecto al frente de choque / discontinuidad). Los subíndices 1 y 2 se refieren a los dos estados del plasma a cada lado del choque / discontinuidad.



En el caso de una onda de choque fuerte que se propaga por el medio interestelar con un número de Mach $M_1 \gg 1$, la relación entre las densidades a ambos lados del frente de choque es

$$\xi = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1};$$

donde los subíndices 1 y 2 designan a las propiedades del medio no chocado y chocado, respectivamente. Para un gas monoatómico $\gamma = 5/3$ y entonces

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4.$$

El cociente de temperaturas es

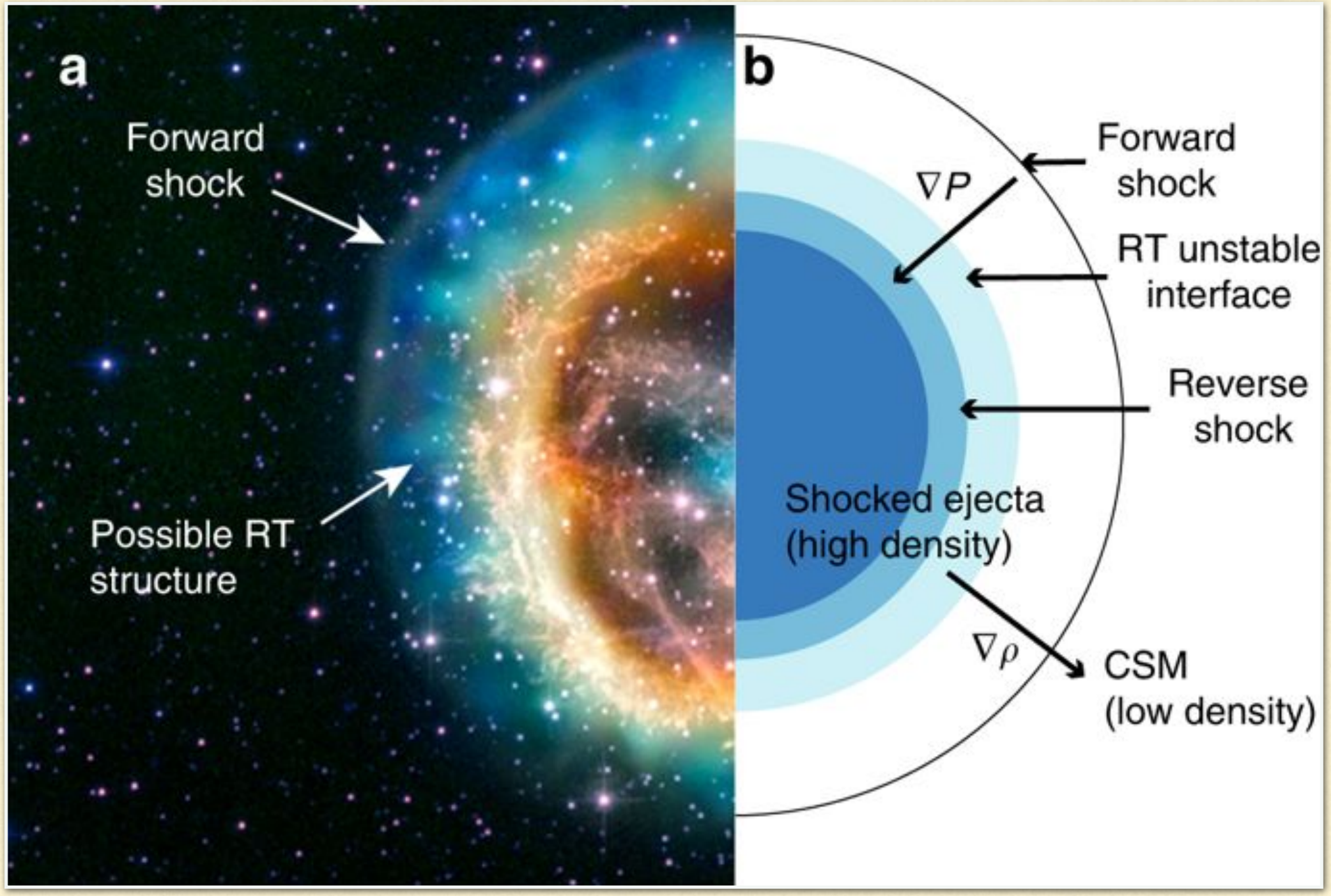
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\gamma(\gamma - 1)M_1^2}{(\gamma + 1)^2}.$$

Para $\gamma = 5/3$ se tiene

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{16} M_1^2.$$

Como M_1 puede ser muy grande, la región chocada puede estar muy caliente respecto a la no chocada.

Sistema de ondas de choque en un SNR



Etapas de la evolución de un SNR

Fase inicial o de expansión libre. En una etapa inicial, luego de la explosión de SN, el material eyectado se mueve a una velocidad uniforme:

$$r \propto t;$$

donde r es el radio de la onda de choque. Esta fase termina cuando la masa del medio barrido por la onda de choque es igual a la masa eyectada en la explosión:

$$\frac{4\pi}{3}\rho_{\rm ISM}\, r_{\rm I,f}^3 = M_{\rm eyect} \quad \Rightarrow \quad r_{\rm I,f} \propto \rho_{\rm ISM}^{-1/3}\, M_{\rm eyect}^{1/3},$$

siendo $\rho_{\rm ISM}$ la densidad del medio interestelar. En unidades convenientes, $r_{\rm I,f}$ puede escribirse como:

$$r_{\rm I,f} \simeq 2\,\left(\frac{M_{\rm eyect}}{M_\odot}\right)^{1/3}\left(\frac{\rho_{\rm ISM}}{2\times10^{-24}\ {\rm g\ cm^{-3}}}\right)^{-1/3} \quad {\rm pc.}$$

Esta distancia corresponde a un tiempo:

$$t_{\rm I,f} = \frac{r_{\rm I,f}}{v_{\rm eyect}} \simeq 200\,\left(\frac{M_{\rm eyect}}{M_\odot}\right)^{5/6}\left(\frac{E}{10^{51}\,{\rm erg}}\right)^{-1/2}\left(\frac{\rho_{\rm ISM}}{2\times10^{-24}\ {\rm g\ cm^{-3}}}\right)^{-1/3} \quad {\rm yr.}$$

Fase Sedov o adiabática. La siguiente fase de la evolución del remanente de supernova es la fase de Sedov. Durante esta la energía es aproximadamente constante ya que las pérdidas radiativas se pueden despreciar. La evolución es adiabática, es decir,

$$E \approx \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)\rho_{\rm ISM}\, r^3\, v_{\rm eyect}^2 \sim \rho_{\rm ISM}\, r^3\, \dot{r}^2.$$

$$\begin{aligned}
r^{3/2}\frac{{\rm d}r}{{\rm d}t} &\simeq \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2} \\
r^{3/2}{\rm d}r &\simeq \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2}\, {\rm d}t \\
r^{5/2} &\propto \rho_{\rm ISM}^{-1/2}\, E^{1/2}\, t \\
r &\propto \left(\frac{E}{\rho_{\rm ISM}}\right)^{1/5} t^{2/5}.
\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta los coeficientes y unidades apropiadas:

$$r_{\rm II} \simeq \left(\frac{E}{\rho_{\rm ISM}}\right)^{1/5} t^{2/5} \simeq 0.3\, E_{51}^{1/5}\left(\frac{\rho_{\rm ISM}}{2\times 10^{-24}\,{\rm g\ cm^{-3}}}\right)^{-1/5} t_{\rm yr}^{2/5} \quad {\rm pc},$$

$$v_{\rm II} = \dot{r} \simeq 5000\left(\frac{r}{2\ {\rm pc}}\right)^{-3/2} E_{51}^{1/2}\left(\frac{\rho_{\rm ISM}}{2\times 10^{-24}\,{\rm g\ cm^{-3}}}\right)^{-1/2} \quad {\rm km\ s^{-1}}.$$

Suponiendo equipartición entre la energía interna y la cinética:

$$\frac{3}{2}N_{\rm tot}kT \sim \frac{1}{2}M_{\rm eyec}v_{\rm eyec}^2,$$

donde $N_{\rm tot} = \rho_{\rm ISM}/m_p$, se obtiene que la temperatura del material eyectado por la SN y calentado por la onda de choque es

$$T \propto v^2 \propto r^{-3}E_{51}n_{\rm H}^{-1}.$$

En unidades convenientes:

$$\begin{aligned} T &\simeq 6\times10^8\left(\frac{r}{2\ {\rm pc}}\right)^{-3} E_{51}n_{\rm H}^{-1}\,{\rm K} \\ &\simeq 10^6 E_{51}^{2/5}n_{\rm H}^{-2/5}\left(\frac{t}{3\times10^4\ {\rm yr}}\right)^{-6/5}\ {\rm K}. \end{aligned}$$

Cuando las pérdidas radiativas empiezan a afectar la dinámica del remanente este abandona la fase de Sedov. Invirtiendo la ecuación para la temperatura obtenemos la edad de la fase de Sedov:

$$t_{\rm Sedov} \simeq 3\times10^4\, T_6^{-5/6}\, E_{51}^{1/3}\, n_{\rm H}^{-1/3}\,{\rm yr},$$

donde $T_6 = T/(10^6\,{\rm K})$.

Fase radiativa. Cuando la escala temporal de enfriamiento radiativo del gas, $t_{\rm cool}$, se hace menor que $t_{\rm Sedov}$, es decir $t_{\rm cool} \leq t_{\rm Sedov}$, el remanente entra en la llamada fase radiativa. Dado que

$$t_{\rm cool} \simeq 4 \times 10^4 \, \frac{T_6^{3/2}}{n_{\rm H}} \, {\rm yr},$$

esta condición se cumple cuando

$$\dot{r} \leq 200 \, {\rm km \ s^{-1}} (E_{51} \, n_{\rm H}^2)^{1/14}.$$

Como la dependencia en E y $n_{\rm H}$ es débil, esto ocurre para velocidades

$$v \sim 200 \, {\rm km \ s^{-1}}.$$

En la nueva fase, el interior del remanente está formado por gas caliente rodeado por una cáscara de gas frío. A medida que la cáscara avanza va barriendo el medio e incrementando su masa. De aquí que a pesar de ir desacelerándose, su momento radial permanezca aproximadamente constante:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\left(\frac{4\pi}{3}\right)\rho r^3\dot{r}\right] \approx 0.$$

Si la cáscara se formó en t_0 con radio $r = r_0$ y velocidad $v = v_0$, entonces,

$$\begin{aligned}
\frac{4\pi}{3}\rho r^3\dot{r} &= \frac{4\pi}{3}\rho r_0^3 v_0 \\
r &= r_0\left[1 + 4\frac{v_0}{r_0}(t - t_0)\right]^{1/4} \\
\dot{r} &= v_0\left[1 + 4\frac{v_0}{r_0}(t - t_0)\right]^{3/4}.
\end{aligned}$$

Para t grande

$$r \propto t^{1/4}$$

$$\dot{r} \propto t^{-3/4} \simeq 200 \text{ km s}^{-1}\left(\frac{\mathrm{t}}{3\times 10^4 \text{ yr}}\right)^{-3/4}.$$

Cuando $t \sim 10^5$ yr, la velocidad cae a un valor ~ 10 km s^{-1} y el remanente comienza a disiparse.

SNR Evolution

Free Expansion

- $M_{ejecta} >> M_{swept\text{-}up}$
- Ejecta expands without deceleration
- Outer ISM shell by forward shock

Adiabatic or Sedov phase

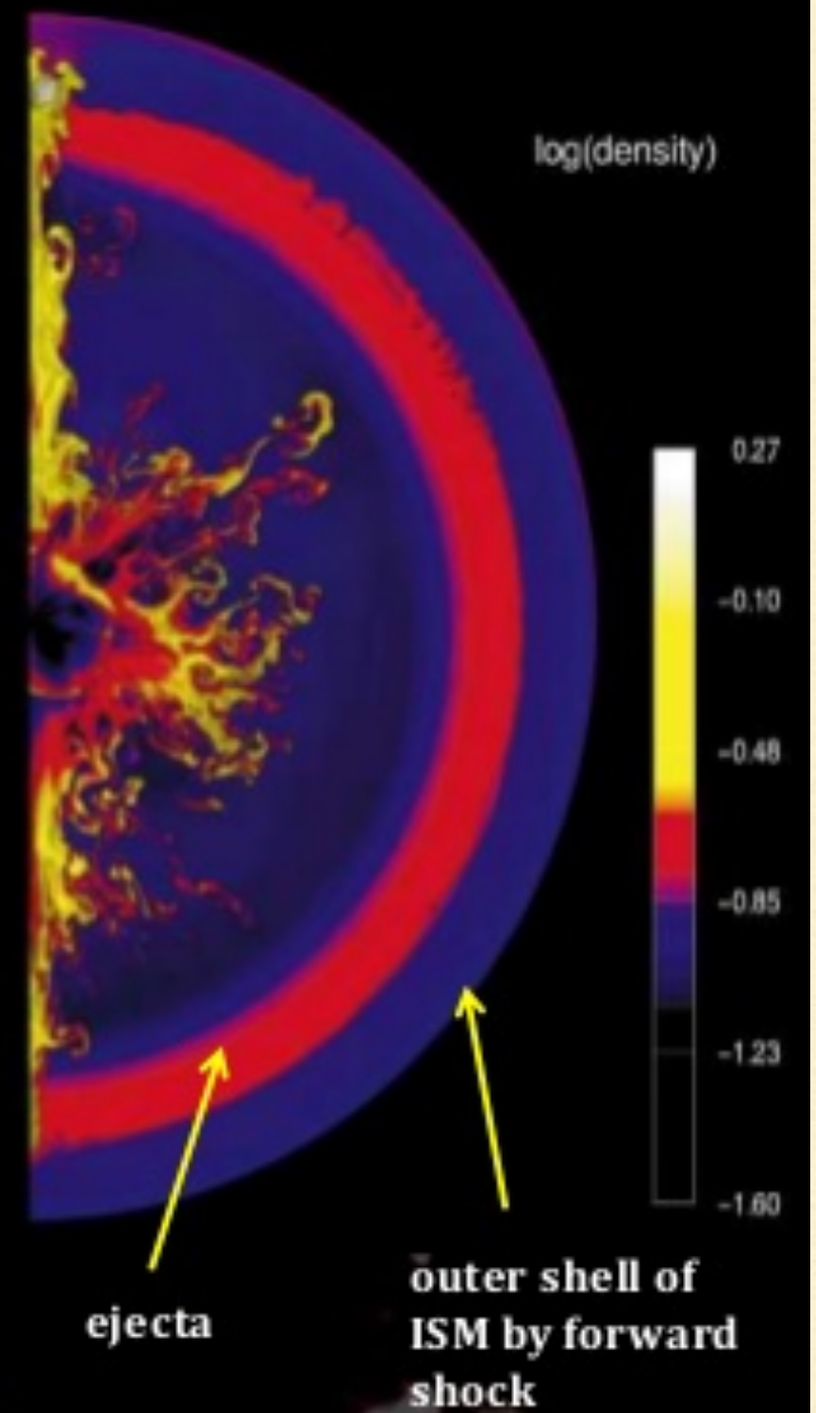
- $M_{ejecta} \sim M_{swept\text{-}up}$
- Significant deceleration
- Ejecta merges into forward shock
- Energy loss by adiabatic expansion
- Efficient particle acceleration by strong forward shock

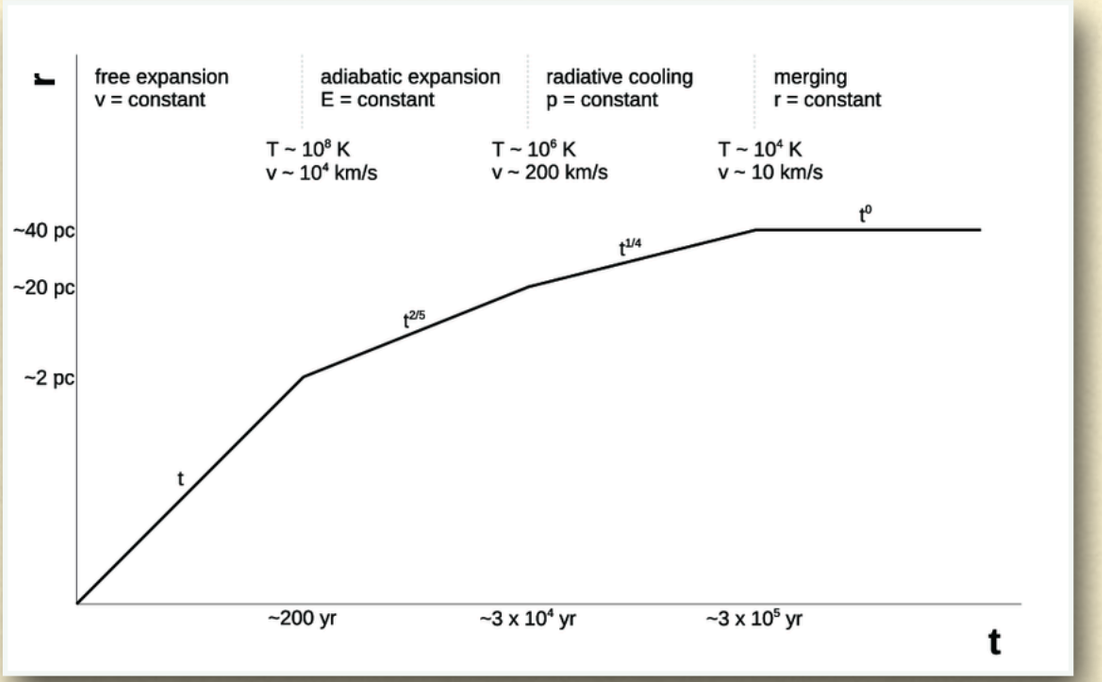
Radiative phase

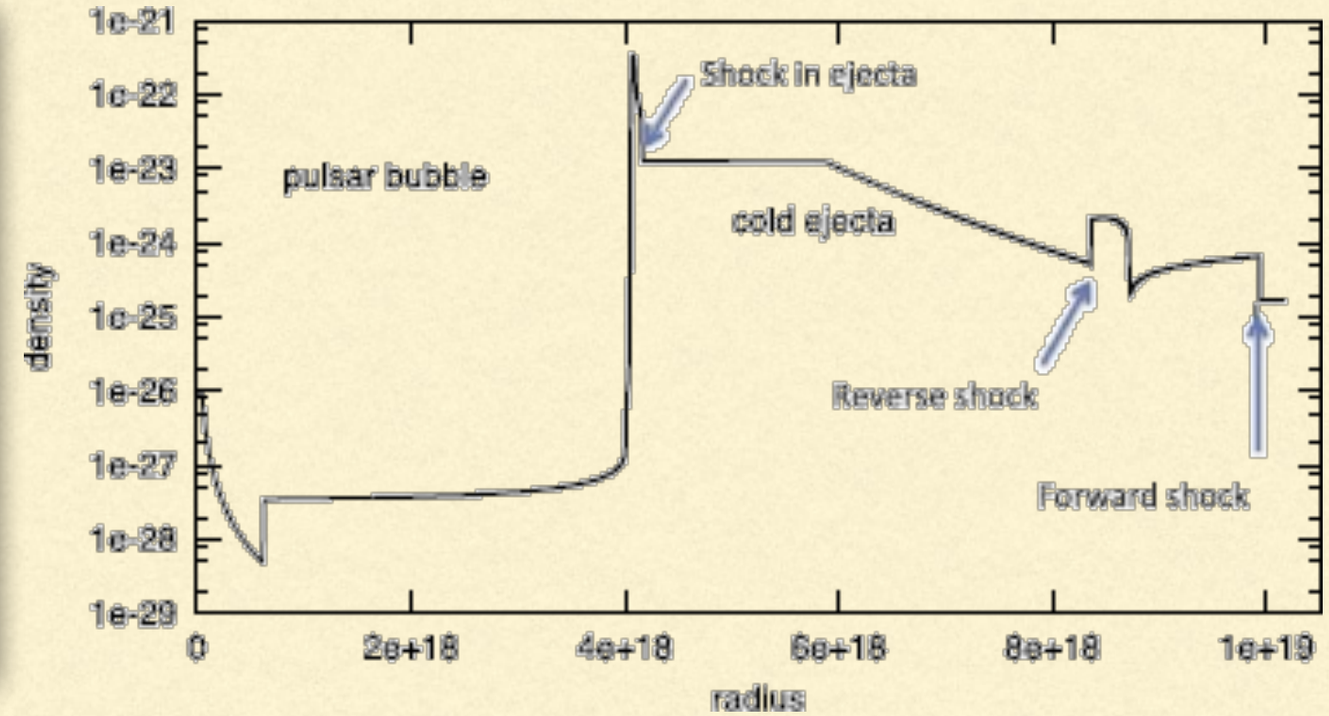
- $T_{ejecta} < 10^6$K
- Efficient cooling by radiation
- Well-mixing between ejecta and ISM
- No efficient particle acceleration due to slow forward shock

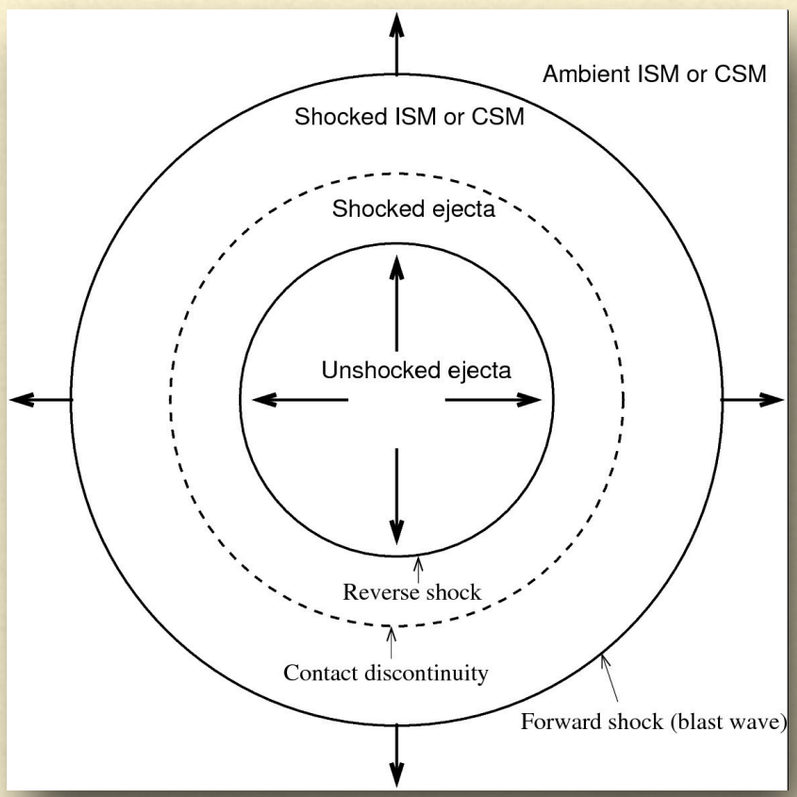
Disappearance

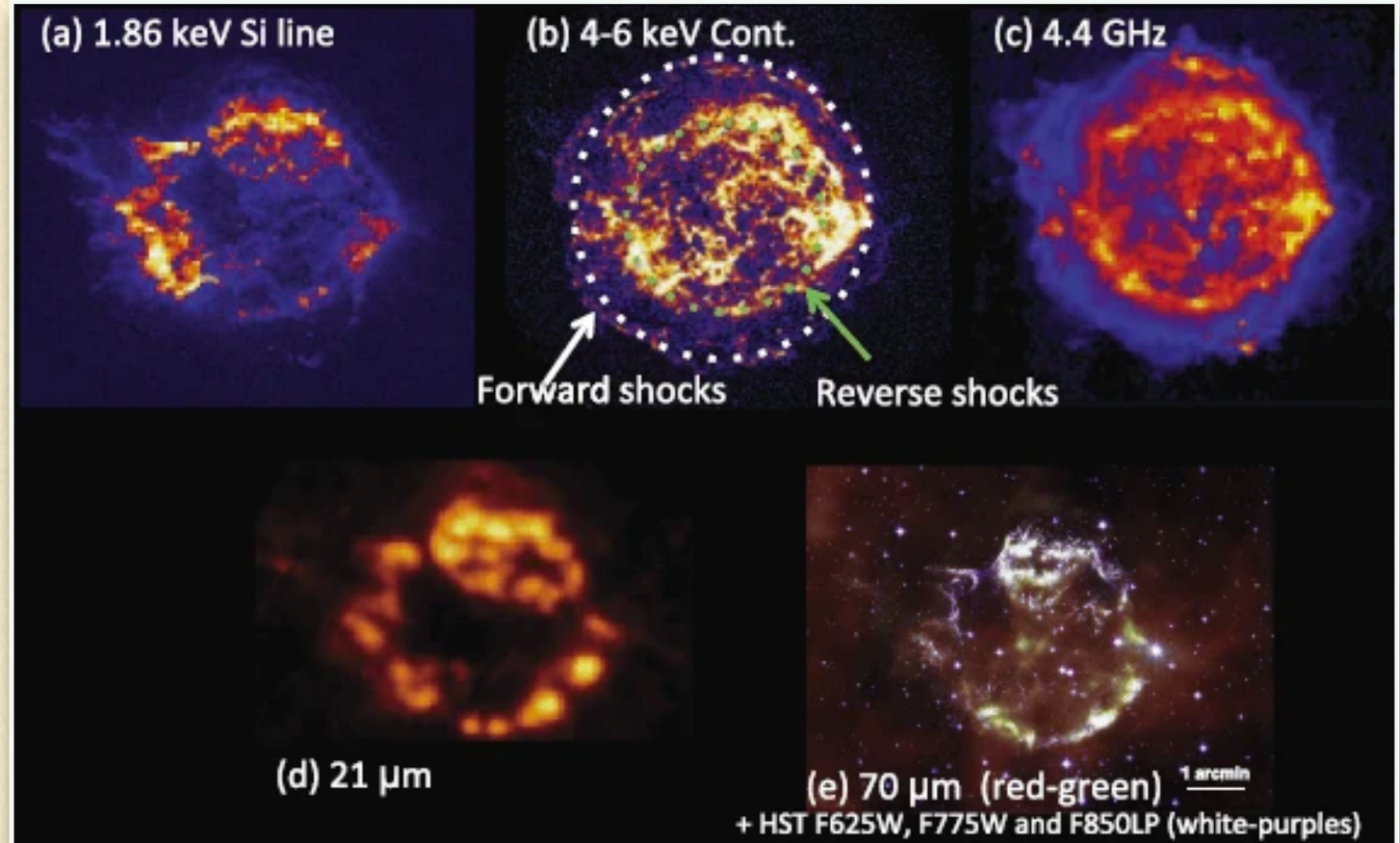
when velocity drops to the typical value of ISM




r
free expansion
v = constant
adiabatic expansion
E = constant
radiative cooling
p = constant
merging
r = constant
T ~ 10^8 K
v ~ 10^4 km/s
T ~ 10^6 K
v ~ 200 km/s
T ~ 10^4 K
v ~ 10 km/s
~40 pc
~20 pc
~2 pc
t
t^2/5
t^1/4
t^0
~200 yr
~3 x 10^4 yr
~3 x 10^5 yr
t


