

# INTRODUCCIÓN A LA ASTROFÍSICA RELATIVISTA

Gustavo E. Romero  
Cursada 2020, FCAyG/UNLP

---

# Procesos radiativos

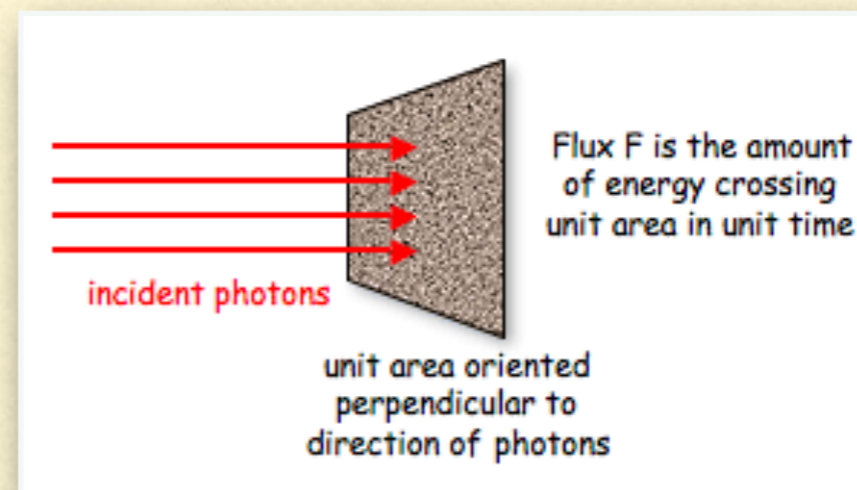
**Intensidad:** número de partículas incidentes por unidad de área, por unidad de ángulo sólido, por unidad de energía y por unidad de tiempo sobre un cierto detector no especificado.

Designaremos a la intensidad de partículas de tipo  $i$  por  $I_i$ . Así, la intensidad de rayos  $\gamma$  es  $I_\gamma$ , la de protones  $I_p$ , etc.

A partir de la intensidad se define el *flujo* de partículas como

$$F = \int_{\Omega} I \cos \theta d\Omega,$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de movimiento de las partículas y la normal al área sobre la que inciden. La integración se hace sobre todo el ángulo sólido subtendido por las partículas.



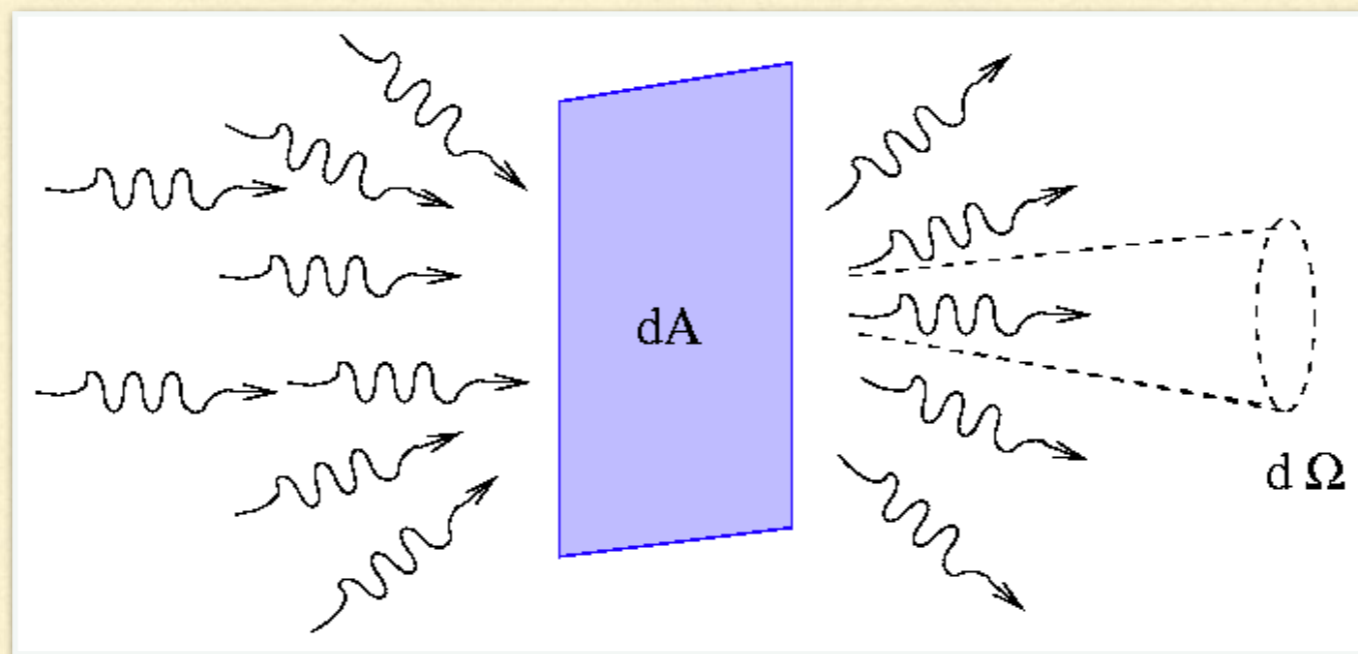
Flujo isotrópico de radiación:

$$F = \pi I,$$

y el número de partículas por unidad de volumen es

$$n = \frac{4\pi}{v} I,$$

donde  $v$  es la velocidad de las partículas. Como nos interesarán partículas relativistas,  $v \approx c$  en la mayoría de los casos.



---

Por lo general las partículas que se detectan no tienen una única energía, así que es conveniente introducir una función *distribución en energías*  $n(E)$ :

$$n(E) = \frac{\text{\# de partículas}}{\text{unidad de volumen} \times \text{unidad de energía}}, \quad [n(E)] = \text{cm}^{-3} \text{erg}^{-1}.$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías entre  $E$  y  $E + dE$  es entonces  $n(E)dE$ , por lo que el número total de partículas por unidad de volumen puede calcularse como

$$n = \int_0^{\infty} n(E)dE, \quad [n] = \text{cm}^{-3}.$$

El número de partículas por unidad de volumen con energías mayores a  $E$  es

$$n(> E) = \int_E^{\infty} n(E')dE',$$

y el correspondiente flujo integrado resulta

$$F(> E) = \int_E^{\infty} F(E')dE'.$$

---

---

La densidad de energía de las partículas es:

$$U = \int_0^{\infty} E n(E) dE, \quad [U] = \text{erg cm}^{-3},$$

por lo que el flujo de energía será

$$S = \frac{c}{4\pi} U \quad [S] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

Finalmente, consideremos una fuente localizada a una distancia  $d$  y que radía isotrópicamente. En ese caso, su *luminosidad* puede definirse como

$$L(> E) = 4\pi d^2 \int_E^{\infty} F(E') dE', \quad [L] = \text{erg s}^{-1}.$$

Para una fuente de radio  $R$  que radía isotrópicamente

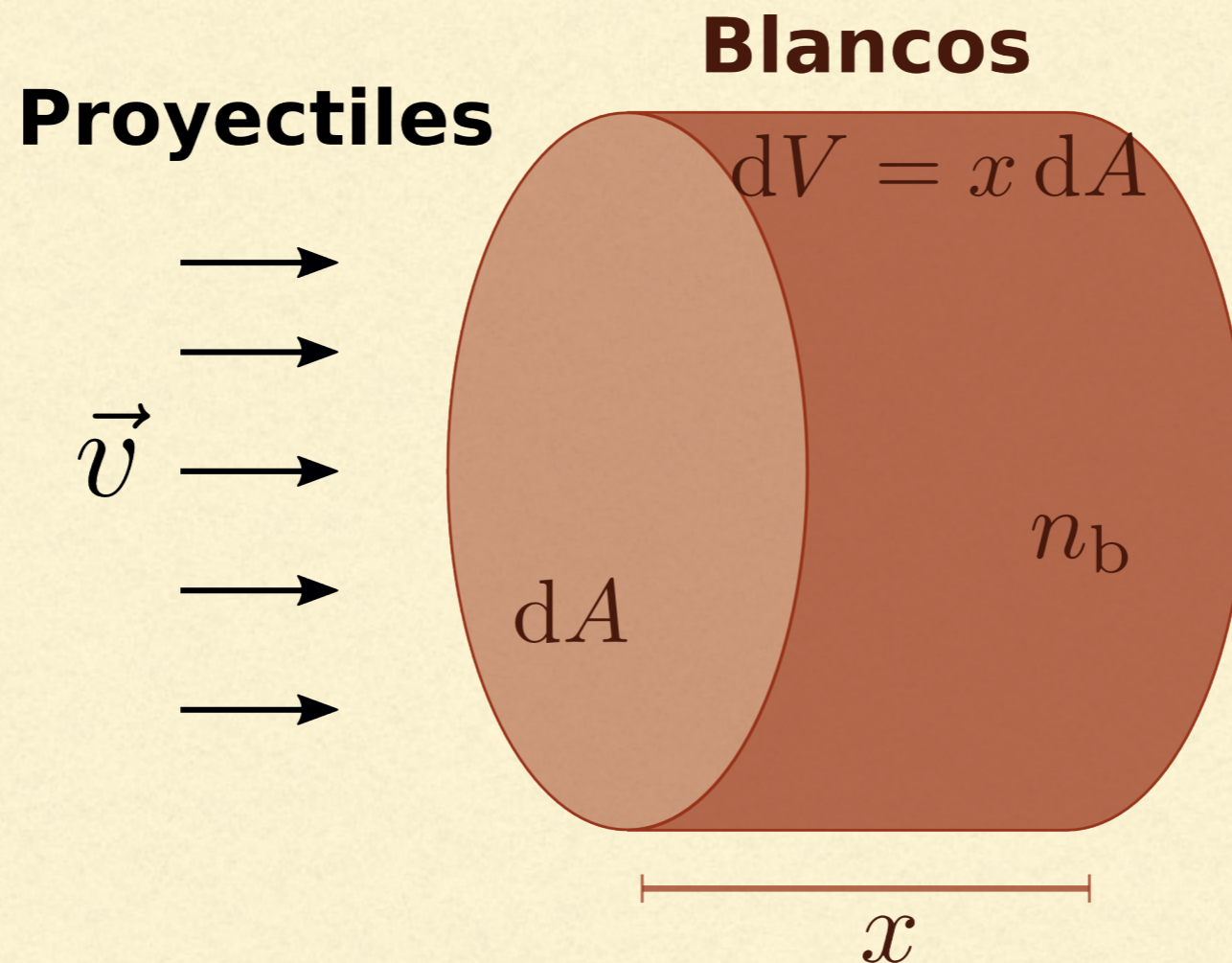
$$L = 4\pi R^2 S.$$

---

---

Introduciremos ahora un concepto de gran importancia, el de **sección eficaz** para una interacción. El número  $dN_i$  de interacciones de tipo  $i$  que ocurren en el intervalo de tiempo  $dt$  en el volumen  $dV$  será proporcional a:

1. el número de partículas de tipo  $b$  que haya en  $dV$ ,
2. el número de partículas incidentes de tipo  $a$  que atraviesan  $dA$  en  $dt$ .



---

Si  $n_b$  es la densidad de partículas de tipo  $b$  en el blanco, y  $n_a$  es la densidad de partículas incidentes de tipo  $a$  en el sistema de referencia del blanco, entonces

$$dN_i = d\sigma_i(n_b dV)(n_a v_a dt).$$

La constante de proporcionalidad  $d\sigma_i$  es la *sección eficaz diferencial*, que caracteriza la probabilidad de interacción de las partículas de tipo  $a$  y  $b$  a través del mecanismo  $i$ .

La *sección eficaz total* (no diferencial)  $\sigma_i$  para la interacción  $i$  es la suma sobre todos los posibles estados (valores de energía y momento y dirección de movimiento) de las partículas después de la interacción. Tiene unidades de área,

$$[\sigma_i] = \text{cm}^2.$$

Tanto  $d\sigma_i$  como  $\sigma_i$  son invariantes relativistas.

La unidad de medida típica para la sección eficaz de interacción entre partículas es el barn (b):

$$\begin{aligned} 1 \text{ b} &= 10^{-24} \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ mb} &= 10^{-27} \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

## Algunas definiciones útiles

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum_i \sigma_i. \quad \text{Sección eficaz total}$$

$$P_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{\text{tot}}}. \quad \text{Probabilidad de interacción } i$$

$$\lambda = (n\sigma)^{-1}. \quad \text{Camino libre medio}$$

$$t_{\text{cool}} = \frac{\lambda}{\kappa v}, \quad \text{Tiempo de enfriamiento}$$

donde  $v$  es la velocidad de la partícula ( $\sim c$  en el caso de partículas relativistas) y  $\kappa$  es la *inelasticidad*, que es la fracción de su energía inicial  $E_0$  que pierde la partícula en una interacción,

$$\kappa = \frac{|\Delta E|}{E_0}.$$

$$t_{\text{cool}}^{-1} = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt},$$

A  $t_{\text{cool}}^{-1}$  se lo suele llamar *tasa de enfriamiento*. Si las partículas pierden energía por más de un proceso, entonces

$$t_{\text{cool}}^{-1} = \sum_i t_{\text{cool},i}^{-1}.$$



---

El proceso de pérdida de energía más relevante será aquel que tenga el **tiempo de enfriamiento más pequeño**. Dependerá tanto de la probabilidad de que la partícula interactúe por ese mecanismo (representada por la sección eficaz) como de cuanta energía pierda la partícula por interacción (inelasticidad).

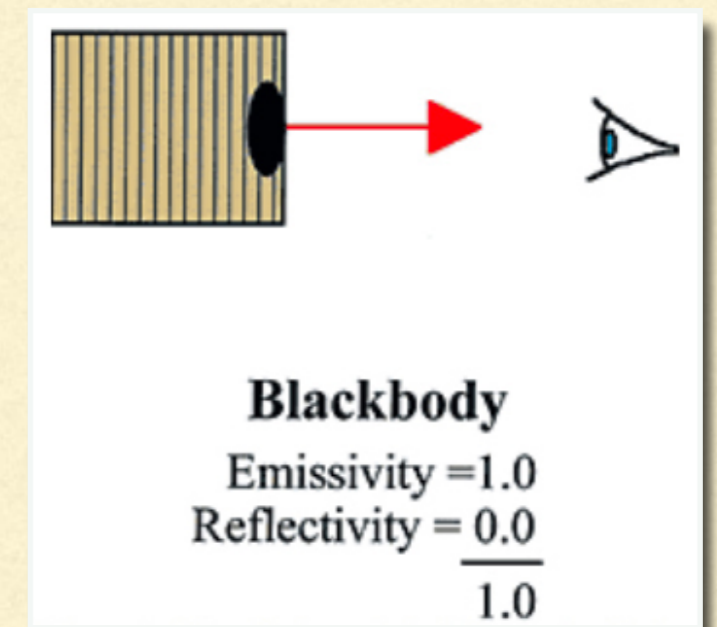
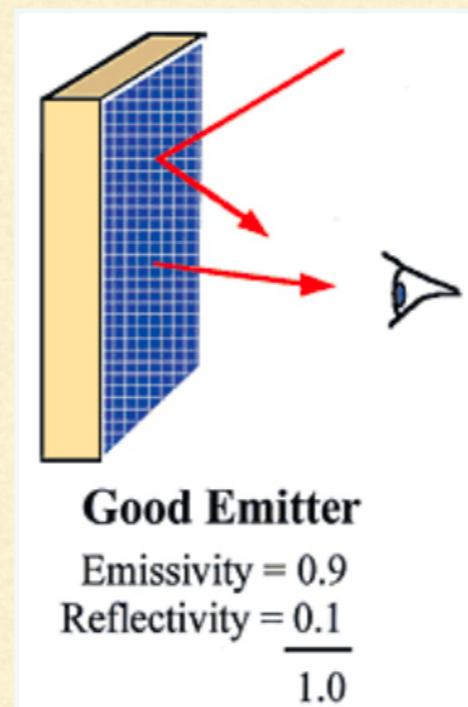
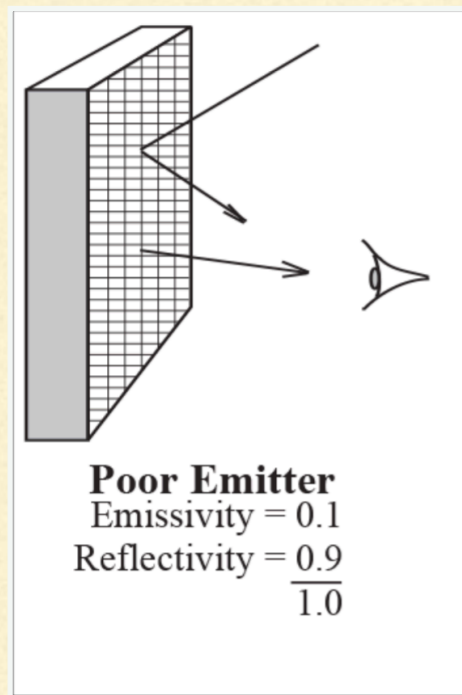
En el caso general, tanto la sección eficaz como el camino libre medio y la inelasticidad **dependerán de la energía** (y eventualmente de la dirección de movimiento) de las partículas. La sección eficaz diferencial dependerá también en general de las propiedades de los blancos.

---

# Emisividad

La **emisividad** de un sistema físico es el número de fotones por unidad de energía, volumen y ángulo solido emitidos en cada punto del sistema a un tiempo  $t$ .

En el sistema cgs sus unidades son  $[q] = \text{erg}^{-1}\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}\text{sr}^{-1}$ .



## Emisividad

$$q_{\gamma}(E_{\gamma}, \Omega_{\gamma}, \vec{r}) = \oint d\Omega_a \int dE_a \oint d\Omega_b \int dE_b n_a(E_a, \Omega_a, \vec{r}) n_b(E_b, \Omega_b, \vec{r}) \times \\ v_r (1 - \vec{\beta}_a \cdot \vec{\beta}_b) \frac{d\sigma}{dE_{\gamma} d\Omega_{\gamma}},$$

donde  $v_r$  es la velocidad relativa entre partículas y blancos y la sección eficaz (doble) diferencial depende, en general, de  $E_{a,b}$ ,  $\psi$ ,  $E_{\gamma}$  y  $\Omega_{\gamma}$ . La emisividad representa el número de fotones por unidad de energía, volumen y ángulo sólido emitidos en  $\vec{r}$  a tiempo  $t$ ; en el sistema cgs sus unidades son  $[q_{\gamma}] = \text{erg}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{sr}^{-1}$ .

A partir de la emisividad definimos la **luminosidad específica**  $L_{\gamma}$  integrando sobre el volumen de la región de emisión:

$$E_{\gamma} L_{\gamma}(E_{\gamma}) = 4\pi E_{\gamma}^2 \int_V q_{\gamma}(E_{\gamma}, \vec{r}) dV.$$

donde se supuso que la emisividad es isotrópica. La luminosidad integrada tiene unidades de potencia,  $[L] = \text{erg s}^{-1}$ , mientras que las unidades de la luminosidad específica son  $[L_{\gamma}(E_{\gamma})] = \text{erg s}^{-1} \text{erg}^{-1}$ .

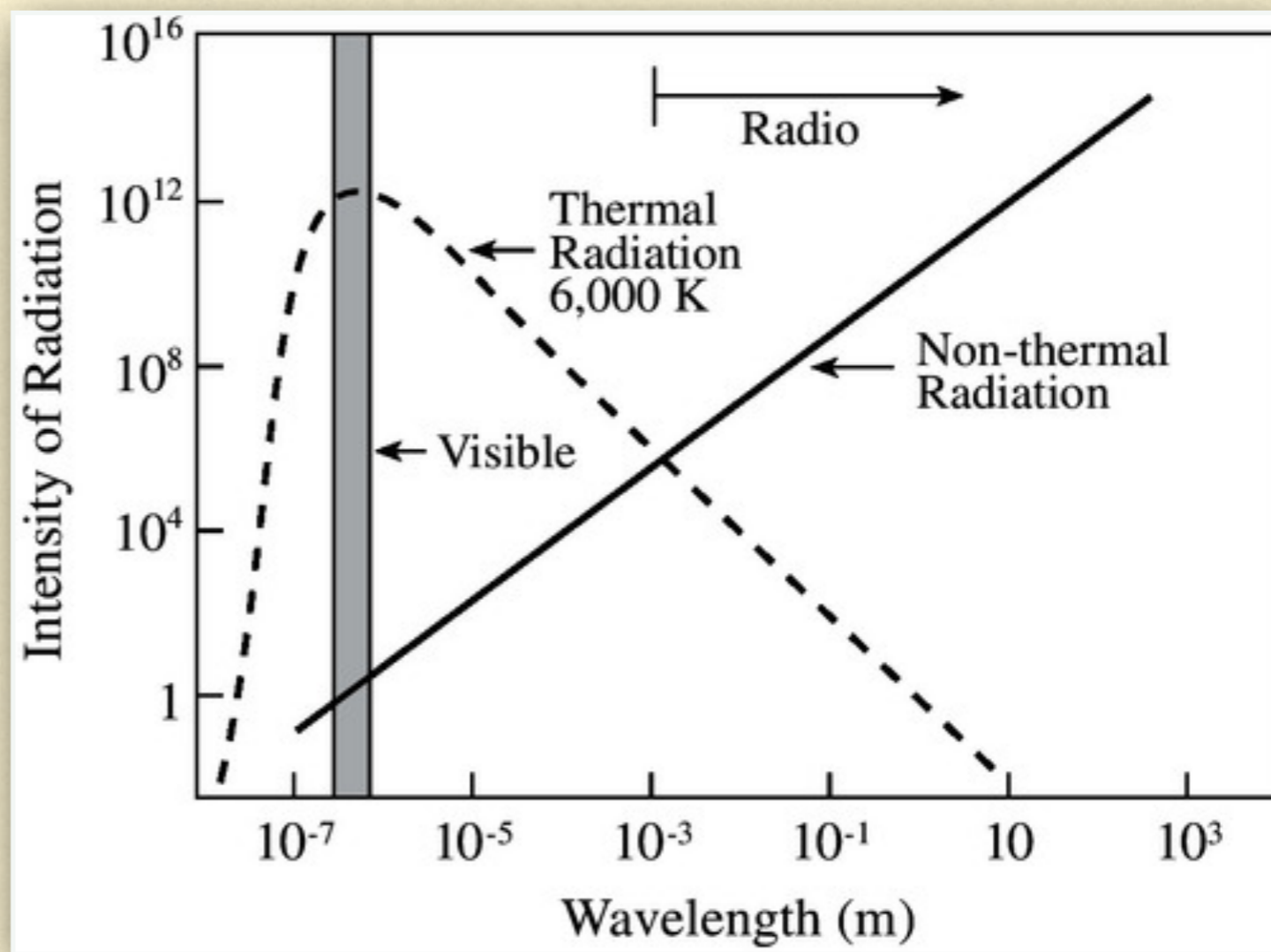
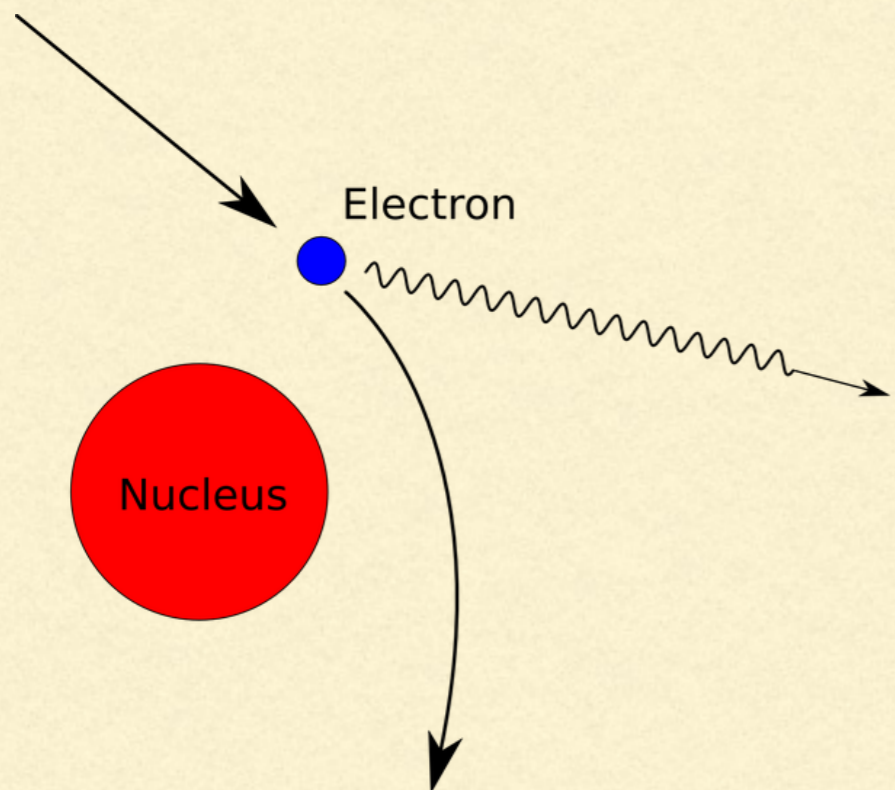
---

## Radiación térmica

La forma más sencilla de producir radiación electromagnética es calentando un gas. Al hacerlo, la agitación térmica del gas aumenta y las partículas cargadas (generalmente electrones) son aceleradas en interacciones coulombianas (generalmente con núcleos atómicos) en el gas. Así, estas partículas producen emisión libre-libre (o *Bremsstrahlung*); como el gas está en equilibrio termodinámico, la emisión tiene un espectro térmico.

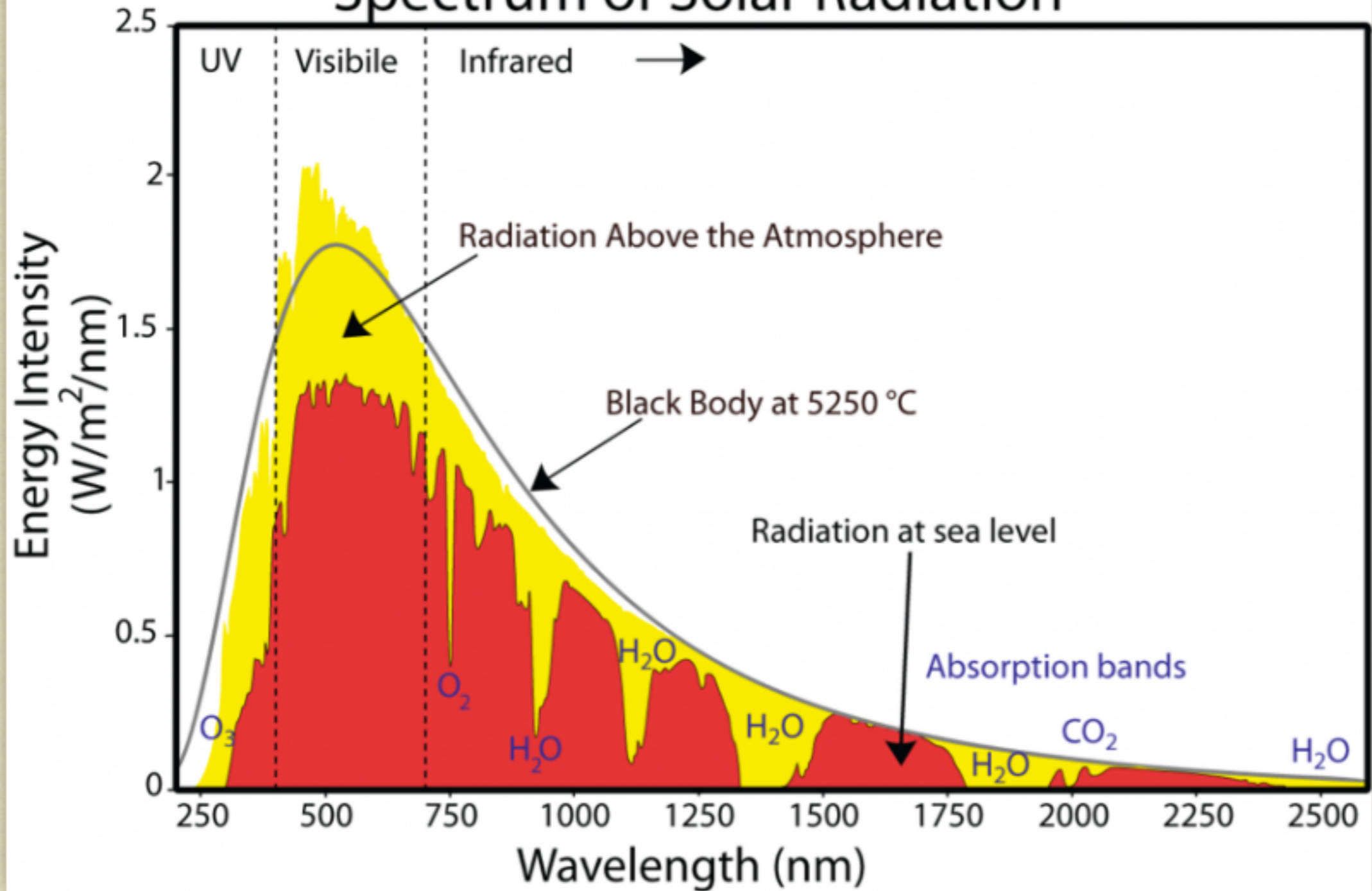
Un caso particular aplicable a muchos objetos astronómicos es el de un *cuerpo negro*, que es un absorbente radiativo perfecto en equilibrio termodinámico a una temperatura  $T$  (o sea, un plasma ópticamente grueso).