1e-21
1e-22
1e-23
1e-24
1e-25
1e-26
1e-27
1e-28
1e-29
density
0
2e+18
4e+18
6e+18
8e+18
1e+19
radius
Shock in ejecta
pulsar bubble
cold ejecta
Reverse shock
Forward shock


Ambient ISM or CSM
Shocked ISM or CSM
Shocked ejecta
Unshocked ejecta
Reverse shock
Contact discontinuity
Forward shock (blast wave)

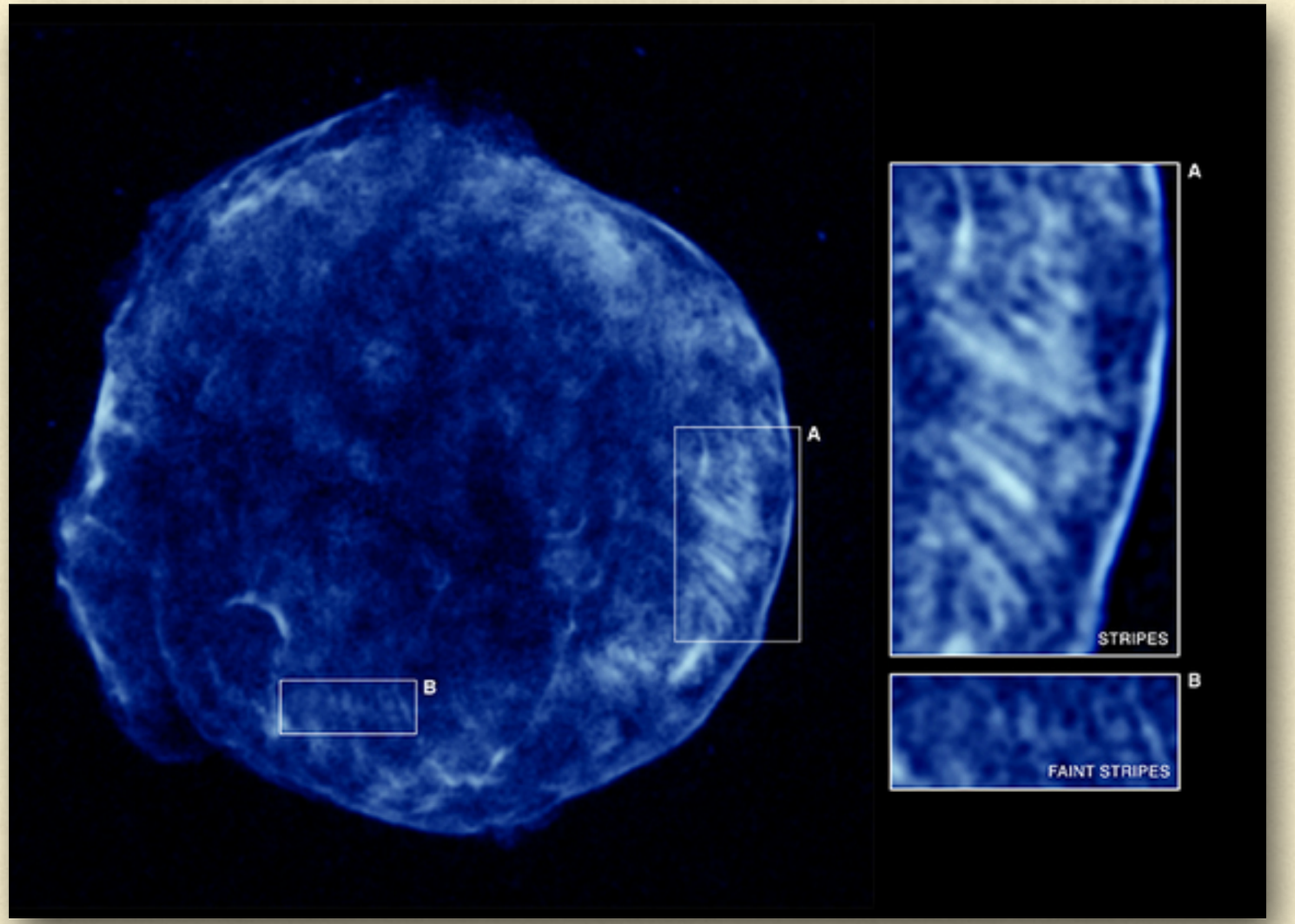

(a) 1.86 keV Si line
(b) 4-6 keV Cont.
(c) 4.4 GHz
Forward shocks
Reverse shocks
(d) 21 μm
(e) 70 μm (red-green)
1 arcmin
+ HST F625W, F775W and F850LP (white-purples)

Las explosiones de supernova inyectan en el medio interestelar cantidades enormes de energía, del orden de $\sim 10^{51}$ erg. Es razonable preguntarse, entonces, si juegan algún papel en la producción de rayos cósmicos. La tasa de explosiones de supernova es de 1 cada 50 años en la Galaxia. La potencia total que inyectan en el medio interestelar es:

$$\begin{aligned} W_{\rm SN} &= \frac{10^{51}\,{\rm erg}}{50 \times 3.15 \times 10^{7}\,{\rm s}} \\ &\sim 6.3 \times 10^{41}\,{\rm erg\ s^{-1}}. \end{aligned}$$

Entonces, si las supernovas pudieran transformar menos del 10% de su energía en rayos cósmicos, serían capaces de explicar el origen de estos.

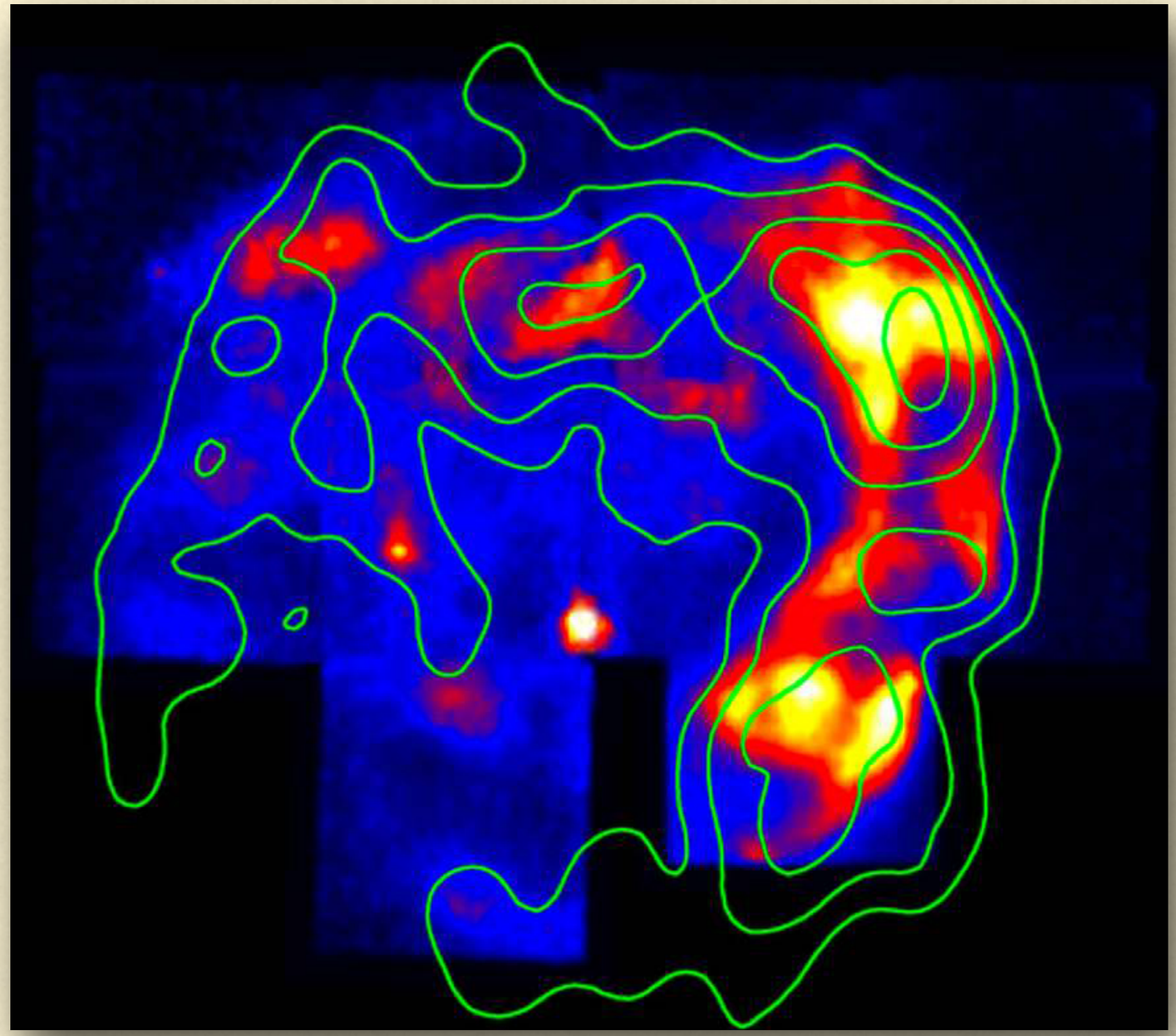
Evidencia de aceleración de CRs en SNRs



TeV electrons

Tycho (X-rays)

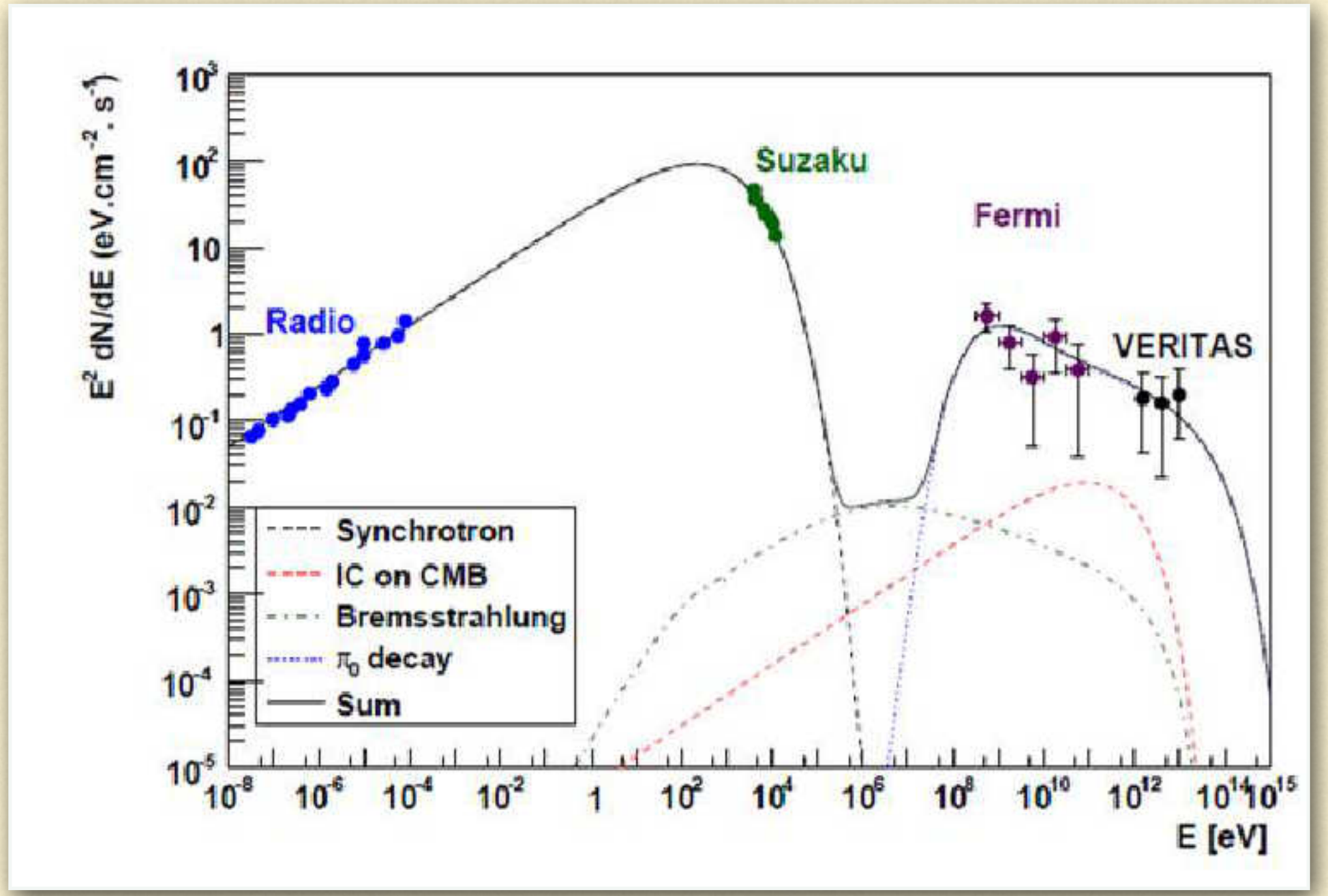
Evidencia de aceleración de CRs en SNRs



TeV hadrons?

RX J1713.7-3946 (gamma-rays + HI)

Tycho


E² dN/dE (eV.cm⁻².s⁻¹)
Radio
Suzaku
Fermi
VERITAS
Synchrotron
IC on CMB
Bremsstrahlung
π0 decay
Sum
E [eV]

La relevancia de un proceso de aceleración de partículas está directamente relacionada con la *eficiencia de aceleración* del mismo, $\eta_{\rm acel}$. Para determinar qué tan rápidamente se aceleran las partículas resulta conveniente definir un tiempo característico de aceleración parametrizado como:

$$t_{\rm acel}^{-1} = \eta_{\rm acel} \frac{qcB}{E},$$

con q y E la carga y energía de la partícula, respectivamente. La máxima eficiencia posible de aceleración corresponde a $\eta_{\rm acel} = 1$, mientras que valores $\eta_{\rm acel} \ll 1$ implican aceleración poco eficiente.

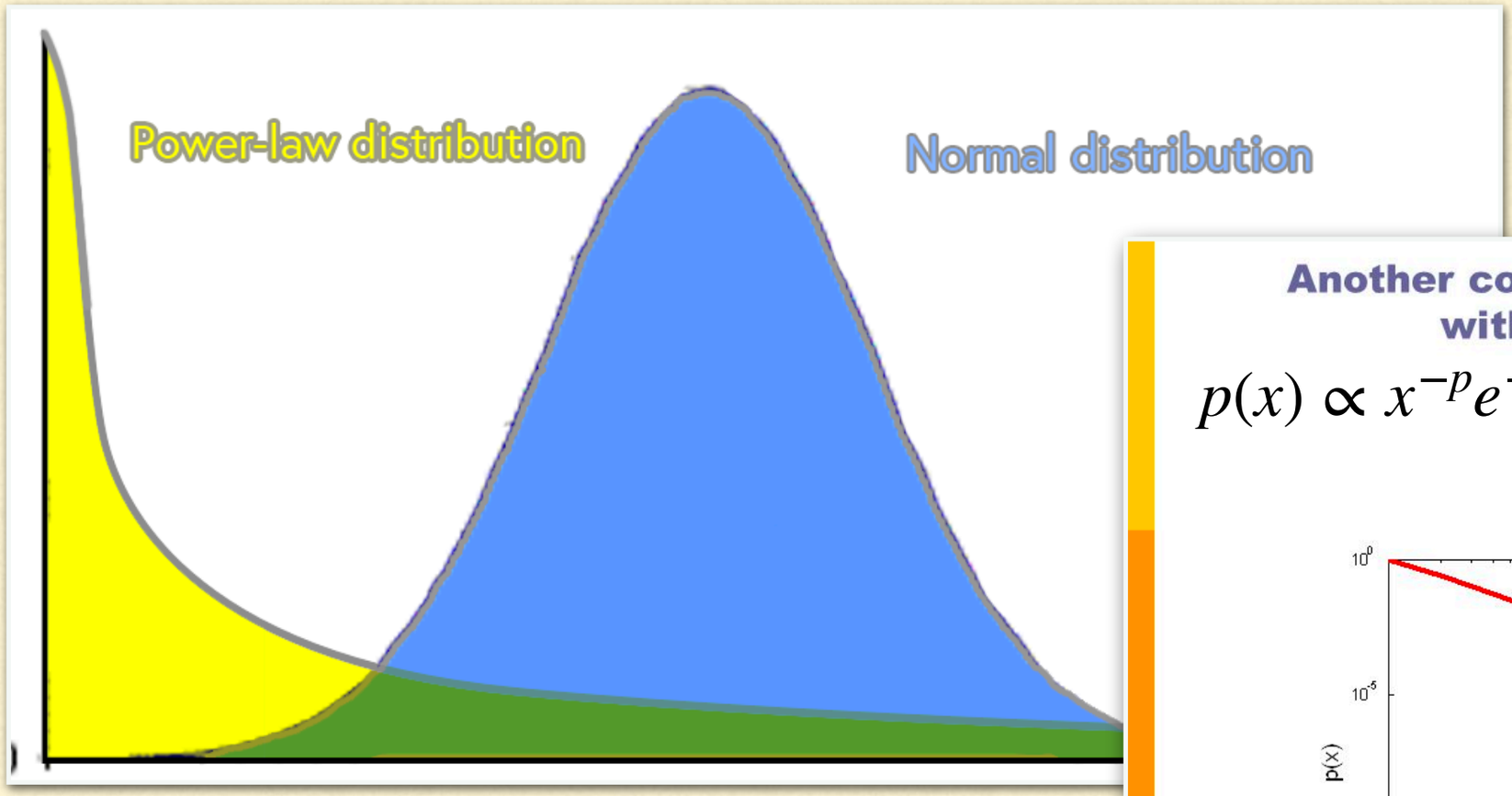
$$r = \frac{E}{qB} \qquad E = qBr$$

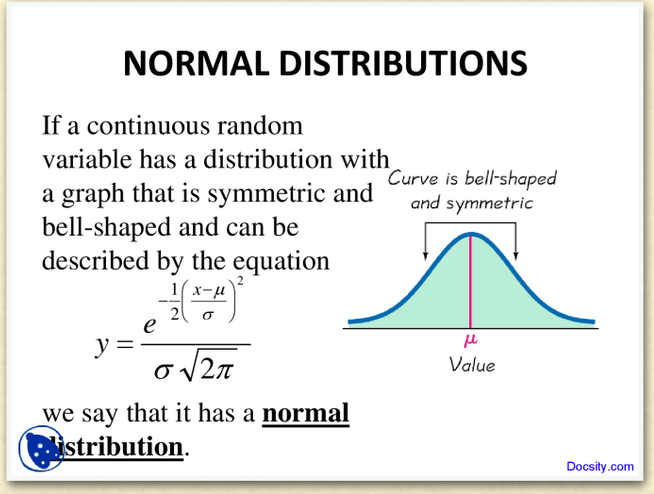
$$\frac{dE}{dt} = qBc \qquad \frac{1}{E}\frac{dE}{dt} = \frac{qBc}{E}$$

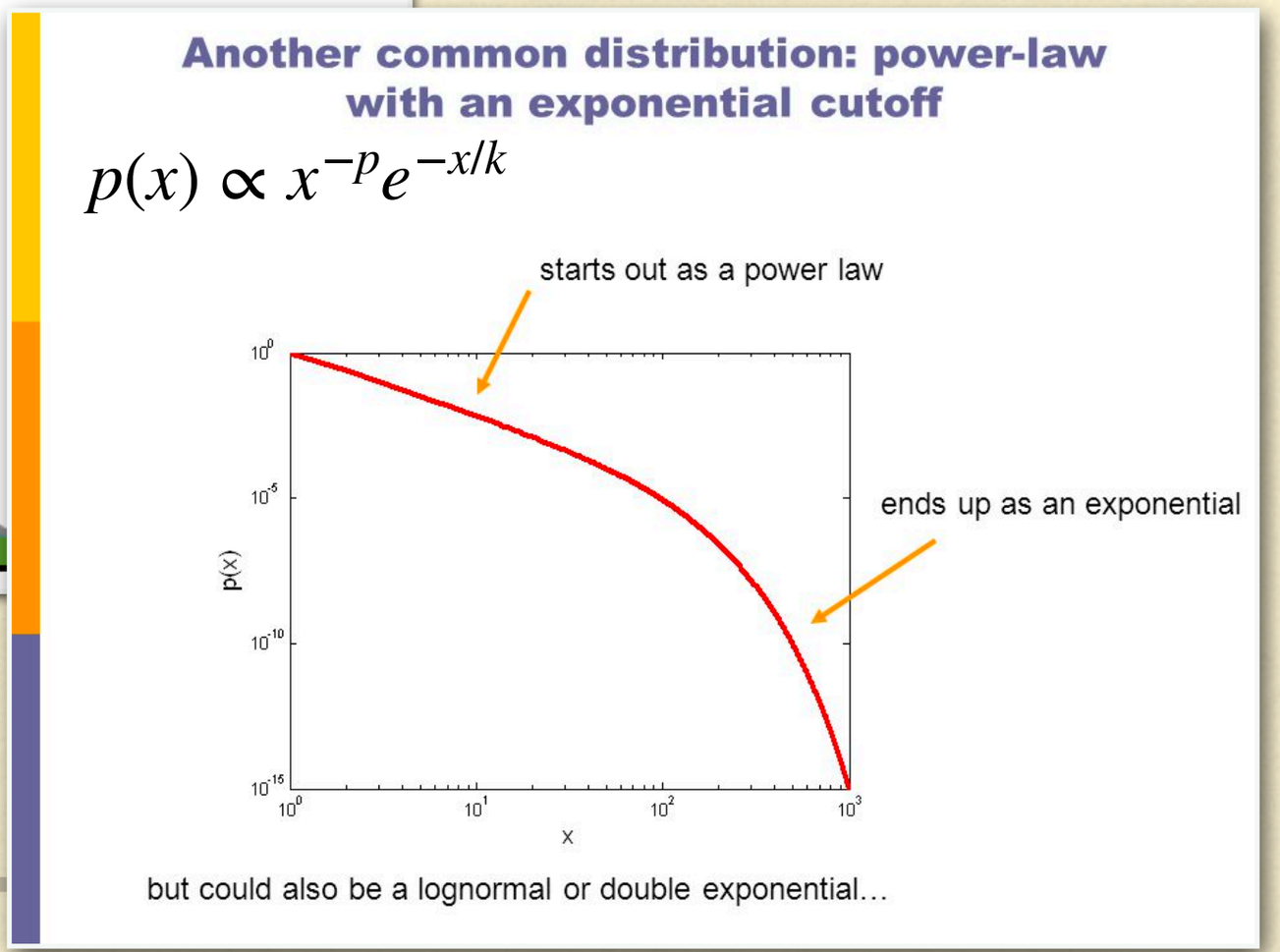
$$t_{\rm acel}^{-1} = \eta_{\rm acel} \frac{qBc}{E}$$

Aceleración difusiva

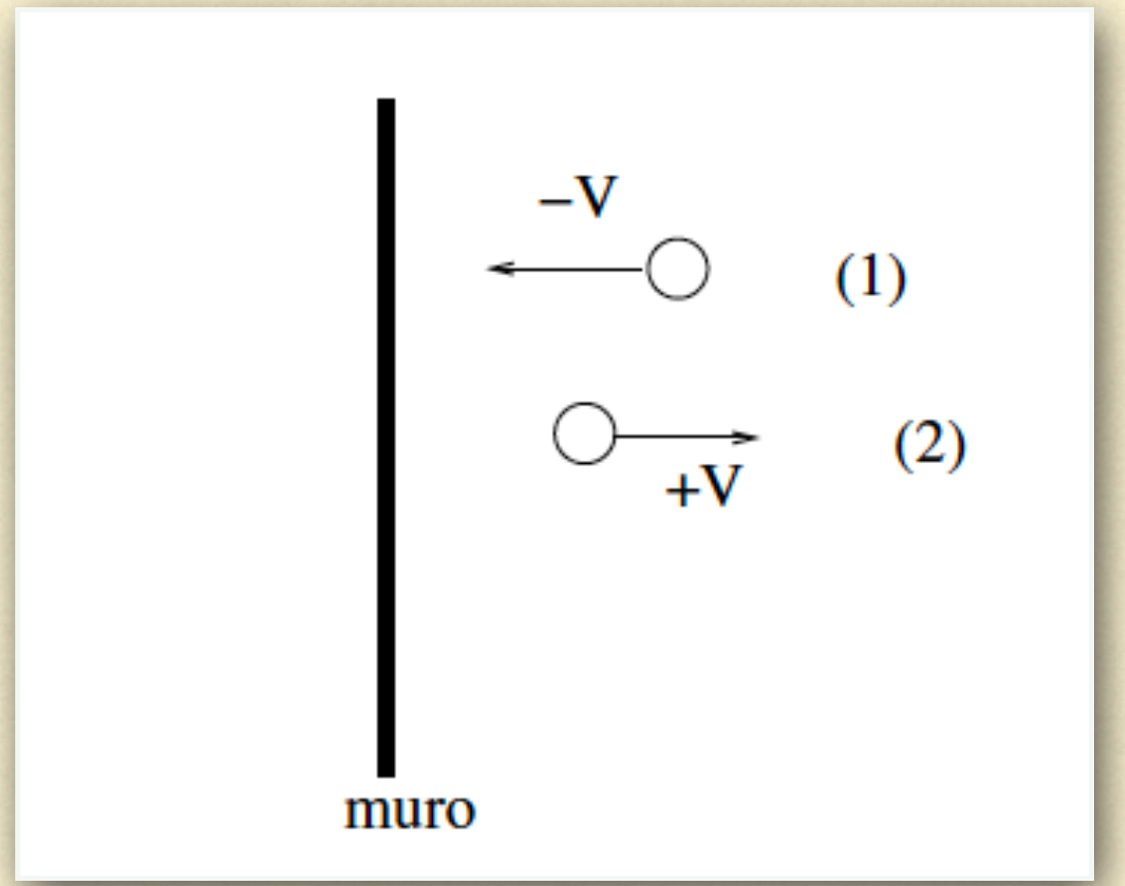
Las distribuciones en energía de las partículas en forma de leyes de potencia son indicativas de mecanismos difusivos.

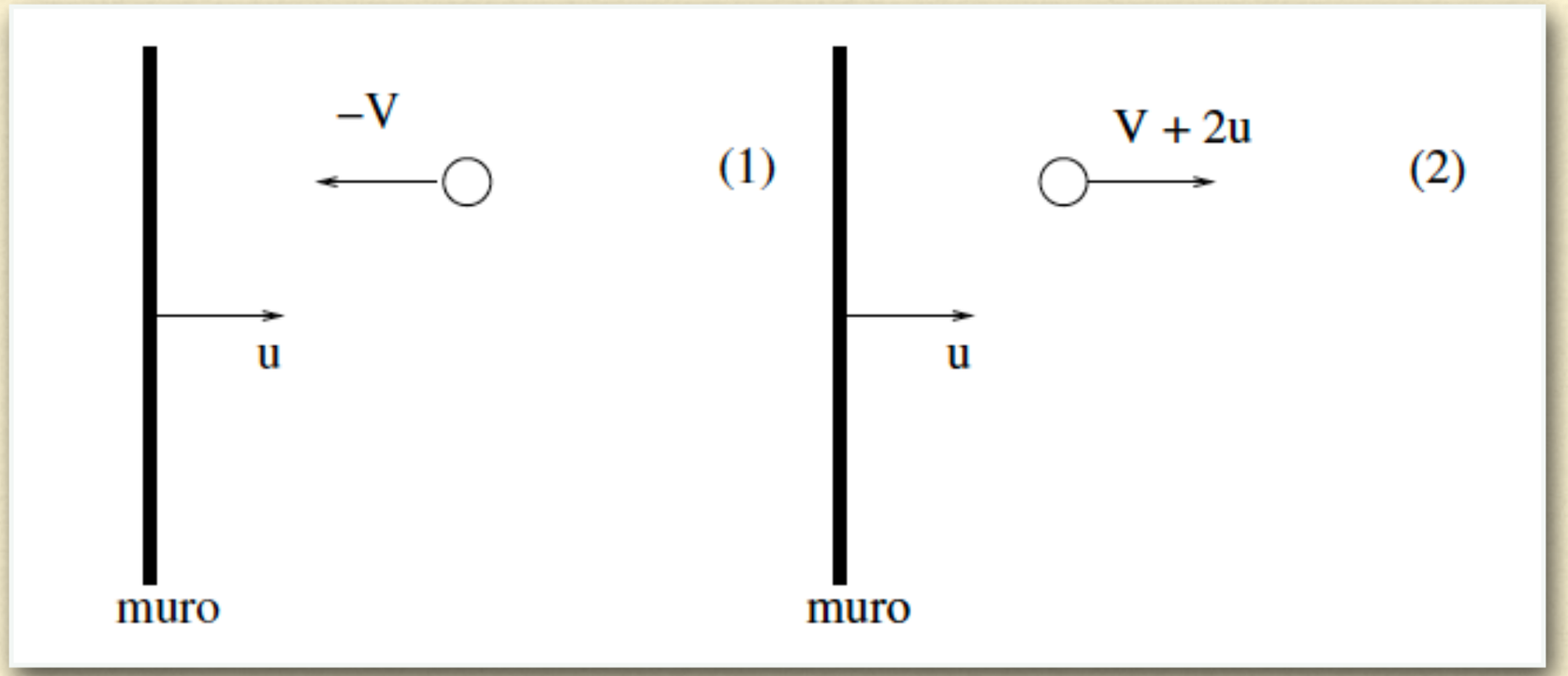


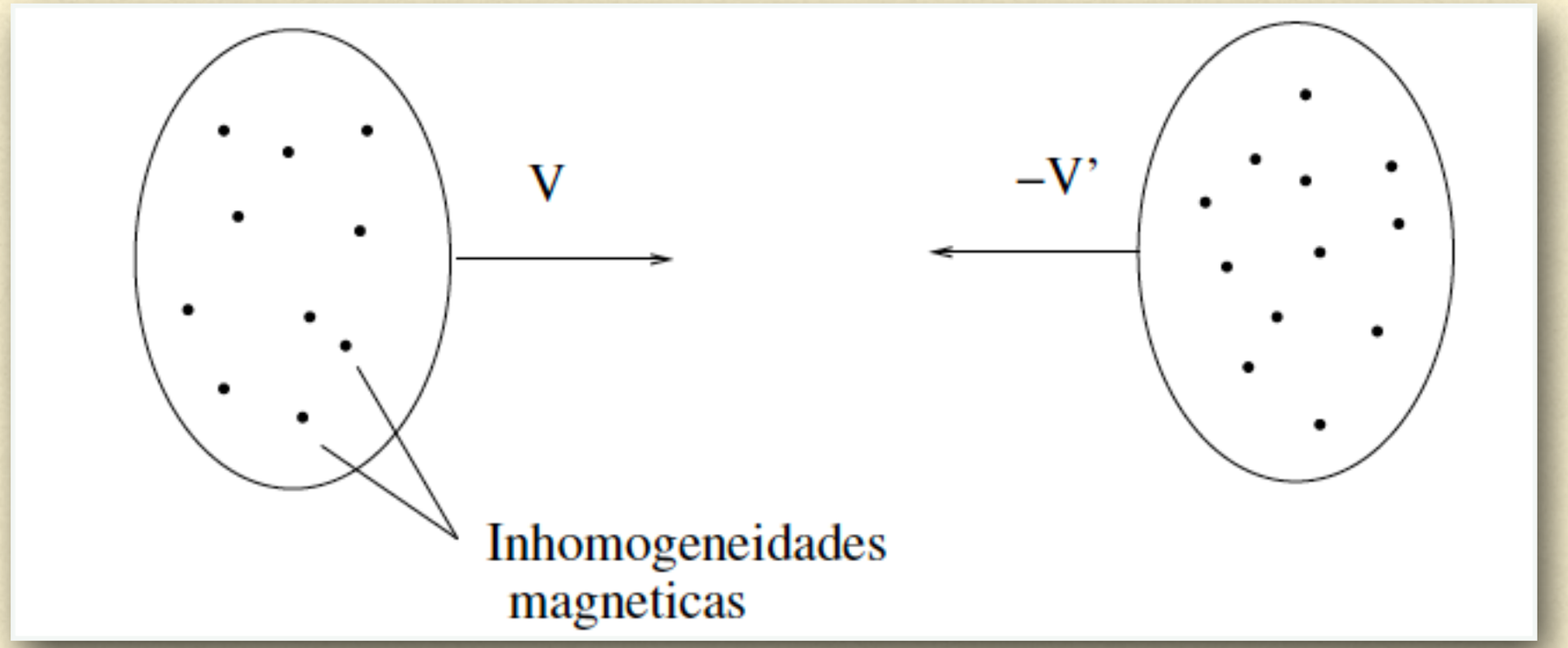




Choque elástico




–V
(1)
u
muro
V + 2u
(2)
u
muro


V
–V'
Inhomogeneidades
magneticas

La ganancia fraccional de energía en una colisión frontal es:

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(v+2u)^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

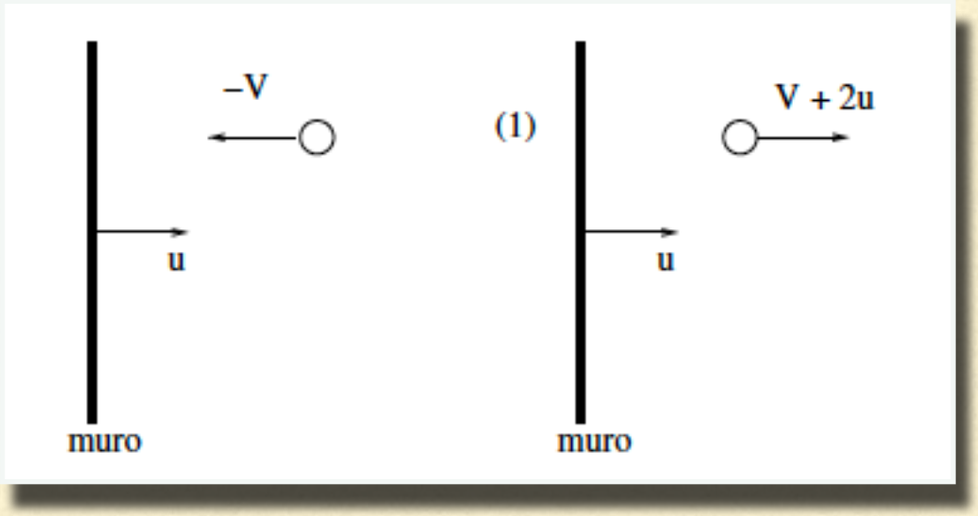
$$\Delta E = \frac{1}{2}m\,[v^2 + 4vu + 4u^2] - \frac{1}{2}mv^2$$

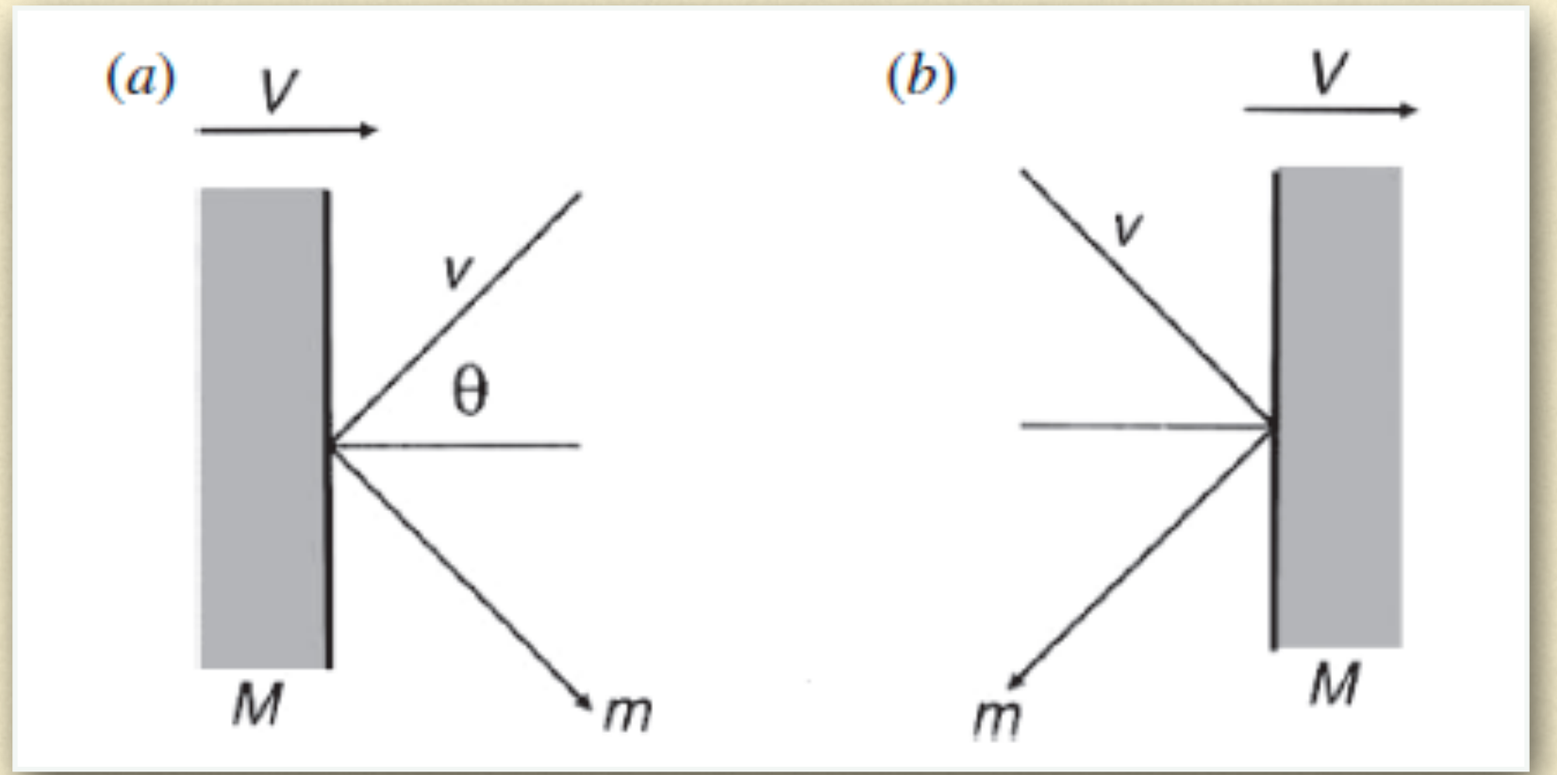
$$\Delta E = \frac{1}{2}m\,[4vu + 4u^2]$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\,[4vu + 4u^2]}{\frac{1}{2}mv^2} = 4\,\frac{vu + u^2}{v^2}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 4\,\left[\frac{u}{v} + \frac{u^2}{v^2}\right] = 4\left[\frac{v}{u} + 1\right]\,\left(\frac{u}{v}\right)^2$$

$$\frac{\Delta E}{E} \propto \left(\frac{u}{v}\right)^2$$





La probabilidad de una colisión frontal es proporcional a

$V + v \cos \theta$

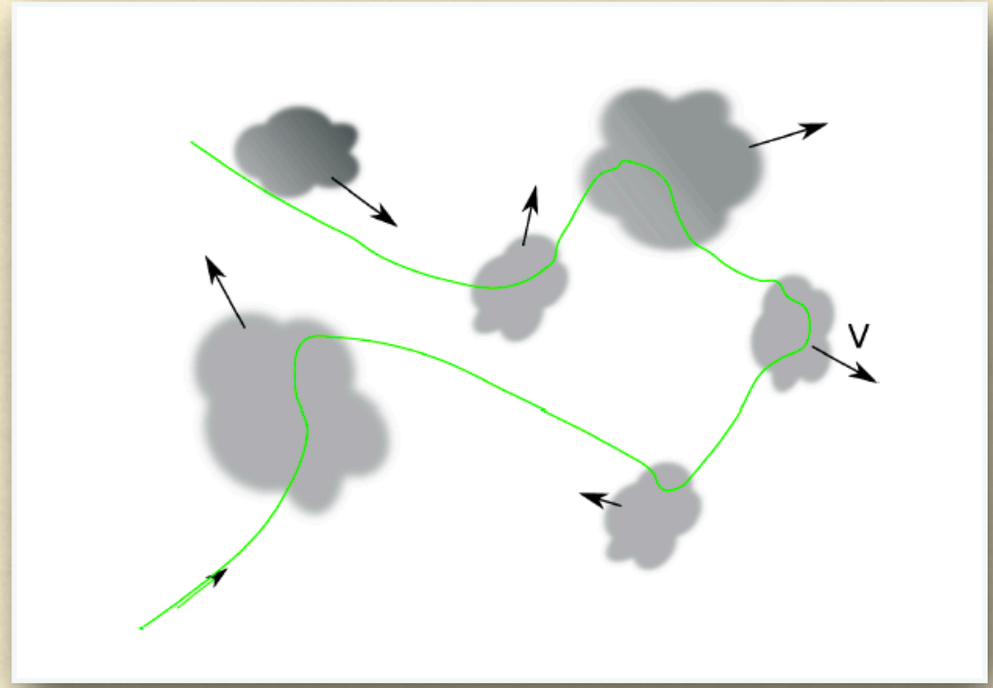
La probabilidad de una colisión posterior es proporcional a

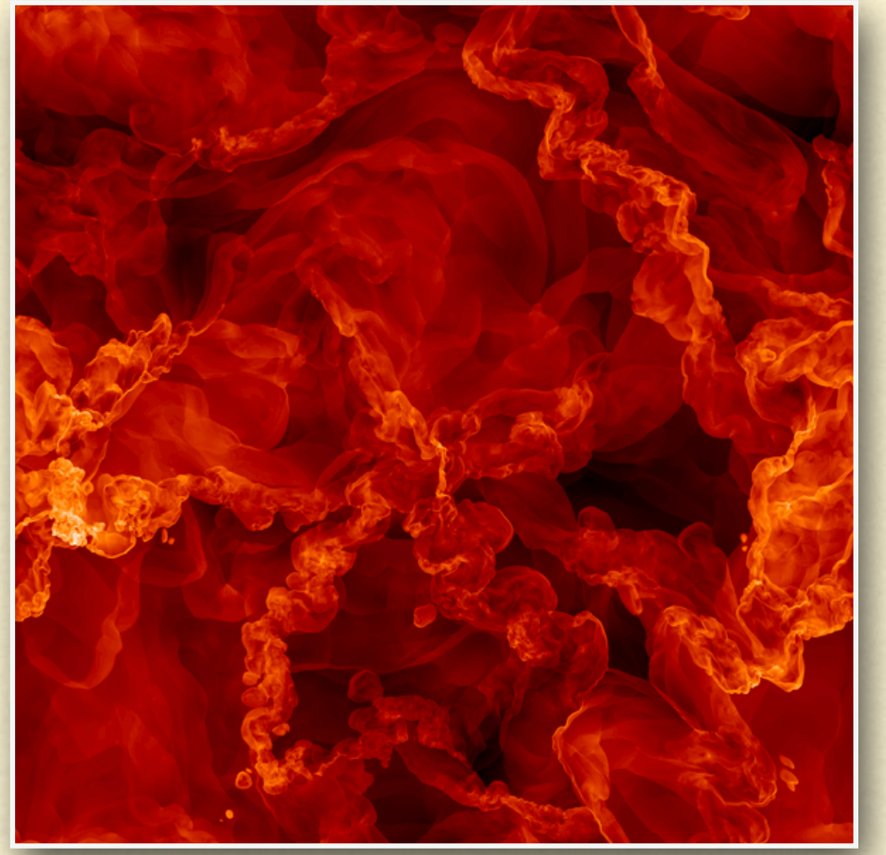
$V - v \cos \theta$

Por tanto, hay más colisiones frontales que posteriores y una ganancia neta de energía si los choques son muchos y aleatorios.

Aceleración de segundo de orden

Fermi 1949





$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{8}{3}\left(\frac{V}{c}\right)^2 .$$

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{4}{3}\left(\frac{V^2}{cL}\right) E = \alpha E .$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = D\nabla^2 N + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)N(E)] - \frac{N}{\tau_{\mathrm{esc}}} + Q(E) .$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}E}[\alpha E N(E)] - \frac{N(E)}{\tau_{\mathrm{esc}}} = 0 .$$

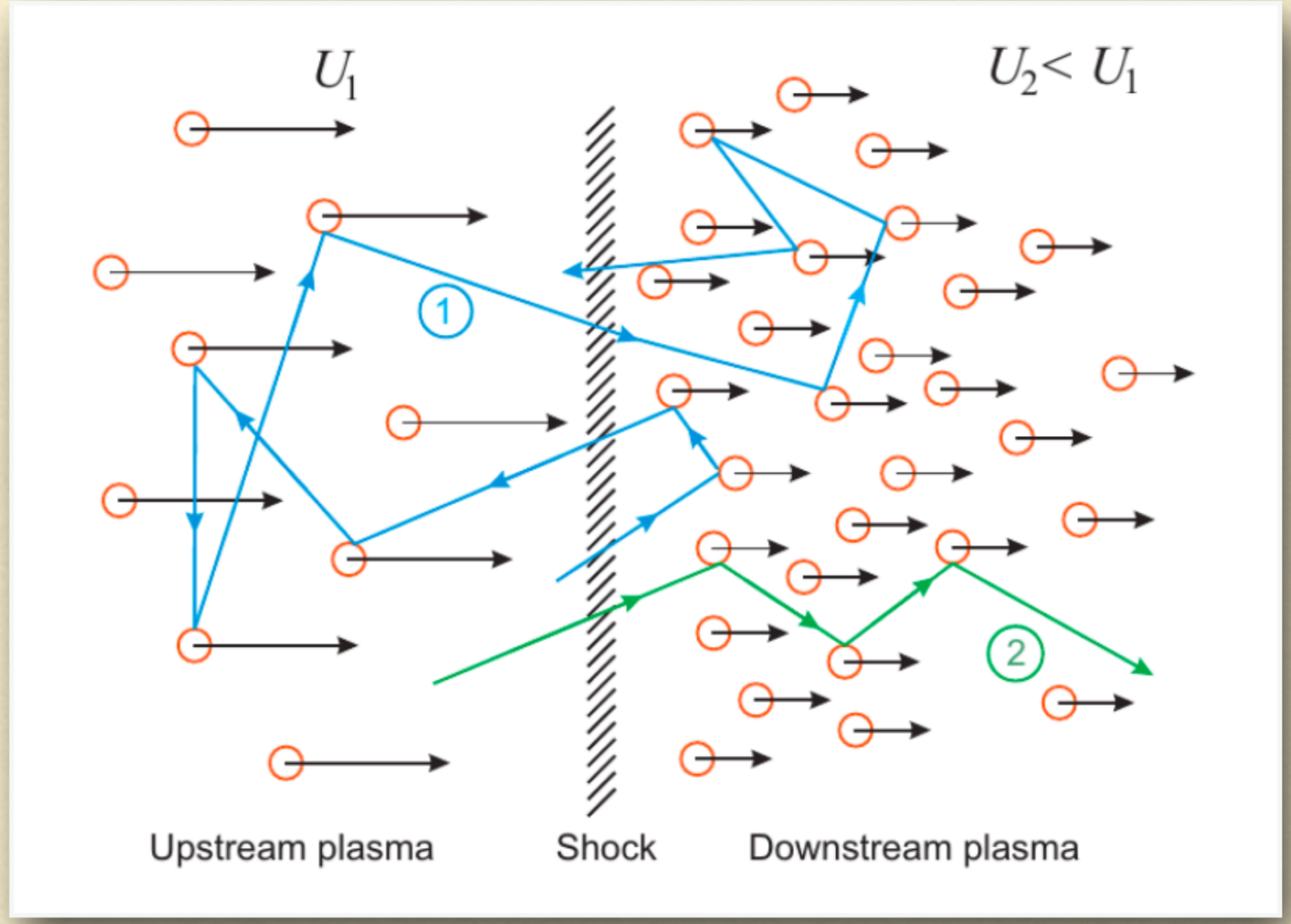
$$\frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E} = -\left(1 + \frac{1}{\alpha\tau_{\mathrm{esc}}}\right)\frac{N(E)}{E} ,$$