---



$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}a^2$$

# Spectrum of Solar Radiation



---

El espectro de emisión de un cuerpo negro en función de la energía está dado por la distribución de Planck:

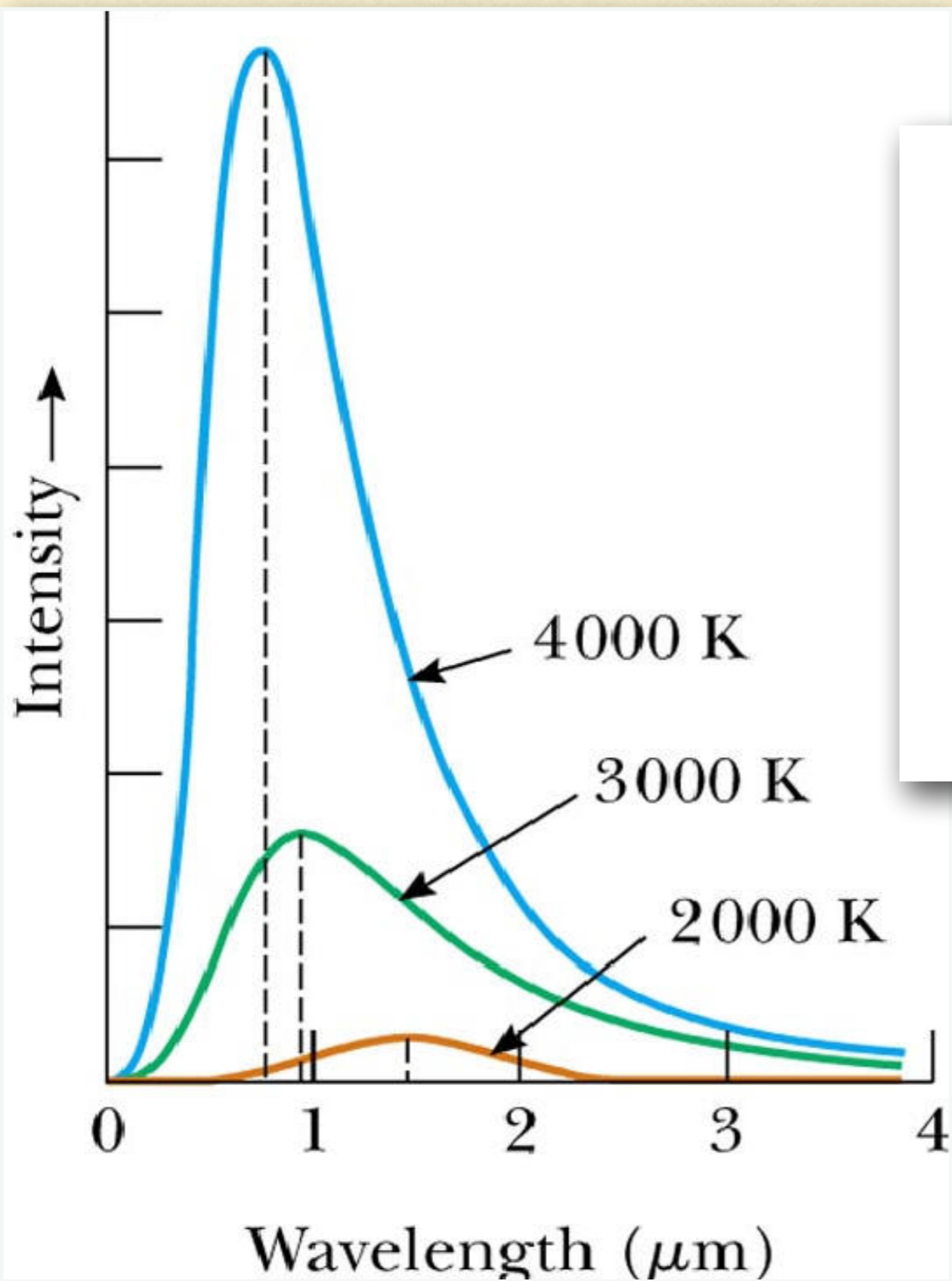
$$n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) = \frac{8\pi}{h^3 c^3} \left[ \frac{E_{\text{ph}}^2}{\exp(E_{\text{ph}}/kT) - 1} \right], \quad [n_{\text{BB}}] = \text{erg}^{-1} \text{cm}^{-3}.$$

El máximo de la distribución de Planck ocurre para

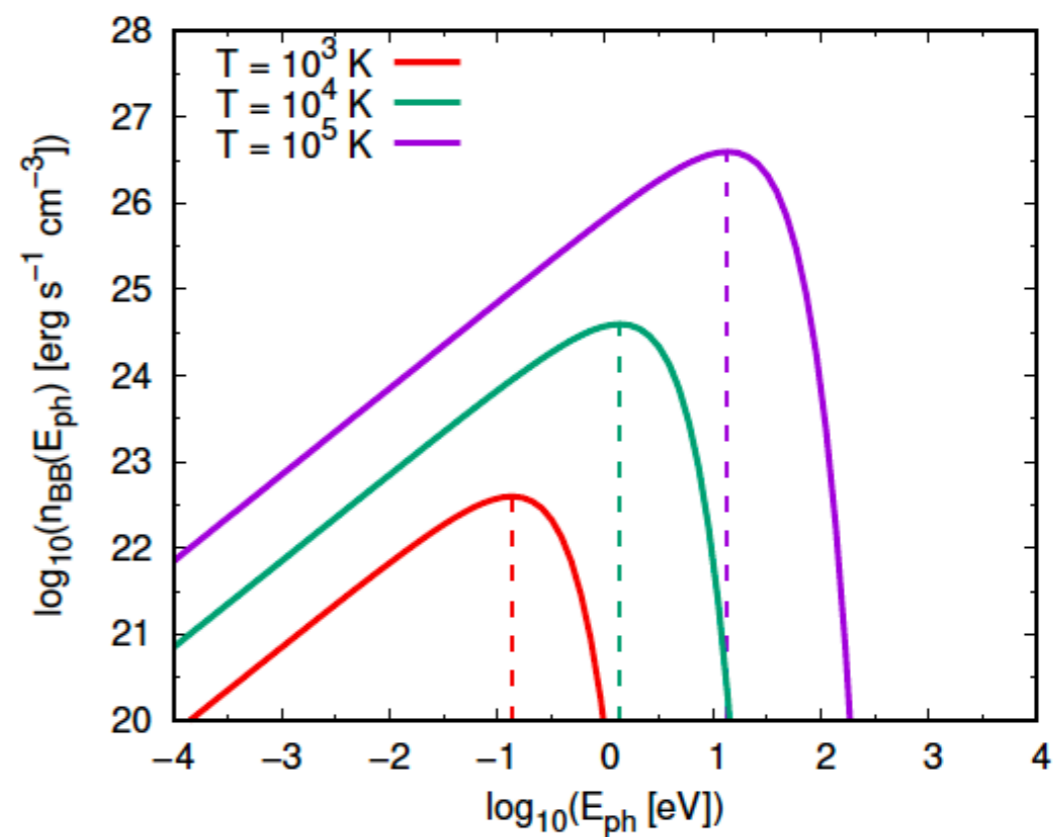
$$E_{\text{ph, max}} \approx 1.59 kT \approx 1.37 \times 10^{-10} \left( \frac{T}{\text{K}} \right) \text{MeV}.$$

Esta es la llamada Ley de desplazamiento de Wien,  $E_{\text{ph, max}} \propto T$ .

---



BB





---

La energía media  $\langle E_{\text{ph}} \rangle$  de los fotones emitidos por un cuerpo negro puede obtenerse dividiendo la densidad de energía

$$U_{\text{BB}} = \int_0^{\infty} E_{\text{ph}} n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}},$$

por el número total de fotones por unidad de volumen

$$N_{\text{BB}} = \int_0^{\infty} n_{\text{BB}}(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}.$$

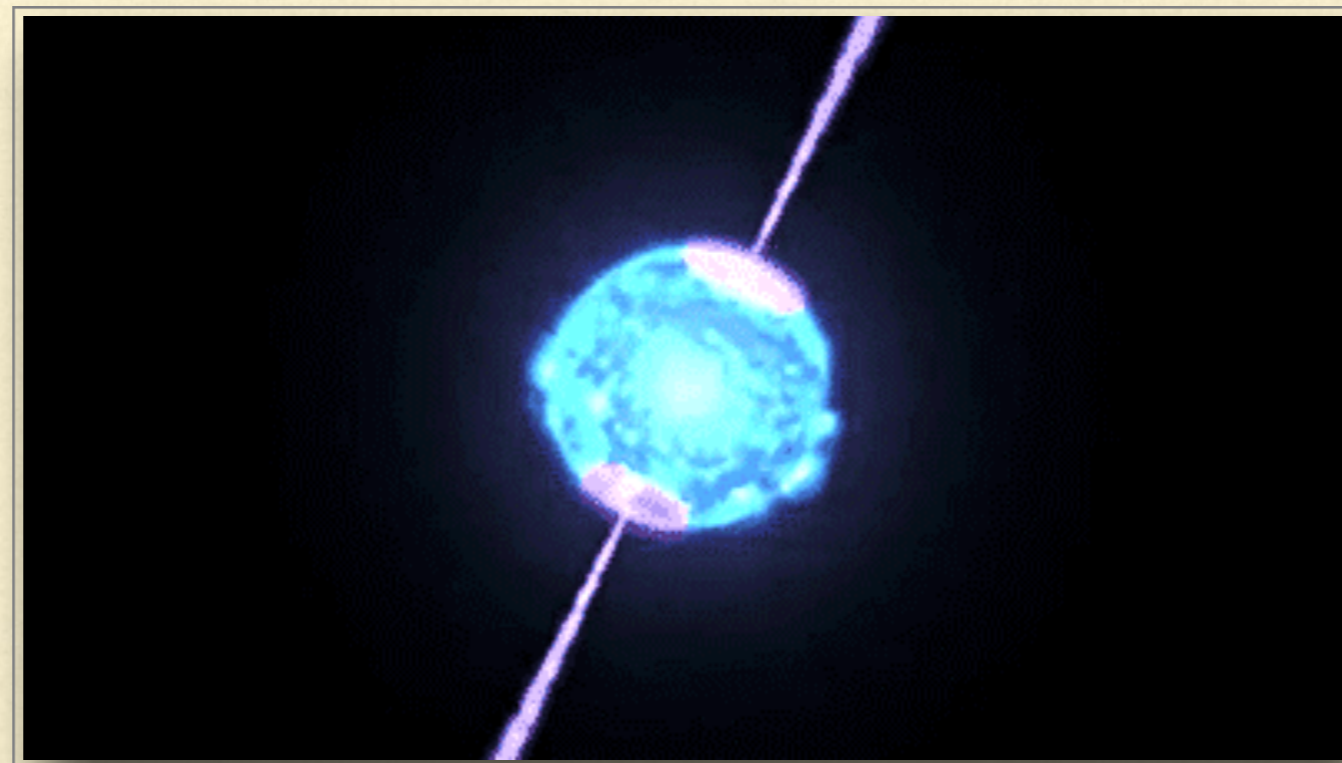
Luego,

$$\langle E_{\text{ph}} \rangle = 2.7 kT \approx 2.3 \times 10^{-10} \left( \frac{T}{\text{K}} \right) \text{ MeV}.$$

---

Para obtener fotones con energías medias de 1 GeV por radiación de cuerpo negro, las temperaturas deben ser del orden de  $T \sim 10^{13}$  K. Estas temperaturas no pueden hallarse en objetos astrofísicos usuales. Solo son posibles durante breves lapsos en eventos explosivos, como las erupciones de rayos (*Gamma-Ray Bursts*, GRB) o el *Big Bang*.

La densidad de fotones de una fuente tipo cuerpo negro con esa temperatura es extremadamente alta:  $N_{\text{BB}} \sim 4.6 \cdot 10^{46} \text{ cm}^{-3}$ .



---

Fuentes donde la temperatura llegue a  $10^{10}$  K o más no pueden generar rayos gamma ya que los fotones térmicos se aniquilan.

El camino libre medio de un fotón en un medio de densidad  $n_\gamma$  es

$$\lambda_\gamma \sim (n_\gamma \sigma_{\gamma\gamma})^{-1},$$

donde  $\sigma_{\gamma\gamma}$  es la sección eficaz para la aniquilación de dos fotones en un par electrón-positrón,  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ . Para un valor típico de la sección eficaz  $\sigma_{\gamma\gamma} \sim \sigma_T \sim 10^{-24} \text{ cm}^2$ ,

$$\lambda_\gamma \ll 1 \text{ cm.}$$

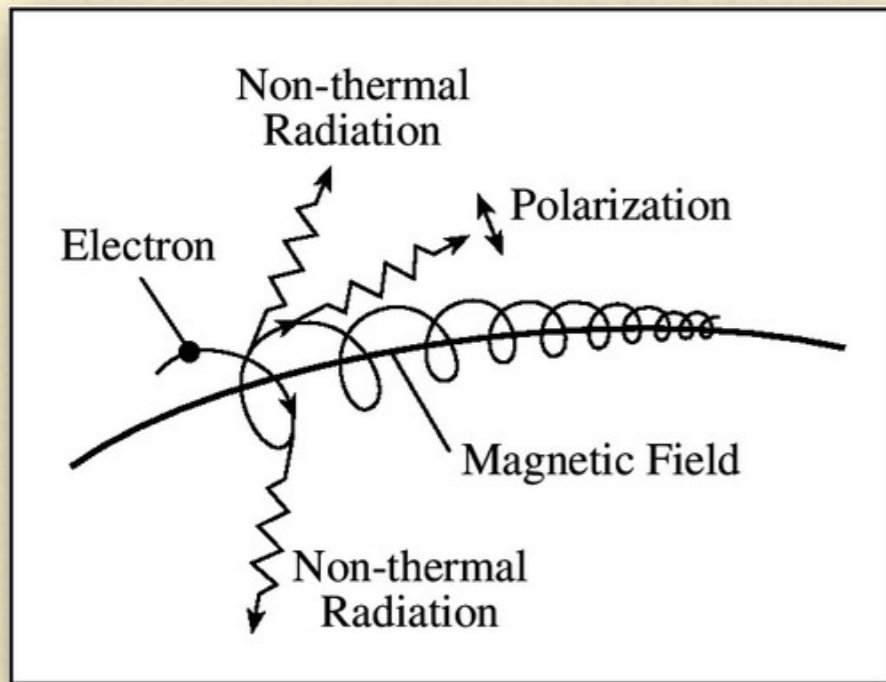
Luego, la fuente será auto-absorbida y los fotones no podrán escapar de ella.

Luego, **los rayos gamma de energías por arriba del MeV son no-térmicos.**

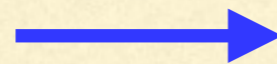
---

# Radiación sincrotrón

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}a^2$$



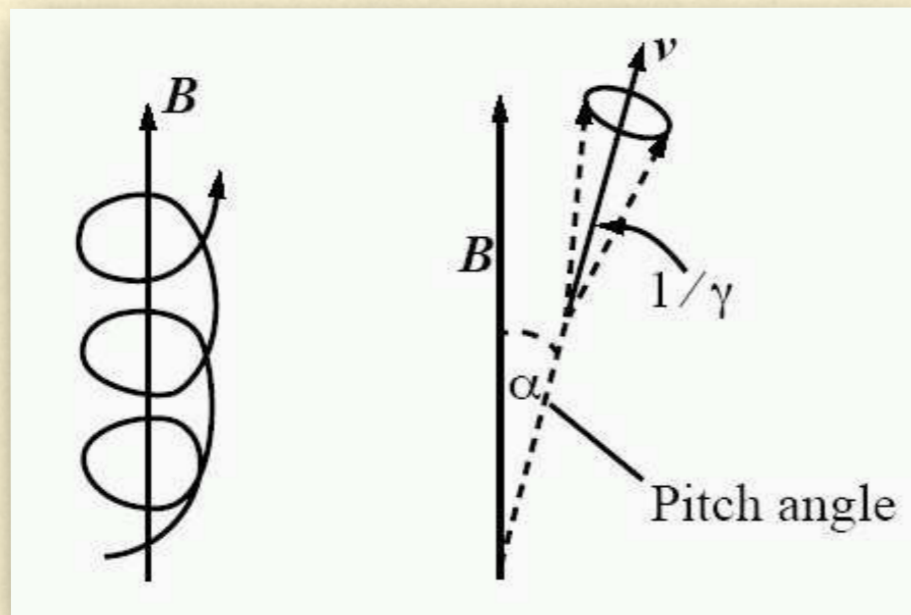
$$a = \frac{1}{m_e} \frac{dp}{d\tau} = \frac{\gamma}{m_e} \frac{d(\gamma m_e v)}{dt} = \gamma^2 \frac{v^2}{r_g}$$



$$P = \frac{2e^2}{3c^3} \left( \gamma^2 \frac{v^2}{r_g} \right)^2 = \frac{2e^2}{3c^3} \gamma^4 \frac{v^4}{r_g^2} = \frac{2e^2 c}{3r_g^2} \gamma^4$$

$$r_g = \frac{\gamma m_e c^2}{eB}$$

$$P = \frac{2e^4}{3m_e^2 c^3} \gamma^2 B^2$$



$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$$

$$P = \frac{2}{3} \left( \frac{m_e}{m} \right)^2 c r_e^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha.$$

---


$$P_{\text{sincr}} = - \left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sincr}} = - \frac{2}{3} \left( \frac{m_e}{m} \right)^2 c r_e^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha. \quad \text{Pérdidas}$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \sim 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2.$$

Promediando sobre el ángulo  $\alpha$  suponiendo una distribución isotrópica ( $P(\alpha)d\alpha = 1/2 \sin \alpha d\alpha$ ,  $\alpha \in [0, \pi]$ ):

$$\begin{aligned} \left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sincr}} &= - \frac{4}{3} \left( \frac{m_e}{m} \right)^2 c \sigma_T U_{\text{mag}} \gamma^2 \\ \left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sincr}} &\approx -6.6 \times 10^{-4} \left( \frac{m_e}{m} \right)^2 \left( \frac{B}{\text{G}} \right)^2 \gamma^2 \text{ eV s}^{-1} \end{aligned}$$

donde  $U_{\text{mag}} = B^2/8\pi$  es la densidad de energía magnética.

---

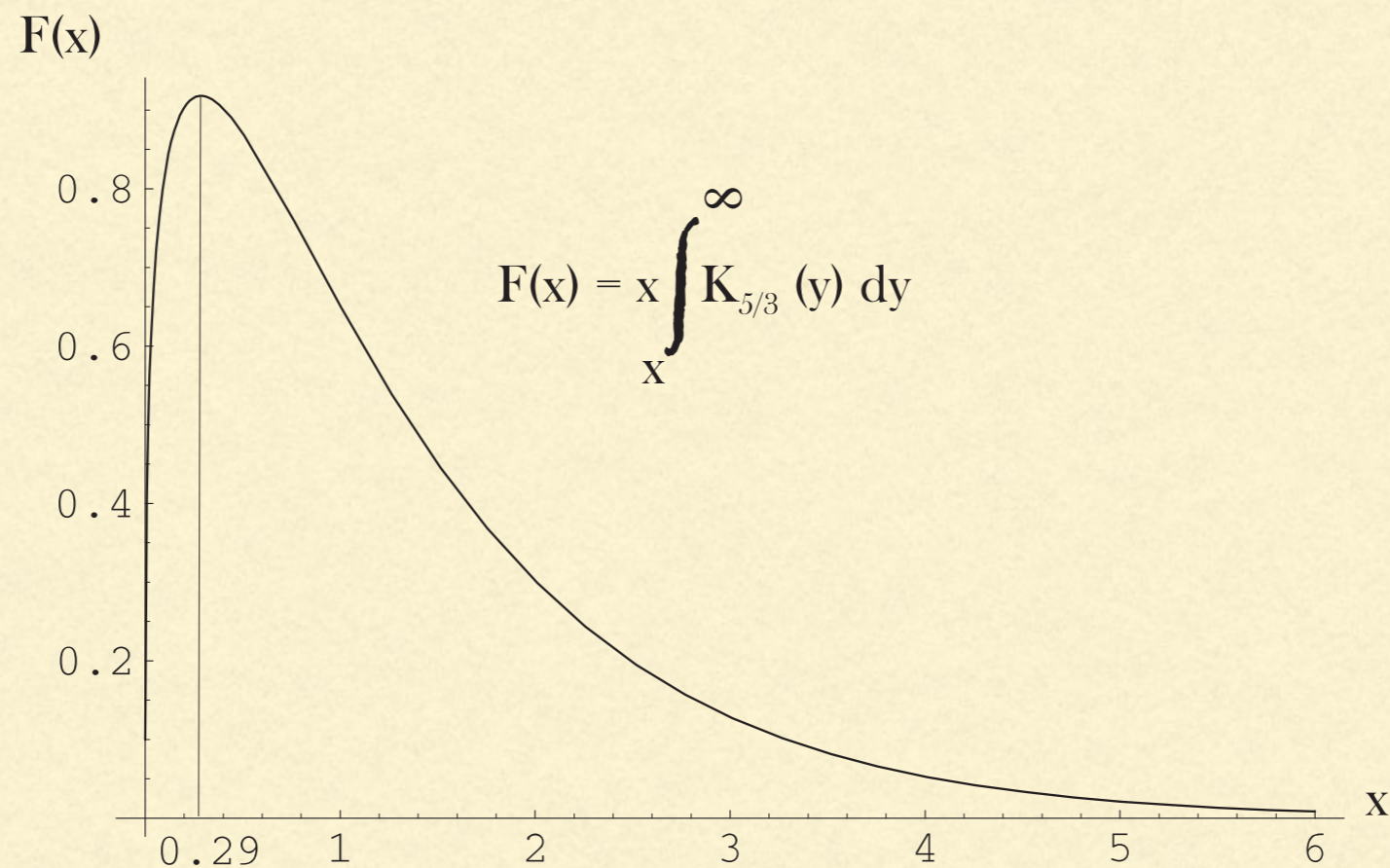
---

La emisión no es monoenergética; su distribución en energía está dada por

$$P(\gamma, E_{\text{ph}}, \alpha) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \alpha}{hmc^2} \frac{E_{\text{ph}}}{E_c} \int_{E_{\text{ph}}/E_c}^{\infty} K_{5/3}(\zeta) d\zeta,$$

donde  $E_{\text{ph}} = h\nu$  y  $K_{5/3}$  es la función de Bessel modificada de segunda especie y orden  $5/3$ . La energía característica  $E_c$  se define como

$$E_c = \frac{3}{4\pi} \frac{ehB \sin \alpha}{mc} \gamma^2.$$



---

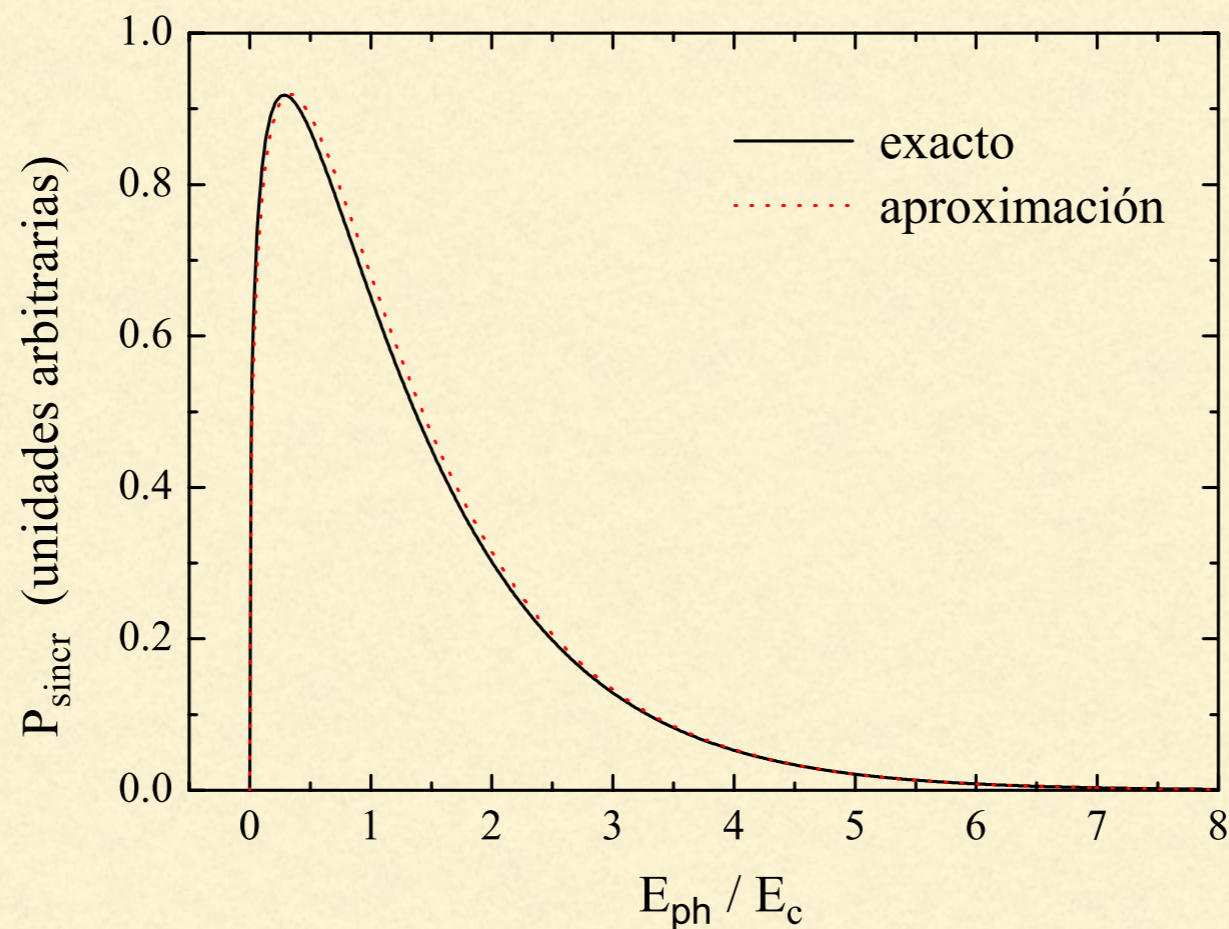
La función

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\zeta) d\zeta$$

puede aproximarse dentro del rango dinámico  $0.1 \leq x \leq 10$  por una expresión mucho más simple:

$$F(x) = Cx^{1/3}e^{-x}$$

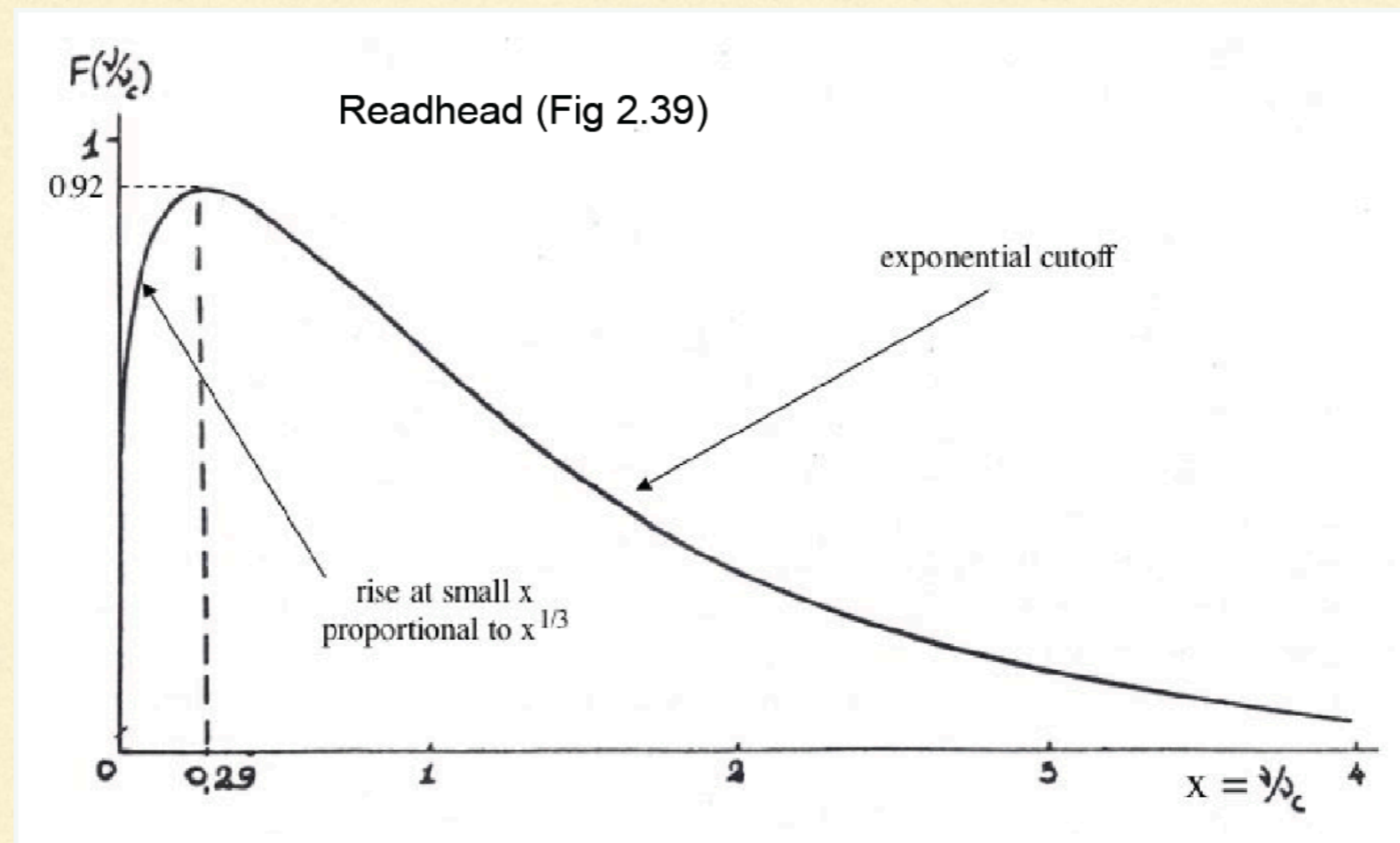
con  $C \approx 1.85$ . Cerca del máximo en  $x \approx 0.3$  esta expresión tiene una exactitud del 1 %, y es asimismo una muy buena aproximación para todo  $x \in [0.1, 10]$ .





La función de la distribución espectral de la radiación sincreotrón tiene un máximo agudo para  $E_{\text{ph,max}} \approx 0.29E_c$ . En unidades convenientes es, aproximadamente,

$$E_{\text{ph,max}} \approx 5.1 \times 10^{-15} \left( \frac{m_e}{m} \right) \left( \frac{B}{G} \right) \gamma^2 \sin \alpha \text{ MeV.}$$



## Emisión por una población de partículas relativistas

Sea una distribución en energía de partículas  $n(E, \alpha)$  en algún intervalo de energía  $E^{\min} \leq E \leq E^{\max}$ .

El espectro sincrotrón puede calcularse integrando en la energía de la partículas y en el *pitch angle*,

$$P(E_{\text{ph}}) = \int_{\Omega_\alpha} \int_{E^{\min}}^{E^{\max}} P(E, E_{\text{ph}}, \alpha) n(E, \alpha) dE d\Omega_\alpha.$$

Las unidades son de potencia por unidad de energía por unidad de volumen,  $[P(E_{\text{ph}})] = \text{s}^{-1} \text{ cm}^{-3}$ .

Suponemos que la distribución de partículas es istrópica y su forma funcional es la de una ley de potencias en la energía,

$$n(E)dE = K_0 E^{-p}dE \quad [n] = \text{erg}^{-1} \text{ cm}^{-3},$$

donde  $K_0$  es una constante y  $p$  es el índice espectral.