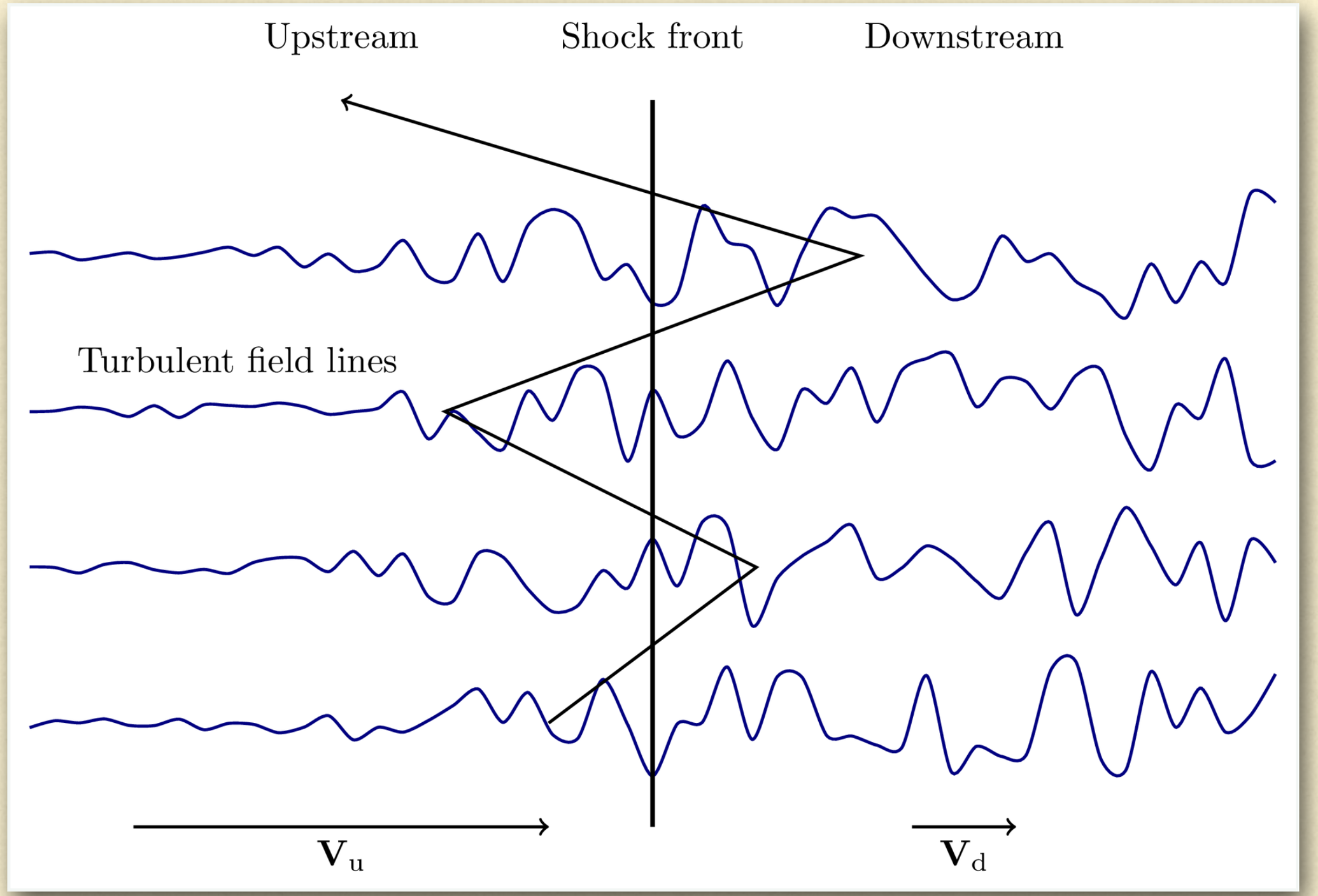
$$N(E) = \text{constant} \times E^{-x} ,$$

$$x = 1 + (\alpha\tau_{\mathrm{esc}})^{-1} .$$

Aceleración de primer de orden (Bell 1978)

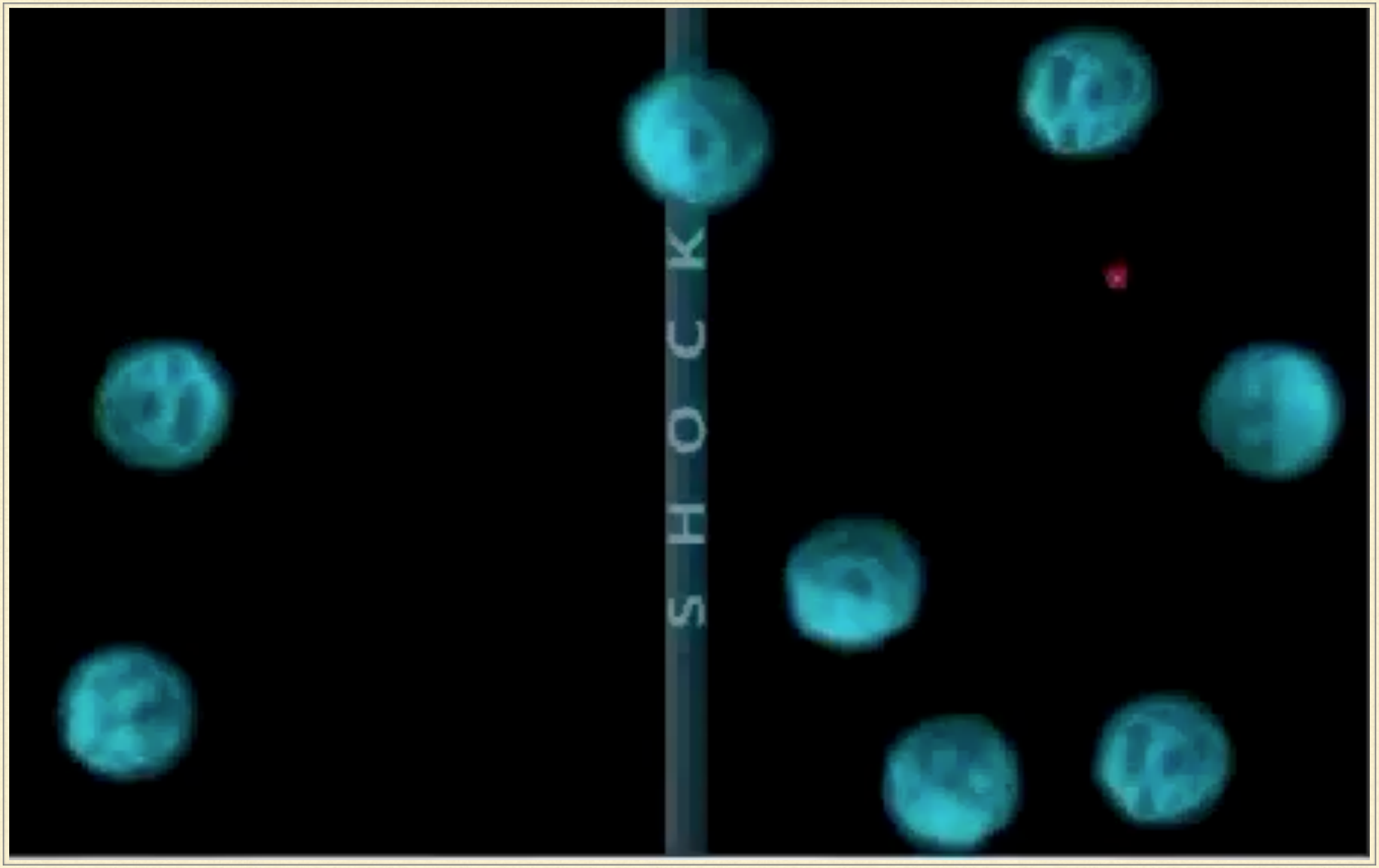
Consideremos un proceso de dispersión de partículas en centros magnéticos a ambos lados de una onda de choque. Las condiciones en cada lado lado del frente de choque son diferentes.

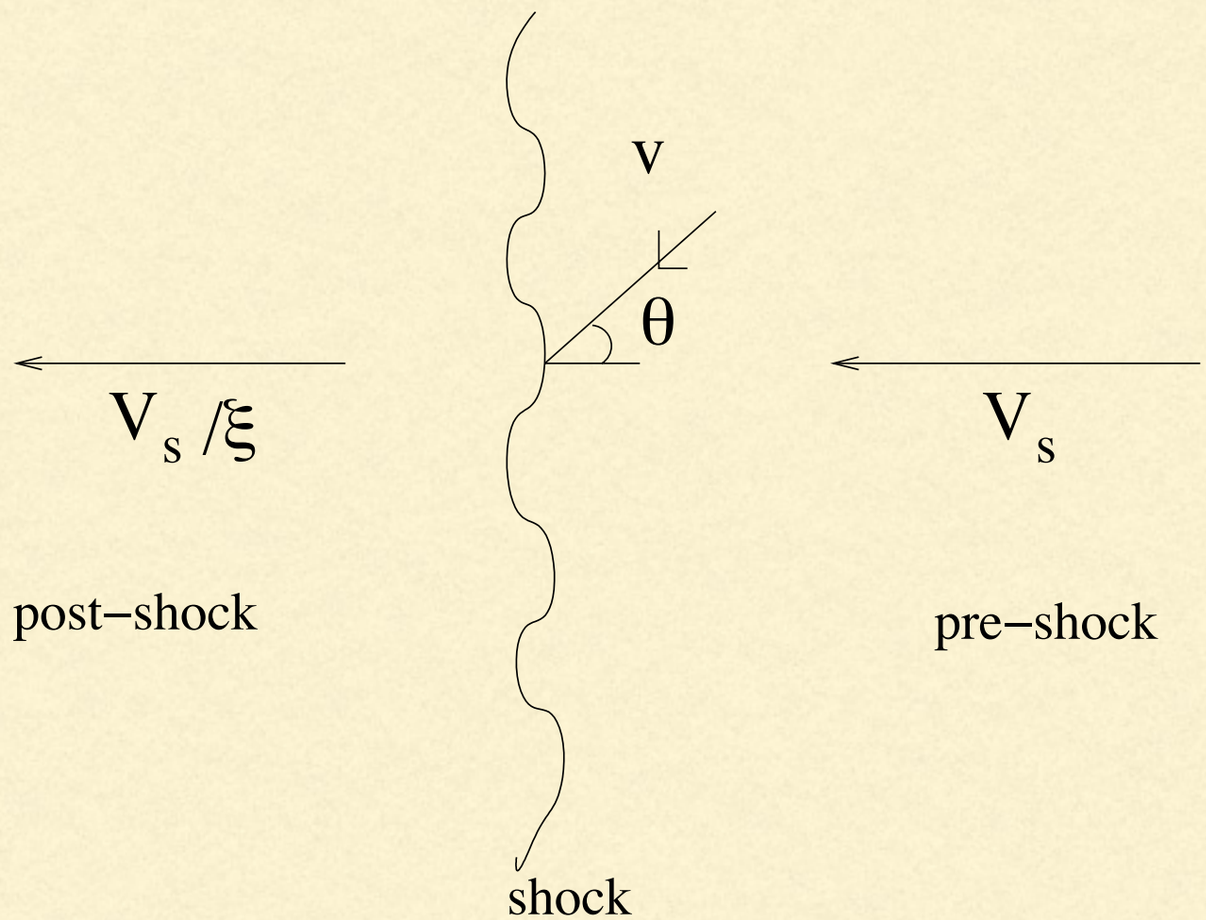



Upstream
Shock front
Downstream
Turbulent field lines
$\mathbf{V}_{\mathrm{u}}$
$\mathbf{V}_{\mathrm{d}}$

Pre-shock

Post-shock





El plasma en la región chocada se mueve con velocidad $V_{\rm p}$. La velocidad del choque y la del gas detrás de él se relacionan por el factor de compresión ξ como

$$\frac{V_{\rm s}}{V_{\rm p}} = \xi.$$

Para un choque fuerte no relativista $\xi = 4$. La variación neta de energía de una partícula con energía inicial E que completa un ciclo yendo de la región chocada a la no chocada y de vuelta a la chocada es:

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E} \approx \frac{4}{3} \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right) \frac{V_{\rm s}}{c}.$$

El flujo neto de partículas que se pierden en la región chocada es:

$$r_{\rm per} = n_{\rm RC} \, \frac{V_{\rm s}}{\xi} \, {\rm cm}^{-2}{\rm s}^{-1},$$

donde $n_{\rm RC}$ es la densidad de partículas relativistas.

En la región no chocada, un rayo cósmico con velocidad v (en el sistema de referencia del laboratorio) que forma un ángulo θ, se acercará al choque con velocidad $V_{\rm s} + v \cos\theta$ en el sistema de referencia del choque. A fin de que pueda cruzar el choque:

$$\cos\theta > -\frac{V_{\rm s}}{v}.$$

La razón a la cual las partículas cruzan desde la región no chocada a la chocada es:

$$\begin{aligned} r_{\text{cruce}} &= n_{\text{RC}} \, \tfrac{1}{4\pi} \int_{-\frac{V_{\text{s}}}{v}}^{1} (V_{\text{s}} + v\cos\theta)\, 2\pi d(\cos\theta) \\ r_{\text{cruce}} &\approx n_{\text{RC}} \, \tfrac{v}{4} \ \text{cm}^{-2}\,\text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

La probabilidad de cruzar y luego escapar en la región chocada es:

$$P_{\text{escape}} = \frac{r_{\text{per}}}{r_{\text{cruce}}} \approx 4\frac{V_{\text{s}}}{\xi\, v}.$$

La probabilidad de que la partícula sea deflectada en la región chocada y vuelva al choque es:

$$P_{\text{regreso}} = 1 - P_{\text{escape}}.$$

Por lo tanto, la probabilidad de que cruce el choque n o más veces es:

$$P_{(\text{cruce}>\text{n})} = (1 - P_{\text{escape}})^{n}.$$

Como el incremento fraccional de energía por cruce es $\Delta E/E$, la energía luego de cruzar n veces es:

$$E = E_0 \left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)^n ,$$

donde E_0 es la energía inicial. Tomando logaritmo a ambos lados:

$$\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = n \ln\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right) ,$$

donde

$$n = \frac{\ln(E/E_0)}{\ln\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)} .$$

El espectro de partículas aceleradas y con energías $> E$ será:

$$
\begin{aligned}
J(>E) &\propto (1-P_{\rm escape})^n \\
J(>E) &= k\,(1-P_{\rm escape})^{\frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1+\Delta E/E)}}; \quad k = {\rm cte} \\
\ln(J(>E)) &= k' + \frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1+\Delta E/E)}\ln(1-P_{\rm escape}); \quad k' = \ln(k) = {\rm cte}.
\end{aligned}
$$

Finalmente:

$$\ln(J(>E)) = k'' - (\Gamma - 1)\ln(E);$$

donde

$$\Gamma = 1 - \frac{\ln(1-P_{\rm escape})}{\ln(1+\Delta E/E)} = 1 - \frac{\ln(1-\frac{4\,V_{\rm s}}{\xi\,v})}{\ln(1+\frac{4}{3}\frac{(\xi-1)}{\xi}\frac{V_{\rm s}}{c})}.$$

Teniendo en cuenta que para $x \sim 0$:

$$\ln(1+x) \approx x - \frac{x^2}{2} + \ldots \qquad \text{y} \qquad \ln(1-x) \approx -x + \frac{x^2}{2} - \ldots,$$

resulta:

$$\Gamma \approx 1 - \frac{-\frac{4V_{\rm s}}{\xi v}}{\frac{4}{3}\frac{(\xi-1)}{\xi}\frac{V_{\rm s}}{c}}$$

$$\Gamma \approx 1 + \frac{3}{\beta(\xi-1)}.$$

$$\beta \sim 1 \implies \Gamma = \frac{\xi+2}{\xi-1}.$$

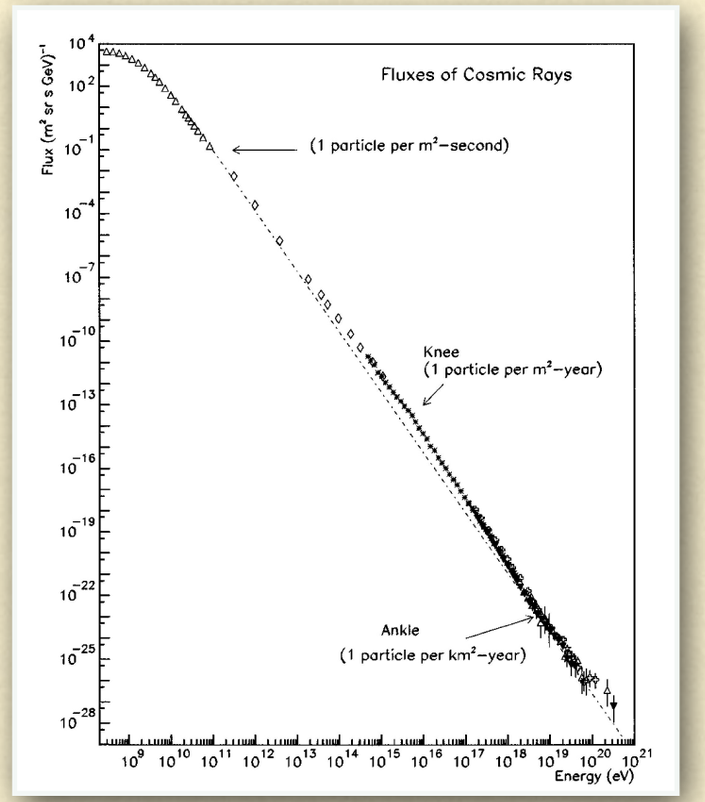
Luego, el espectro diferencial de rayos cósmicos que emerja de la fuente luego de n cruces será:

$$J(E) \propto E^{-\Gamma}.$$

Para una onda de choque fuerte:

$$\xi = 4 \quad \Longrightarrow \quad \Gamma = 2.$$

El espectro observado de rayos cósmicos es de la forma $J(> E) \propto E^{-2.7}$; la diferencia en el índice espectral se explica por efectos de difusión de las partículas en el medio interestelar.



La tasa de aceleración es:

$$
\begin{aligned}
t_{\rm acel}^{-1} &= \frac{1}{E}\frac{{\rm d}E}{{\rm d}t} = \frac{(< \Delta E > /E)}{t_{\rm ciclo}} \\
&\approx \frac{4}{3}\frac{(\xi - 1)}{\xi}\frac{V_{\rm s}}{c}\, t_{\rm ciclo}^{-1}.
\end{aligned}
$$

Aquí $t_{\rm ciclo} \sim D/V_{\rm s}^2$ depende del coeficiente de difusión D del medio. Este coeficiente se supone dependiente de la energía:

$$D = D(E) \propto E^{\delta},$$

con $\delta > 0$. El coeficiente de difusión a lo largo del campo magnético es un cierto número de veces el valor del coeficiente de difusión mínimo, conocido como *coeficiente de difusión de Bohm*:

$$D_{\rm Bohm} = \frac{1}{3}\, r_{\rm g}\, c.$$

El coeficiente de difusión paralelo a $\vec{B}$ es:

$$D_{\parallel} = \zeta D_{\mathrm{Bohm}}.$$

En el caso de los choques, se llama a un choque *paralelo* si la normal al frente de choque es paralela a $\vec{B}$. Para valores típicos de $V_{\mathrm{s}} = 0.1c$ y $\zeta = 10$ se obtiene:

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{acel}} \approx 1.5 \times 10^{-4}\, ecB.$$

El coeficiente de difusión perpendicular, correspondiente al caso en el cual $\vec{V}_{\mathrm{s}} \perp \vec{B}$, es:

$$D_{\perp} \approx \frac{D_{\parallel}}{1+\zeta^2},$$

de donde puede deducirse:

$$\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{acel}} \approx 4 \times 10^{-2}\, ecB.$$

Las ondas de choque de los remanentes de supernova permanecen fuertes como para acelerar partículas durante unos $\sim 10^3$ años. Las energías m'aximas alcanzables (considerando $B \sim 10^{-5}$ G y pérdidas sincrotrón) son

$$E_{\rm max}^{\rm SN} \sim 10^{14}\, Z \text{ eV}$$

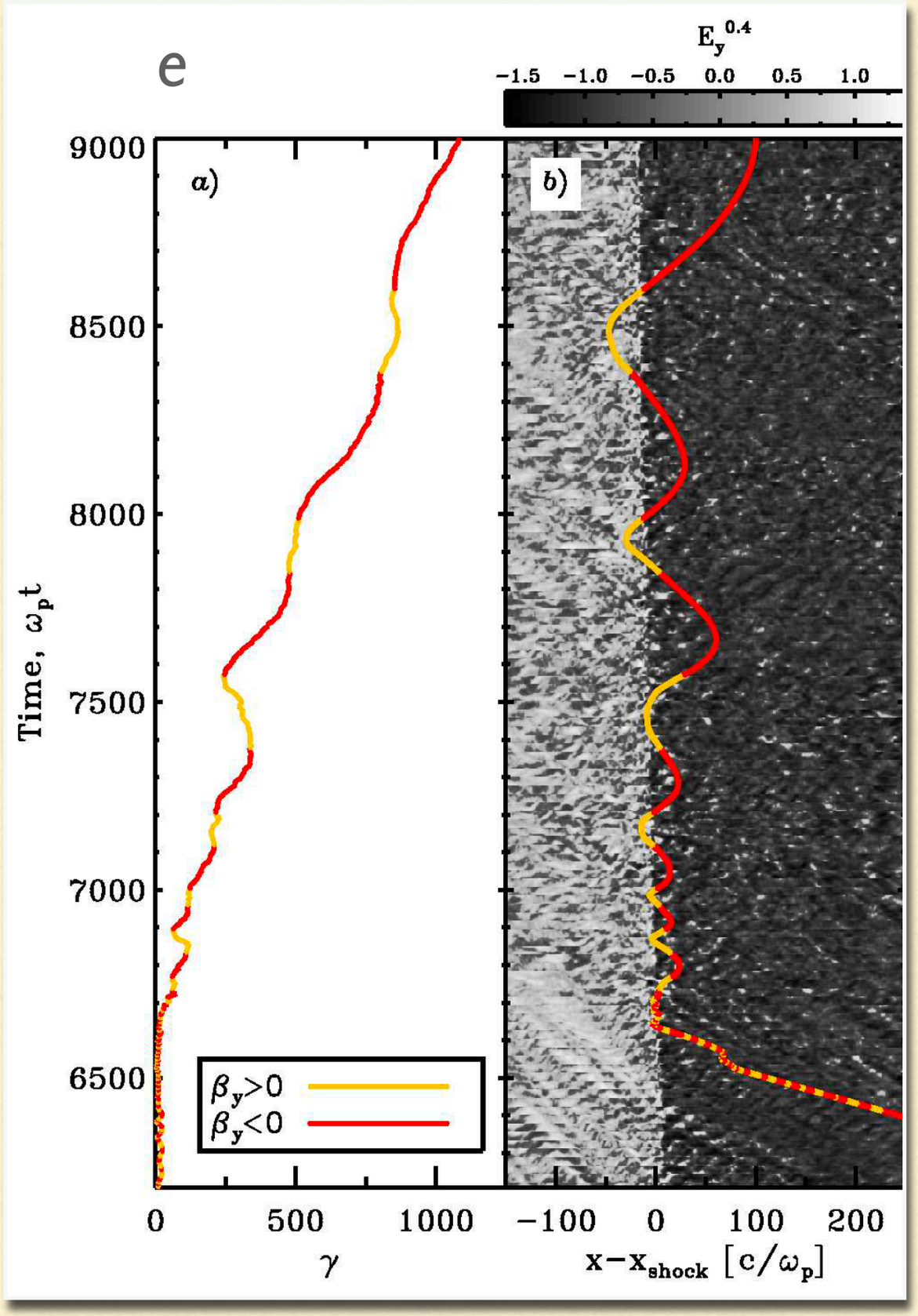
para choques paralelos, y

$$E_{\rm max}^{\rm SN} \sim 10^{16}\, Z \text{ eV}$$

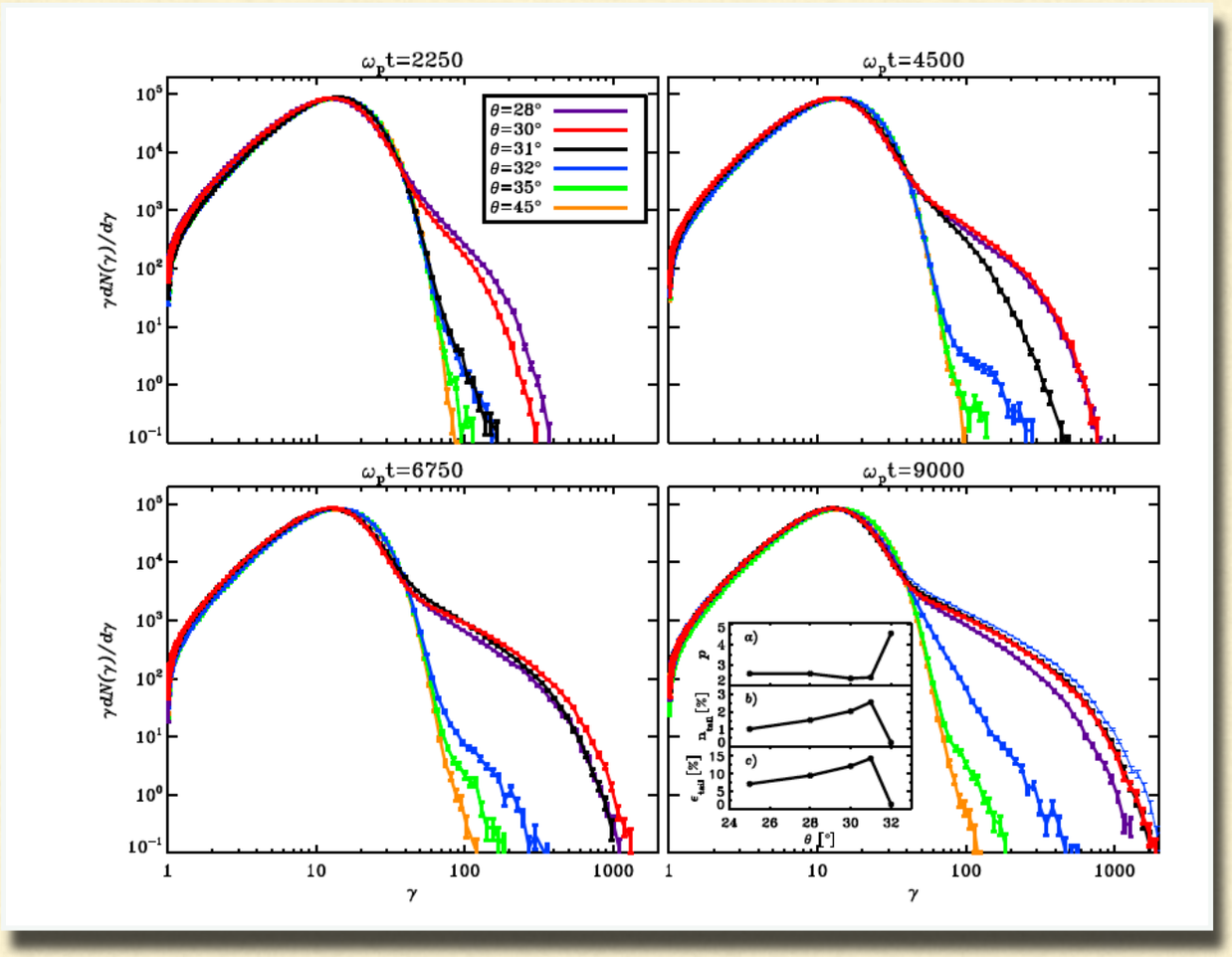
para choques perpendiculares.

Para el caso de que el choque sea oblicuo, con un ángulo θ entre la normal al choque y el campo magnético, el coeficiente de difusión es:

$$D = D_{\parallel} \cos^2\theta + D_{\perp} \sin^2\theta.$$



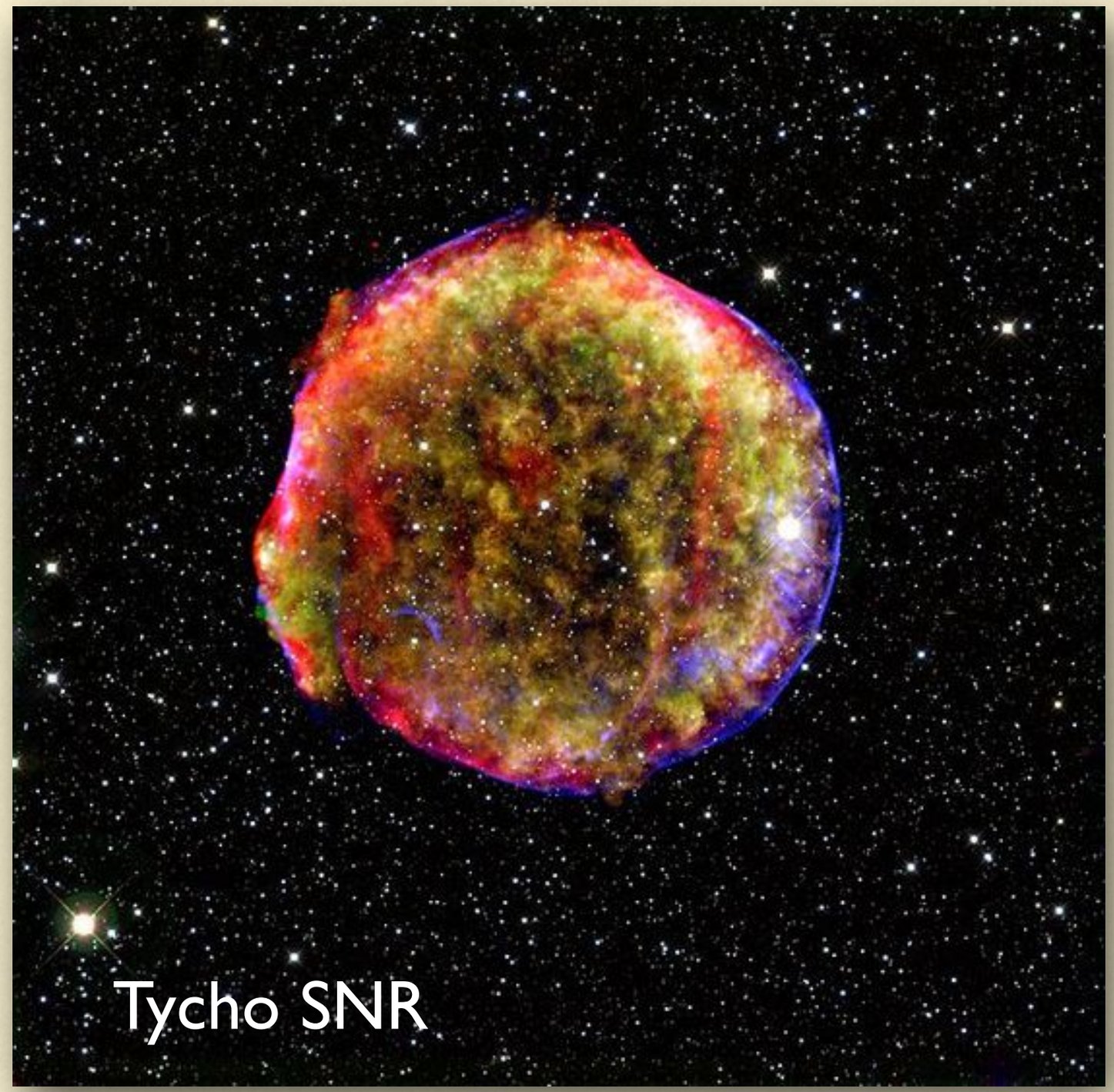
L. Sironi 2011 (PhD Thesis)

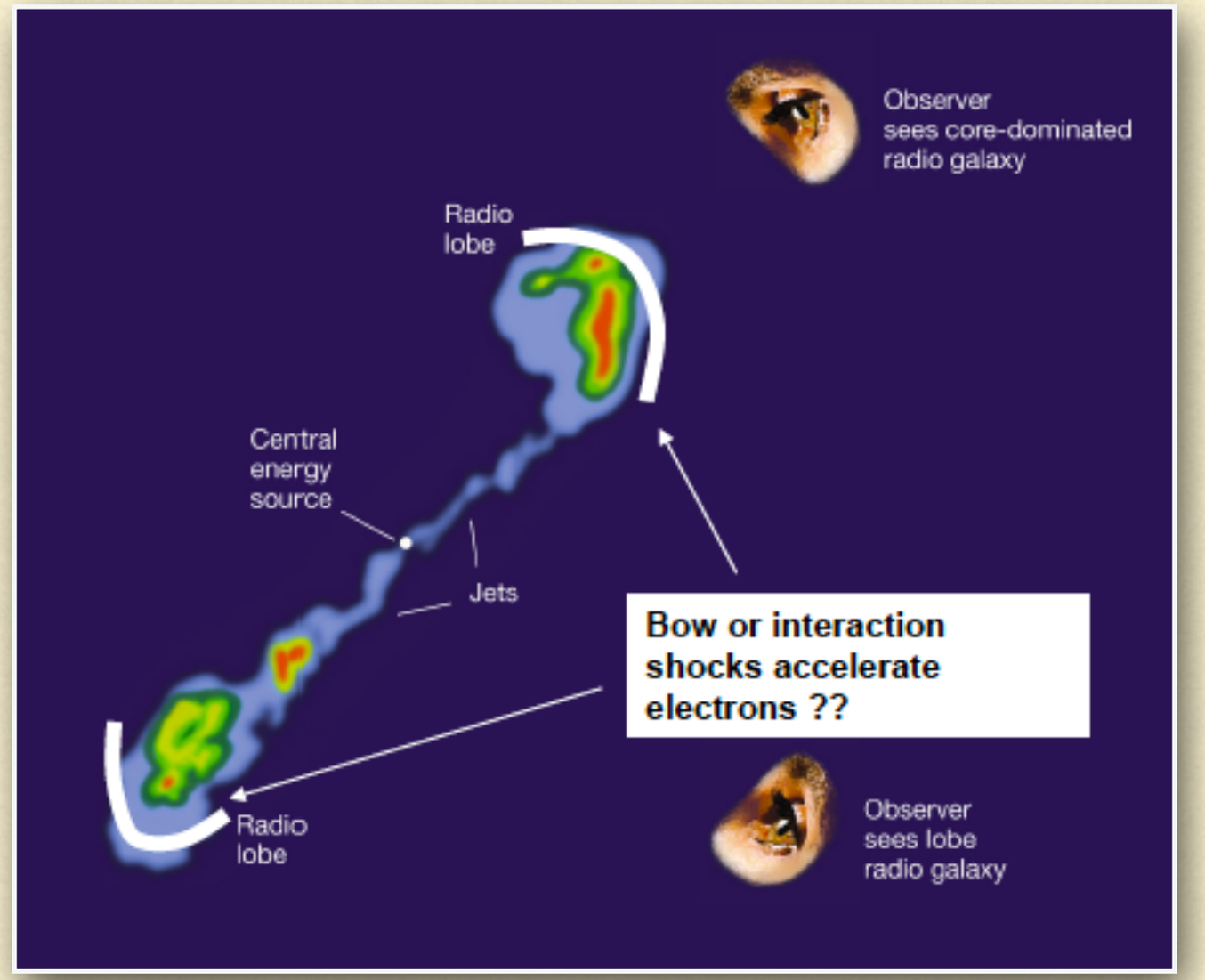


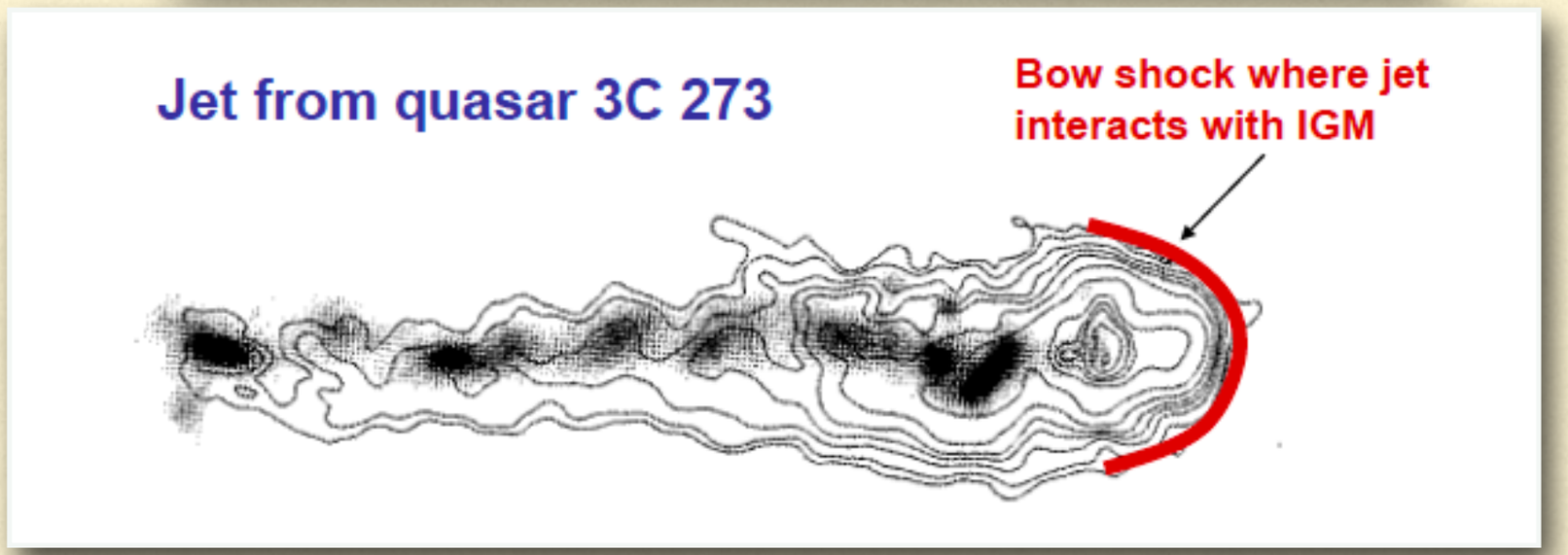
- La modificación del choque por efecto de la presión de los rayos cósmicos que están siendo acelerados, lo que introduce no linealidades.
- Ondas de choque relativistas. En este caso el índice adiabático del gas es $\gamma = 4/3$ en vez de $5/3$, lo que lleva a $\xi = 7$ y por lo tanto a espectros con $\Gamma \sim 1.5$ si se tienen en cuenta efectos de anisotropía. En choques relativistas se tiene típicamente $1.5 \leq \Gamma \leq 2.0$.
- Efectos termodinámicos de la radiación en la región chocada. Pueden destruir las centros de dispaersión magnéticos.

Hay una gran variedad de fuentes astrof'isicas en las que se forman ondas de choque y pueden acelerarse partículas cargadas hasta velocidades relativistas. Estas fuentes incluyen:

- Remanentes de supernova.
- *Jets* en núcleos galácticos activos (Active Galactic Nuclei, AGN) y microcuásares (MQ).
- Ondas de choque producidas por eruptores de rayos gamma (Gamma-Ray Bursts, GRB).
- *Bowshocks* producidos por estrellas masivas que se muven a gran velocidad.
- Choques producidos por el viento de púlsares (*pulsar wind nebulea*).
- Lóbulos y manchas calientes (*hot spots*) en radio galaxias.
- Asociaciones de estrellas masivas.
- Estrellas tempranas con vientos poderosos.
- Cúmulos de galaxias donde colisiones pueden formar ondas de choque.
- Sistemas binarios con colisión de vientos estelares.
- Choques de nubes de alta velocidad con el medio interestelar.

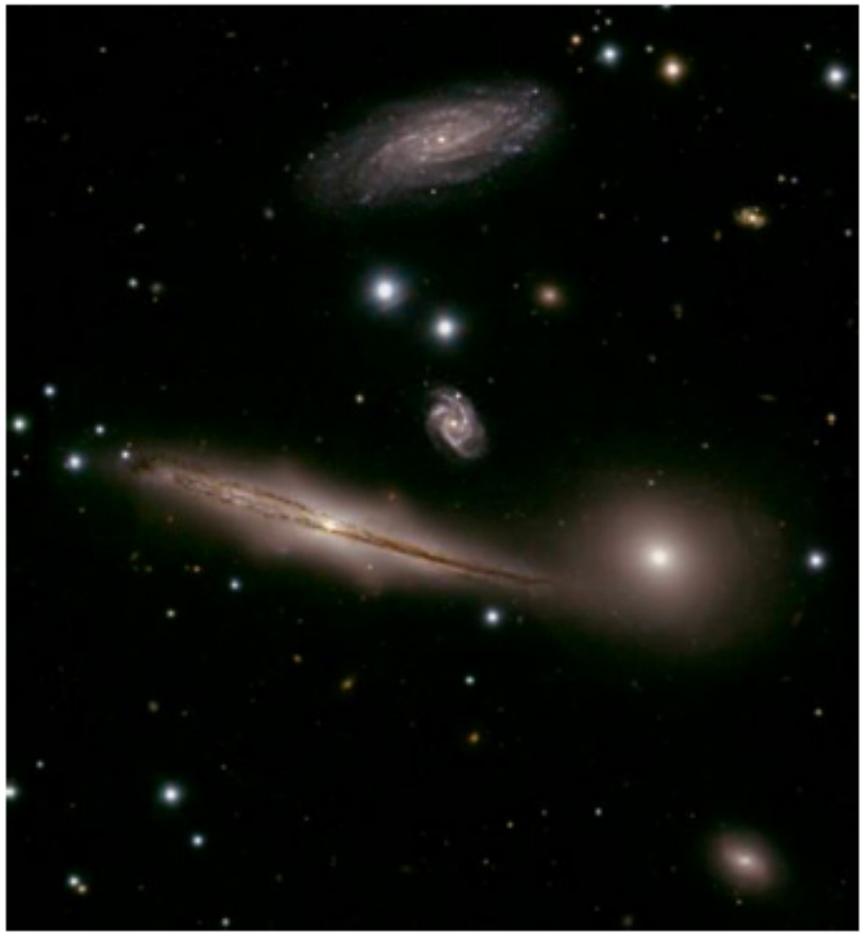

Tycho SNR


Observer
sees core-dominated
radio galaxy
Radio
lobe
Central
energy
source
Jets
Bow or interaction
shocks accelerate
electrons ??
Radio
lobe
Observer
sees lobe
radio galaxy

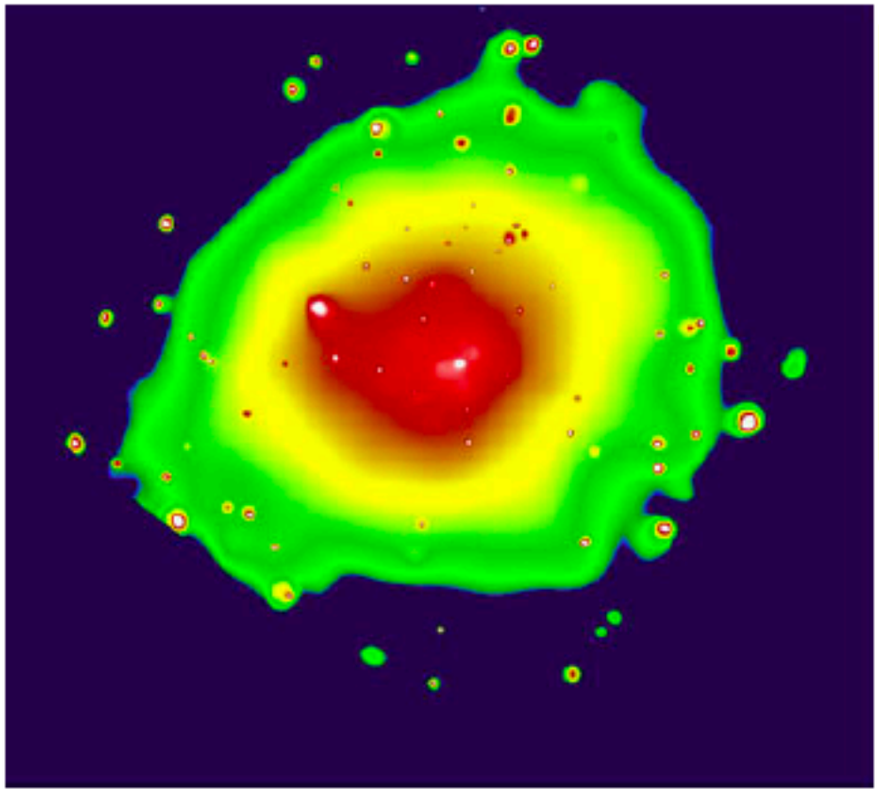

Jet from quasar 3C 273
Bow shock where jet
interacts with IGM

Expect shocks to form when galaxies collide

Galaxy clusters. Shocks may heat cluster gas to X-ray emitting temperatures



Chandra X-ray image of galaxy cluster Abell 160 (observation includes 29 galaxies) Colors indicate temperature



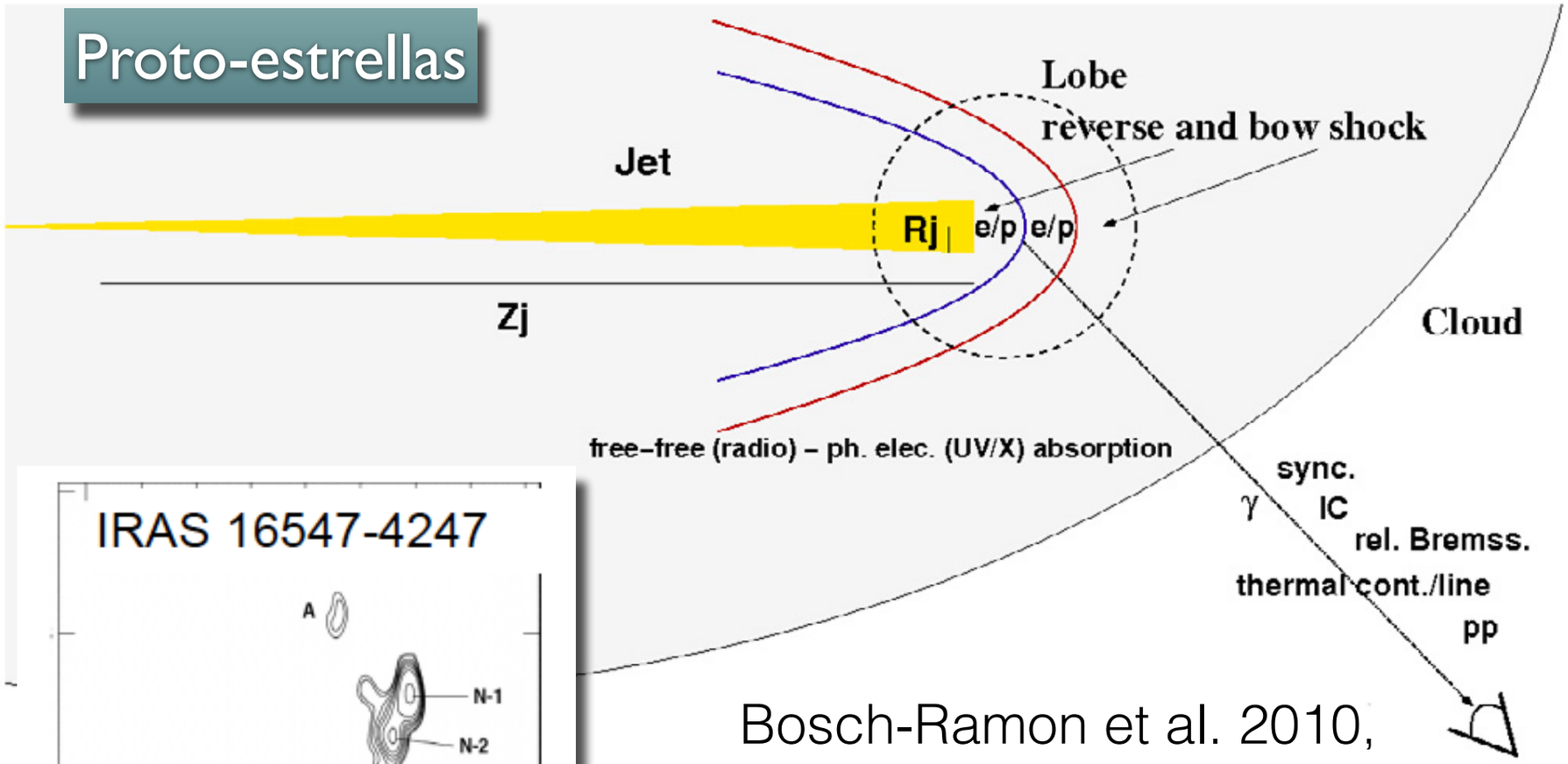
Galaxy clusters are filled with gas.

The galaxies move through this gas at a few thousand kilometers per second.