Para valores de  $E_{\text{ph}}$  tales que  $E_c(E^{\text{min}}) \ll E_{\text{ph}}$  y  $E_c(E^{\text{max}}) \gg E_{\text{ph}}$ , los límites de la integral pueden reemplazarse por cero e infinito, respectivamente, lo que resulta en

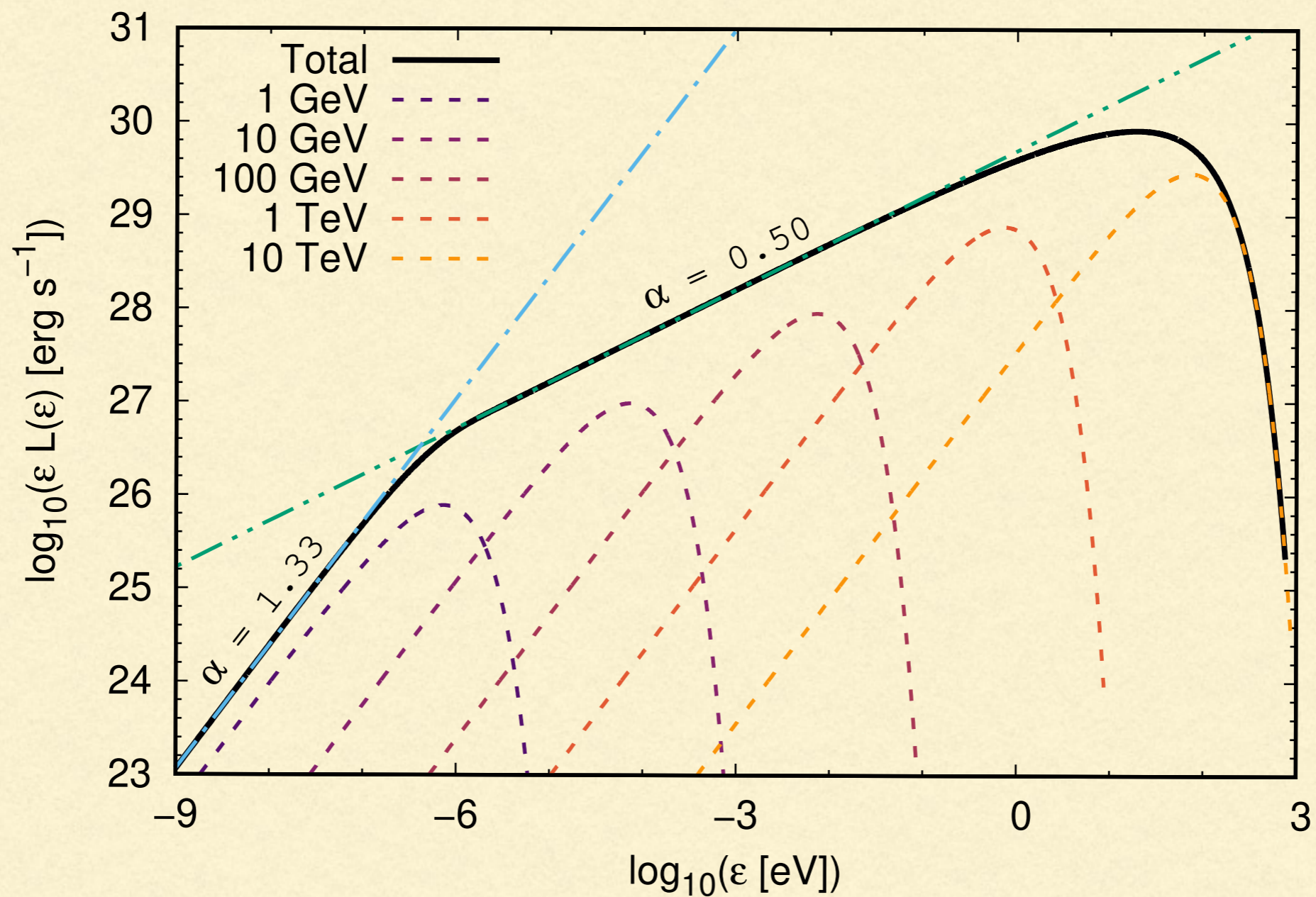
$$P(E_{\text{ph}}) = a(p) \frac{4\pi K_0 e^3 B^{\frac{p+1}{2}}}{hmc^2} \left( \frac{3he}{4\pi m^3 c^5} \right)^{\frac{p-1}{2}} E_{\text{ph}}^{-\frac{p-1}{2}},$$

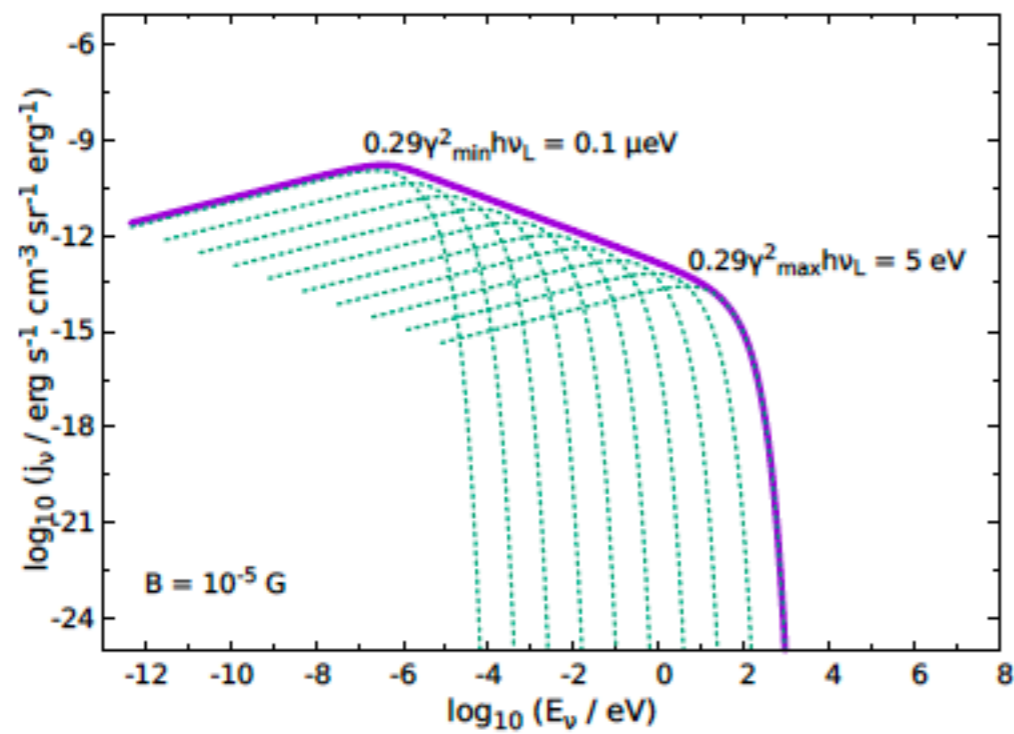
donde  $a(p)$  es una función del índice espectral.

$$a(p) = \frac{2^{(p-1)/2} \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{3p-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p+5}{4}\right)}{8\sqrt{\pi}(p+1)\Gamma\left(\frac{p+7}{4}\right)}.$$

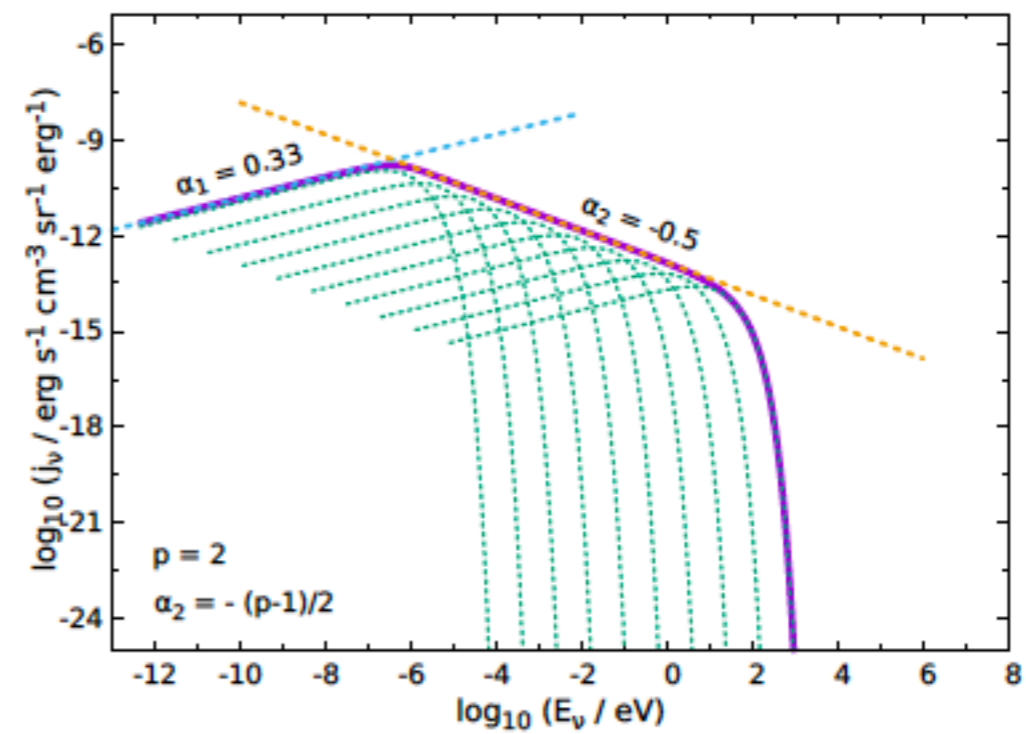
El espectro sincrotrón de una distribución de partículas tipo ley de potencias es otra ley de potencias en la energía de los fotones,  $P(E_{\text{ph}}) \propto E_{\text{ph}}^{-\delta}$  con

$$\delta = \frac{p - 1}{2}.$$





(a) Cut-off energies of the spectrum are shown.



(b) Slopes on the logarithmic scale.

---

La radiación sincrotrón es que está intrínsecamente polarizada. En el caso de un campo magnético homogéneo el grado de polarización lineal es

$$\Pi_0(p) = \frac{p + 1}{p + 7/3}.$$

Esto da valores de 69 – 75 % para  $p = 2 - 3$ . Si el campo magnético tiene una componente aleatoria el nivel de polarización será menor,

$$\Pi(p) = \Pi_0(p) \left( \frac{B_0^2}{B_0^2 + B_r^2} \right)$$

donde  $B_r$  es la componente aleatoria del campo.

---

## Auto-absorción sincrotrón.

El coeficiente de absorción de la radiación es

$$\alpha_\nu = A \nu^{-(p+4)/2},$$

donde  $\nu$  es la frecuencia y  $A$  es una función complicada de  $p$ :

$$A = \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi m} \left( \frac{3e}{4\pi m^3 c^5} \right)^{p/2} 2^{1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} c K_0 B^{(p+2)/2} \frac{\Gamma\left(\frac{3p+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+22}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p+6}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{p+8}{4}\right)}.$$

Luego, la intensidad de la radiación resultante es:

$$I(\nu) = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} (1 - e^{-\alpha_\nu l}),$$

donde  $j_\nu$  es la emisividad de la fuente (cantidad de energía emitida por unidad de tiempo, de frecuencia, de ángulo sólido y de volumen) y  $l$  es su dimensión lineal.

---

Cuando  $\tau_\nu \equiv \alpha_\nu l \ll 1$  la fuente es transparente a su propia radiación y decimos que es *ópticamente delgada*. En ese caso

$$I(\nu) = \lim_{\alpha_\nu \rightarrow 0} \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} (1 - e^{-\alpha_\nu l}) \approx j_\nu l \propto \nu^{-\delta}.$$

Si en cambio  $\tau_\nu \gg 1$ , la fuente es opaca u *ópticamente gruesa* y

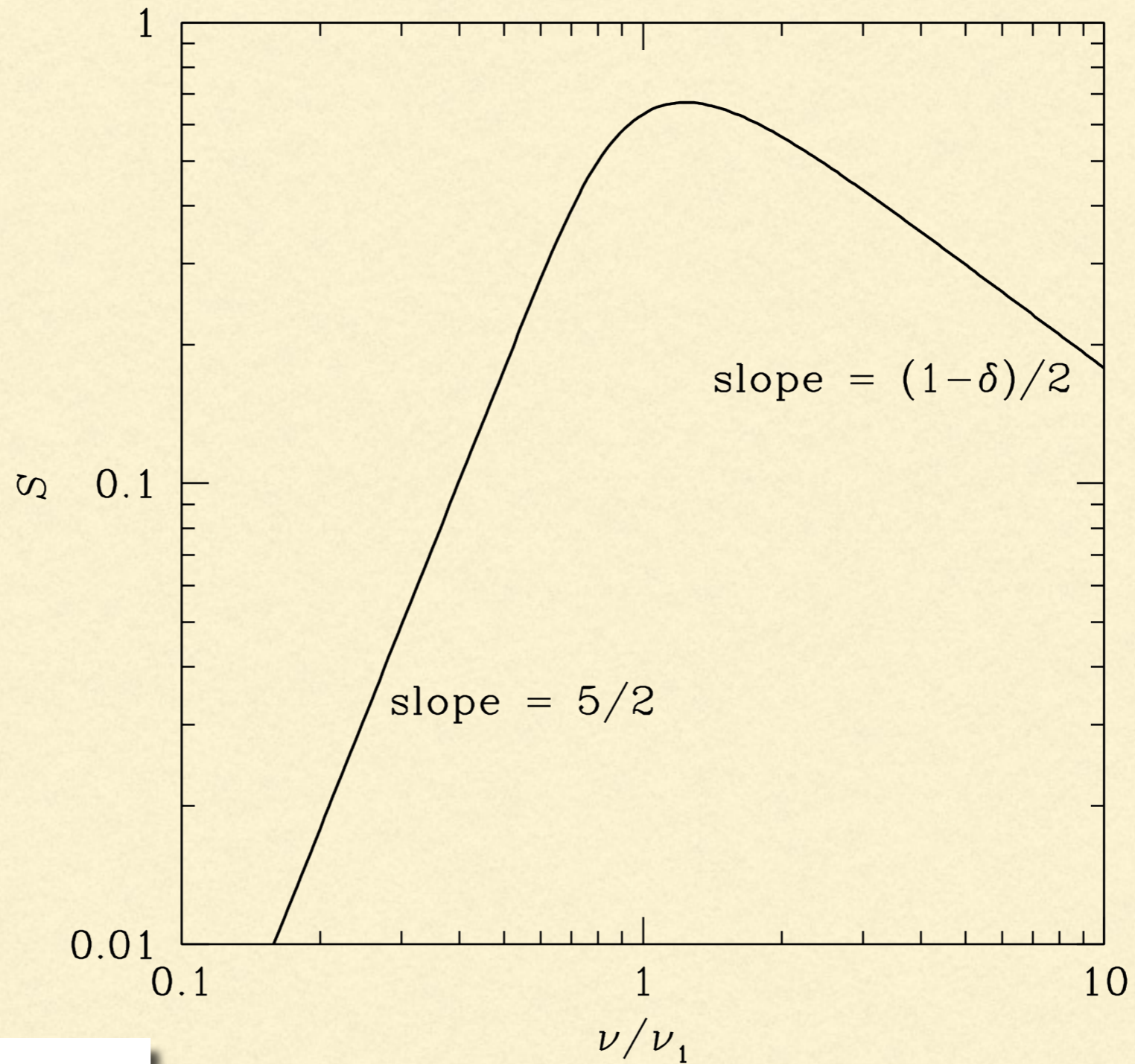
$$I(\nu) \sim \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-(p-1)/2}}{\nu^{-(p+4)/2}} = \nu^{\frac{-p+1}{2} + \frac{p+4}{2}} = \nu^{5/2}.$$

La condición  $\tau_\nu \approx 1$  divide entonces el espectro de la fuente en dos regiones. Si llamamos  $\nu_a$  a la frecuencia crítica tal que  $\tau(\nu_a) = 1$ , entonces

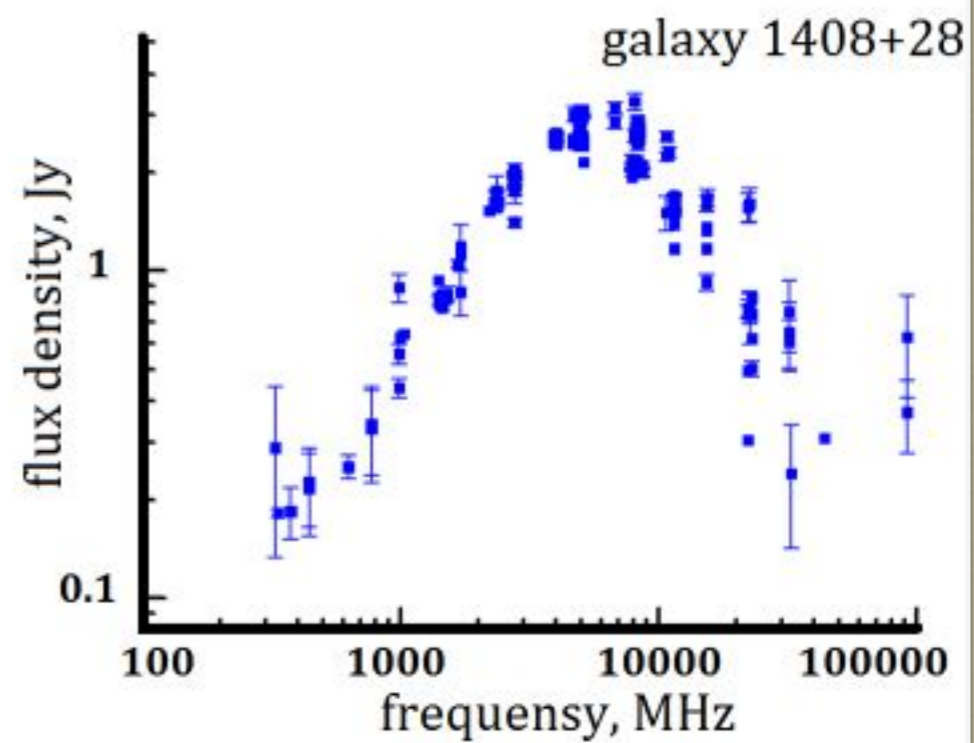
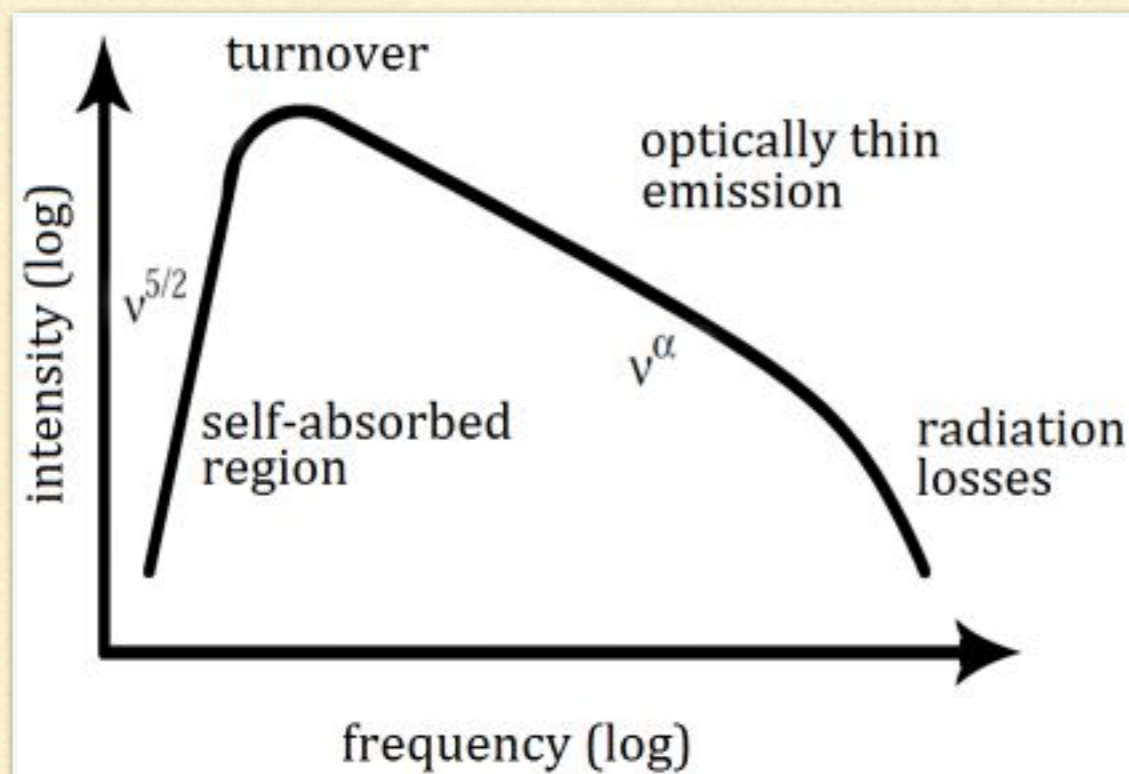
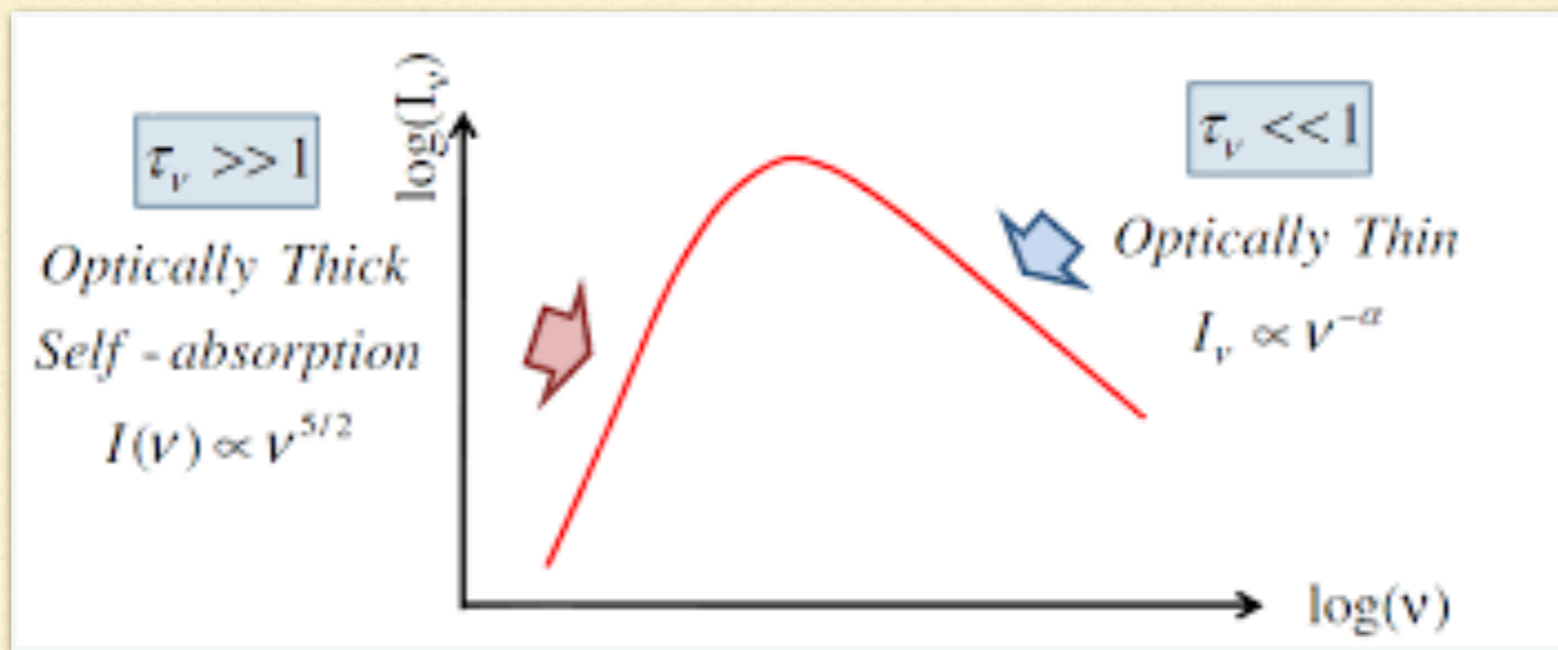
- $\nu < \nu_a \implies \tau_\nu > 1$ : la fuente es ópticamente gruesa y  $I(\nu) \propto \nu^{5/2}$ ,
  - $\nu > \nu_a \implies \tau_\nu < 1$ : la fuente es ópticamente delgada y  $I(\nu) \propto \nu^{-\delta}$ .
-



# Espectro auto-absorbido típico

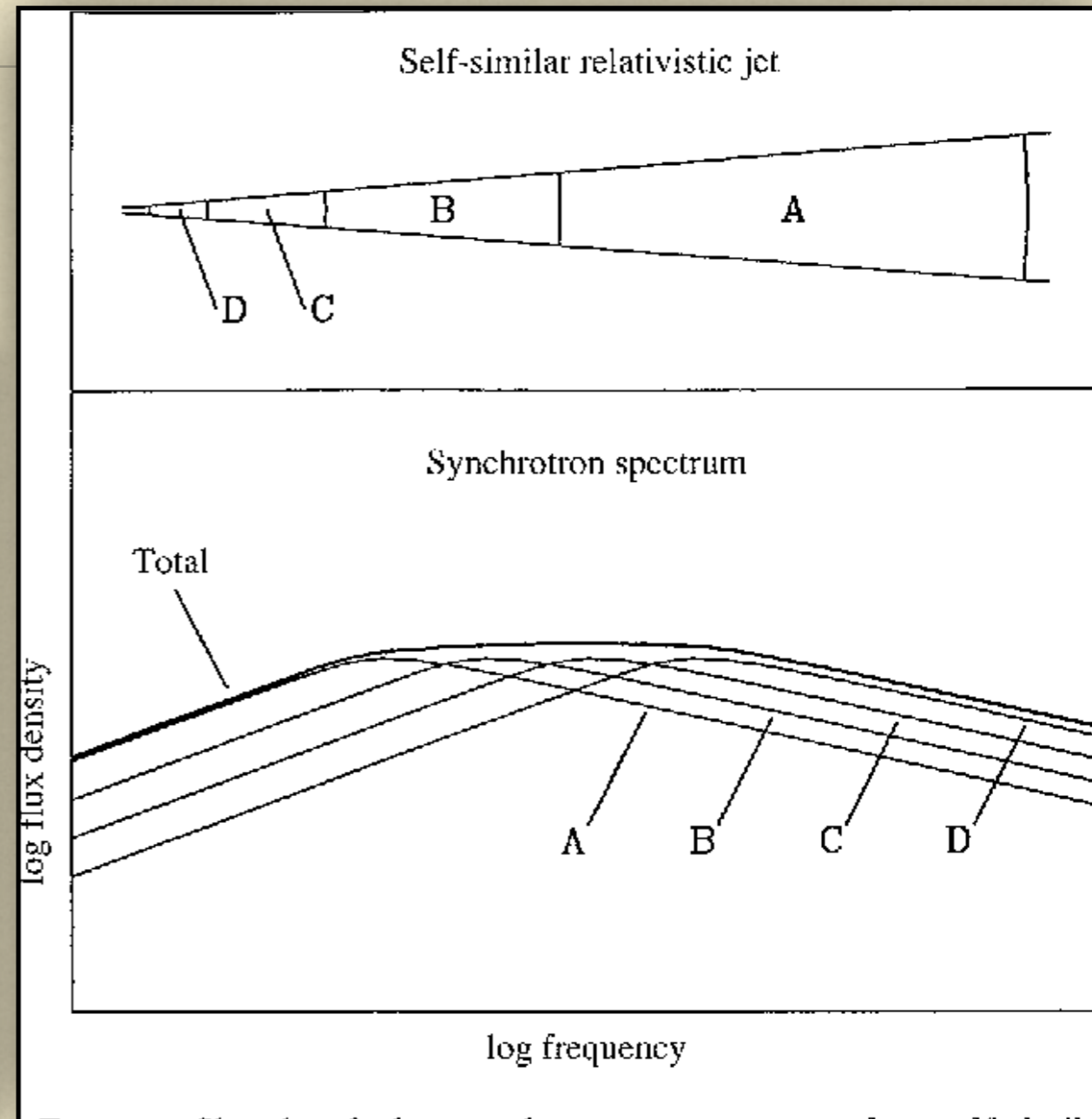
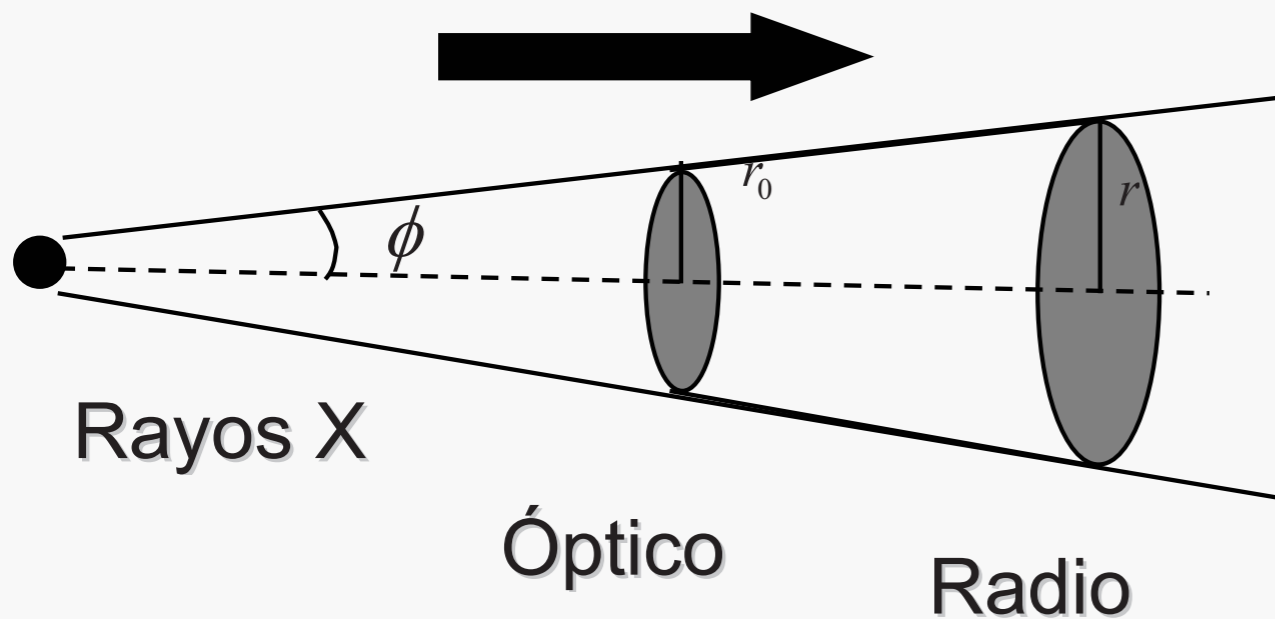