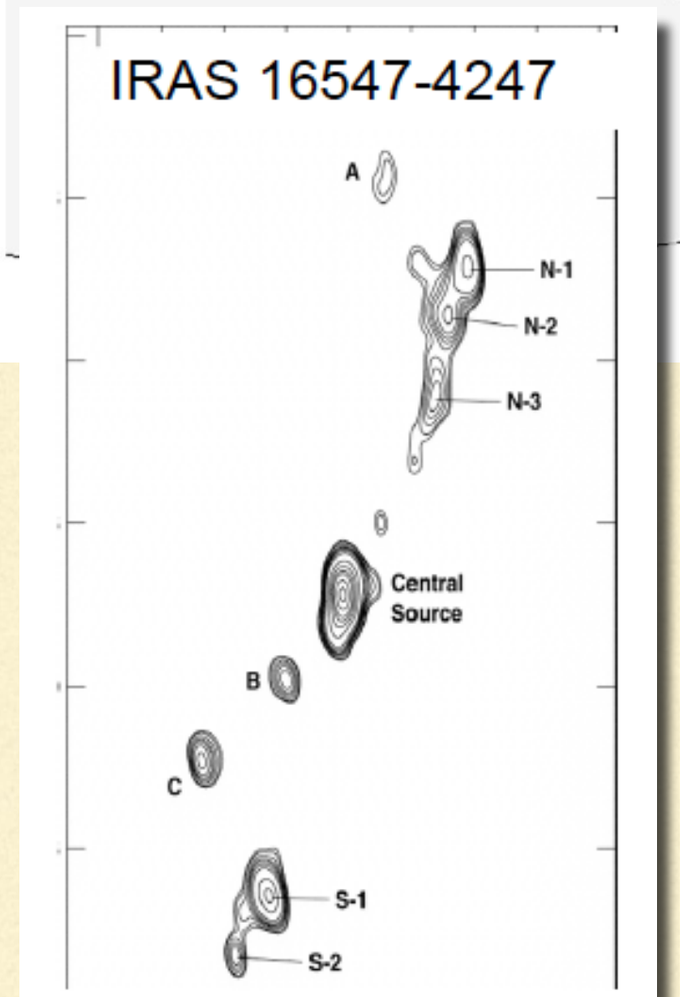
This is supersonic and shocks form and heat the gas to X-ray emitting temperatures

Stellar bow shock

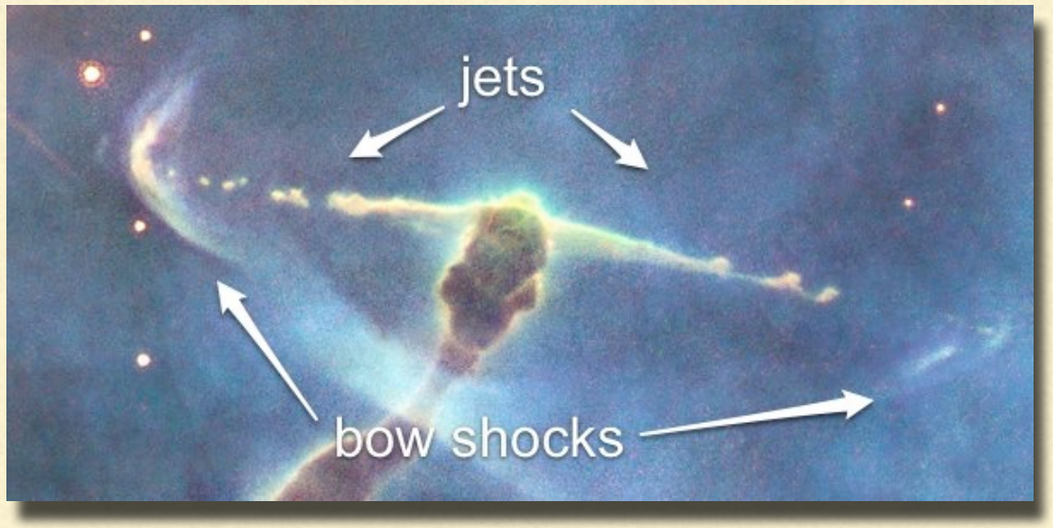
Proto-estrellas

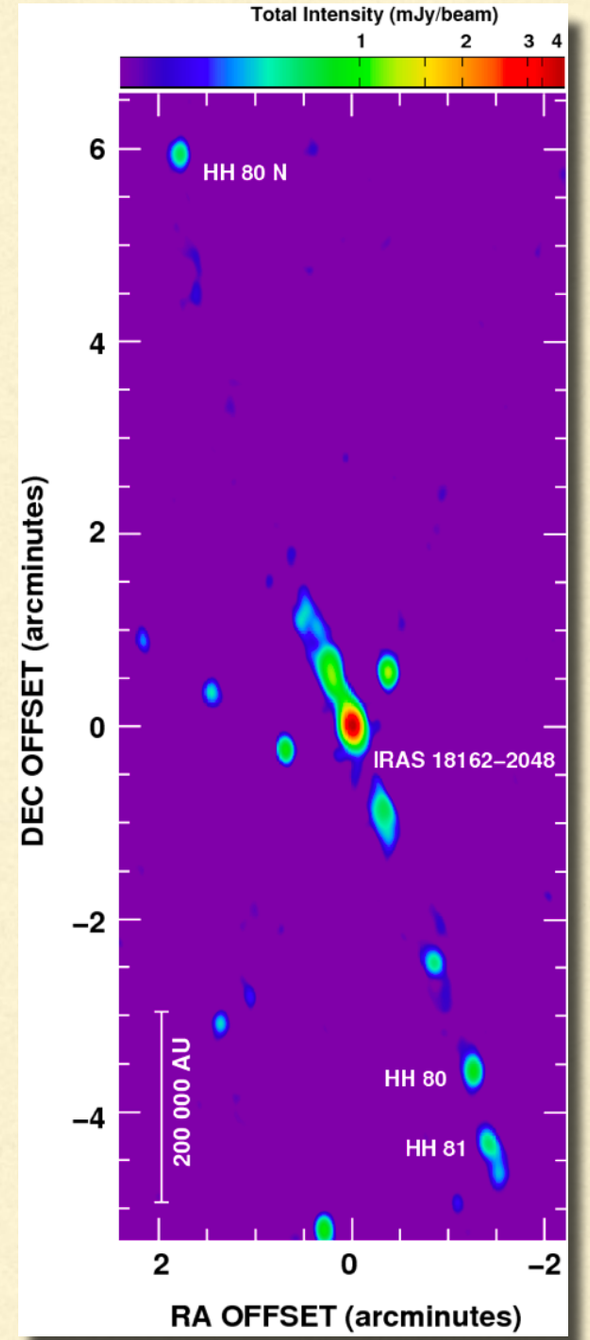


Bosch-Ramon et al. 2010,



Rodriguez et al. (2005)



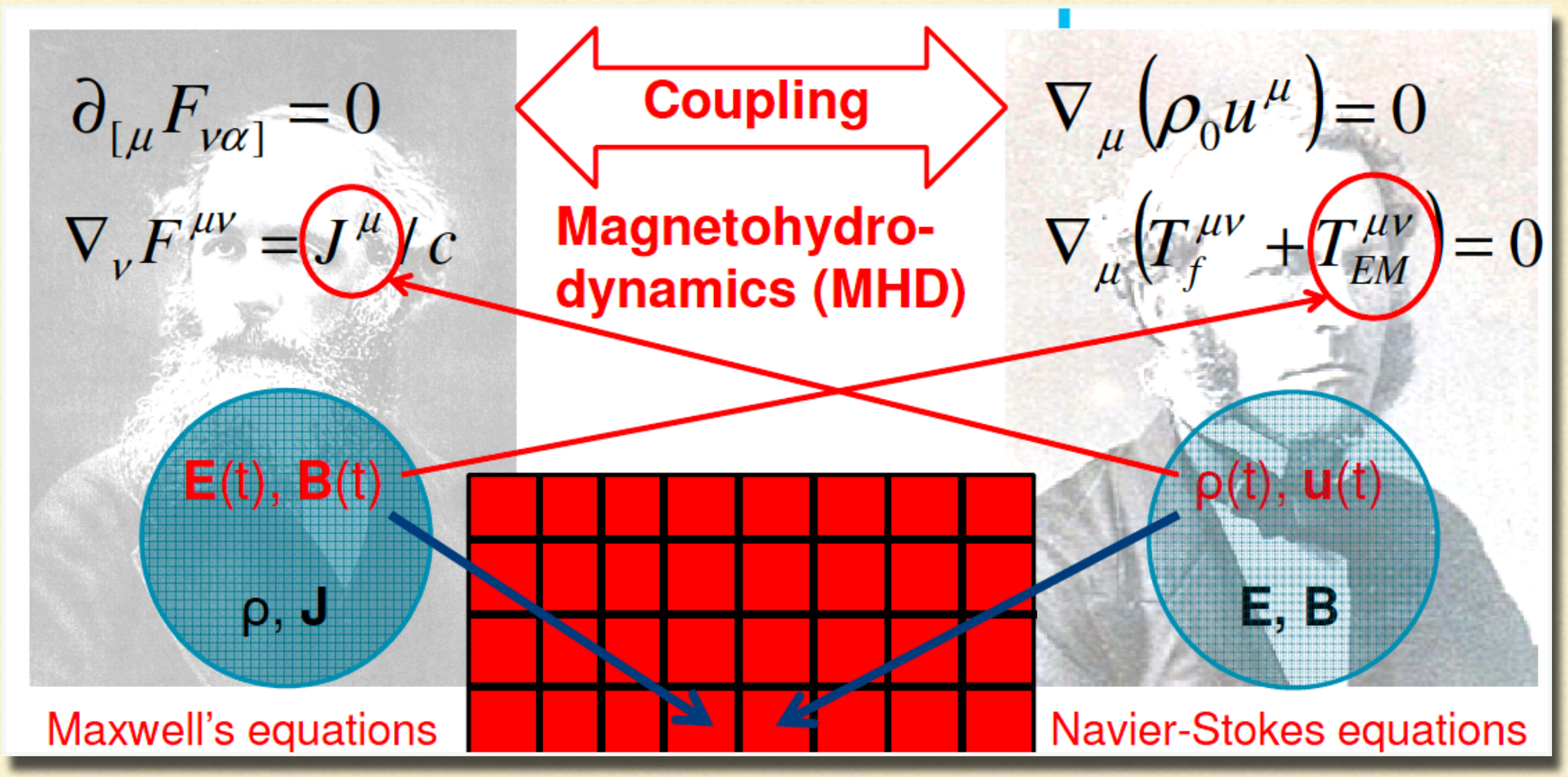


C. Carrasco-González et al.

MHD

La magnetohidrodinámica (MHD) investiga la dinámica de fluidos conductores en presencia de campos eléctricos y magnéticos.

El sistema de las ecuaciones que describen la MHD son las ecuaciones de Navier-Stokes de dinámica de fluidos y las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo. Estas ecuaciones diferenciales tienen que ser resueltas simultáneamente, ya sea analíticamente o numéricamente.



MHD

La aproximación MHD al tratamiento de un fluido requiere que el fluido sea cuasi-neutro: la densidad de carga debe ser muy pequeña.

$$\left|\vec{E}\right| \ll \left|\vec{B}\right| \longrightarrow \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$$

Ley de Ampere en MHD

Fuerza de Lorentz

$$\vec{f}_{\mathrm{L}} = \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} = \frac{1}{4\pi}\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B}\,.$$

Ley de Ohm

$$\vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right)$$

Ecuaciones de Maxwell restantes

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

Ley de Faraday

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_{\mathrm{e}}\,.$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) + \frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla^2 \vec{B}\,.$$

Ecuación de inducción magnética

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \vec{v}\right) = 0$$

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \nabla\right)\vec{v}\right] = -\nabla P - \rho\nabla\Phi + \frac{1}{4\pi}\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B}$$

MHD ideal:

- El plasma se trata como un fluido homogéneo.
- El plasma es un conductor perfecto, por lo que posee una conductividad eléctrica infinita.
- El plasma tiene una viscosidad nula.

En la MHD ideal las líneas de campo magnético están congeladas en el fluido: si el fluido se mueve la línea lo acompaña conservando su topología.

*

La transformación de energía magnética en cinética requiere romper la topología de las líneas: MDH resistiva.

En un fluido de conducción imperfecta, el campo magnético generalmente puede moverse a través del fluido siguiendo una ley de difusión con la resistividad del plasma sirviendo como constante de difusión.

En la MHD resistiva las líneas de campo magnético pueden moverse por el fluido transfiriendo energía al mismo.

Reconexión magnética

La energía almacenada en campos magnéticos puede liberarse súbitamente en eventos de reconexión magnética, en los que se produce un cambio en la topología de las líneas de campo. Esta energía es transferida a las partículas del plasma en escalas de tiempo cortas y puede dar lugar a una población de partículas no térmicas.

Densidad de energía magnética:

$$\rho_{\mathrm{B}} = \frac{B^2}{8\pi}.$$

$$\frac{B^2}{8\pi} \approx \frac{1}{2}\rho v^2 \qquad v \sim \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}} \sim v_{\mathrm{A}}$$

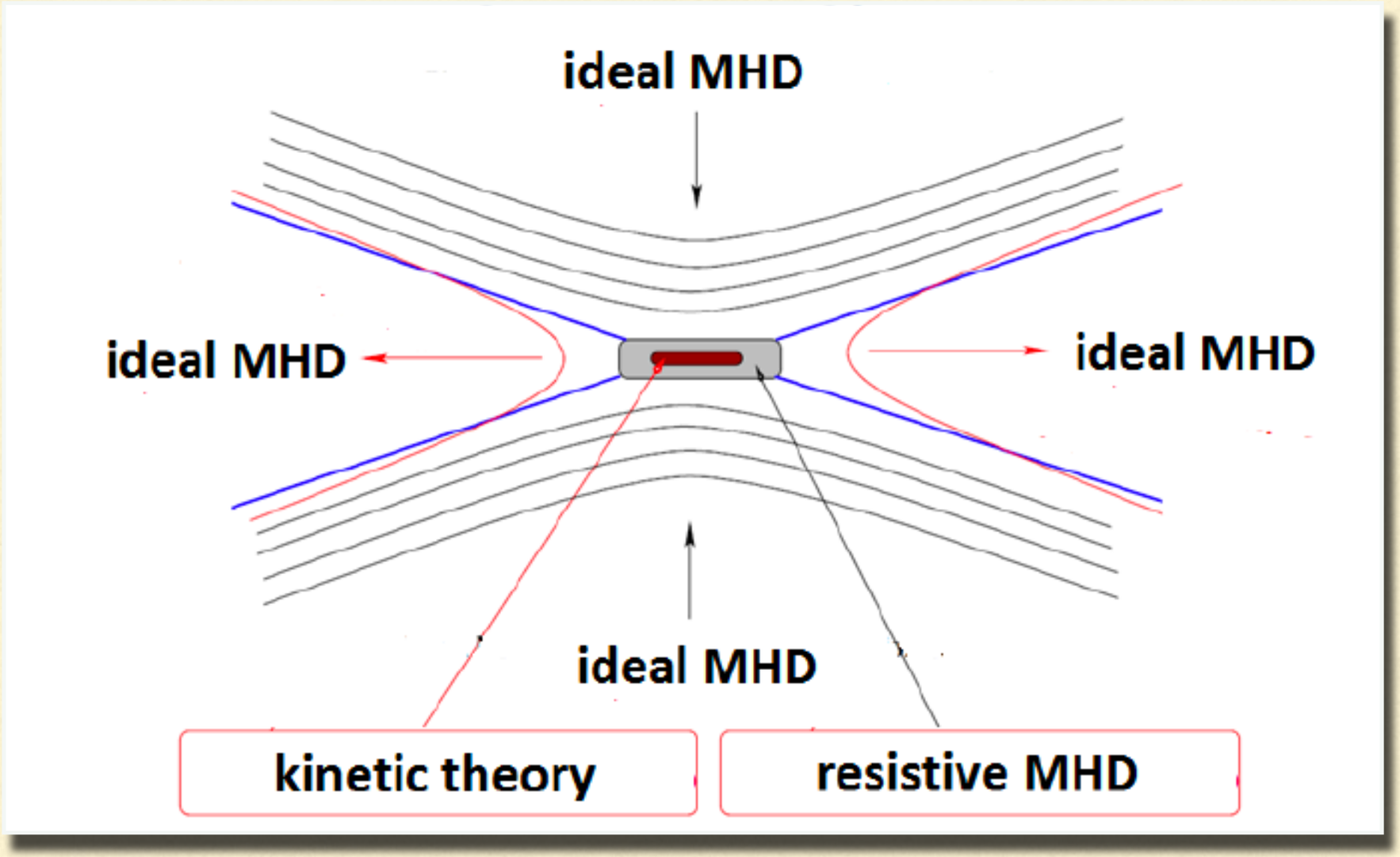
Requisitos para que ocurra reconexión

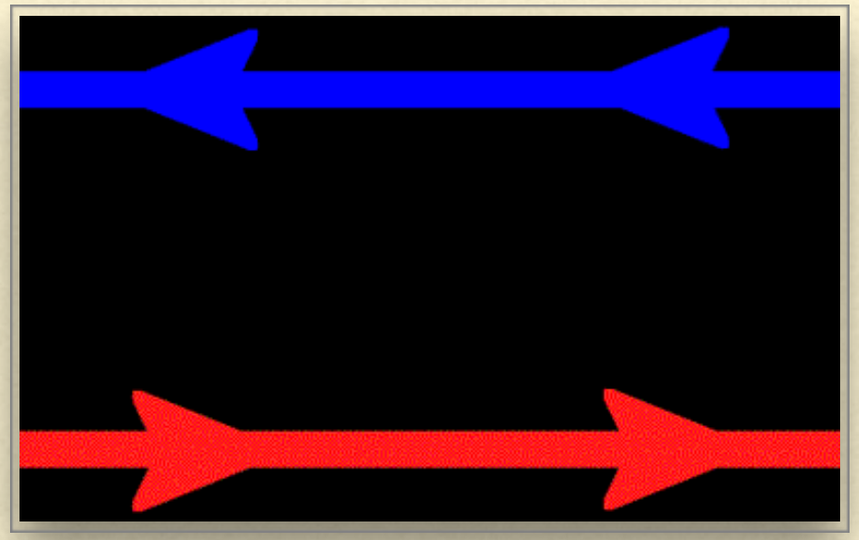
- **Un plasma con una región de conductividad finita.** En la aproximación magnetohidrodinámica, es común considerar a los plasmas astrofísicos como de conductividad *infinita*, lo cual significa que en la ecuación de inducción magnética se desprecia el término difusivo frente al conductivo. Esto implica el *congelamiento* de las líneas de campo magnético en las líneas de fluido. En esas condiciones no es posible que la topología del campo magnético se rompa, por lo que es necesario que –en al menos alguna región– el plasma tenga conductividad finita.

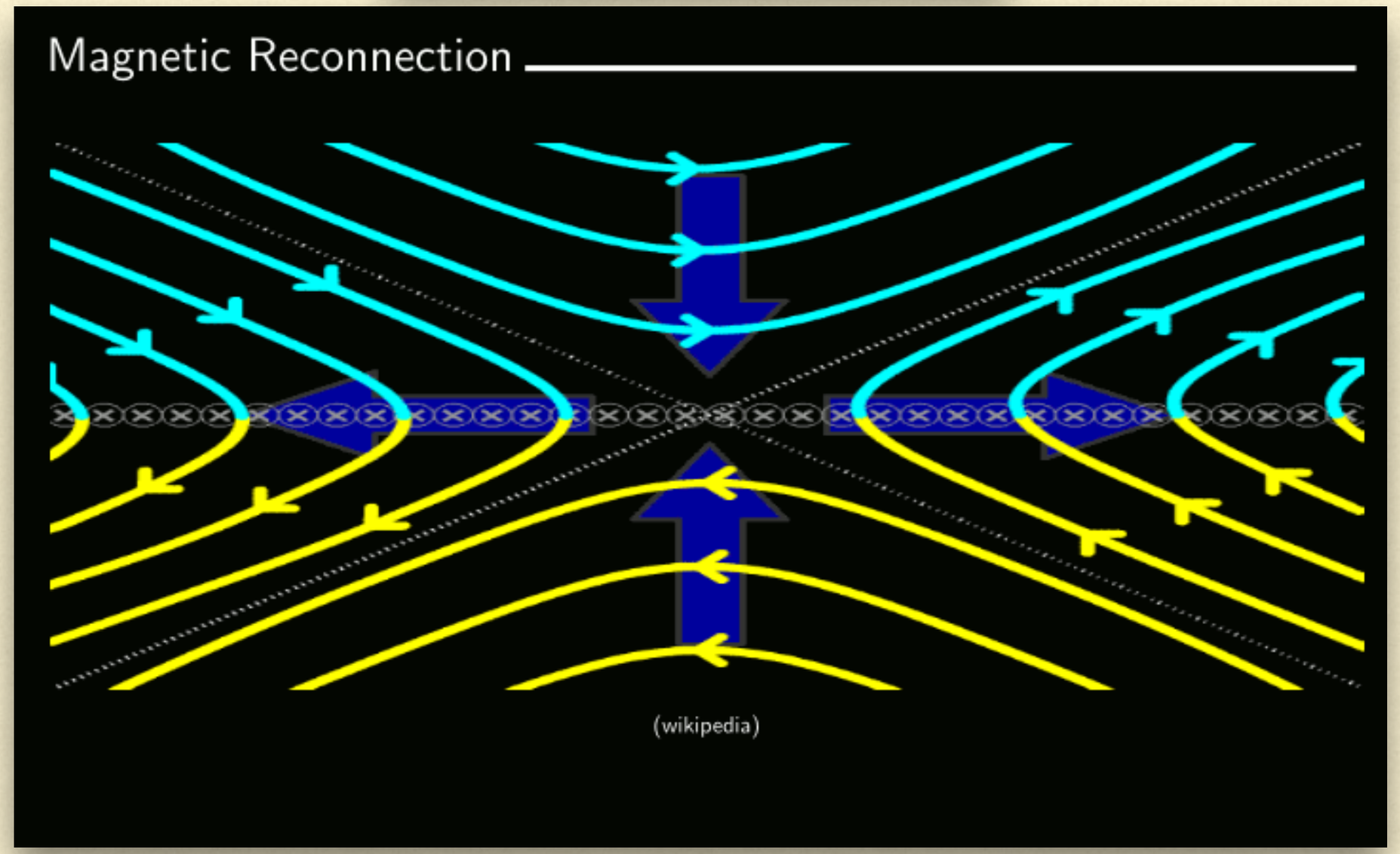
- **Flujos convergentes de material.** En regiones donde vale el congelamiento magnético (conductividad infinita), el campo magnético es arrastrado por el fluido al moverse. Luego, si las líneas de fluido de los plasmas se desplazan en una dirección convergente, las líneas de campo magnético también se acercan entre ellas.

- **Regiones con polaridades de campo magnético opuestas.** Cuando líneas de campo magnético paralelas y de polaridad opuesta se acercan a una corta distancia, las corrientes de plasma no pueden sostenerlas si la conductividad es finita y las líneas reconectan.

Condiciones para un evento de reconexión magnética





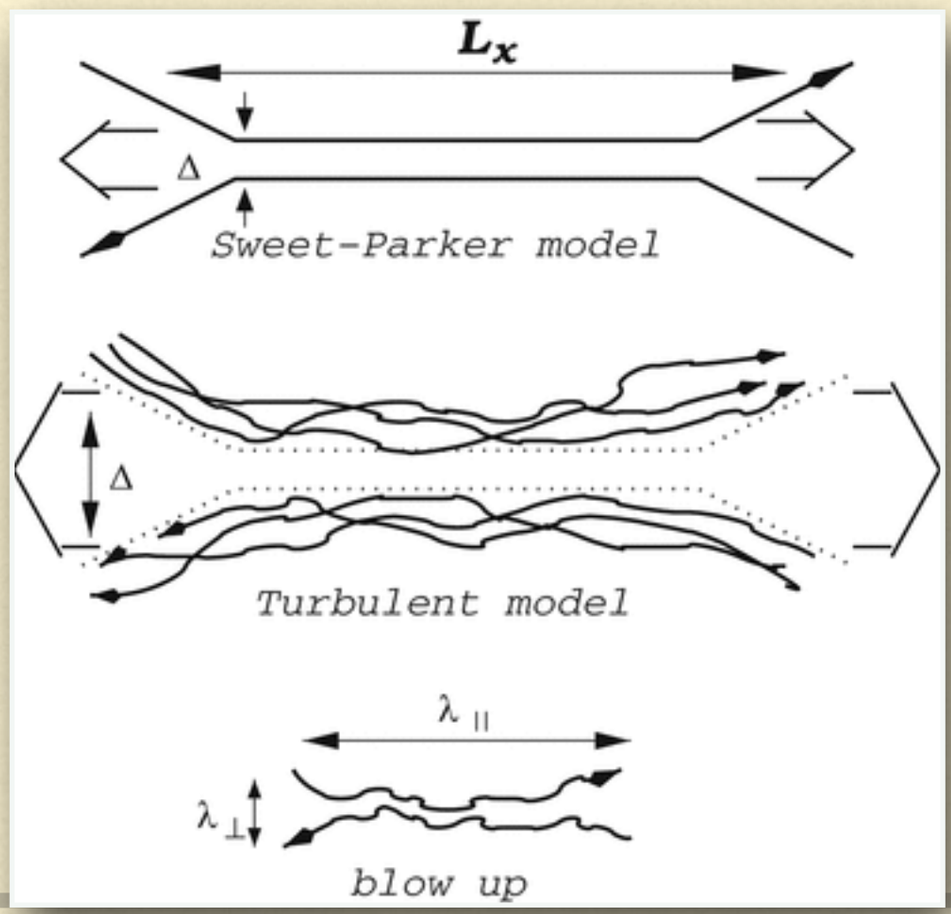

Magnetic Reconnection
(wikipedia)

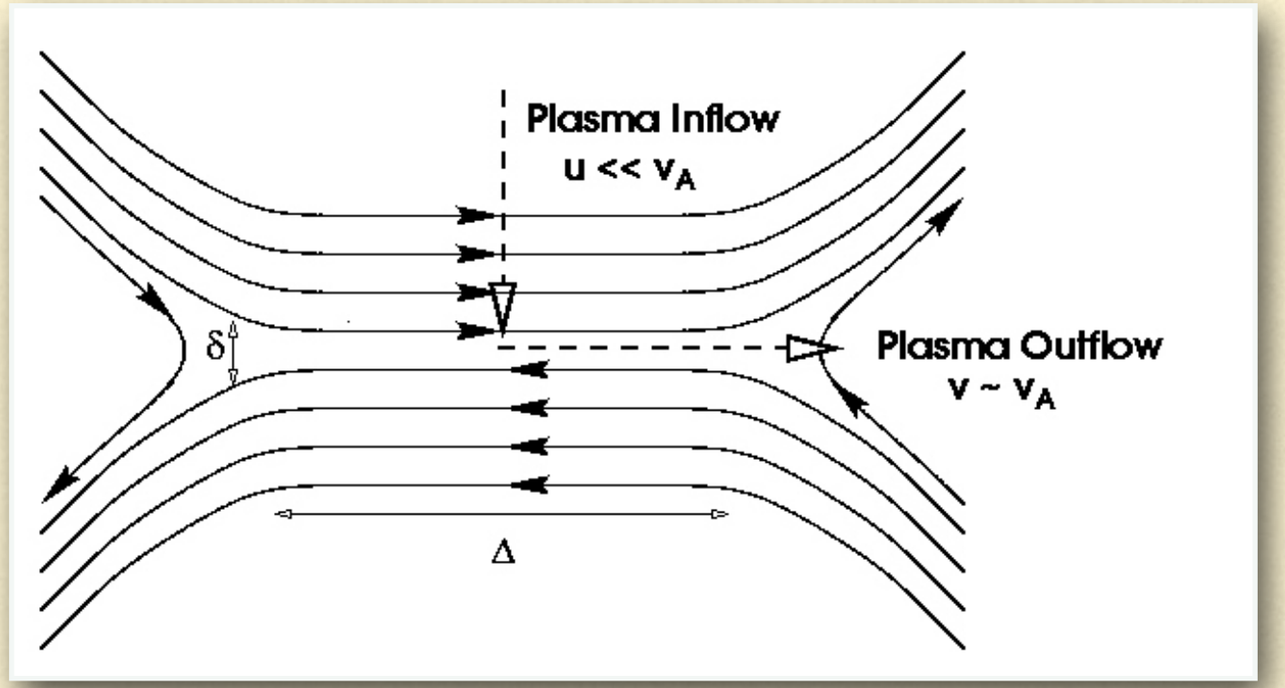
La velocidad con que el plasma es acelerado es del orden de la velocidad de Alfvén del plasma:

$$V_{\mathrm{A}} = \frac{B}{\sqrt{\rho\mu_0}},$$

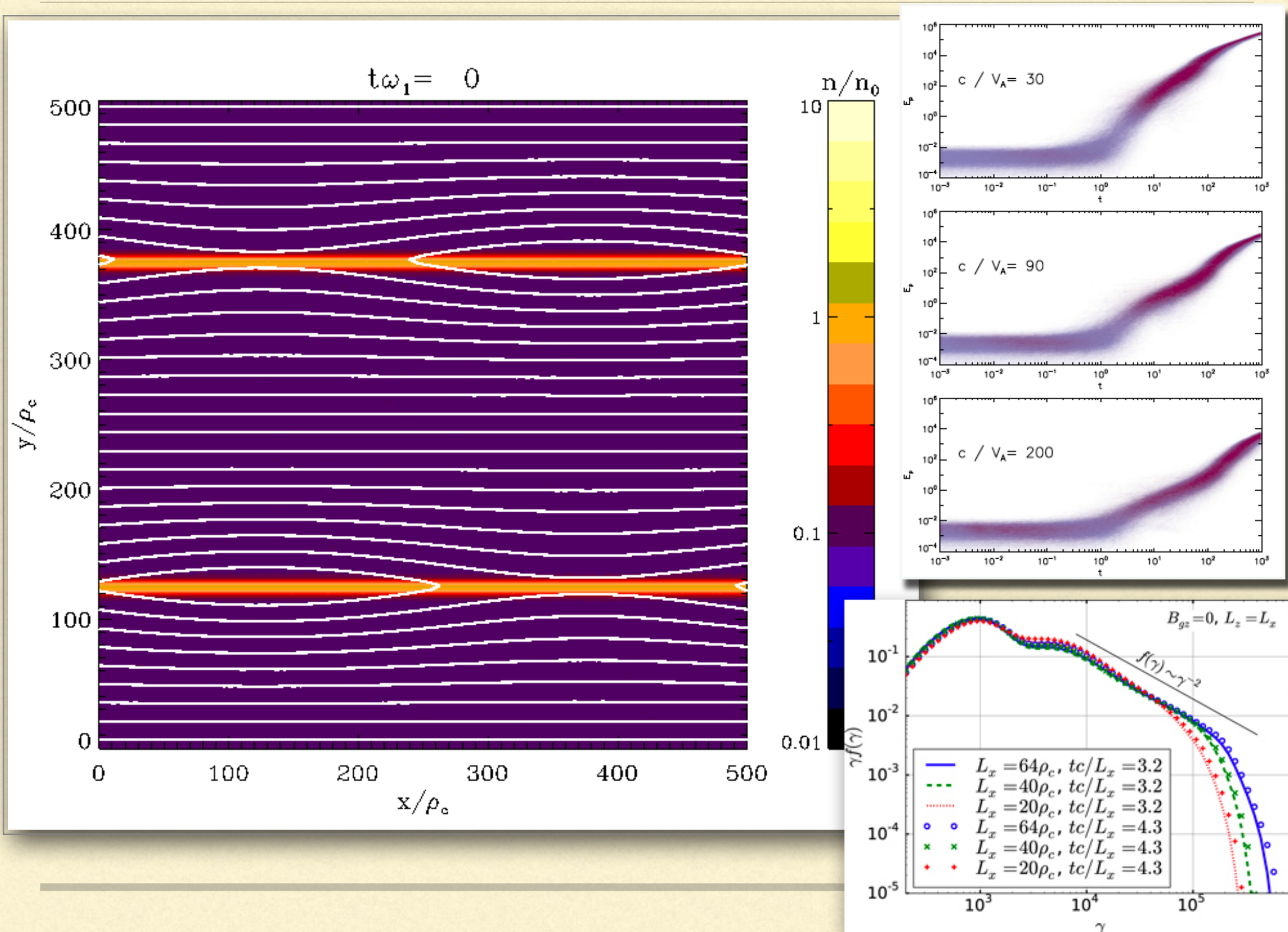
donde B es la intensidad del campo magnético, ρ es la densidad y μ_0 la permeabilidad magnética del plasma previo a la reconexión.

La eficiencia de aceleración de este proceso depende de la *tasa de reconexión* del campo magnético. Si la misma es alta, la reconexión es rápida y el proceso es eficiente.Una alta tasa de reconexión reuqiere un medio *turbulento*.

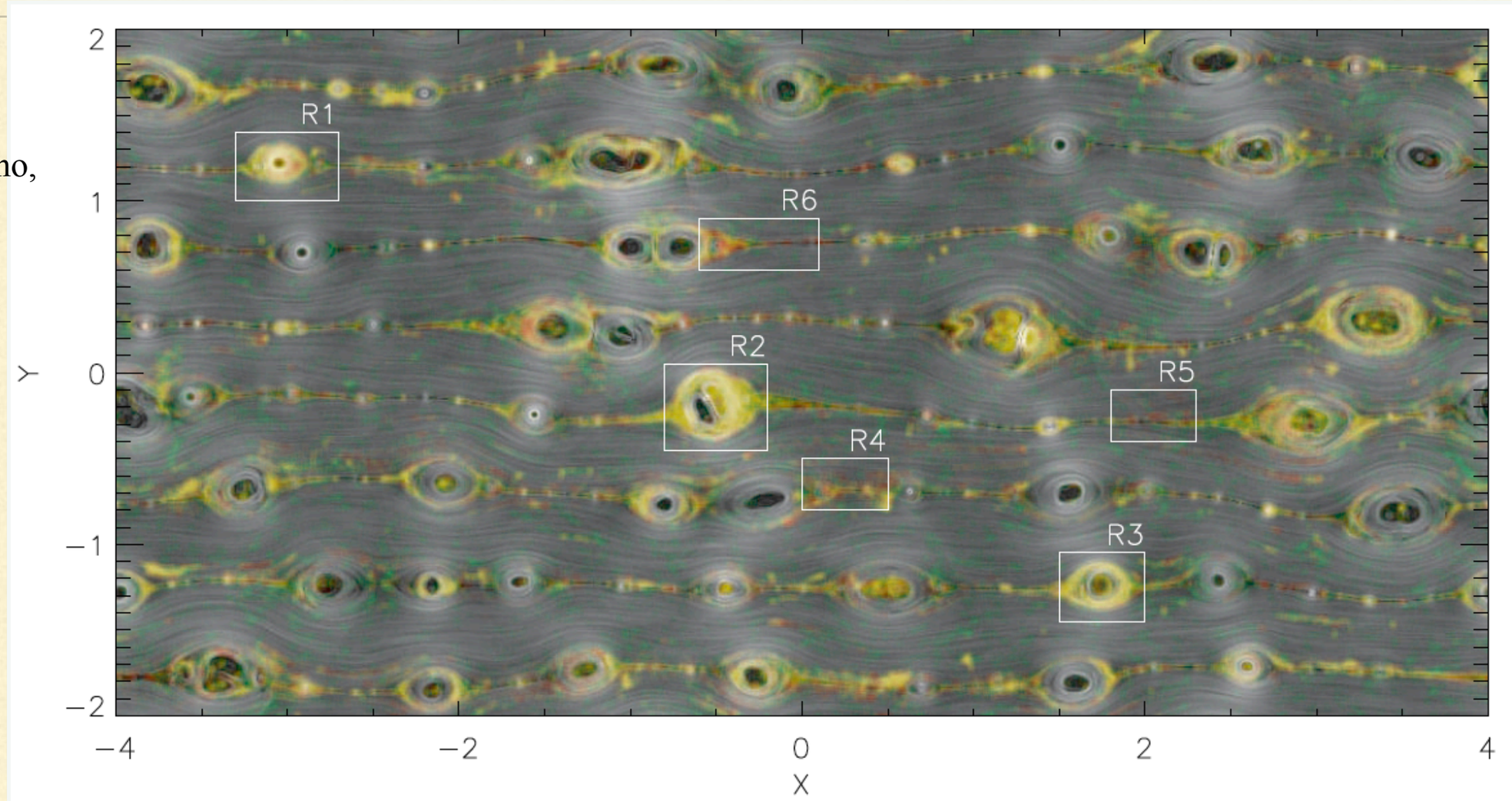


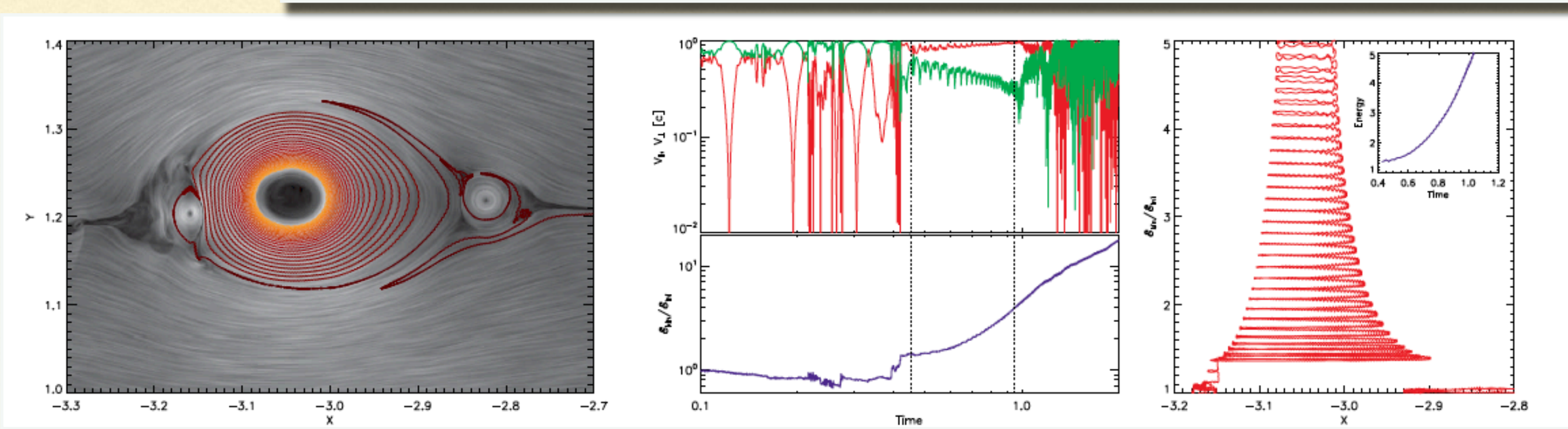


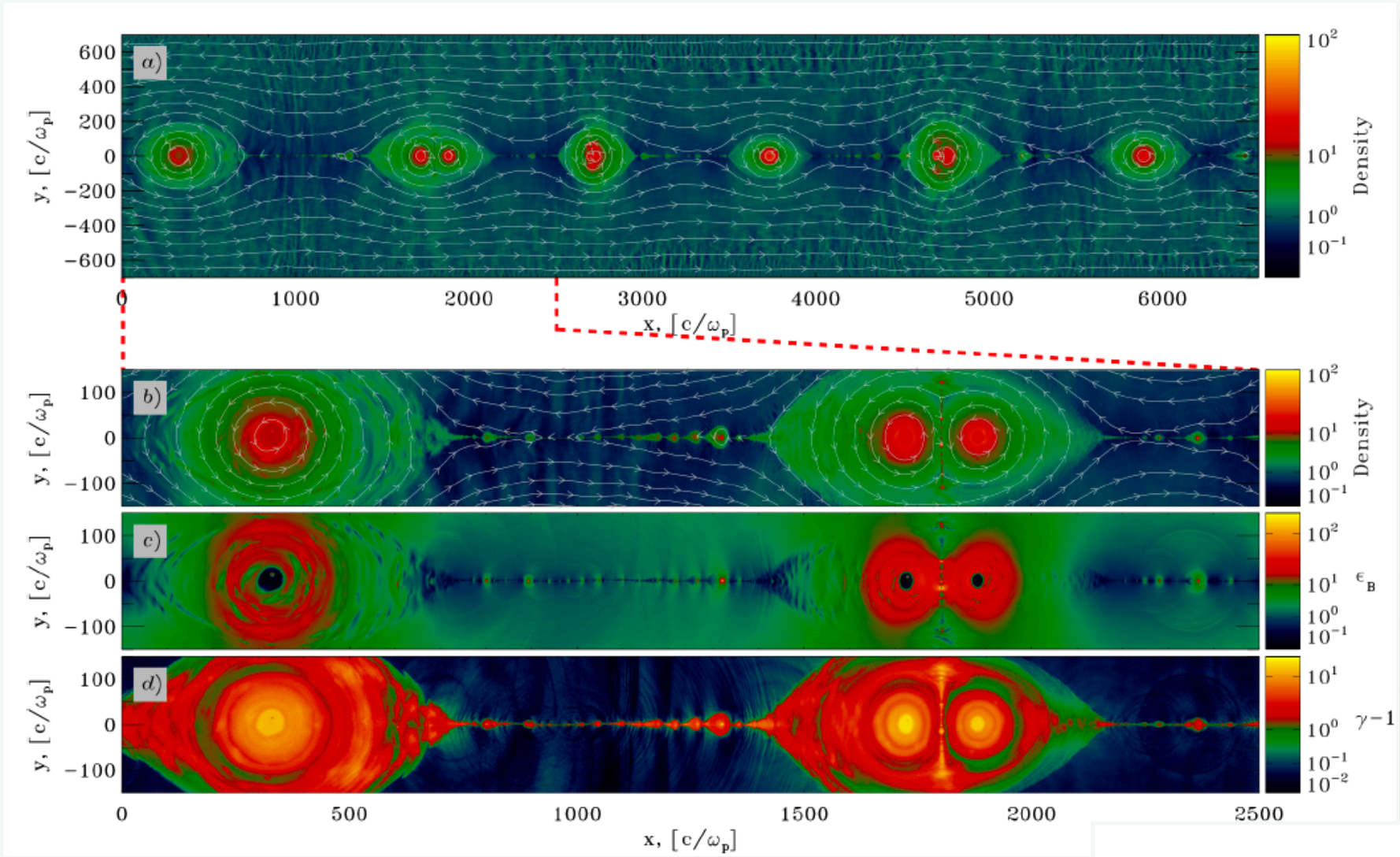
del Valle, Lazarian, Dal Pino, Kowal +

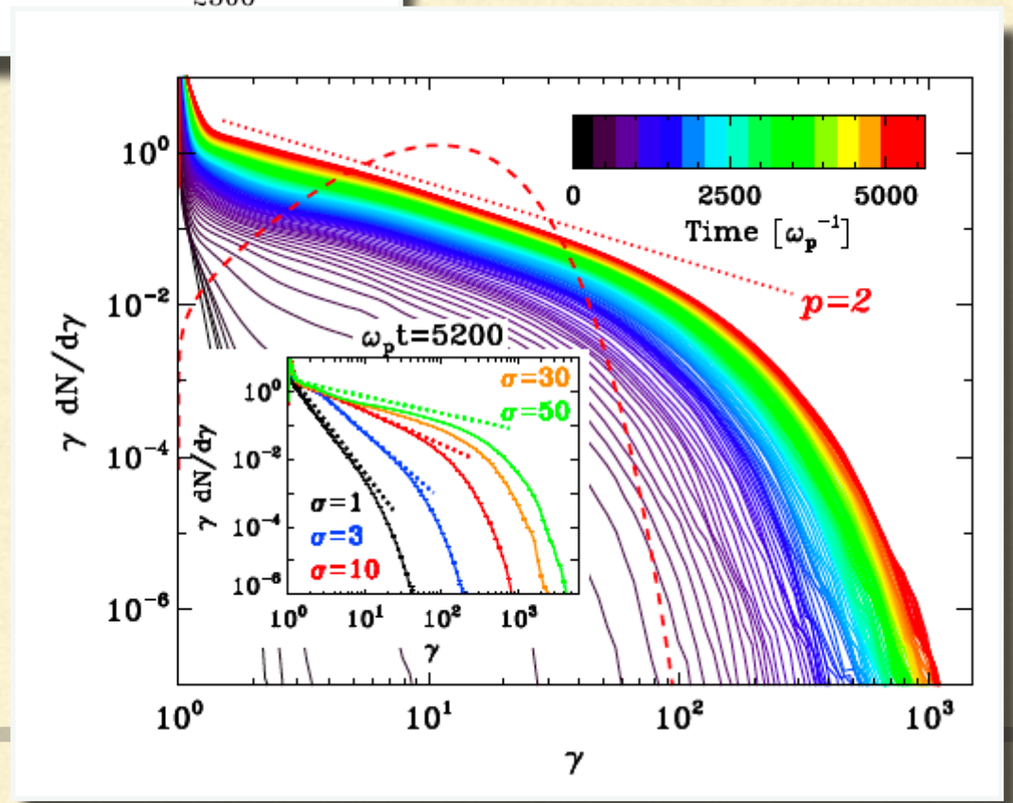


Kowal, Gouveia Dal Pino, Lazarian 2011









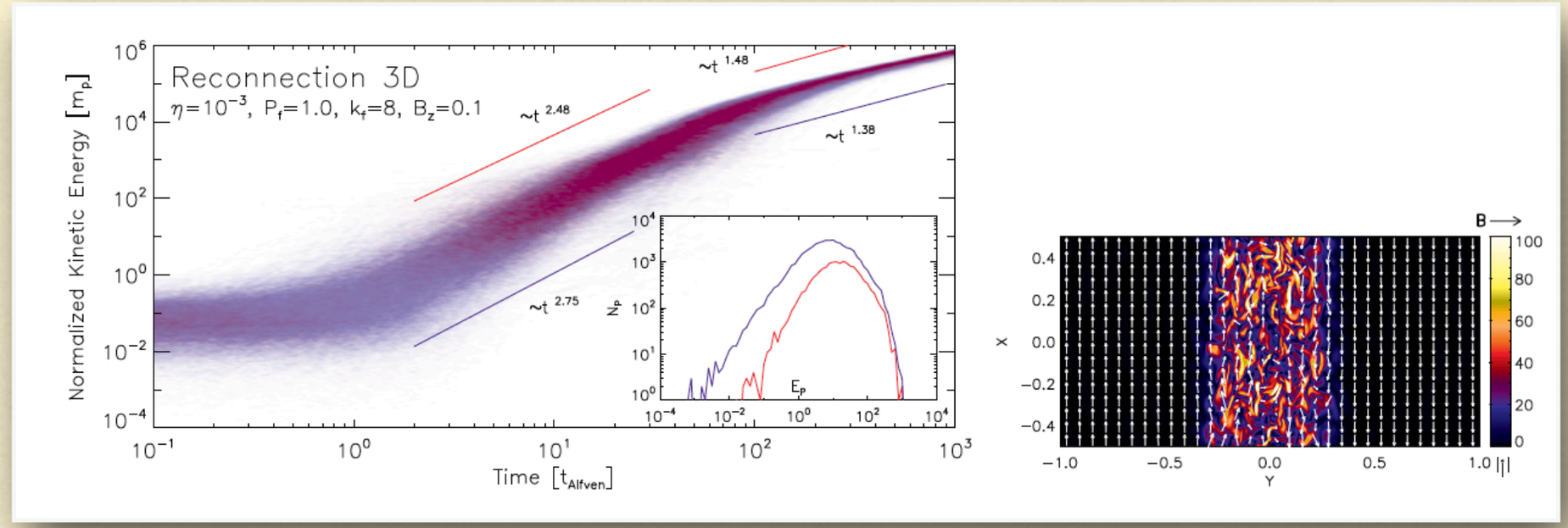
Lorenzo Sironi and Anatoly Spitkovsky, 2014

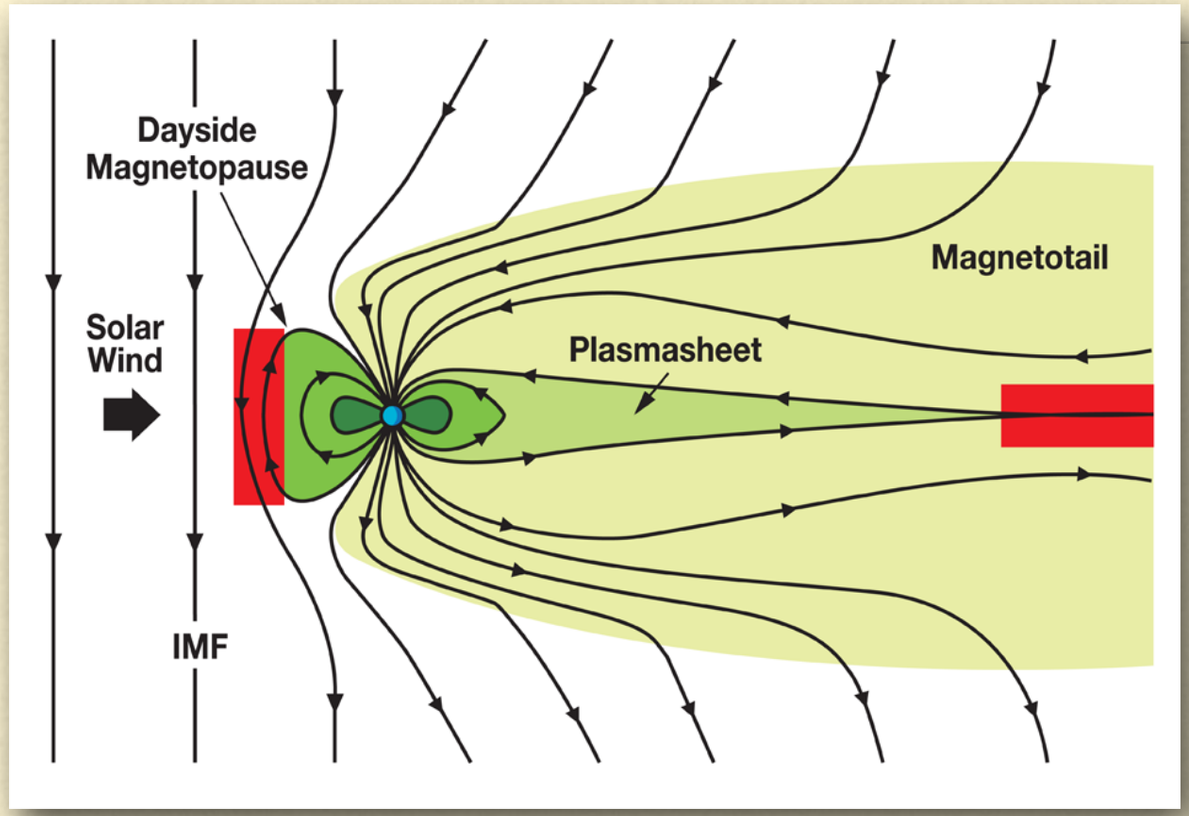
En el escenario de reconexión magnética turbulenta las partículas relativistas son aceleradas en múltiples islas magnéticas. La eficiencia de aceleración resulta del orden de:

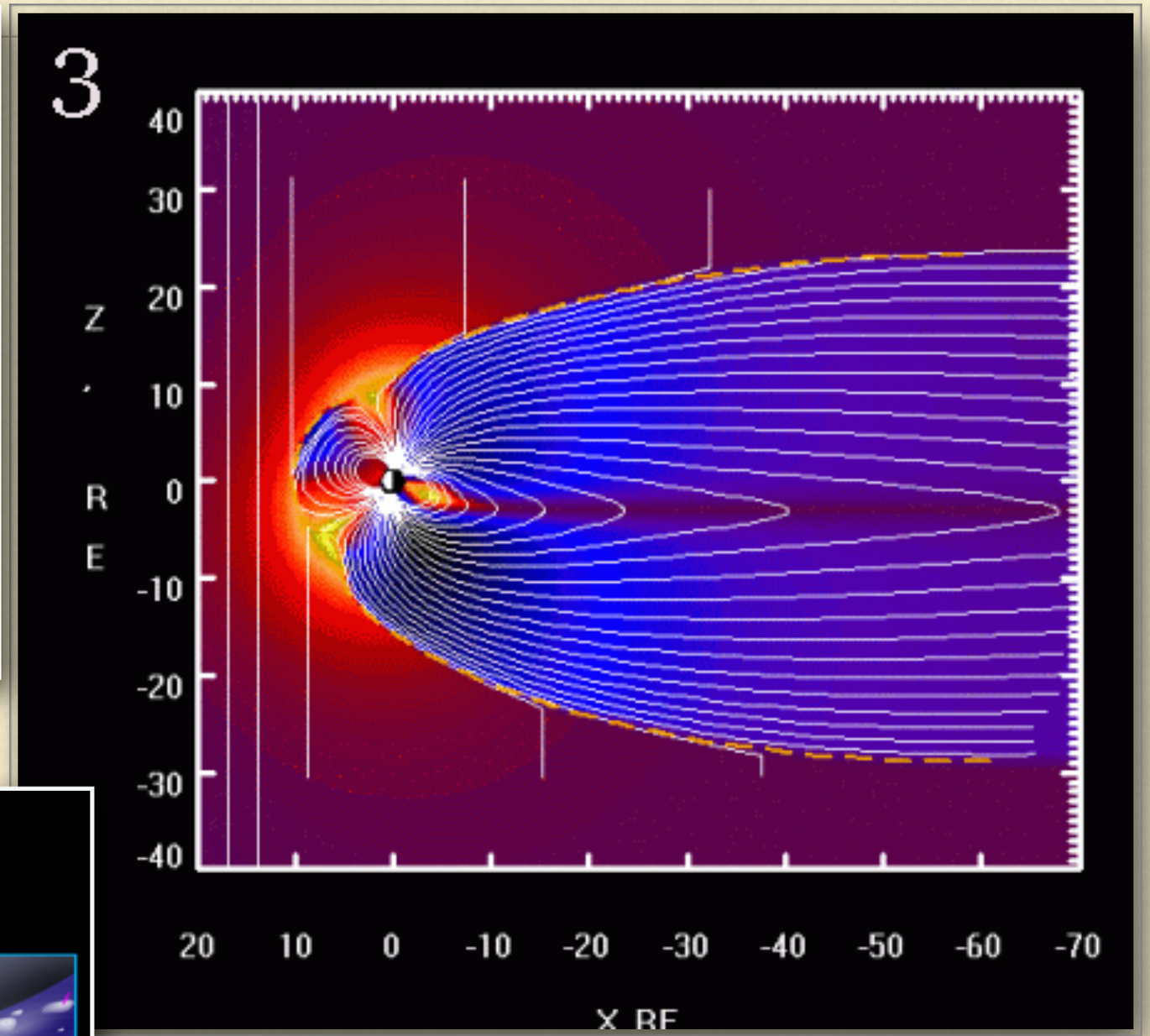
$$\eta_{\rm acel} \sim 0.3 \left(\frac{v_{\rm rec}}{c}\right)^2 ,$$

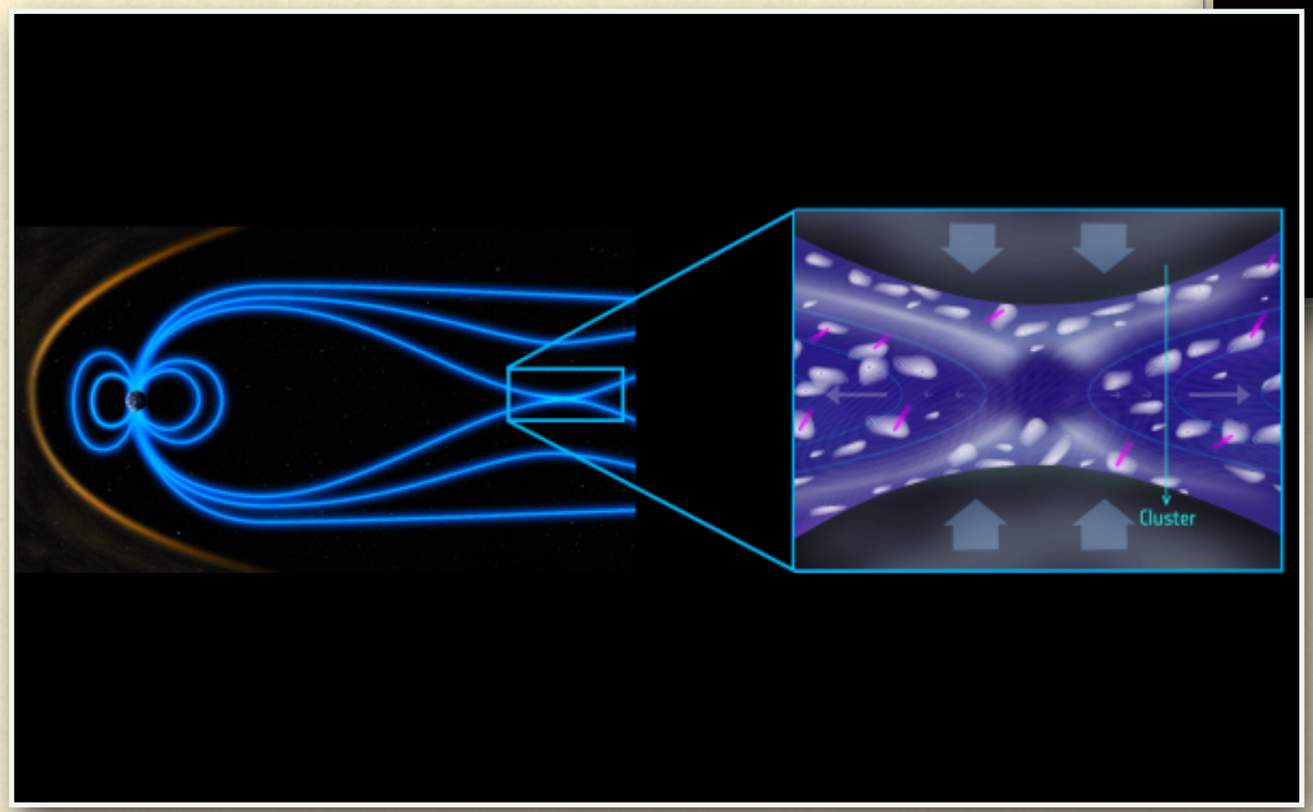
donde $v_{\rm rec} \sim V_{\rm A}$ es la velocidad de reconexión. Dependiendo de las condiciones en el plasma, el índice espectral de lal espectro de partículas resultante puede ser $p < 2.5$.

$$t_{\rm acel}^{-1} = \eta_{\rm acel} \frac{qBc}{E}$$

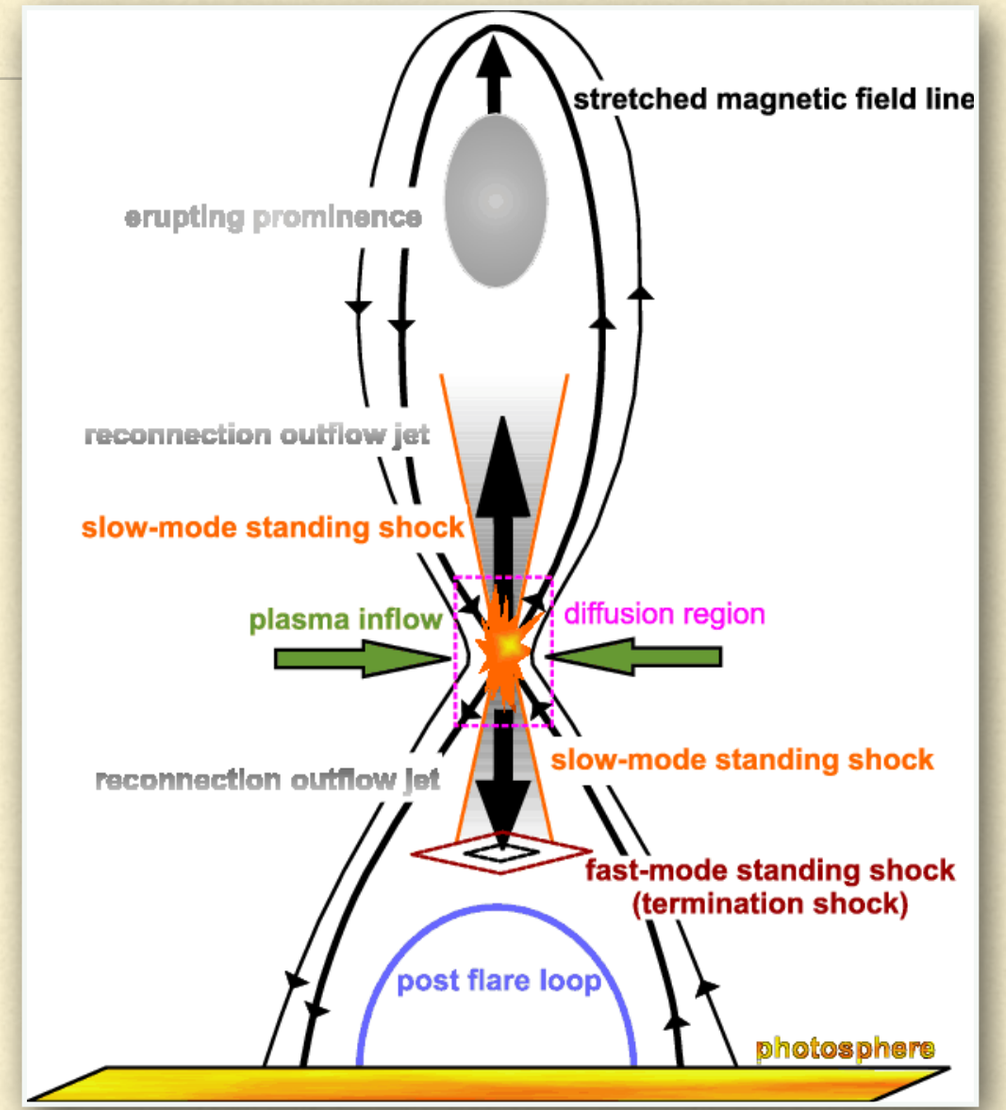


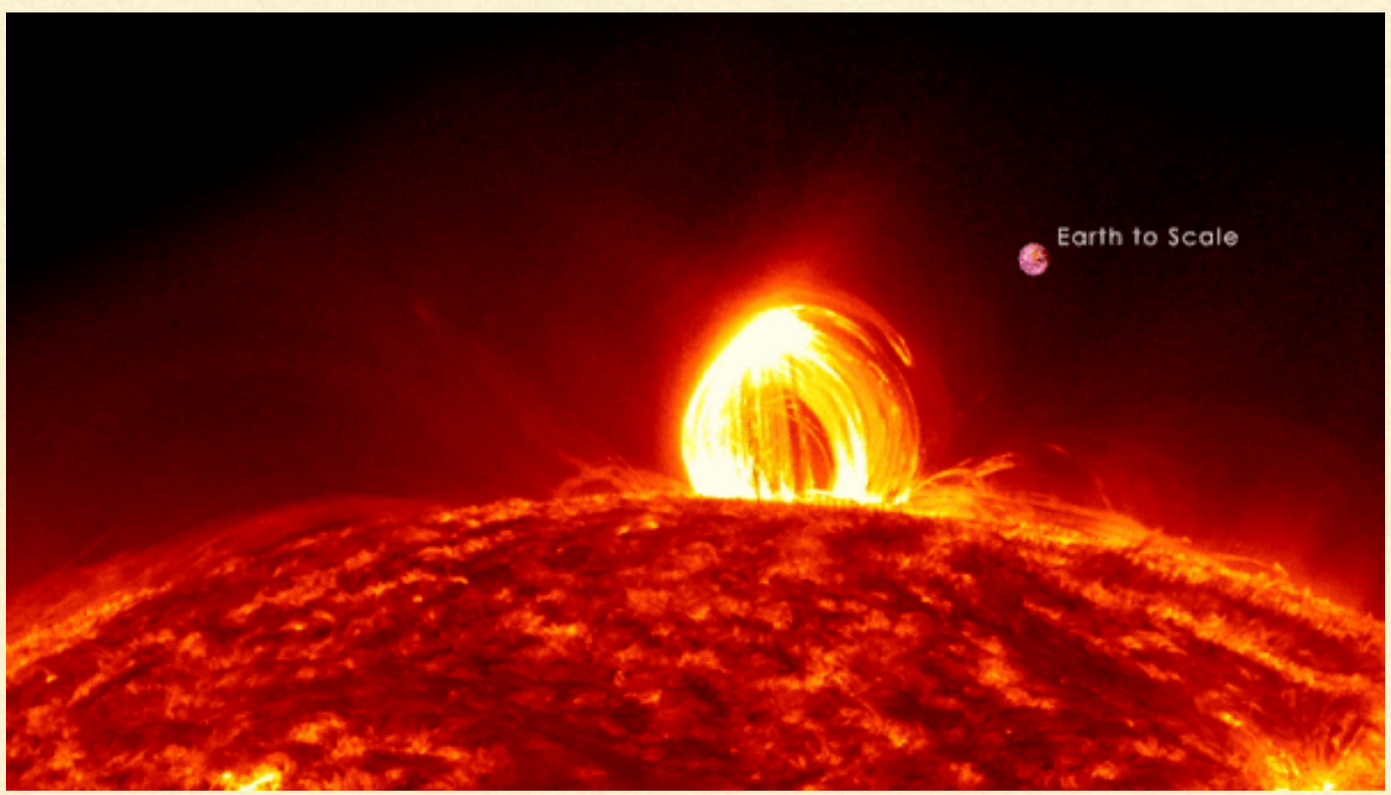

Dayside
Magnetopause
Magnetotail
Solar
Wind
Plasmasheet
IMF

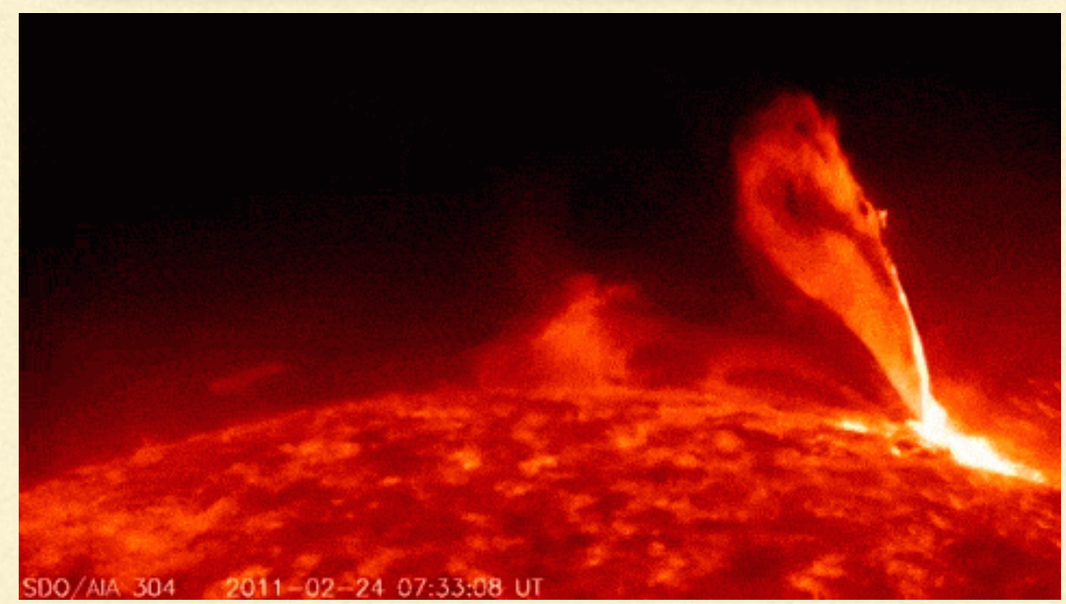

3
Z
R
E
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70

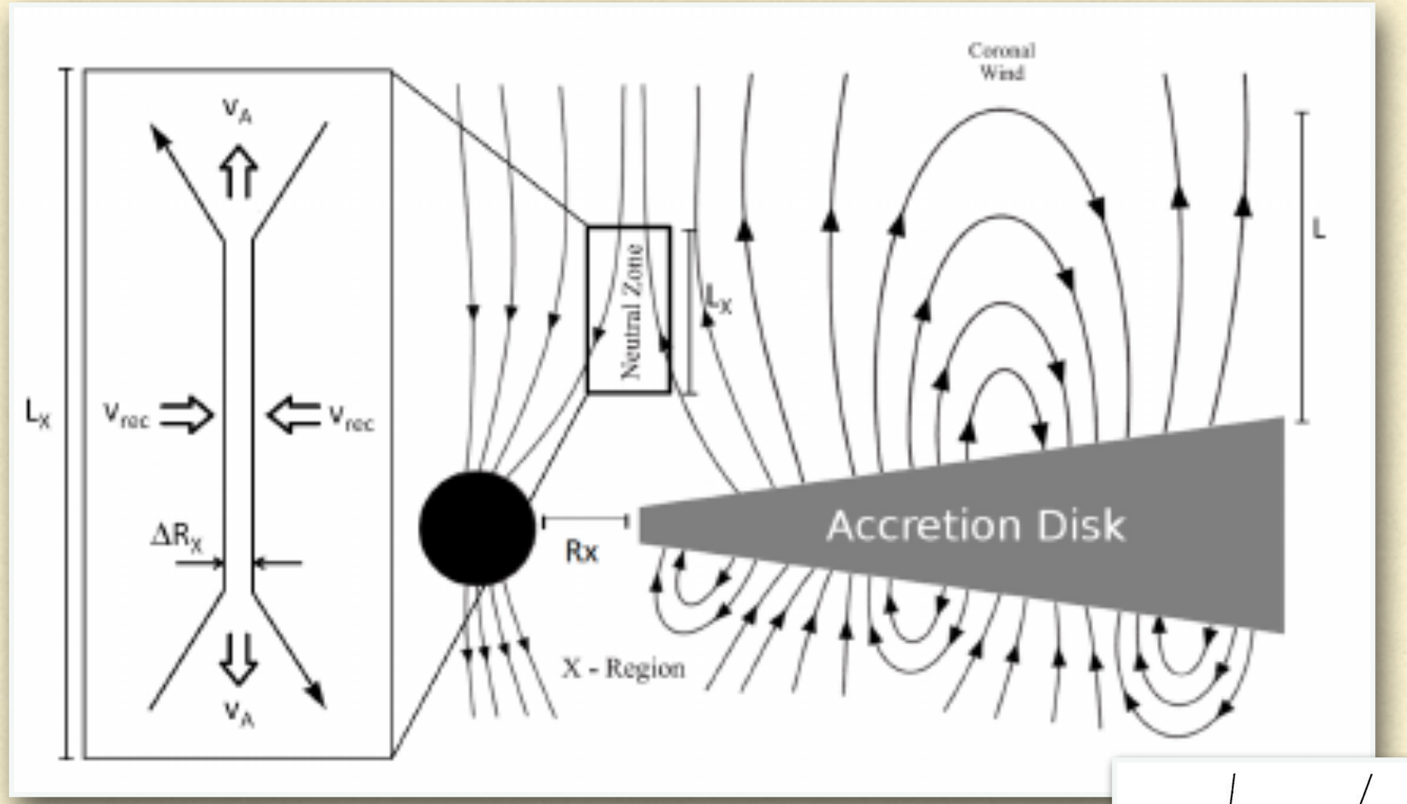

Cluster

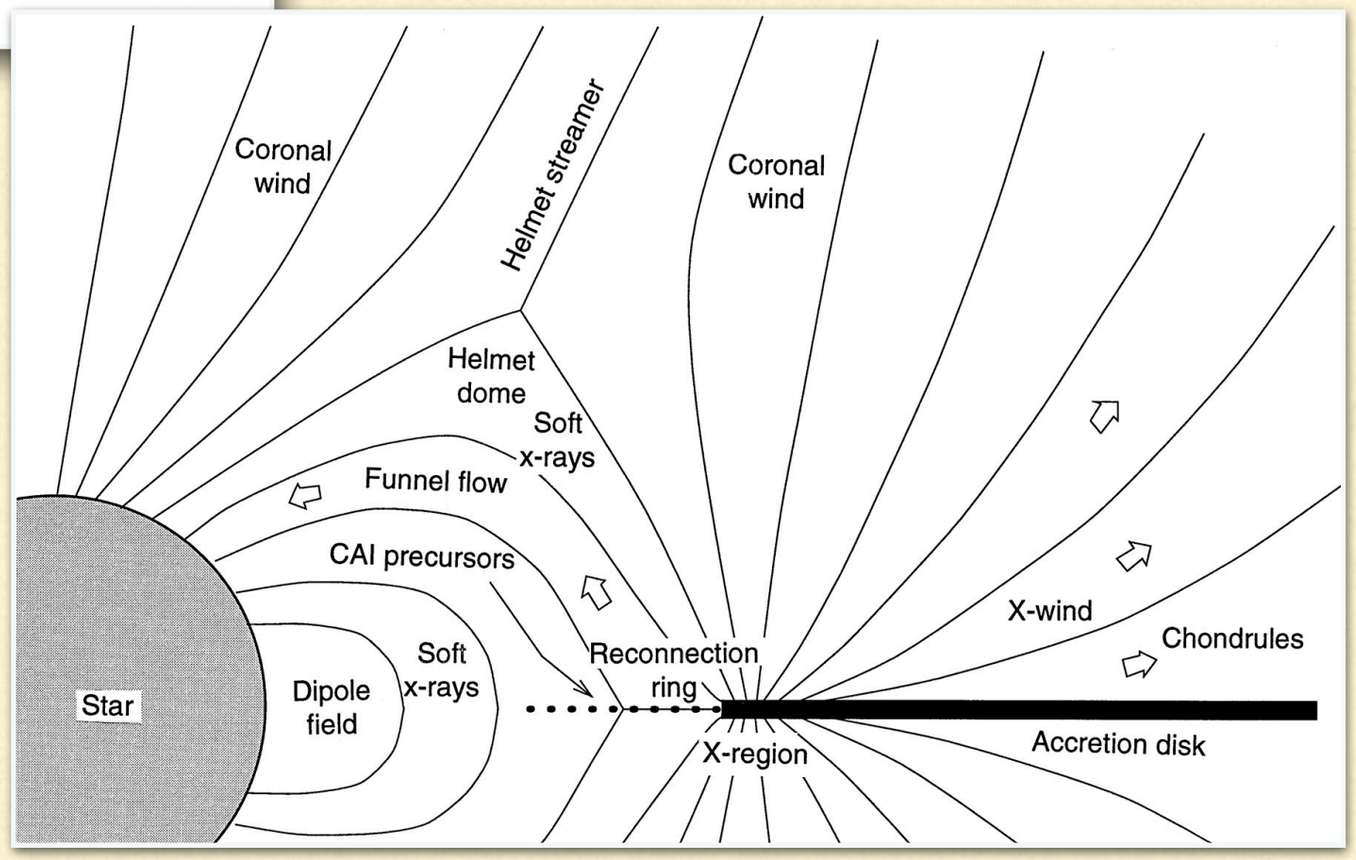
fb.com/ScienceNaturePage
What causes the aurora?


stretched magnetic field line
erupting prominence
reconnection outflow jet
slow-mode standing shock
plasma inflow
diffusion region
reconnection outflow jet
slow-mode standing shock
fast-mode standing shock
(termination shock)
post flare loop
photosphere


Earth to Scale


SDO/AIA 304 2011-02-24 07:33:08 UT



Accreting black holes

Protostars