$$L_\nu(E_\nu) = \frac{1 - e^{-\tau_\nu}}{\tau_\nu} \int dV j_\nu(E_\nu),$$



## Espectros “chatos”

### Enfriamiento del jet

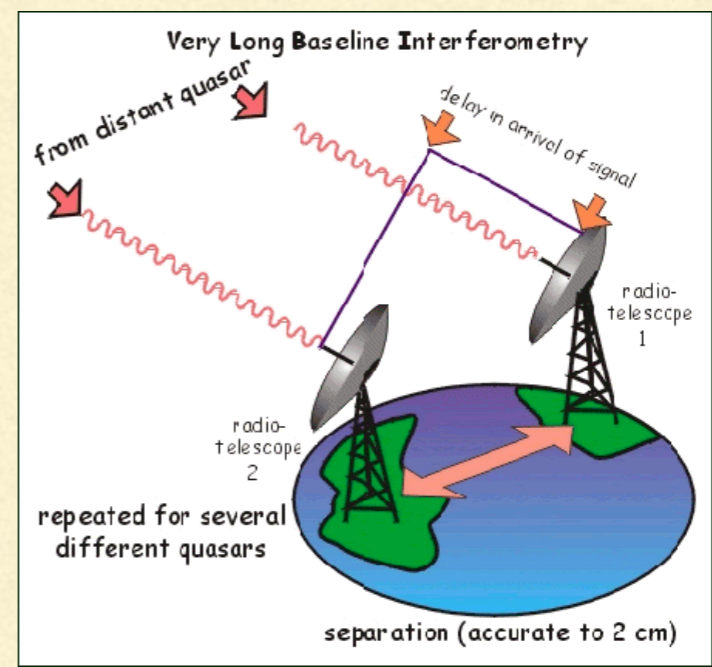
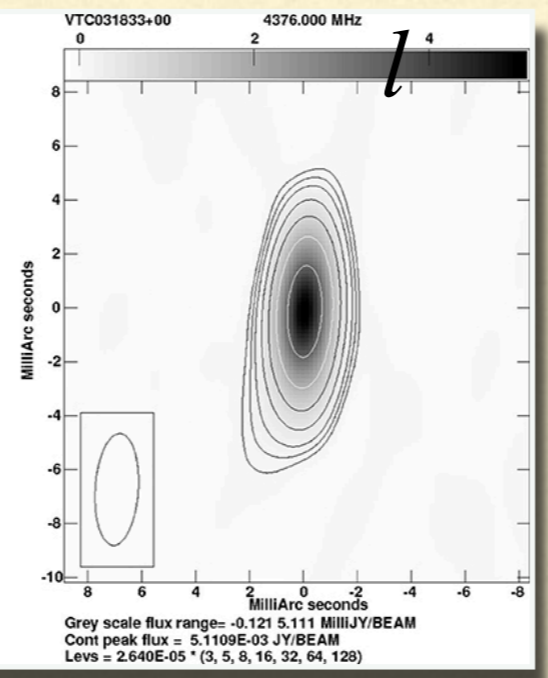
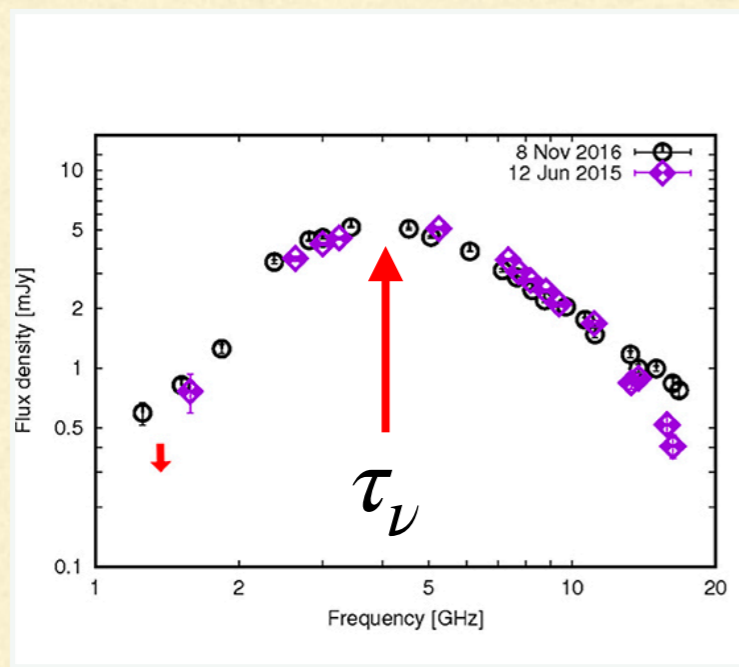
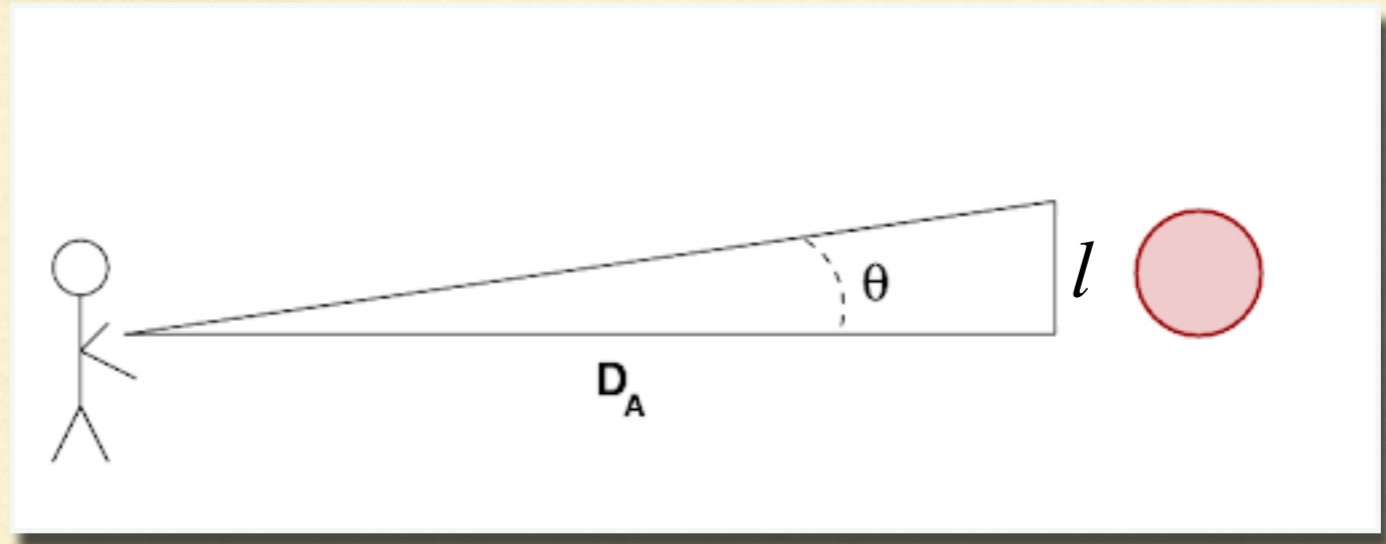


Como  $\tau_\nu = \alpha_\nu l$  la frecuencia crítica depende del tamaño de la fuente. Una fuente en expansión, como un jet, presenta regiones de diferentes tamaños que se hacen ópticamente delgadas a diferentes frecuencias. El resultado es un espectro chato, combinación de los distintos espectros emitidos en distintas zonas.

# Determinación de campos magnéticos

$$\tau_\nu = \alpha_\nu(B) l$$

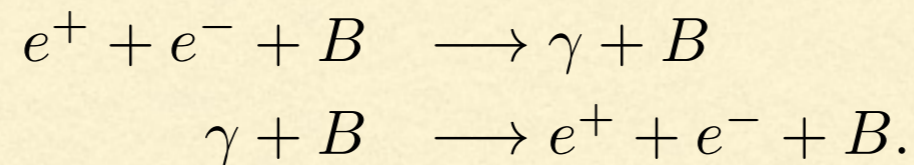
$$l = \theta D_A$$



$$\tau_\nu = \alpha_\nu(B) l \rightarrow B$$

## Límite cuántico

Si el campo magnético es muy intenso la aproximación clásica para la radiación sincrotrón deja de ser válida. En este régimen, además, comienzan a ser probables la aniquilación y creación de pares en un campo magnético  $B$

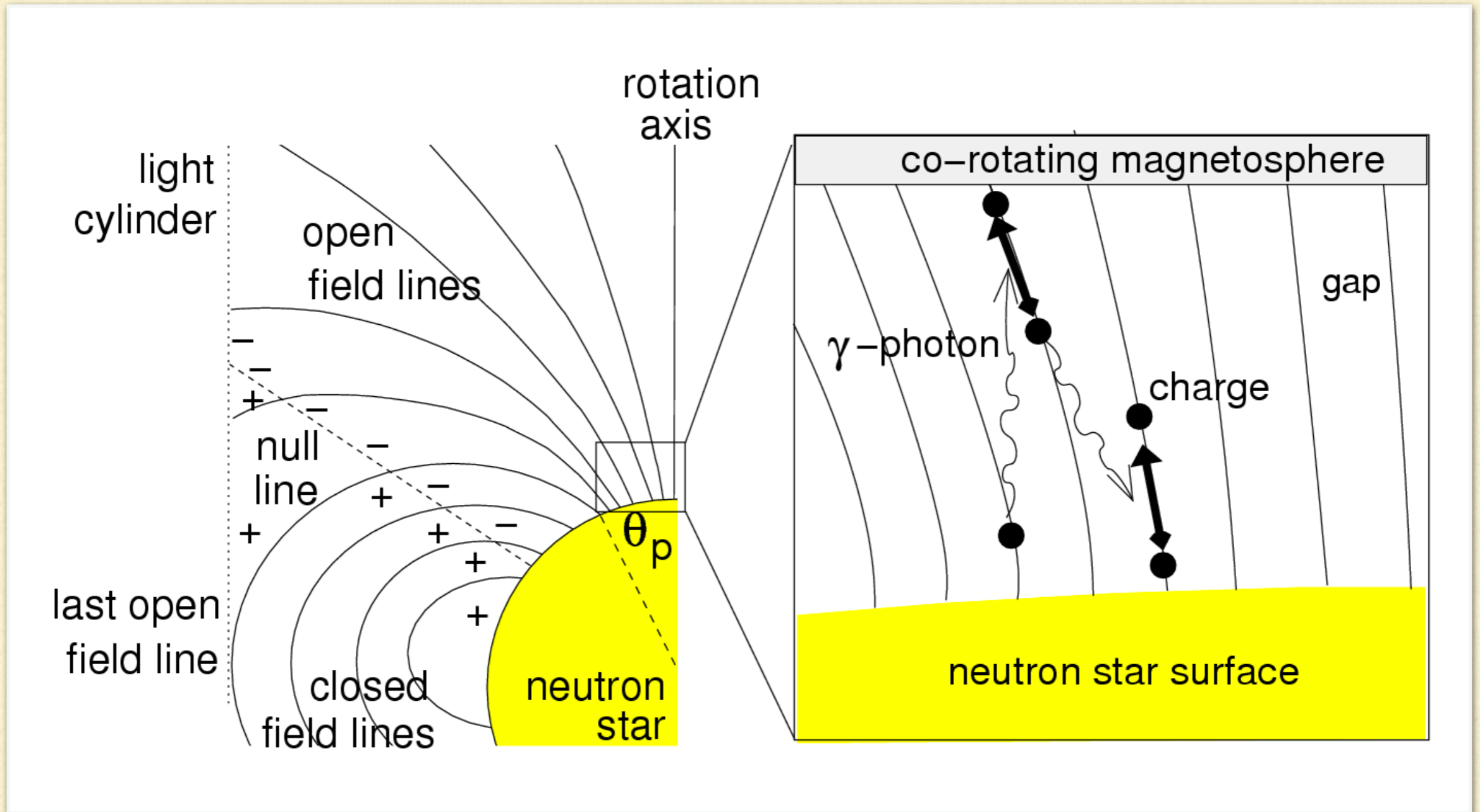


Para electrones, la probabilidad de que sucedan estos fenómenos cuánticos es apreciable cuando la energía característica de los fotones sincrotrón es del orden de la energía  $E_e$  del electrón. Esto ocurre para  $E_e \gtrsim E_{\text{crit}}$ , con

$$E_{\text{crit}} = m_e c^2 \left( \frac{B_c}{B} \right).$$

$$B_c = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \approx 4.4 \times 10^{13} \text{ G}.$$

Por ejemplo, en un campo magnético  $B = 10^7 \text{ G}$ , electrones con energía  $E_e \gtrsim 2.2 \times 10^{12} \text{ eV}$  serán capaces de radiar fotones sincrotrón con energías suficientemente alta para crear pares, iniciando cascadas electromagnéticas.



## Efecto de las pérdidas

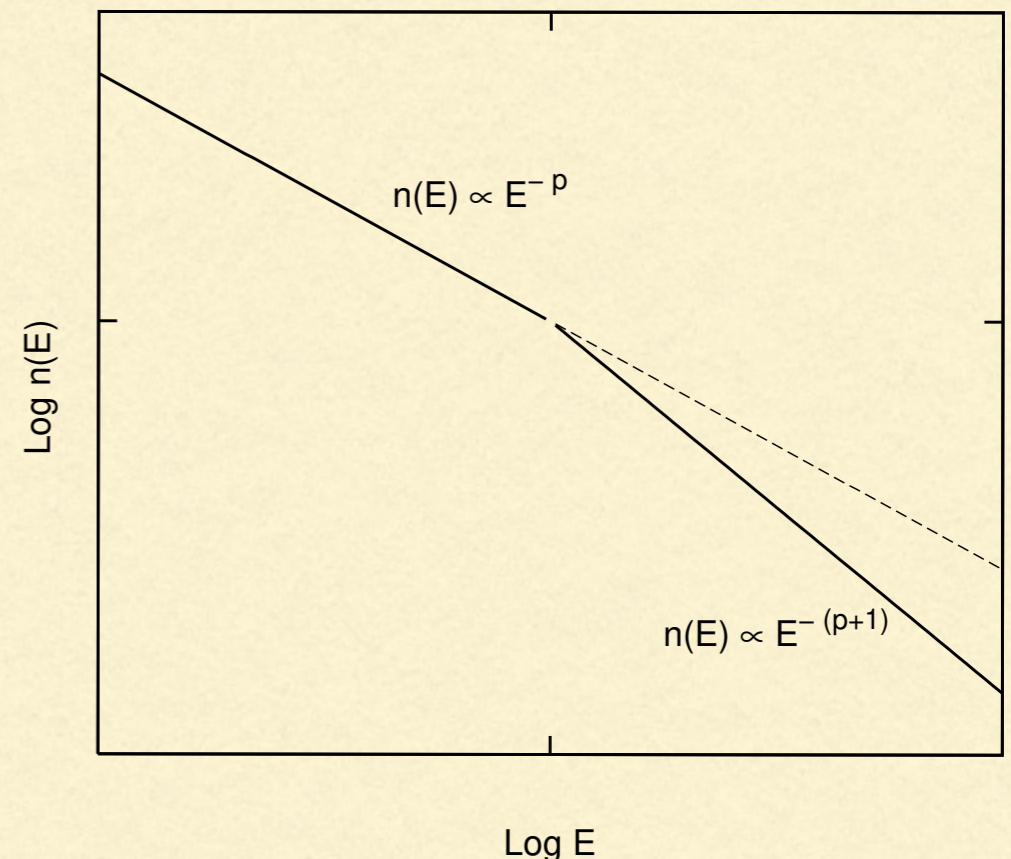
Las pérdidas radiativas sufridas por las partículas relativistas modifican su distribución en energía.

Para pérdidas por radiación sincrotrón  $b(E) \propto E^2$ , luego  $n(E) \propto E^{-(p+1)}$ . O sea que el espectro de los electrones se hace más “blando” respecto de la inyección, incrementándose en uno la potencia de  $E$

$$\frac{d}{dE} [b(E) N(E)] = -Q(E)$$

$$\int d[b(E) N(E)] = - \int Q(E) dE .$$

$$N(E) = \frac{\kappa E^{-(p-1)}}{(p-1)b(E)} .$$



## Radiación de curvatura

Si el valor de  $B$  es suficientemente alto como para poder aproximar que la curvatura de la trayectoria de las partículas es igual a la de las líneas de campo, entonces la radiación se producirá puramente en el régimen de curvatura. En este caso, el espectro de emisión de un electrón con energía  $E_e = \gamma_e m_e c^2$  es el mismo que en el caso de la radiación sincrotrón – excepto que el giroradio se reemplaza por el radio de curvatura  $R_c$  de la línea de campo:

$$P(E_e, E_{\text{ph}}) = \frac{\sqrt{3}e^2}{h} \frac{\gamma_e}{R_c} \frac{E_{\text{ph}}}{E_c} \int_{E_{\text{ph}}/E_c}^{\infty} K_{5/3}(\zeta) d\zeta,$$

con

$$E_c = \frac{3}{4\pi} \frac{hc}{R_c} \gamma_e^3 \approx \frac{2.96 \times 10^{-5}}{(R_c/\text{cm})} \gamma_e^3 \text{ eV}.$$

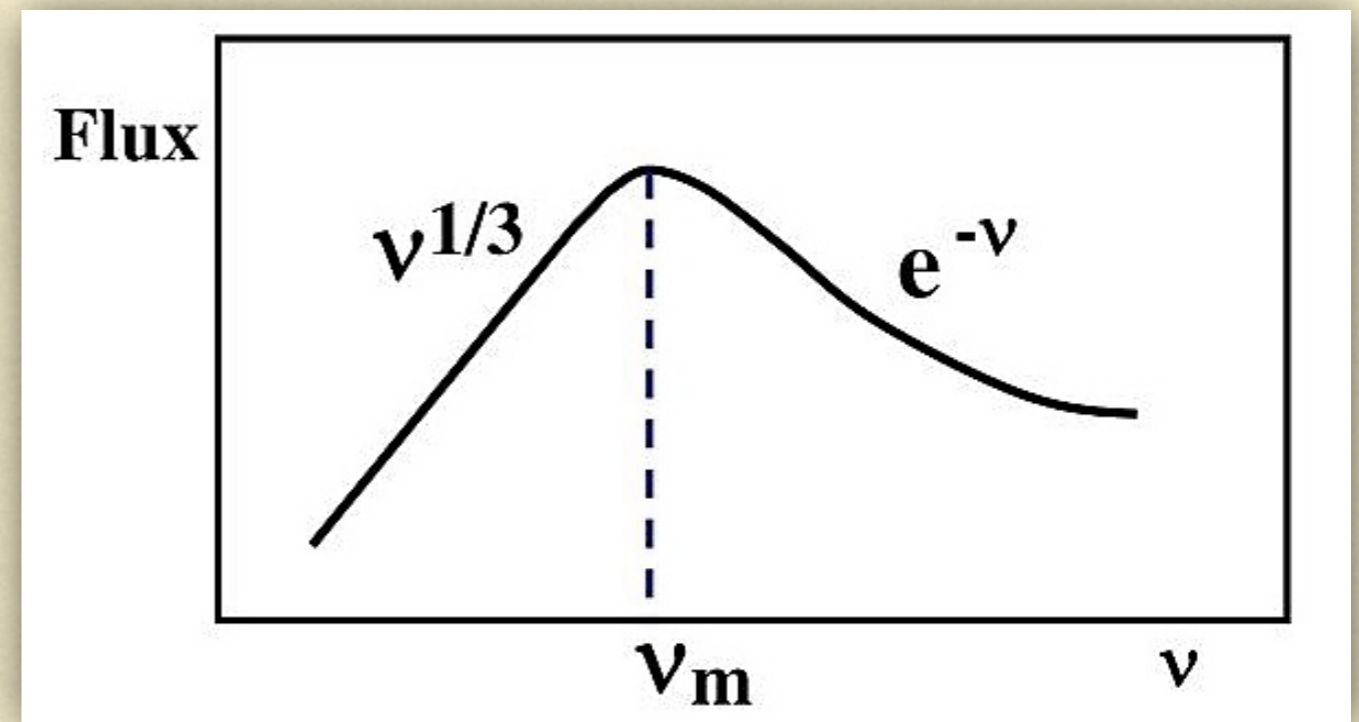
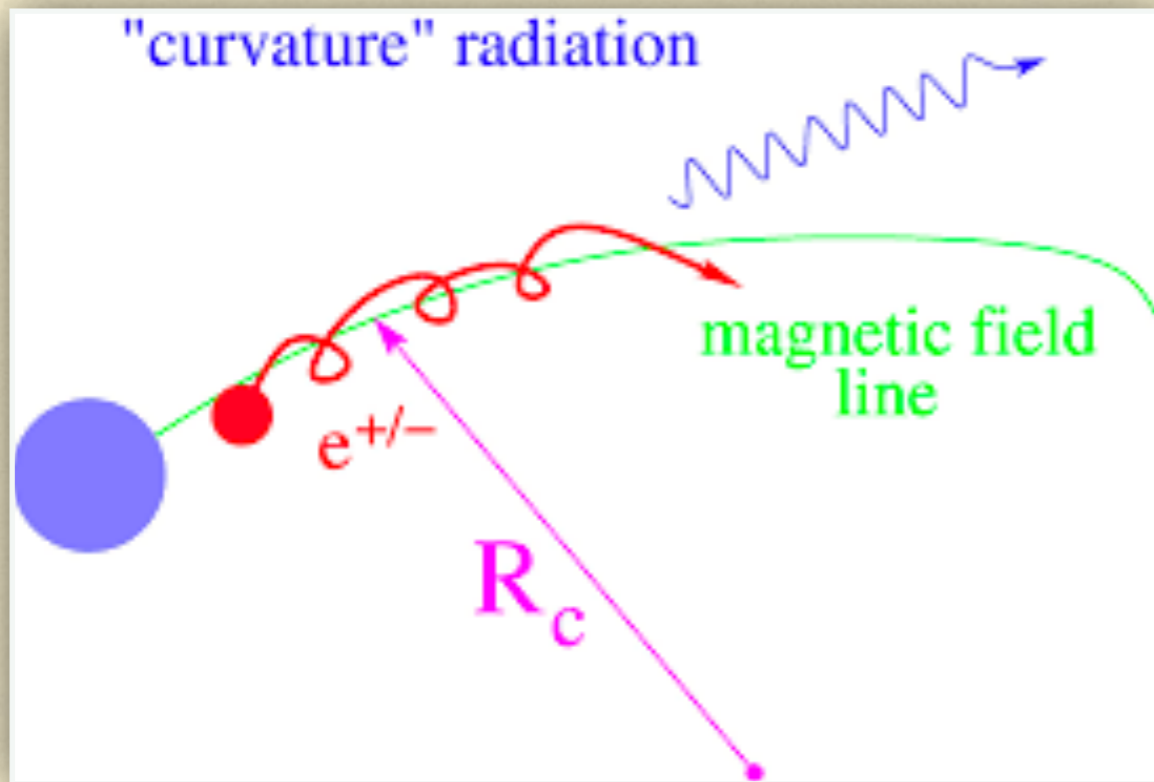
La energía perdida por el electrón es radiada en la dirección del movimiento dentro de un cono de ángulo  $1/\gamma_e$ . La tasa total de pérdida de energía se calcula integrando el espectro de emisión sobre la energía de los fotones,

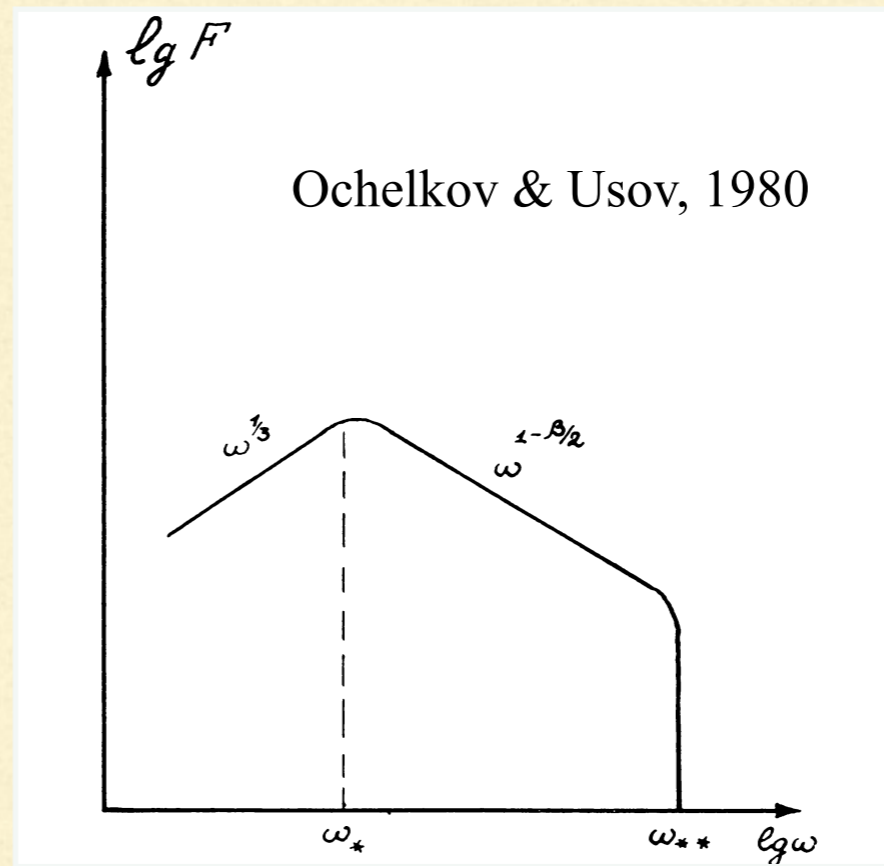
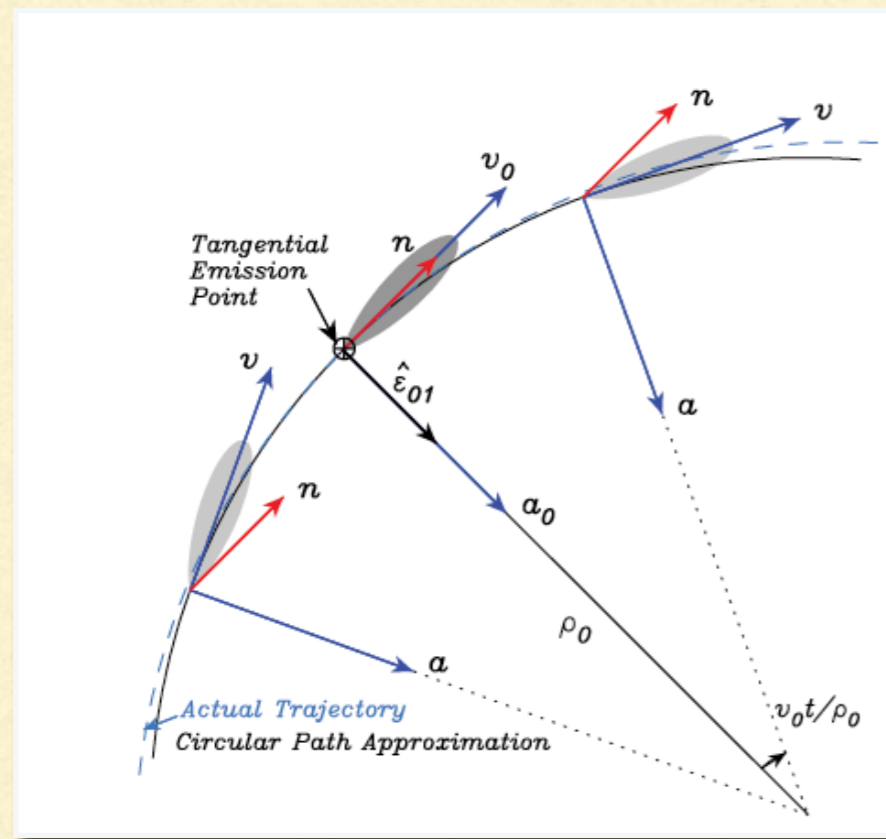
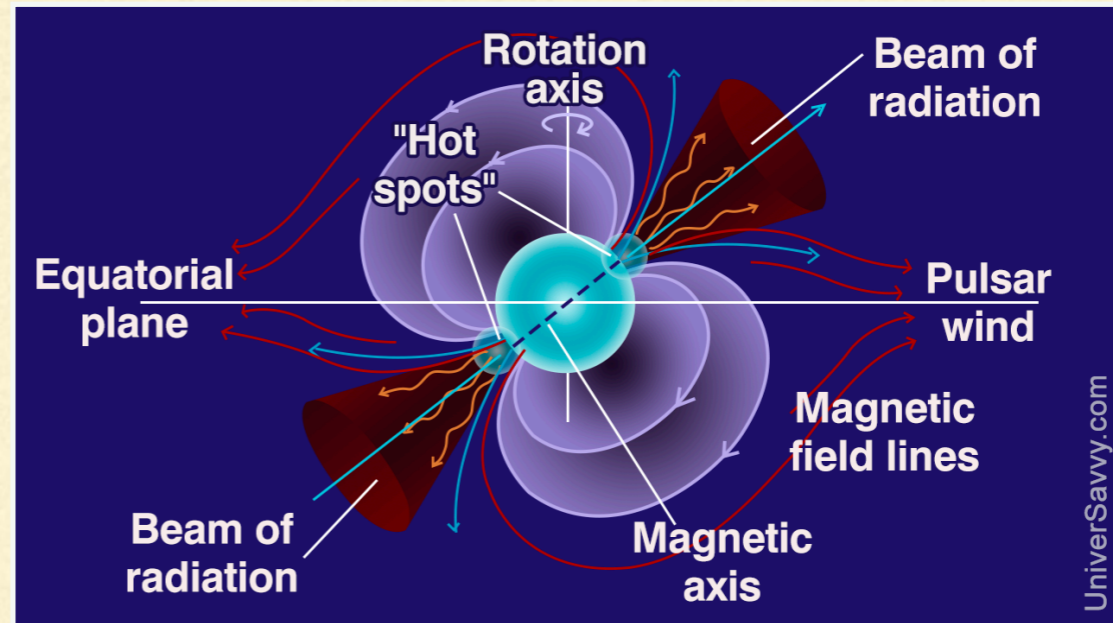
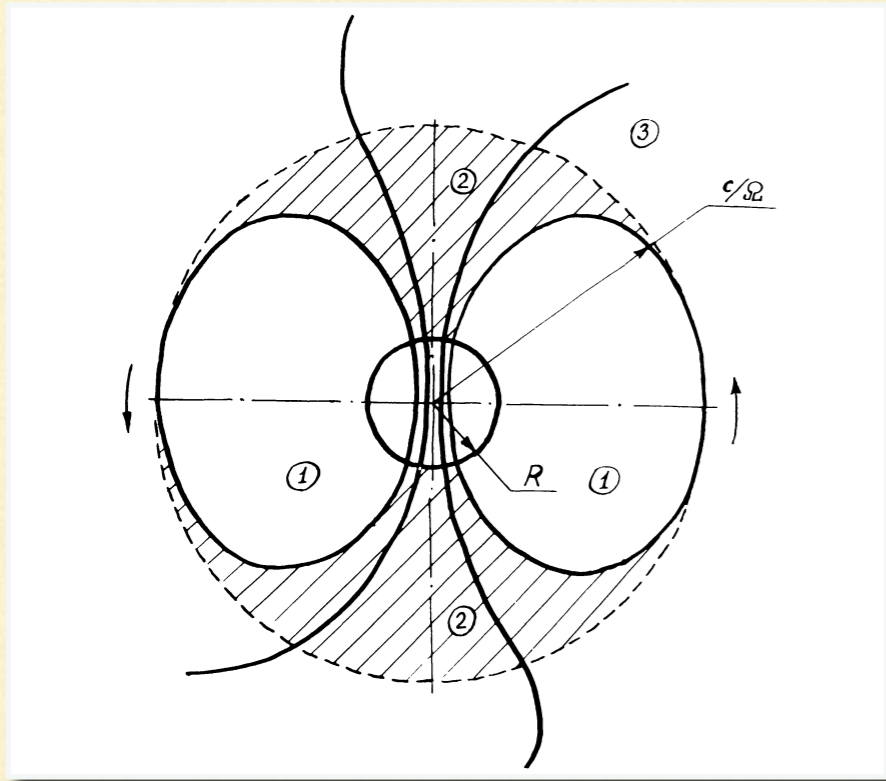
$$\left. \frac{dE_e}{dt} \right|_{\text{curv}} = - \int P(E_e, E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}} = - \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R_c^2} \gamma_e^4.$$



Si se tiene una distribución de electrones  $N(E_e)$  en un campo con curvatura  $R_c$ , el espectro total emitido por radiación de curvatura se obtiene integrando en la energía de los electrones,

$$P(E_{\text{ph}}) = \int_{E_e^{\text{min}}}^{E_e^{\text{max}}} P(E_{\text{ph}}, E_e) N(E_e) dE_e.$$

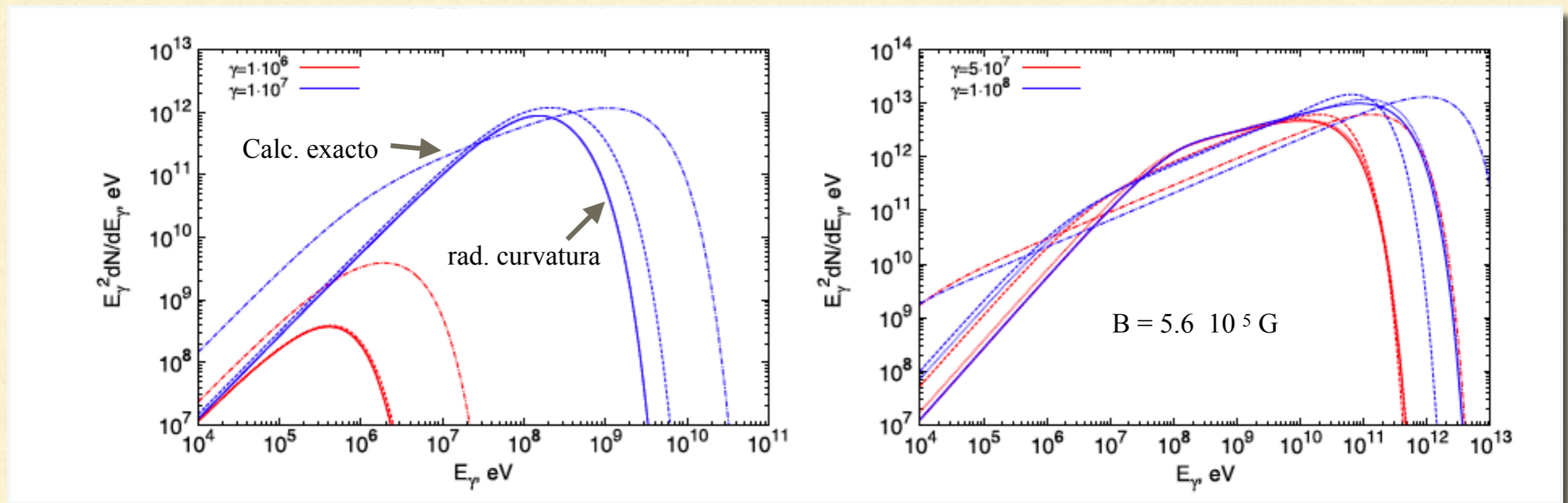




$$R_c \sim \left( \frac{cR_*}{\Omega} \right)^{1/2}$$

Si una partícula se mueve alrededor de una línea de campo con curvatura finita, en general emitirá **tanto radiación de curvatura como sincrotrón**. Se pueden igualar las pérdidas sincrotrón con las de curvatura para definir un ángulo crítico  $\alpha_{\text{crit}}$ , de tal forma que **la radiación de curvatura domina** para valores del ángulo  $\alpha < \alpha_{\text{crit}}$ :

$$\sin(\alpha_{\text{crit}}) = \frac{\gamma m_e c^2}{e B R_c} = \frac{r_g}{R_c}.$$

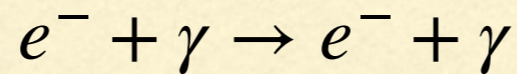


Outer gap, pulsar

Kelner et al. (2015)

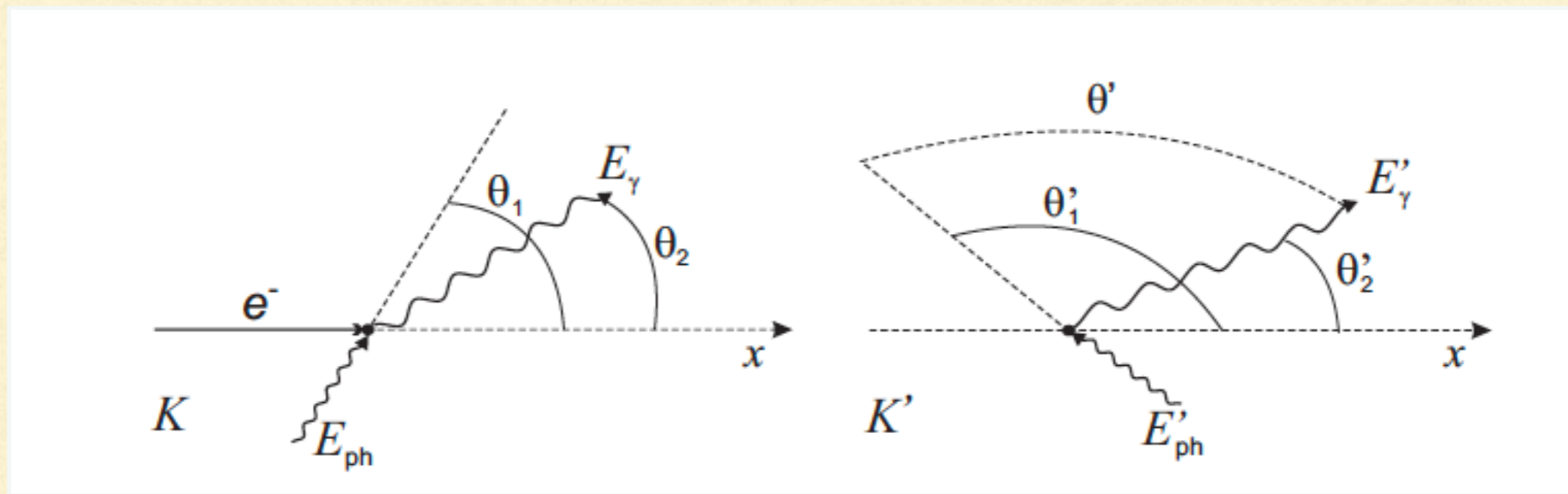
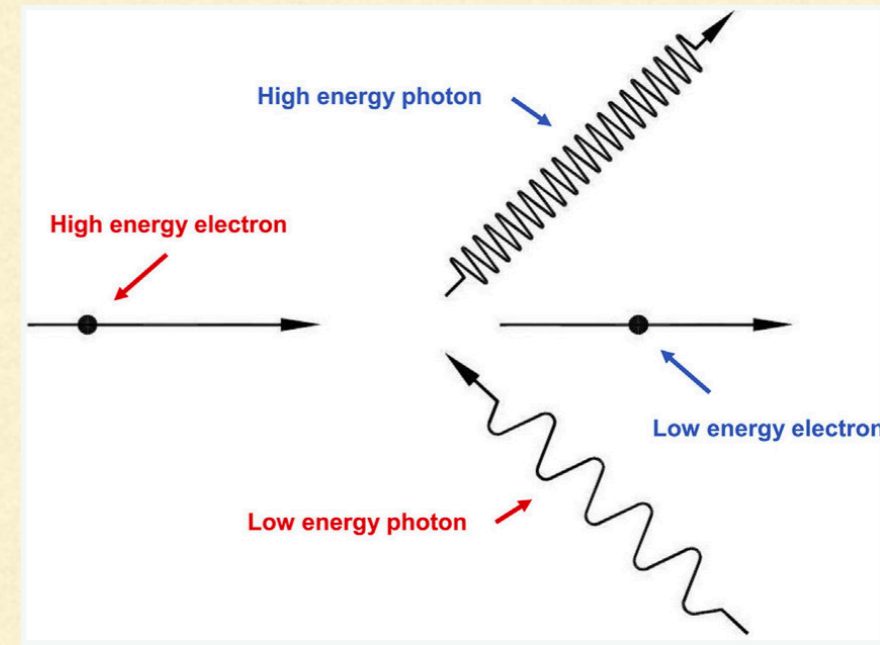
# Radiación Compton inversa

La emisión Compton inversa se produce cuando un fotón de baja energía es dispersado por un electrón relativista y se genera un fotón de altas energías como resultado.



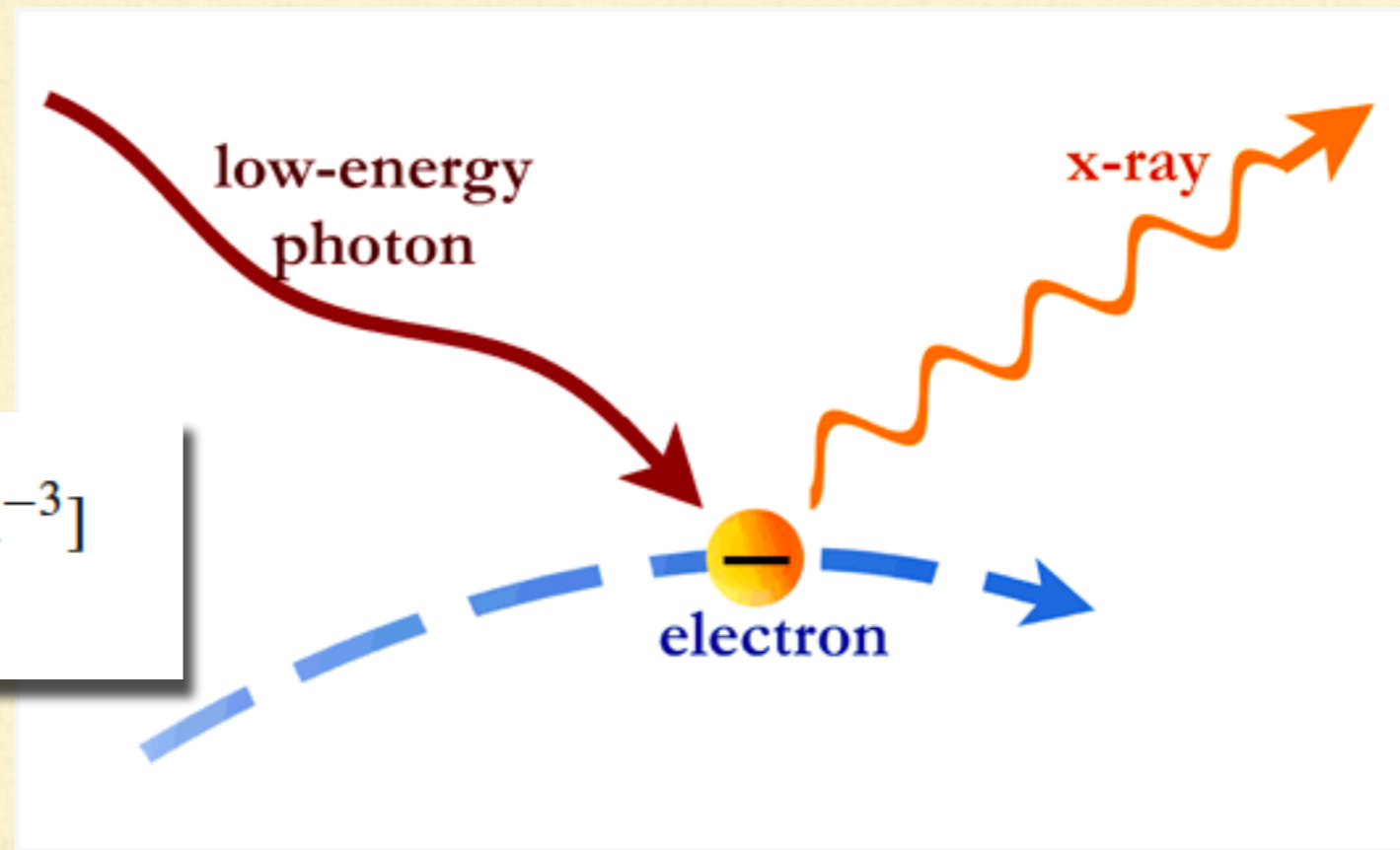
En el sistema del electrón:  $E'_\gamma = \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + (E'_{\text{ph}}/m_e c^2)(1 - \cos \theta')}$

En el sistema del lab:  $E_\gamma = \gamma_e E'_\gamma (1 + \beta_e \cos \theta'_2)$



## Radiación Compton inversa

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \sigma_T c u'_{\text{rad}} \text{ [cm}^2\text{][cm/s][erg cm}^{-3}\text{]}$$



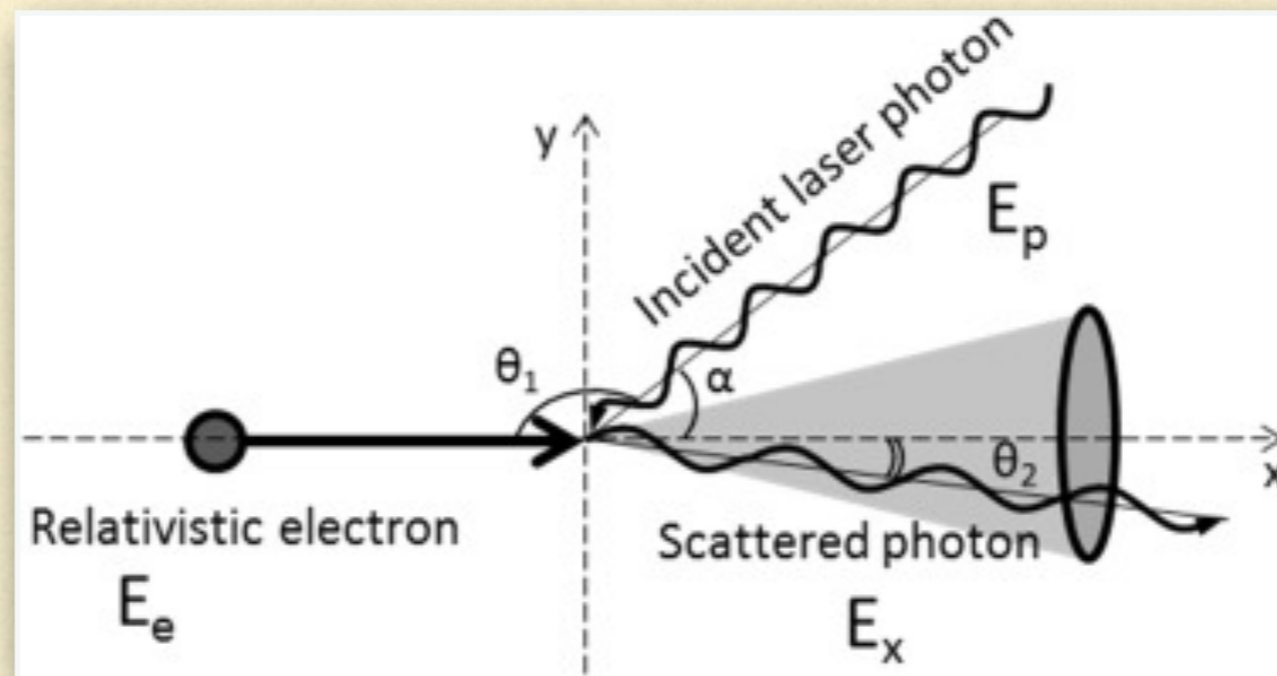
$$u'_{\text{rad}} = n'(E') \cdot E' = \Gamma n(E) \cdot \Gamma E = \Gamma^2 u_{\text{rad}}.$$

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) \simeq \frac{4}{3} \sigma_T c \Gamma^2 u_{\text{rad}},$$

Si  $E'_{\text{ph}} \ll m_e c^2$  la interacción ocurre en el llamado *límite de Thomson*; la condición equivalente en el sistema del laboratorio es  $E_e E_{\text{ph}} \ll m_e^2 c^4$ . En este régimen la colisión es casi elástica en el sistema en reposo del electrón y  $E'_\gamma \approx E'_{\text{ph}}$ . La máxima energía que puede alcanzar el fotón dispersado es

$$E_{\gamma, \text{max}} \approx 4\gamma_e^2 E_{\text{ph}},$$

que corresponde al caso de una colisión frontal.



$E_{\text{cmb}} = 6.626 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$   $\longrightarrow$   $e$  con  $E_e \sim 10^{12} \text{ eV}$  producen fotones del orden del GeV

La sección eficaz diferencial exacta para la interacción Compton está dada por la fórmula de Klein-Nishina,

$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE'_\gamma d\Omega'_\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} \right)^2 \left( \frac{E'_{\text{ph}}}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E'_{\text{ph}}} - \sin^2 \theta' \right) \delta \left( E'_\gamma - \frac{E'_{\text{ph}}}{1 + \frac{E'_{\text{ph}}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta')} \right),$$

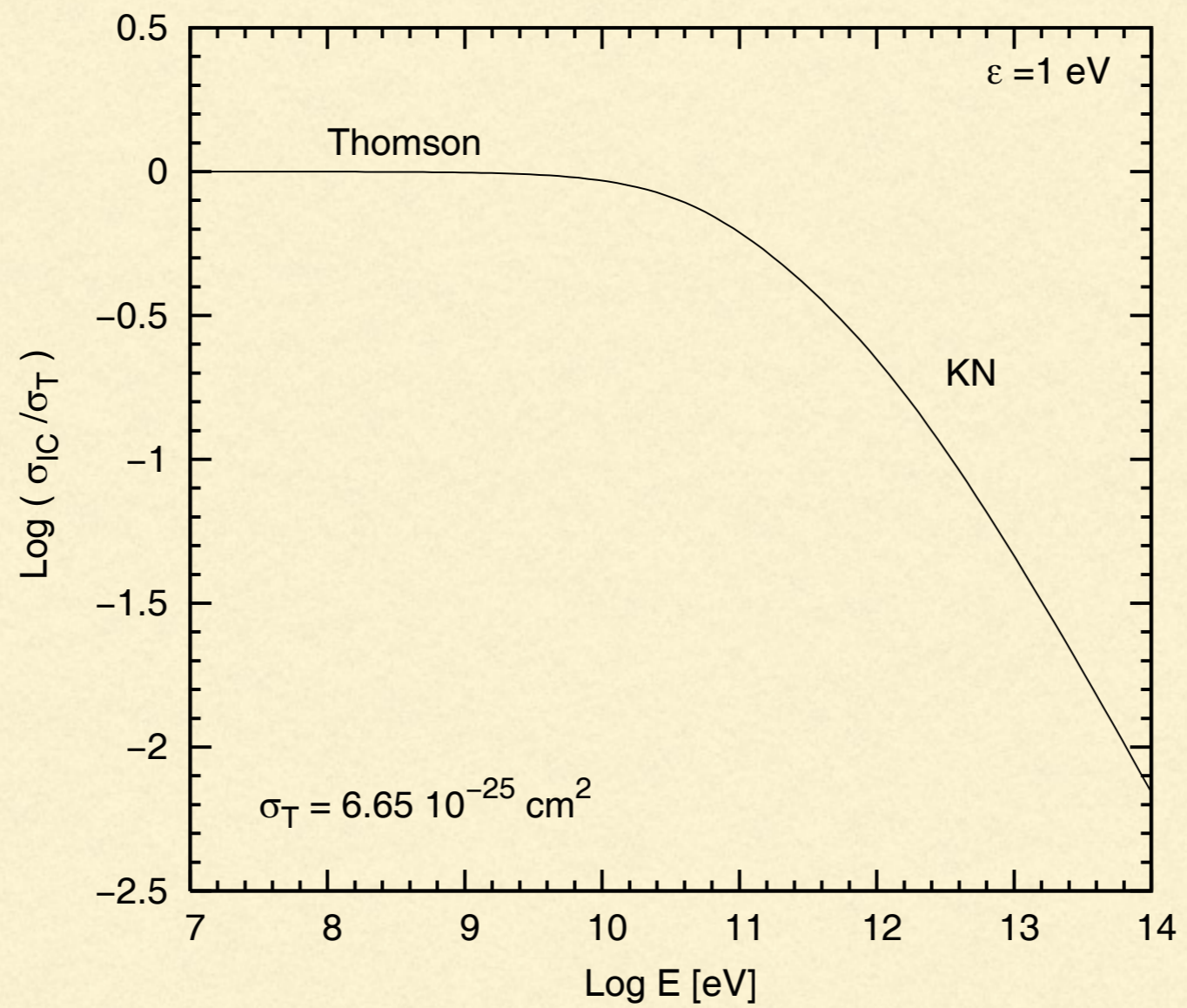
donde  $r_e$  es el radio clásico del electrón. En el límite de Thomson,  $E'_\gamma \approx E'_{\text{ph}}$  y la sección eficaz se reduce a

$$\frac{d\sigma_{\text{Th}}}{dE'_\gamma d\Omega'_\gamma} \approx \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta') \delta (E'_\gamma - E'_{\text{ph}}).$$

La sección eficaz total  $\sigma_{\text{IC}}$  es un invariante relativista, así que puede hallarse integrando la expresión diferencial. Definiendo  $x = E_e E_{\text{ph}} / m_e^2 c^4$ , la sección eficaz total (promediada en ángulo) en el sistema del laboratorio resulta

$$\sigma_{\text{IC}} = \frac{3\sigma_{\text{T}}}{8x} \left[ \left( 1 - \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} \right) \ln(1 + 2x) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(1 + 2x)^2} \right],$$

donde  $\sigma_{\text{T}} = (8/3)\pi r_e^2 \approx 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$  es la sección eficaz de Thomson.





---

En el régimen de Thomson, para  $x \ll 1$ ,

$$\sigma_{\text{IC}} \approx \sigma_{\text{T}} (1 - 2x) \quad x \ll 1.$$

Para  $x \gg 1$  la sección eficaz total decrece abruptamente,

$$\sigma_{\text{IC}} \approx \frac{3}{8} \sigma_{\text{T}} x^{-1} \ln \left( 4x - \frac{11}{6} \right) \quad x \gg 1.$$

Este límite se conoce como *régimen de Klein-Nishina*. En este régimen el electrón transfiere casi toda su energía al fotón en una única colisión y  $E_{\gamma} \sim E_e$ . Sin embargo, como la sección eficaz se hace mucho más pequeña que la de Thomson, el flujo  $\gamma$  resultante (proporcional al número de interacciones) se reduce considerablemente.

---

## Espectro IC

$$q_\gamma(E_\gamma, \Omega_\gamma, \vec{r}) = \int_0^\infty dE_{\text{ph}} \oint d\Omega_{\text{ph}} \int_{E_e^{\text{min}}}^{E_e^{\text{max}}} dE_e \oint d\Omega_e c(1 - \beta_e \cos \psi) \frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma} \times \\ n_e(E_e, \Omega_e, \vec{r}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \Omega_{\text{ph}}, \vec{r}).$$

Si  $\gamma_e \gg 1$ , entonces la dirección de movimiento del fotón dispersado será aproximadamente la misma que la del electrón antes de la colisión:  $\Omega_\gamma \sim \Omega_e$ .  
Entonces

$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma} \sim \frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_\gamma} \delta(\Omega_\gamma - \Omega_e),$$

$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_\gamma} = \frac{4\pi r_e^2}{b_\theta E_e} \left[ 1 + \frac{z^2}{2(1-z)} - \frac{2z}{b_\theta(1-z)} + \frac{2z^2}{b_\theta^2(1-z)^2} \right],$$

donde  $z = E_\gamma/E_e < 1$  y  $b_\theta = 2(1 - \beta_e \cos \psi) E_{\text{ph}} E_e / (m_e c^2)^2$ .

---

## Expresión general para la emisividad IC

$$q_{\gamma}(E_{\gamma}, \Omega_{\gamma}, \vec{r}) = c \int_{E_{\text{ph}}^{\text{min}}}^{E_{\text{ph}}^{\text{max}}} dE_{\text{ph}} \int d\Omega_{\text{ph}} \int_{E_e^{\text{min}}}^{E_e^{\text{max}}} dE_e (1 - \beta_e \cos \psi) \frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_{\gamma}} \times \\ n_e(E_e, \Omega_{\gamma}, \vec{r}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \Omega_{\text{ph}}, \vec{r}) .$$

---

Un caso importante es aquel en que el campo de fotones blanco es isotrópico:

$$n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \Omega_{\text{ph}}, \vec{r}) = \frac{1}{4\pi} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}).$$

Bajo esta aproximación el ángulo de colisión  $\psi$  también estará distribuido isotrópicamente, por lo que es posible promediar sobre  $\Omega_{\text{ph}}$ . La expresión final para la emisividad en este caso es:

$$q_{\gamma}(E_{\gamma}, \Omega_{\gamma}, \vec{r}) = 8\pi c r_e^2 \int_{E_e^{\min}}^{E_e^{\max}} dE_e n_e(E_e, \Omega_{\gamma}, \vec{r}) \int_{E_{\text{ph}}^{\min}}^{E_{\text{ph}}^{\max}} dE_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \vec{r}) \times$$

$$f(E_{\gamma}, E_e, E_{\text{ph}}).$$

$$f(E_{\gamma}, E_e, E_{\text{ph}}) = \frac{1}{bE_e} \left\{ 1 + \frac{z^2}{2(1-z)} + \frac{z}{b(1-z)} - \frac{2z^2}{b^2(1-z)^2} - \right.$$

$$\left. \frac{z^3}{2b(1-z)^2} - \frac{2z}{b(1-z)} \ln \left[ \frac{b(1-z)}{z} \right] \right\},$$

con  $z = E_{\gamma}/E_e$  y  $b = 2E_{\text{ph}}E_e/(m_e c^2)^2$ .

---

Para una distribución isotrópica tipo ley de potencias de electrones,

$$n_e(E_e) = K_0 E_e^{-p} \quad E_e^{\min} < E_e < E_e^{\max},$$

que interacciona en el régimen de Thomson con una distribución de fotones blanco  $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}})$ :

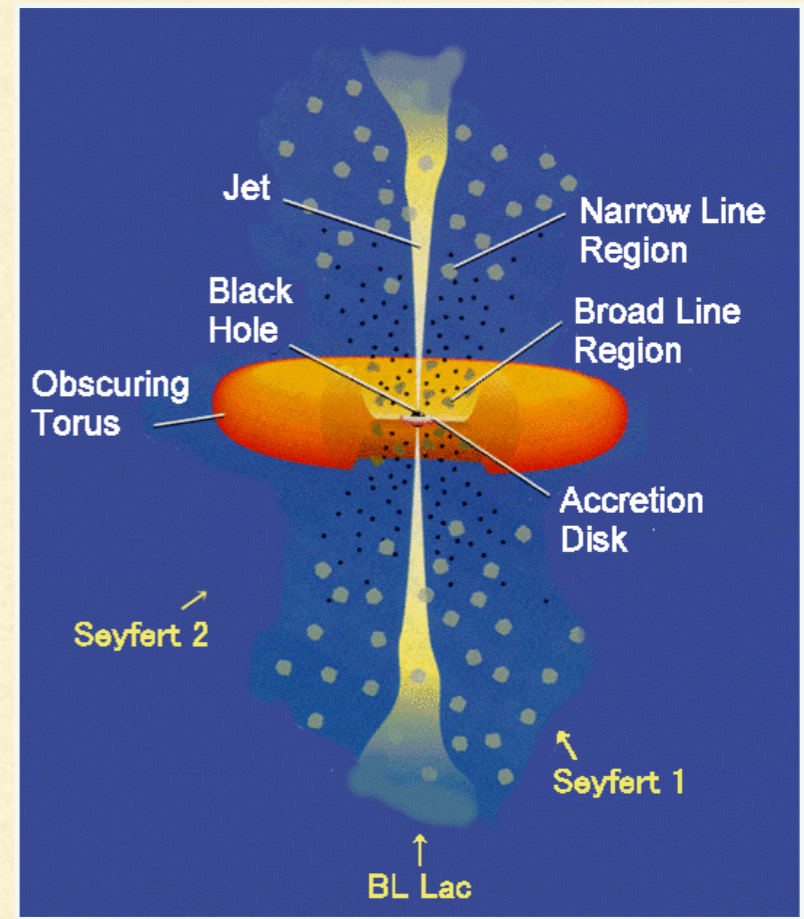
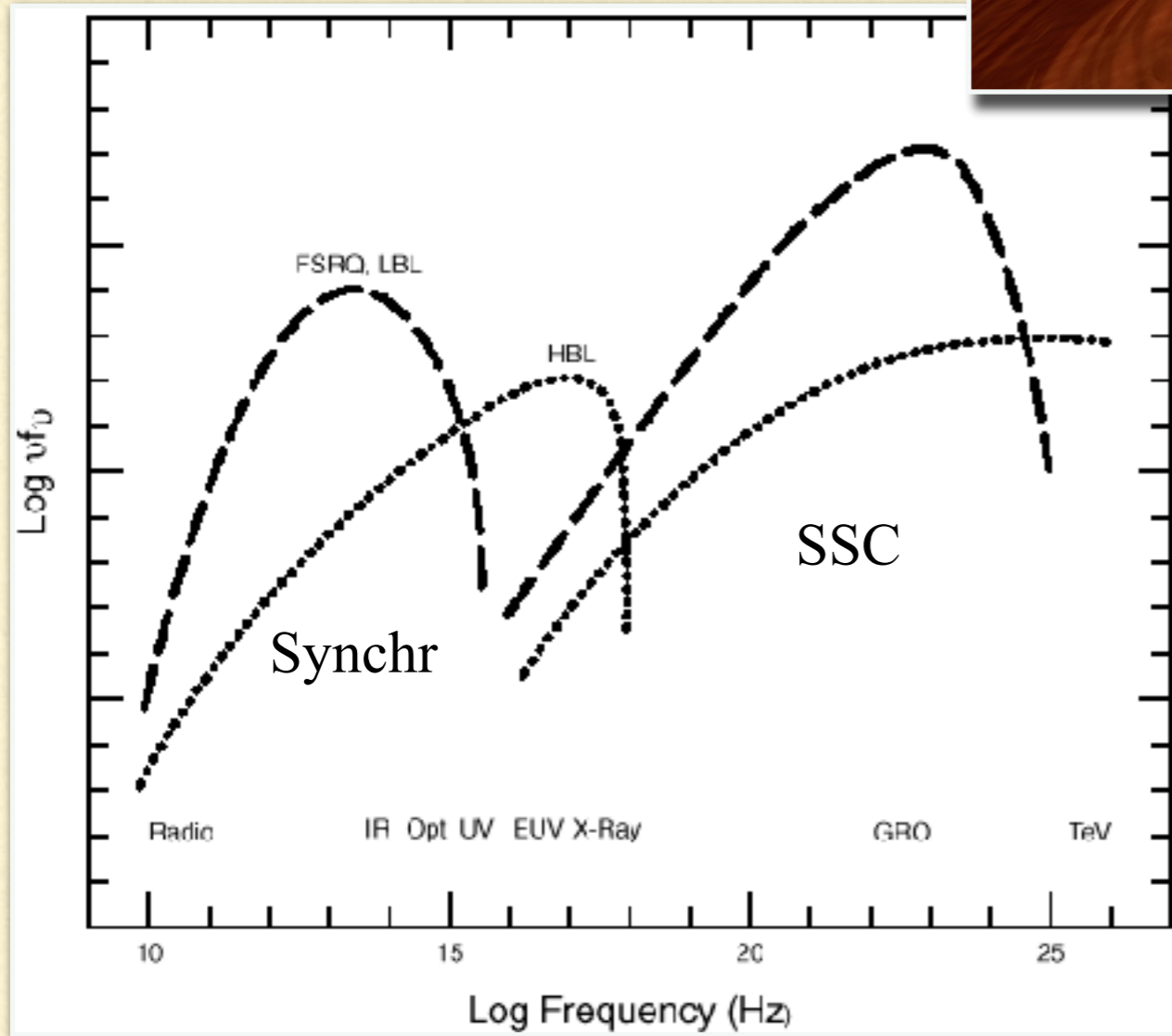
$$q_\gamma(E_\gamma) \propto E_\gamma^{-(p+1)/2} \int dE_{\text{ph}} E_{\text{ph}}^{(p-1)/2} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}).$$

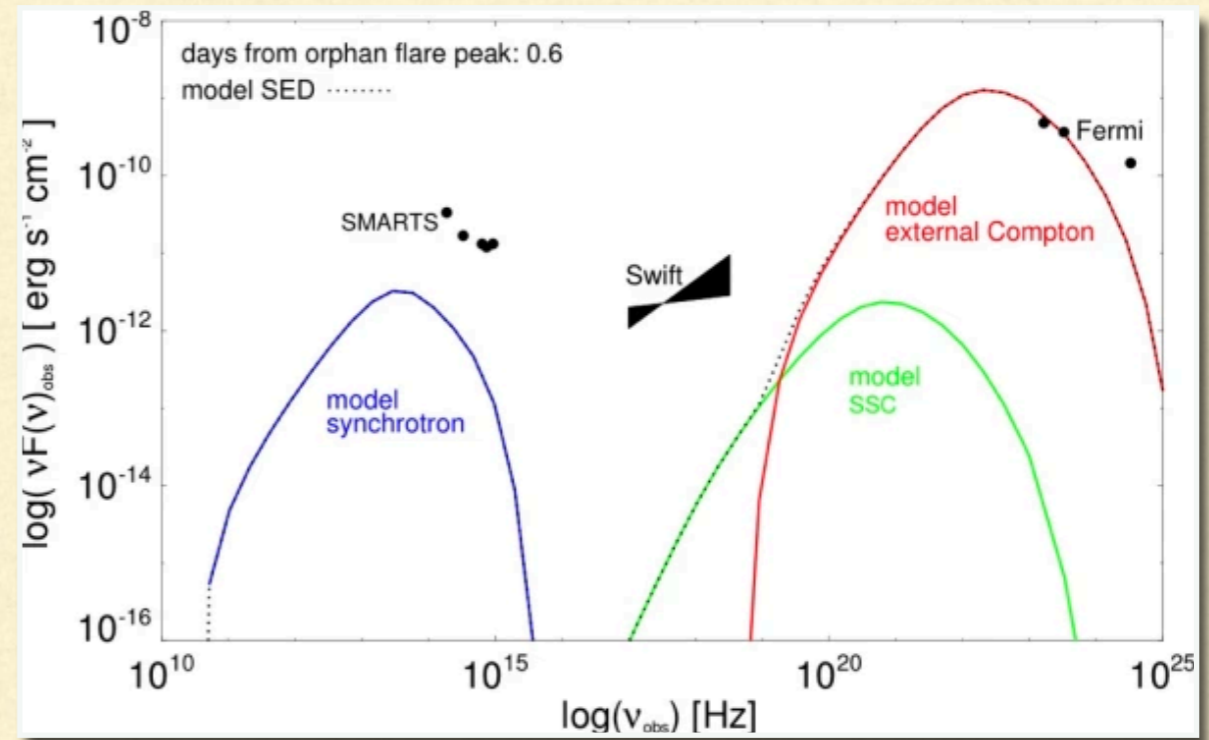
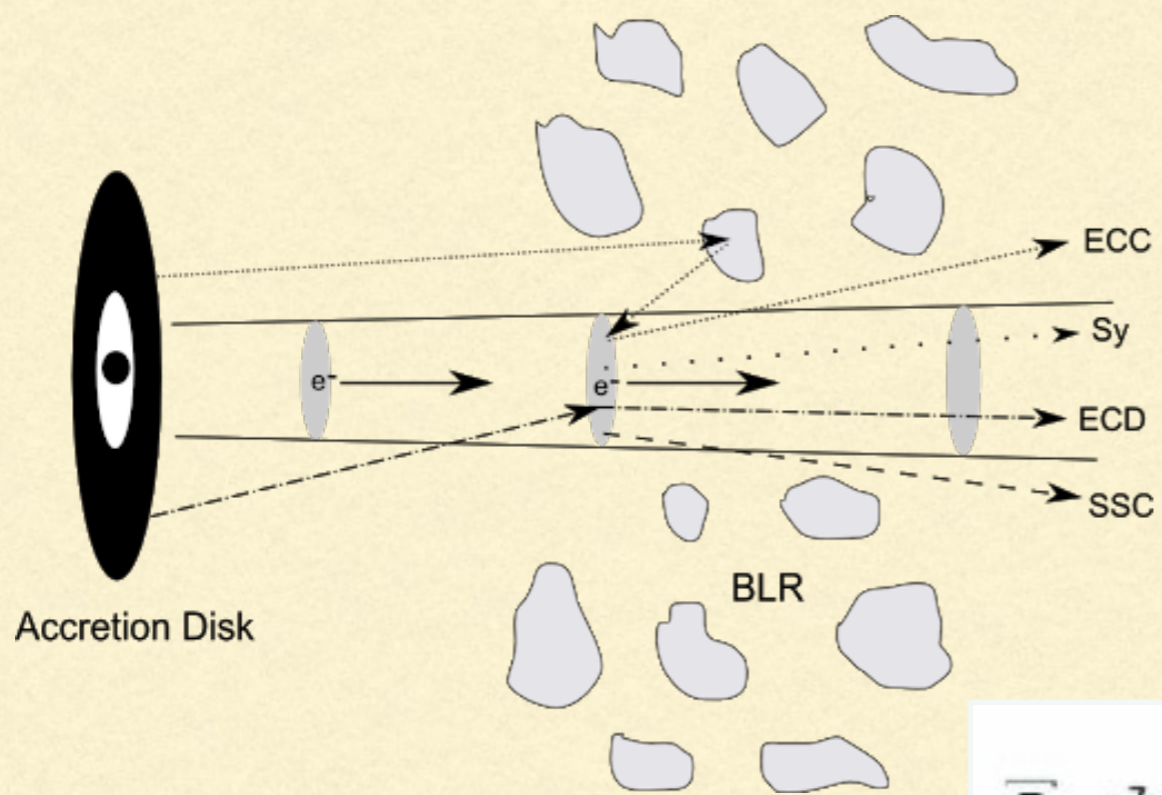
O sea que el espectro de fotones dispersados es también una ley de potencias en la energía  $E_\gamma$  de índice espectral  $\delta = (p + 1)/2$ .

---

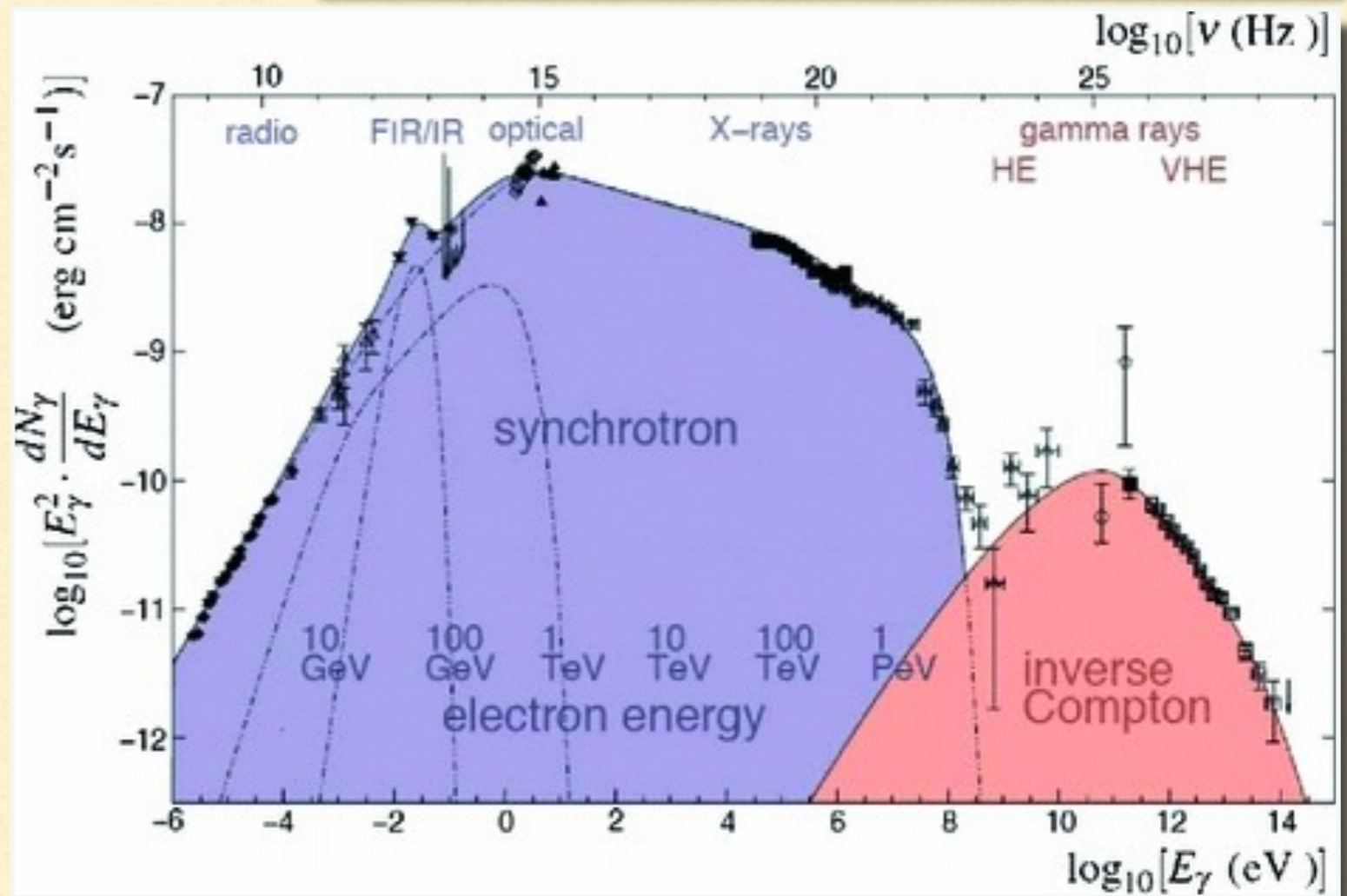
# Ejemplos

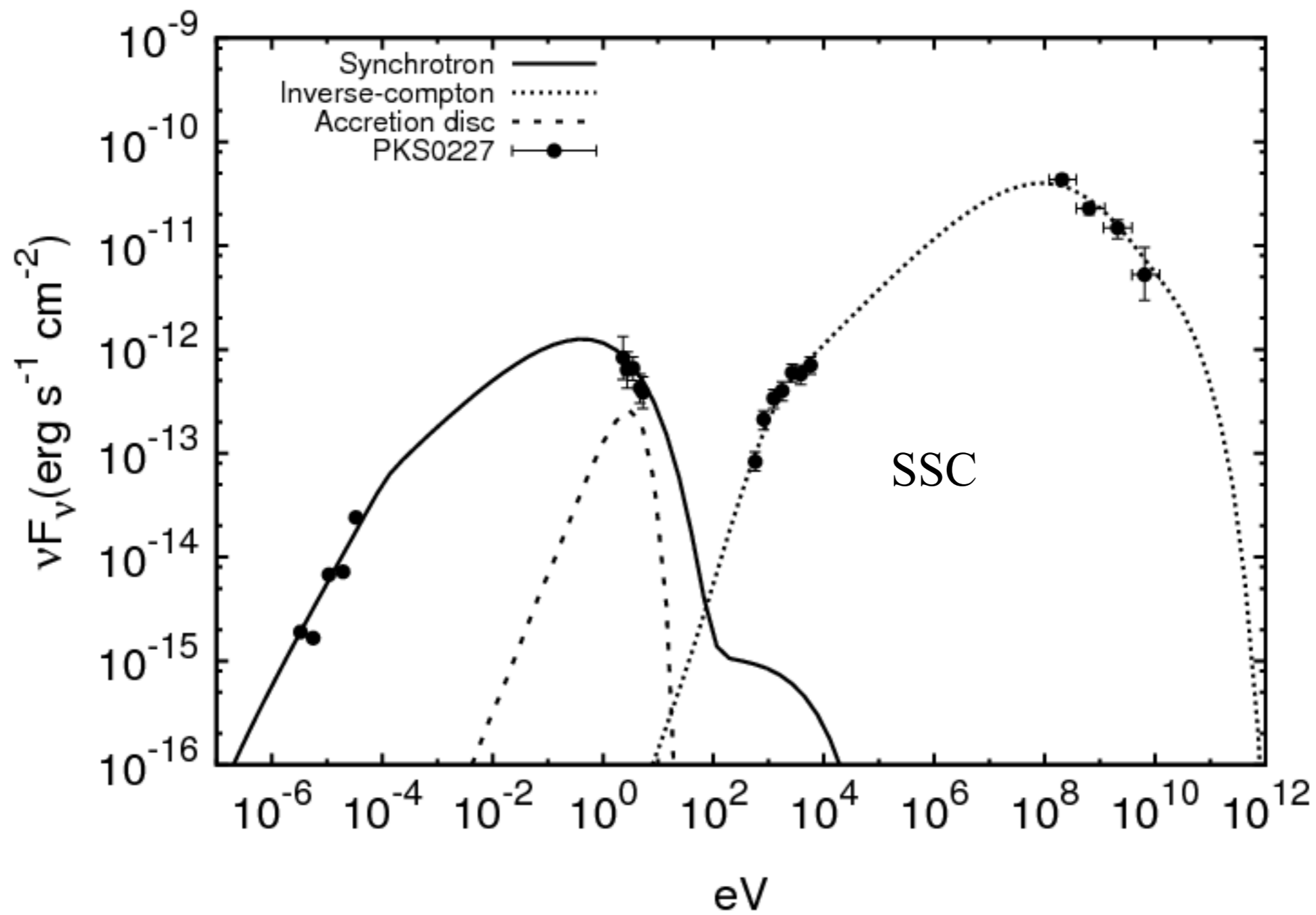
## Blazares





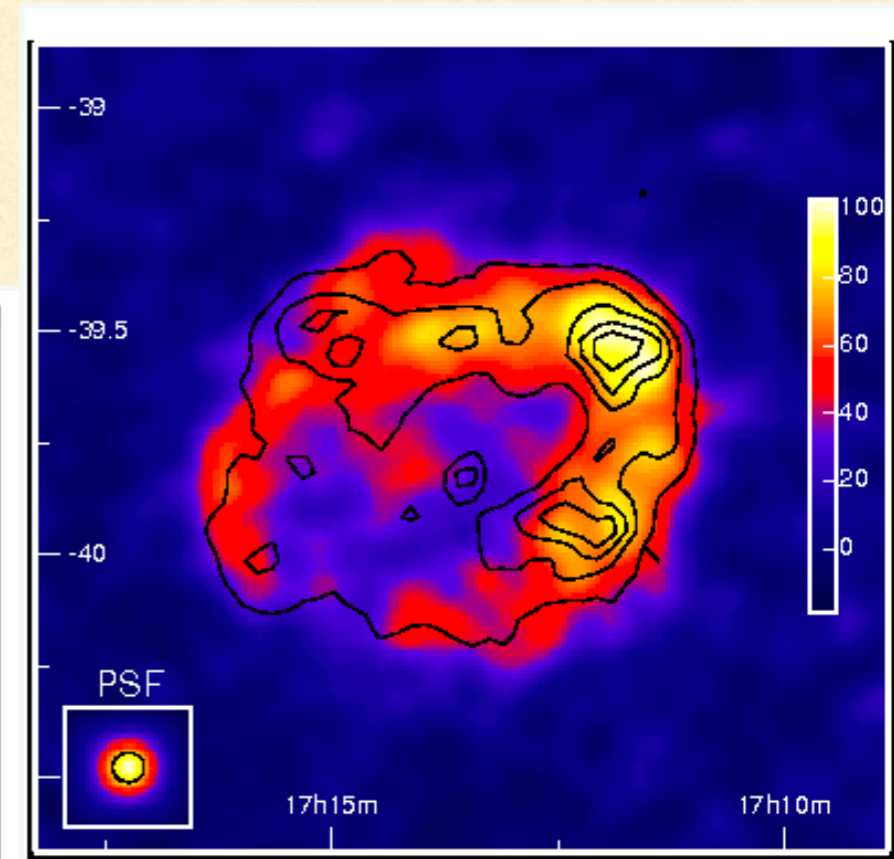
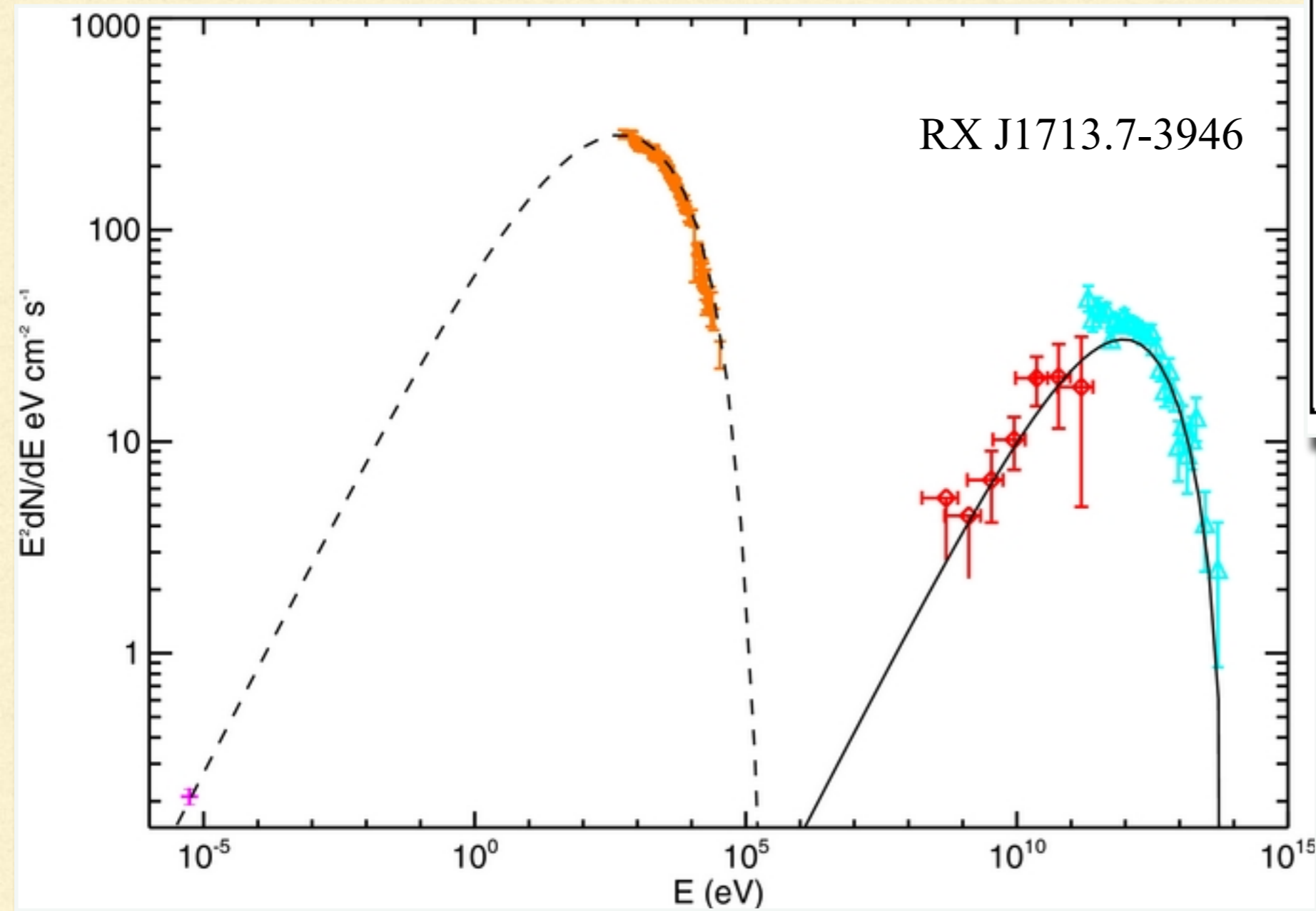
AGNs



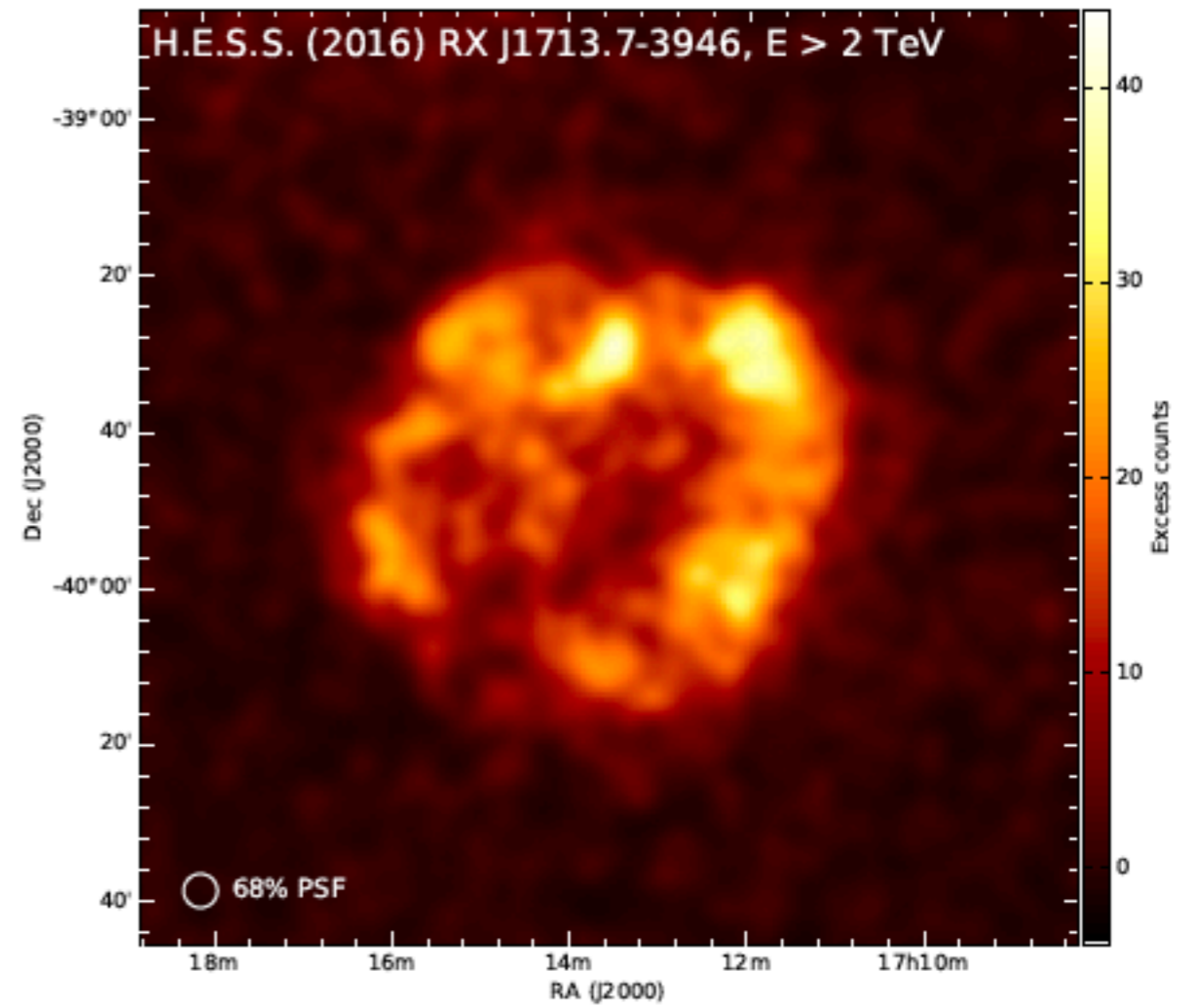
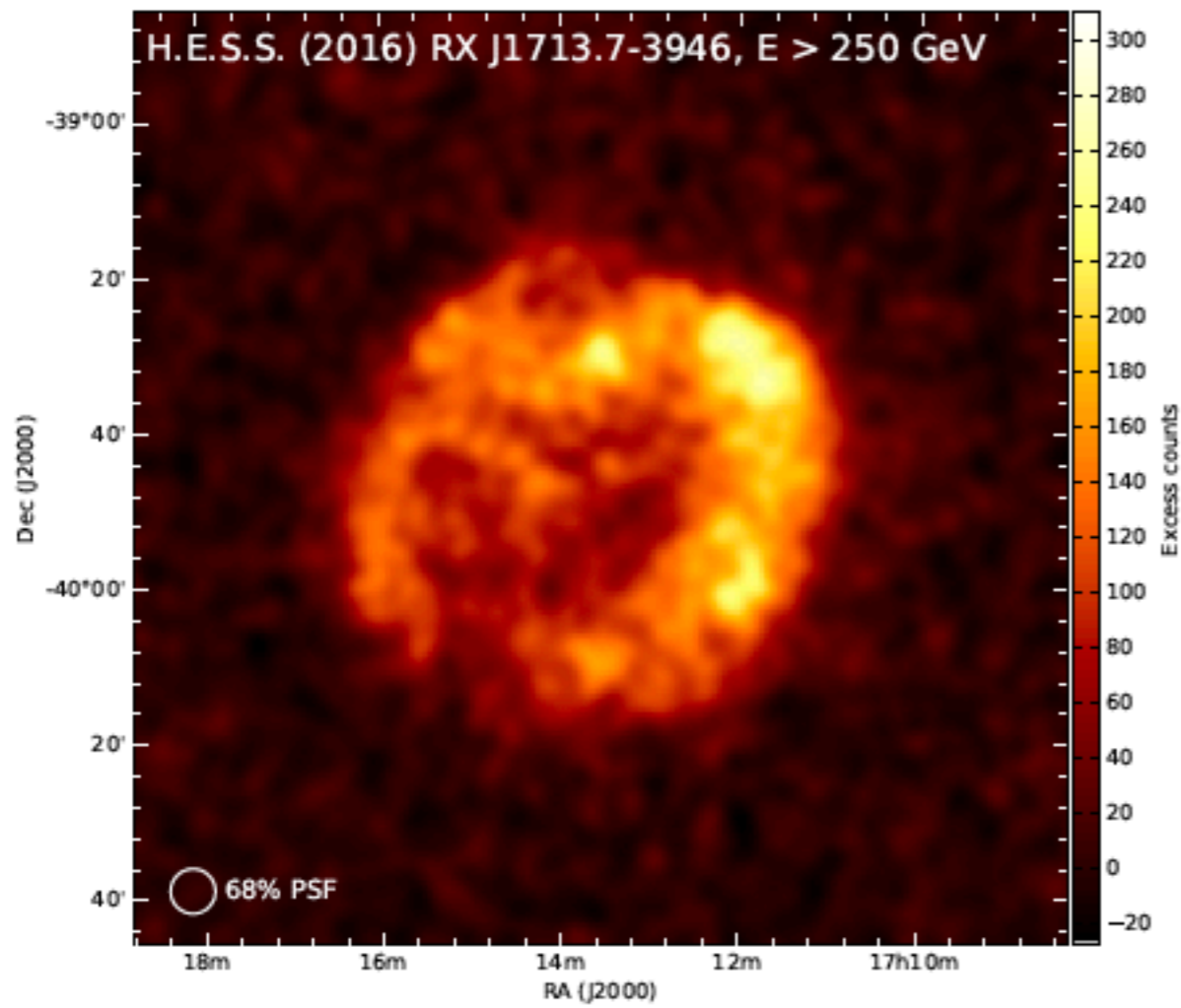




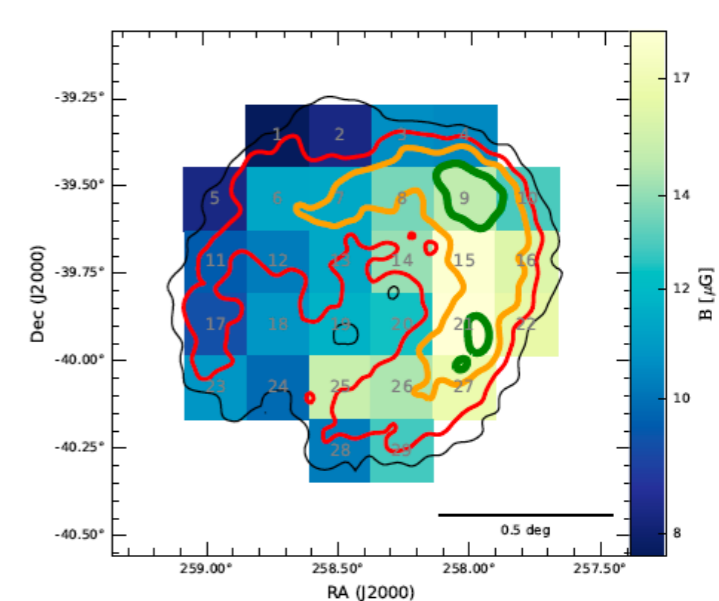
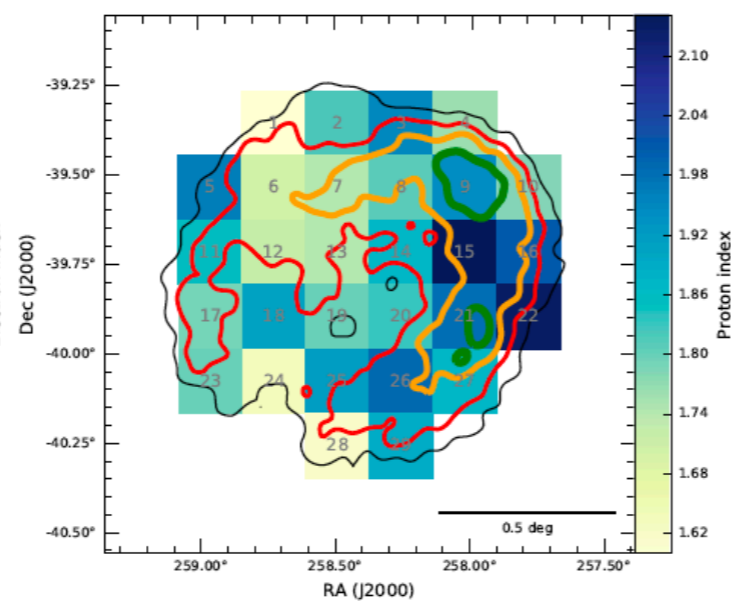
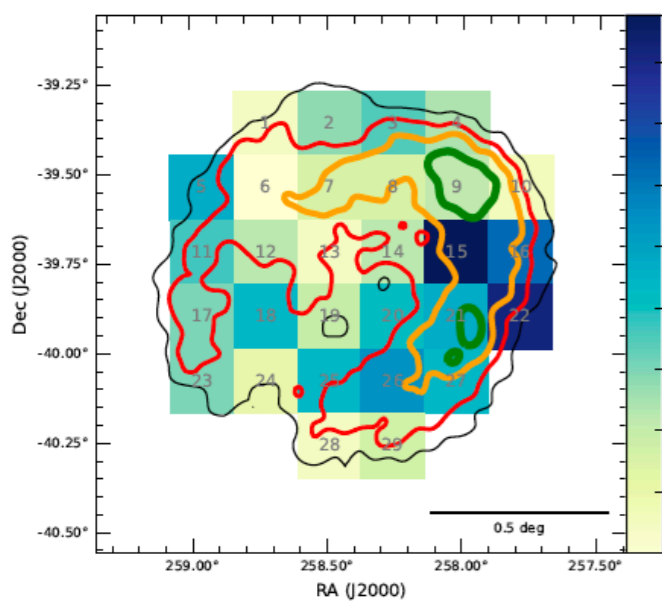
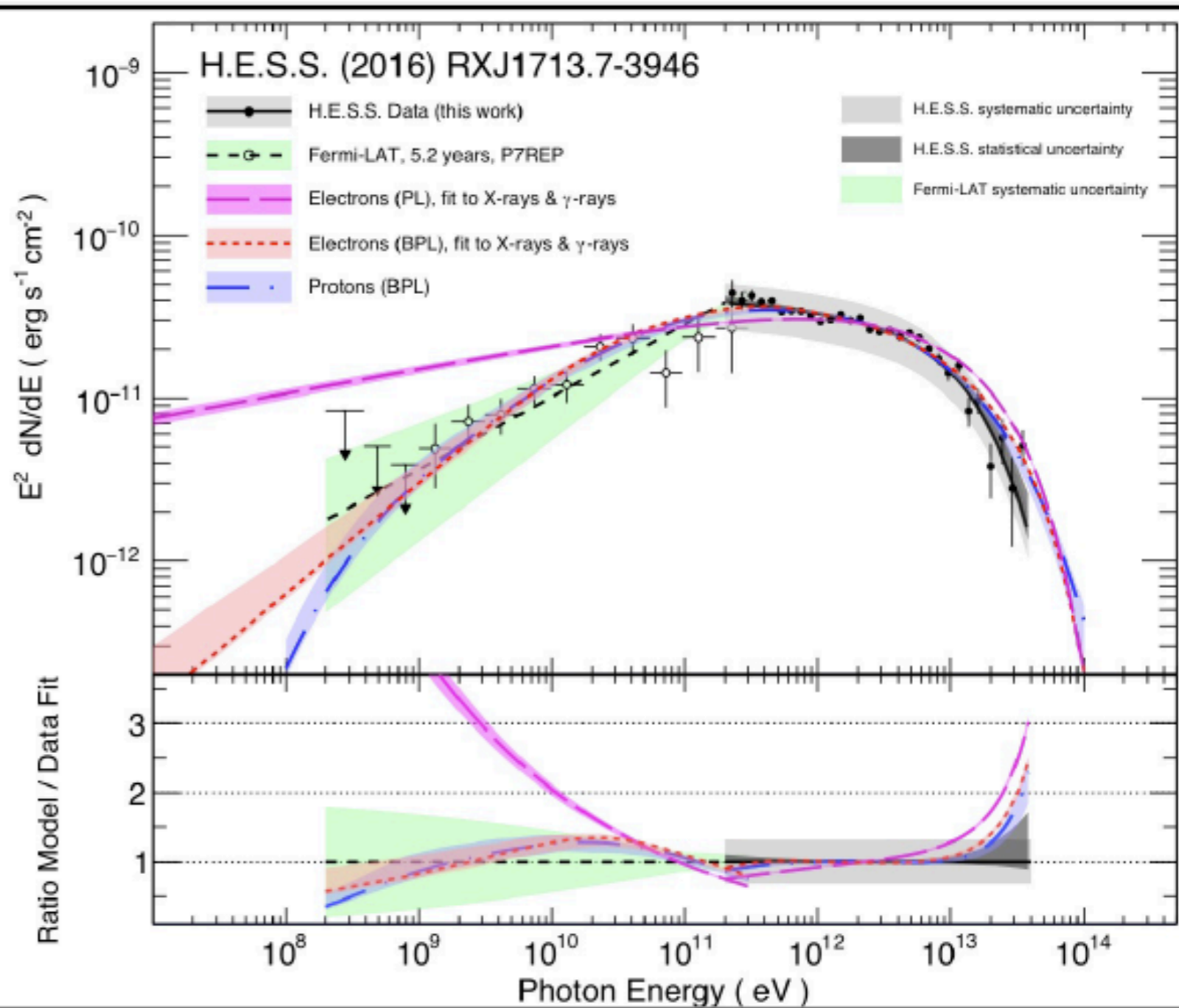
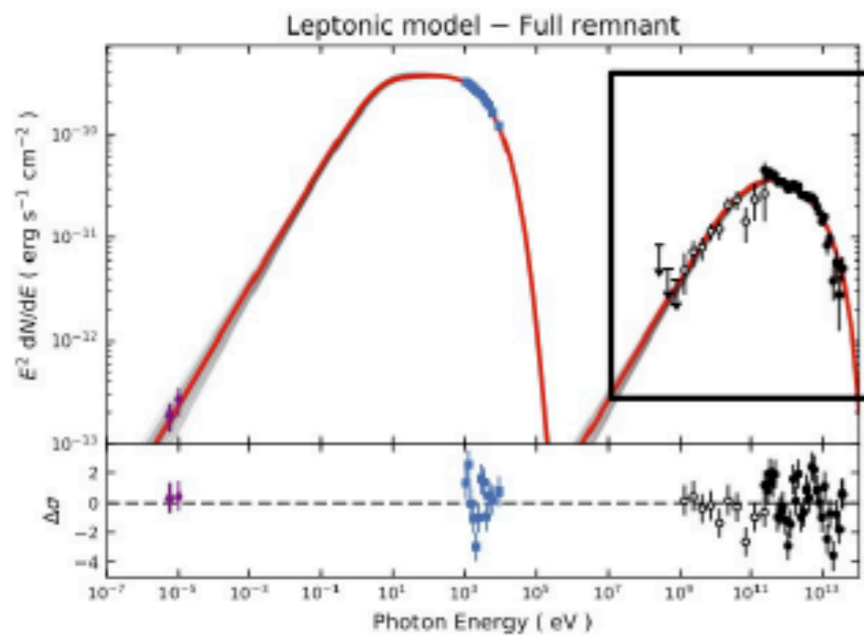
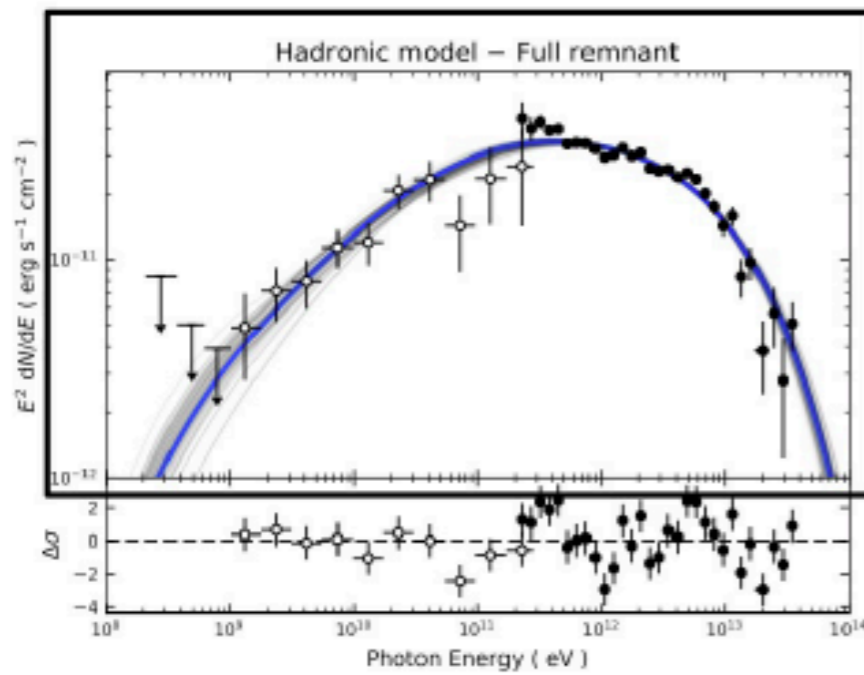
# Ejemplos

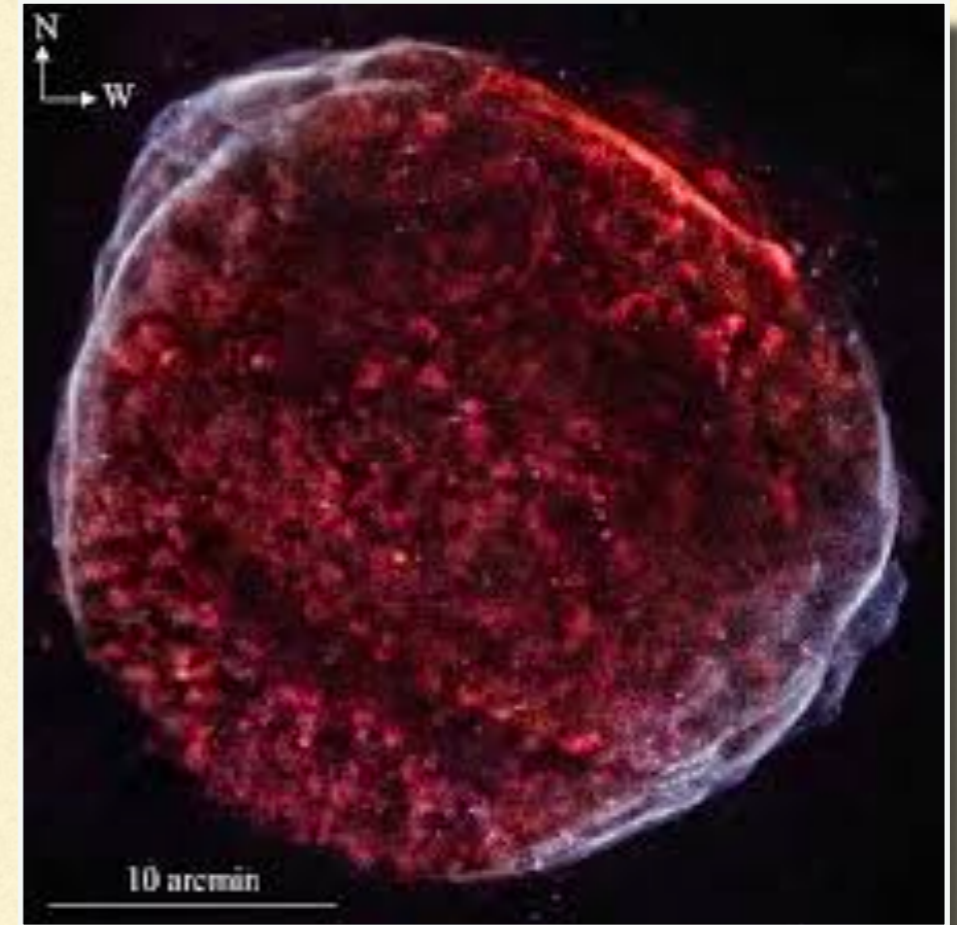
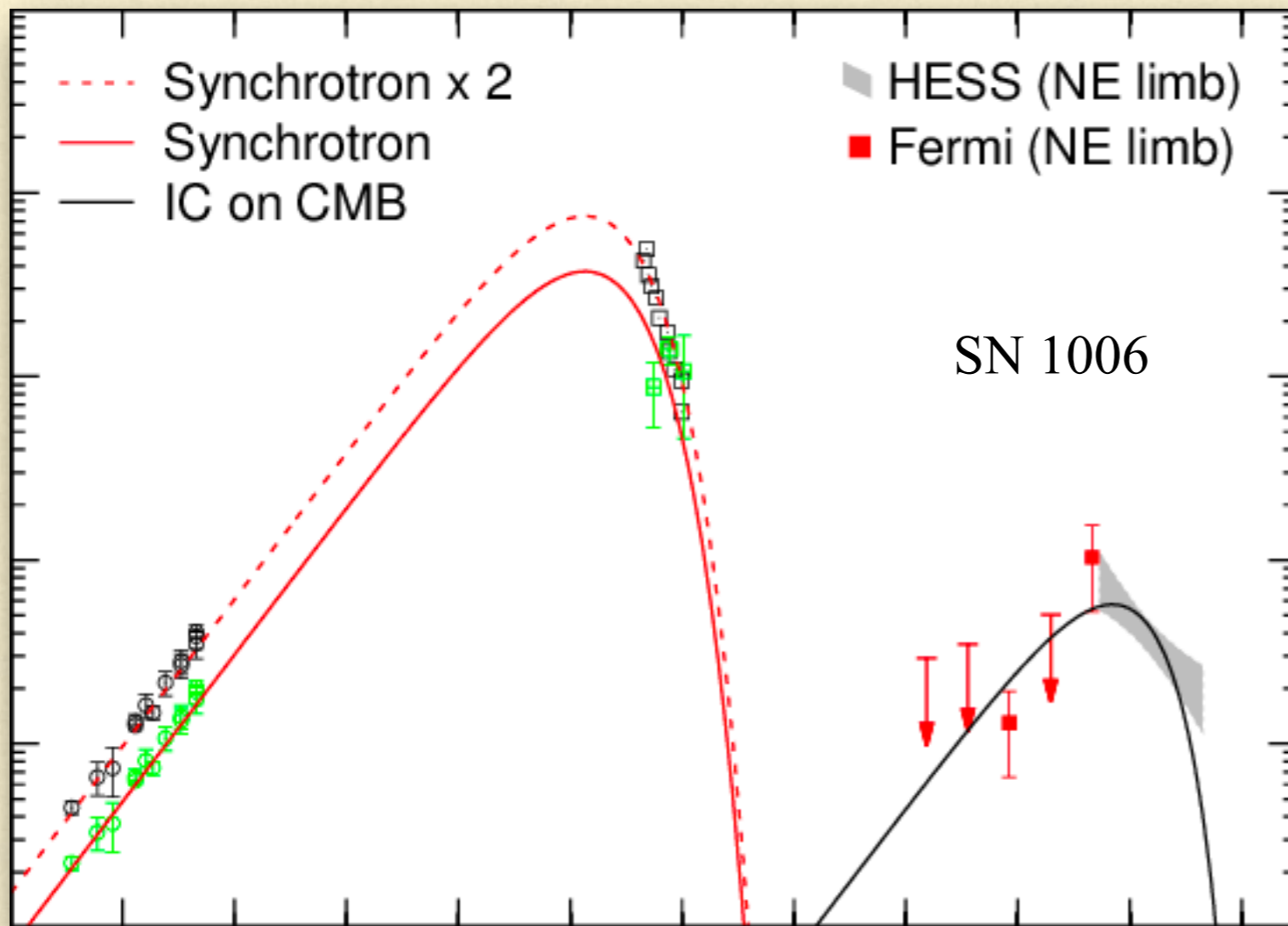


Supernova remnant



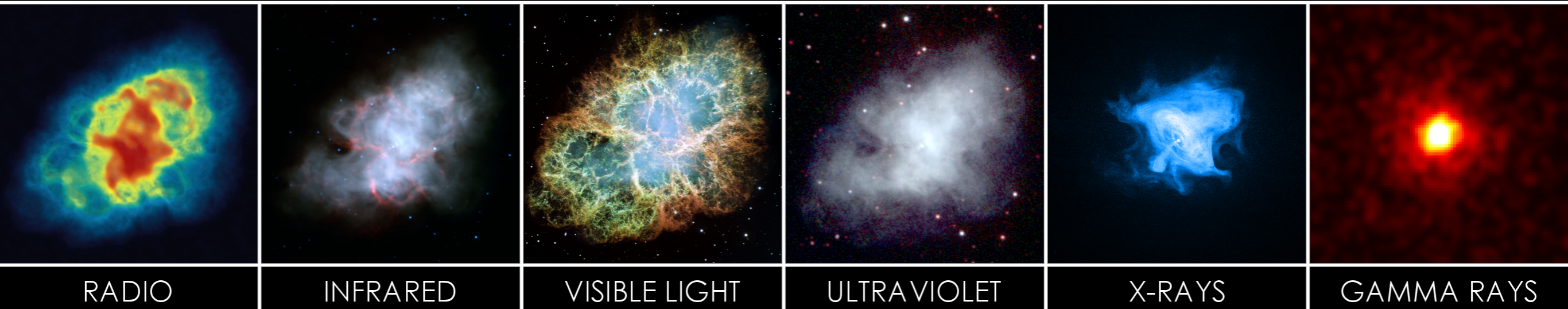
RX J1713.7-3946  
HESS, A&A 612, A6 (2018)





Supernova remnant

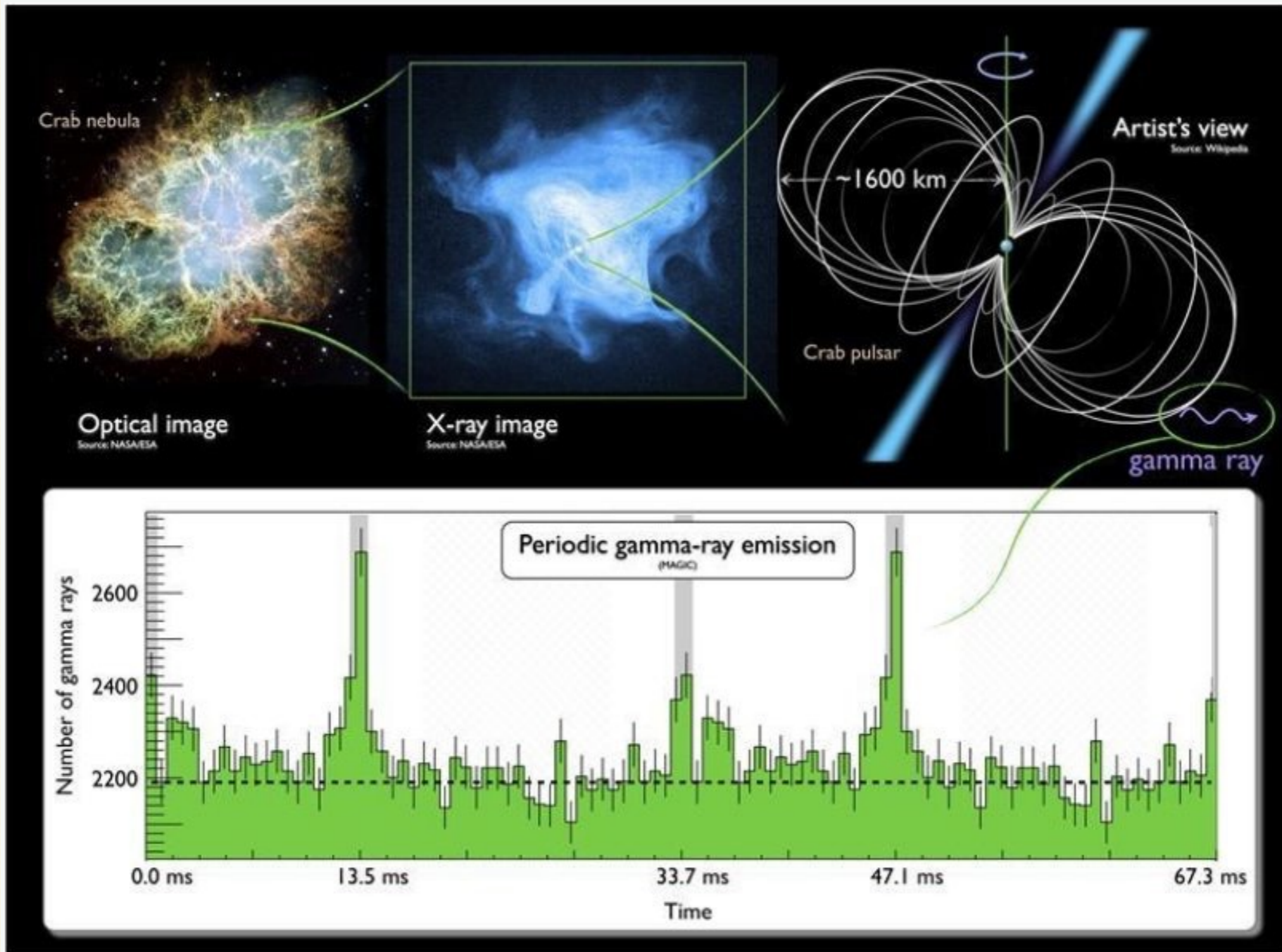
## CRAB NEBULA



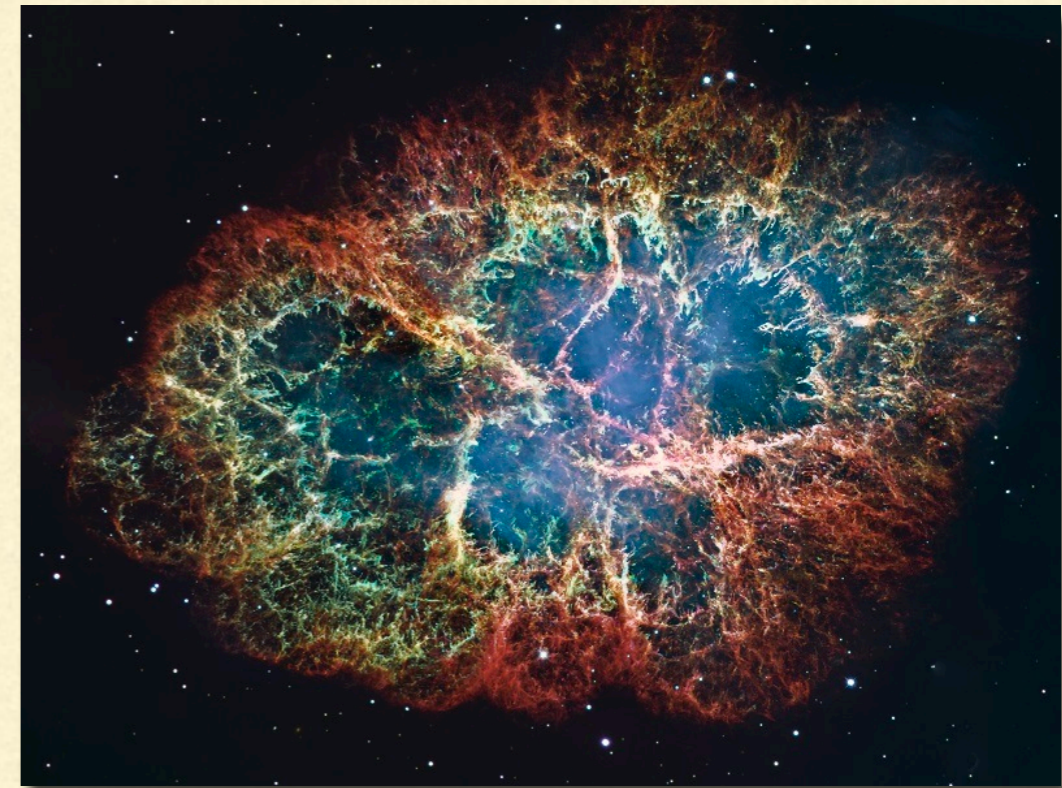
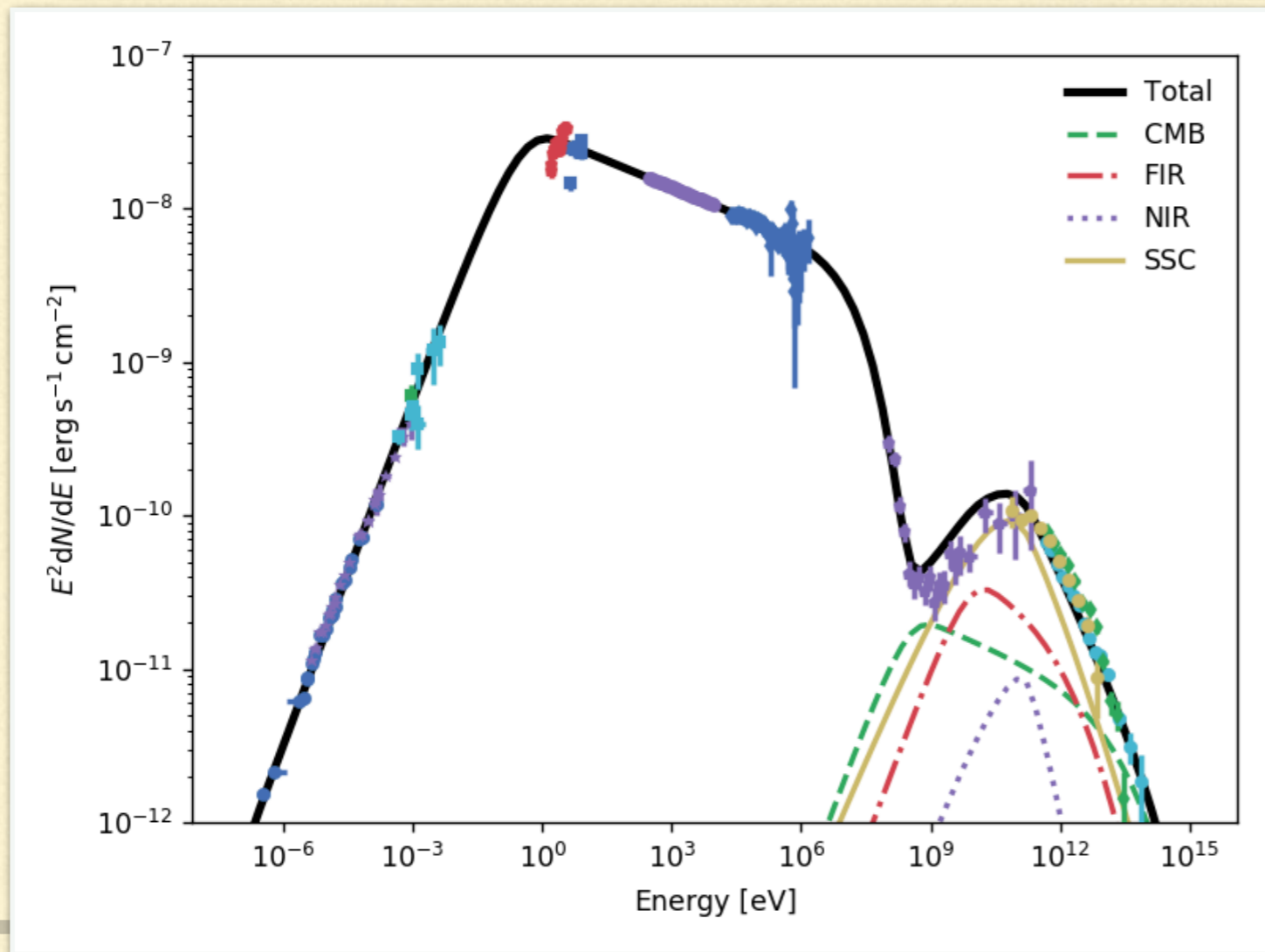
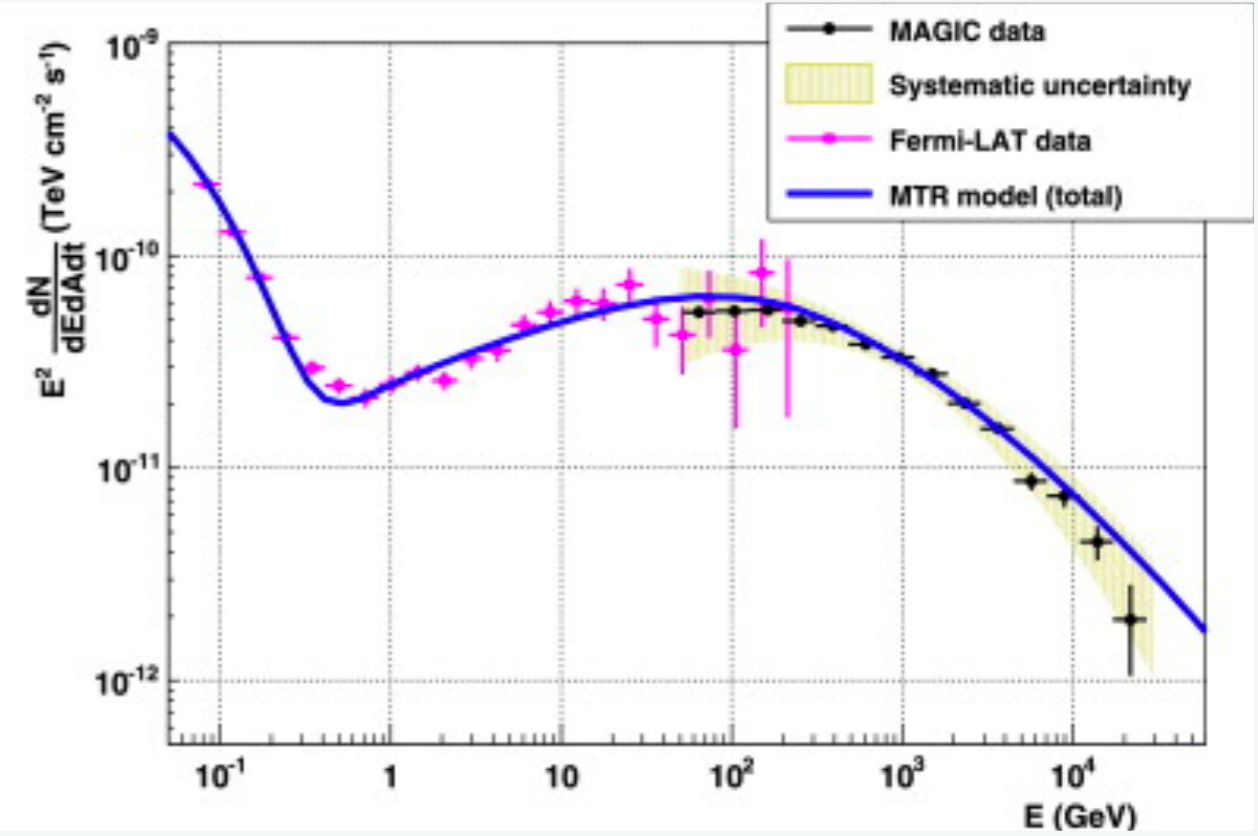
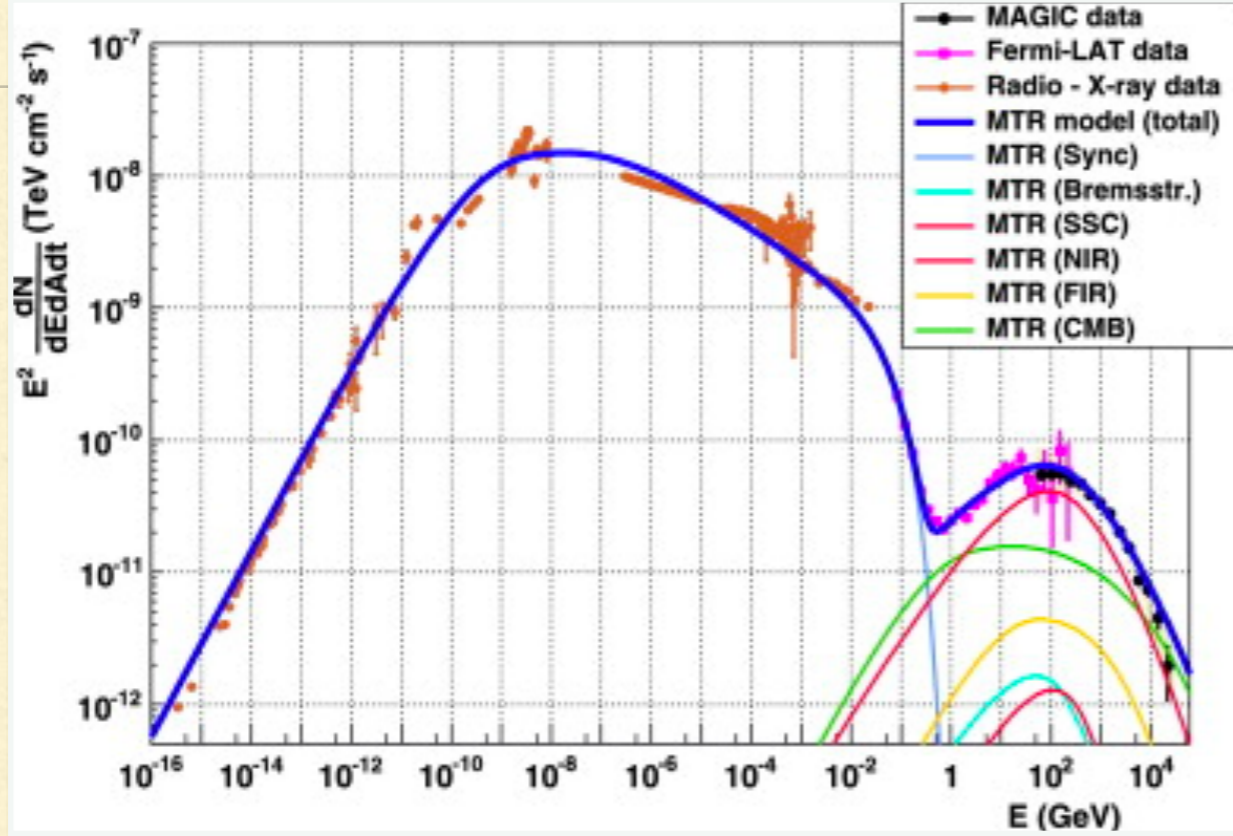
$v_{\text{exp}} \sim 1500 \text{ km/s}$

$d \sim 4.1 \pm 1 \text{ pc across}$

Se estima que la cantidad de materia contenida en los filamentos de la Nebulosa del Cangrejo (masa eyectada de gas ionizado y neutro; principalmente helio) es  $4.6 \pm 1.8 M_{\odot}$ .



$P=33$  ms  
 $d=2200$ pc  
 $L\sim 10^{38}$  erg/s



Crab Nebula

---

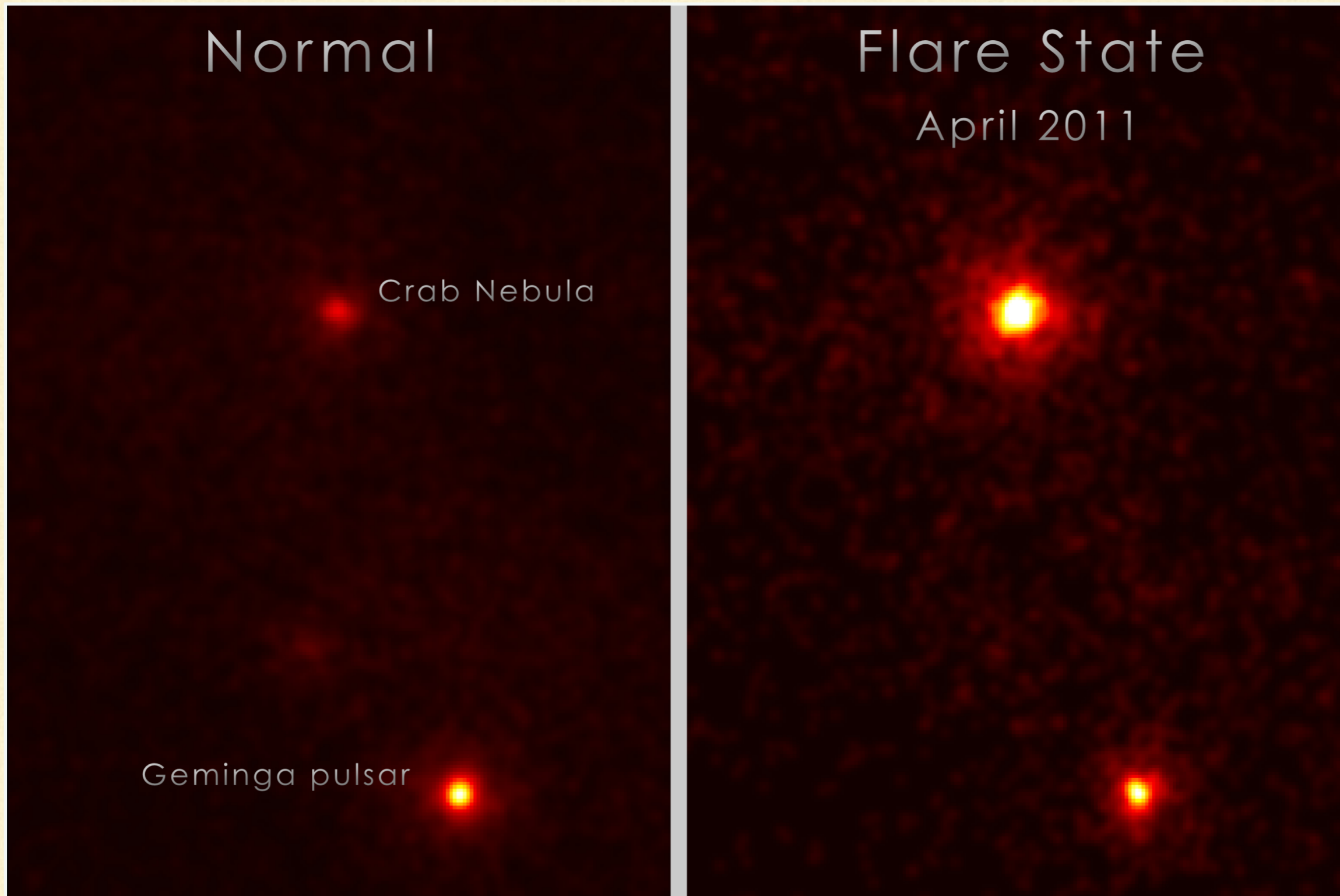
Normal

Crab Nebula

Geminga pulsar

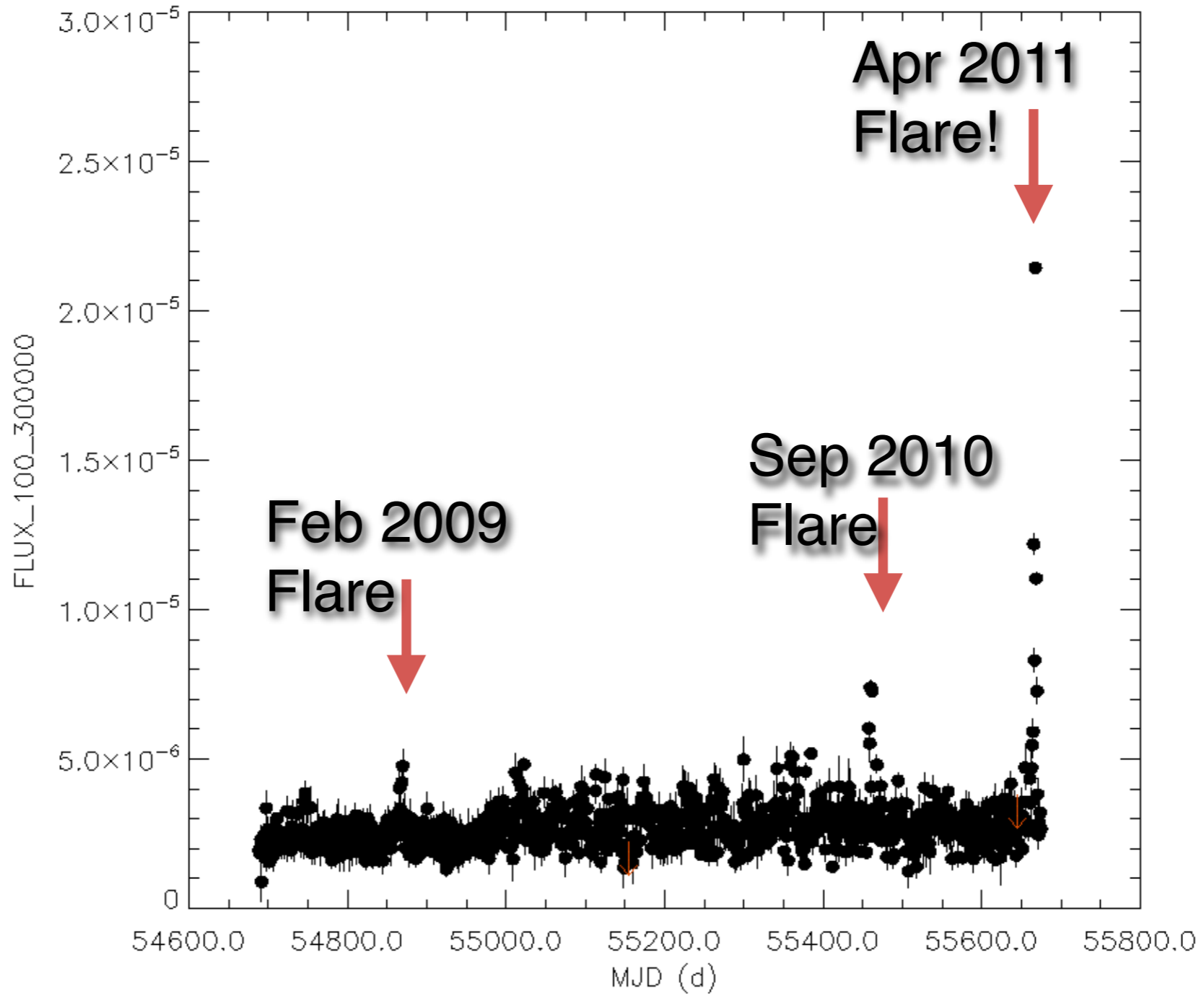
Flare State

April 2011

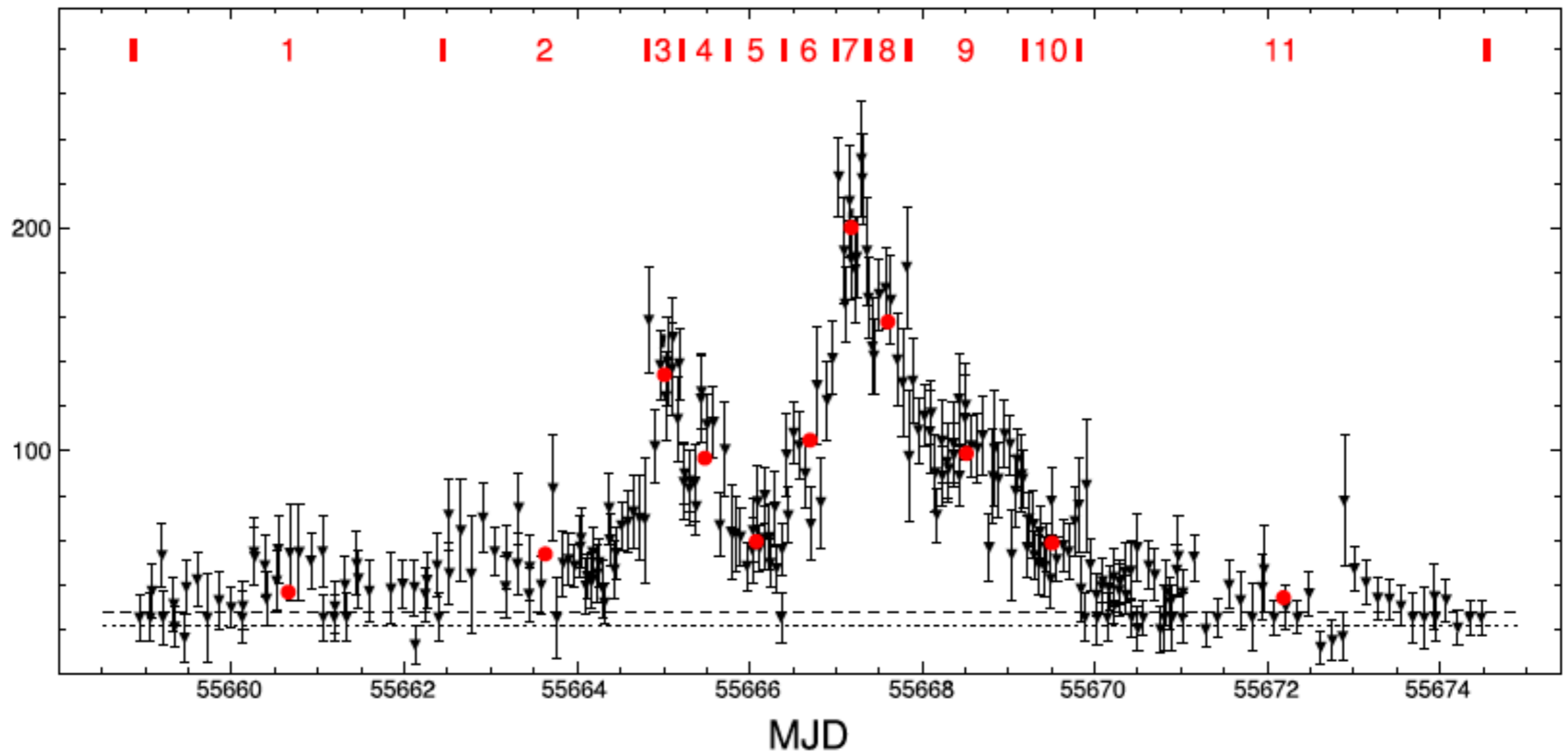




Source = Crab Pulsar Duration = 86400.0



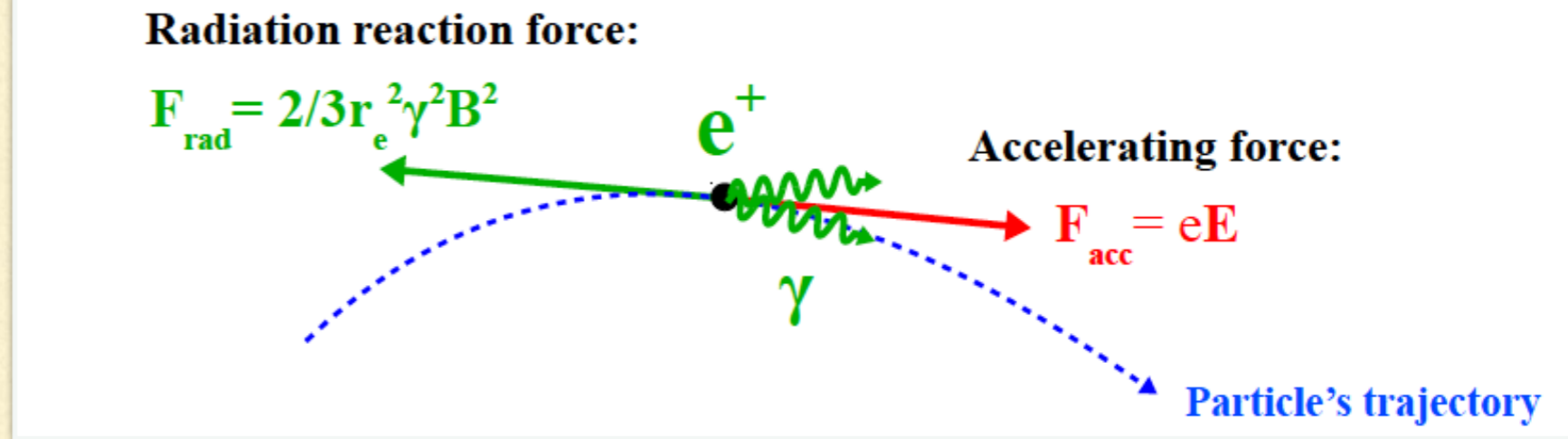
Flux > 100 MeV [  $10^{-7} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  ]



# Violation of synchrotron limit in ideal MHD

$$F_e = eE,$$

$$F_{\text{rad}} \approx \frac{2}{3} r_e^2 \gamma^2 B_{\perp}^2$$



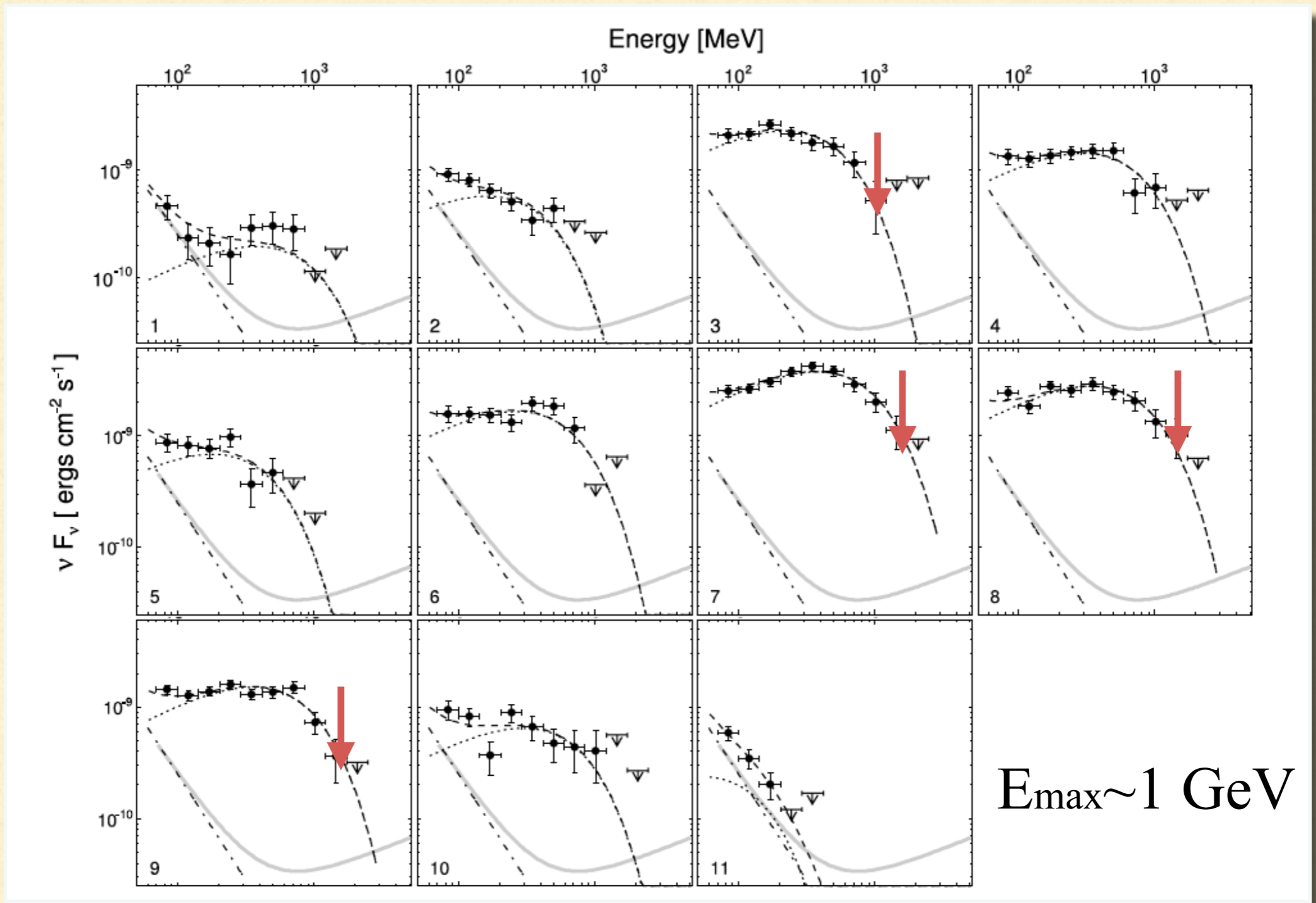
$$F_e = F_{\text{rad}}$$

$$\gamma_{\text{rad}} = \left( \frac{3eE}{2r_e^2 B_{\perp}^2} \right)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{crit}}^{\text{max}} &= \frac{3he}{4\pi m_e c} B_{\perp} \gamma_{\text{rad}}^2 \\ &= \frac{9}{4} \frac{m_e c^2}{\alpha_F} \left( \frac{E}{B_{\perp}} \right) \approx 160 \left( \frac{E}{B_{\perp}} \right) \text{ MeV}, \end{aligned}$$

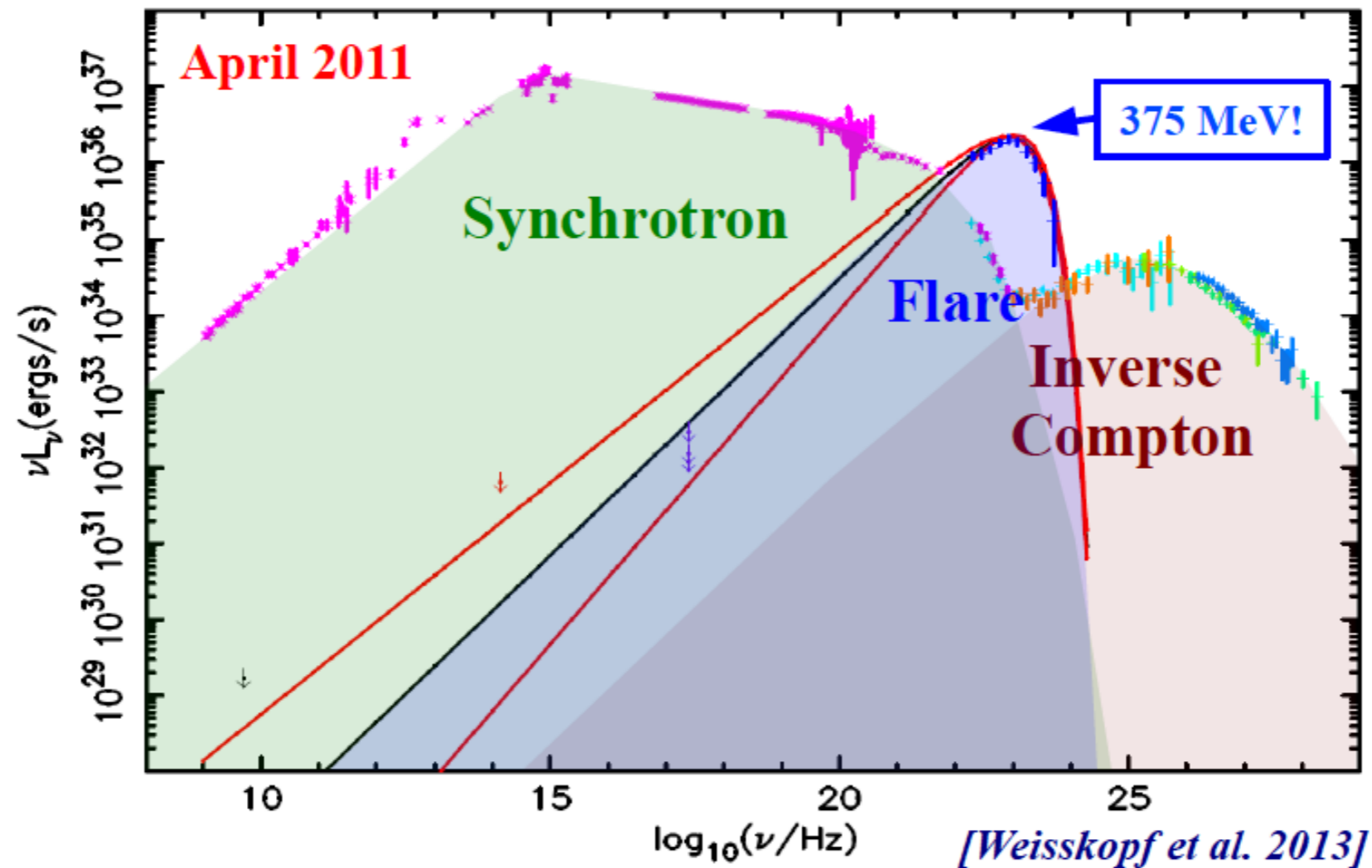
$$\left( \frac{E}{B_{\perp}} \right) < 1 \text{ in ideal MHD}$$

$$\epsilon_{\text{max}} = 160 \text{ MeV}$$

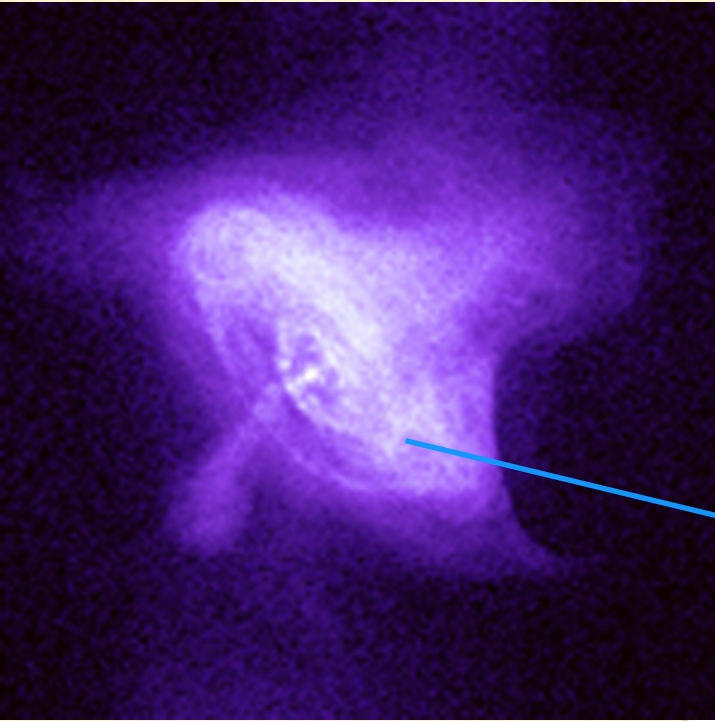


Las energías máximas son mucho mayores que 160 MeV

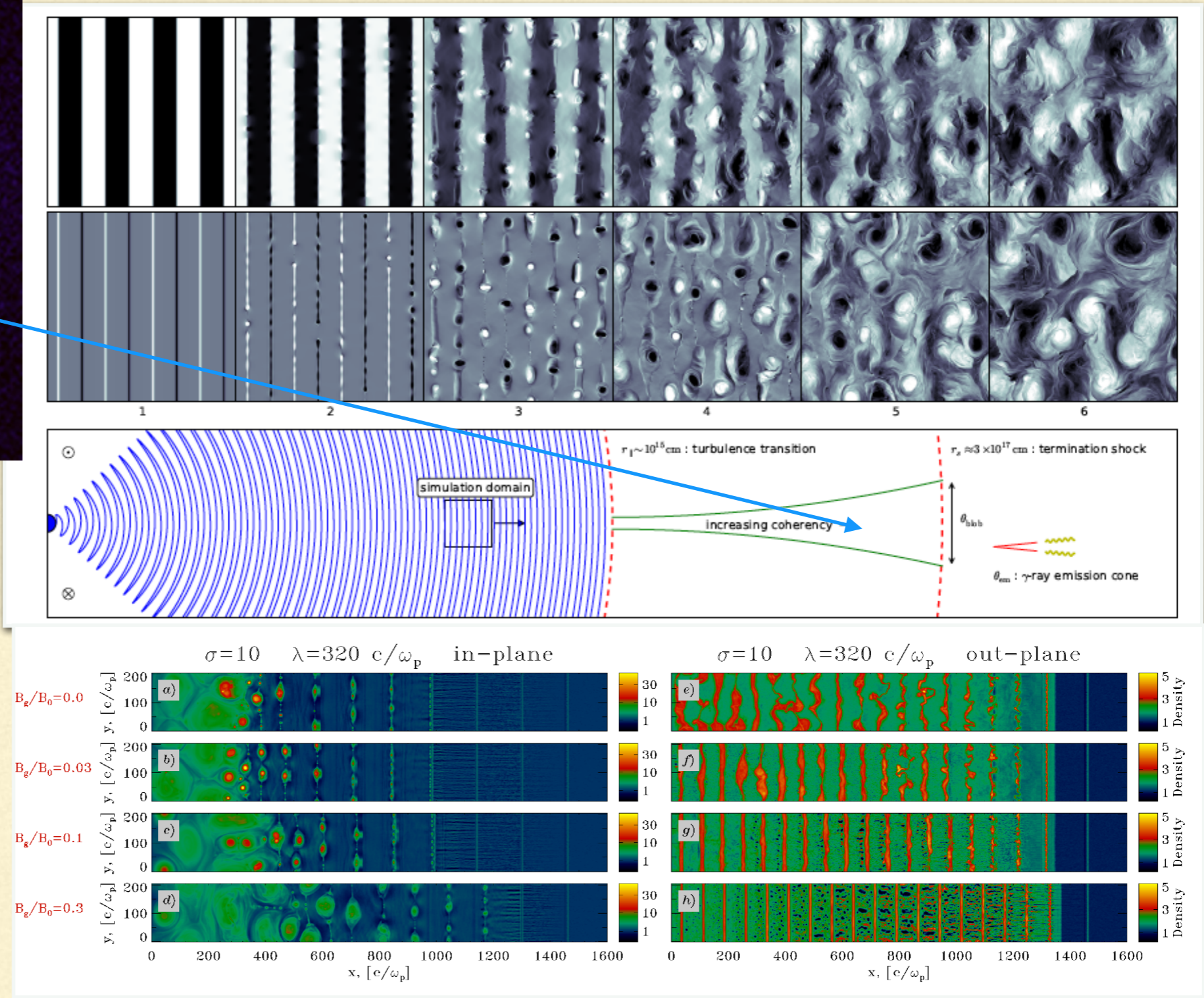
## Spectral variability at high energies



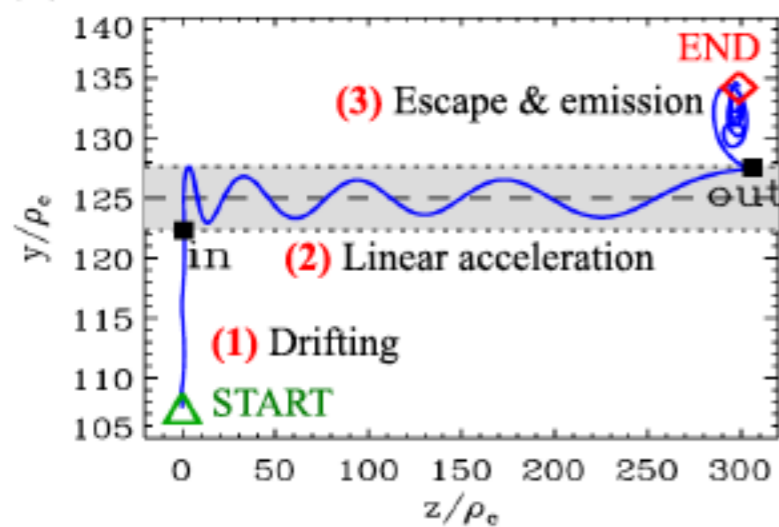
- **Synchrotron photons  $> 100$  MeV**
- **No obvious counter-parts (radio, IR, opt., X, TeV)**
- **April 2011 spectrum very hard, inconsistent with shock-acceleration**



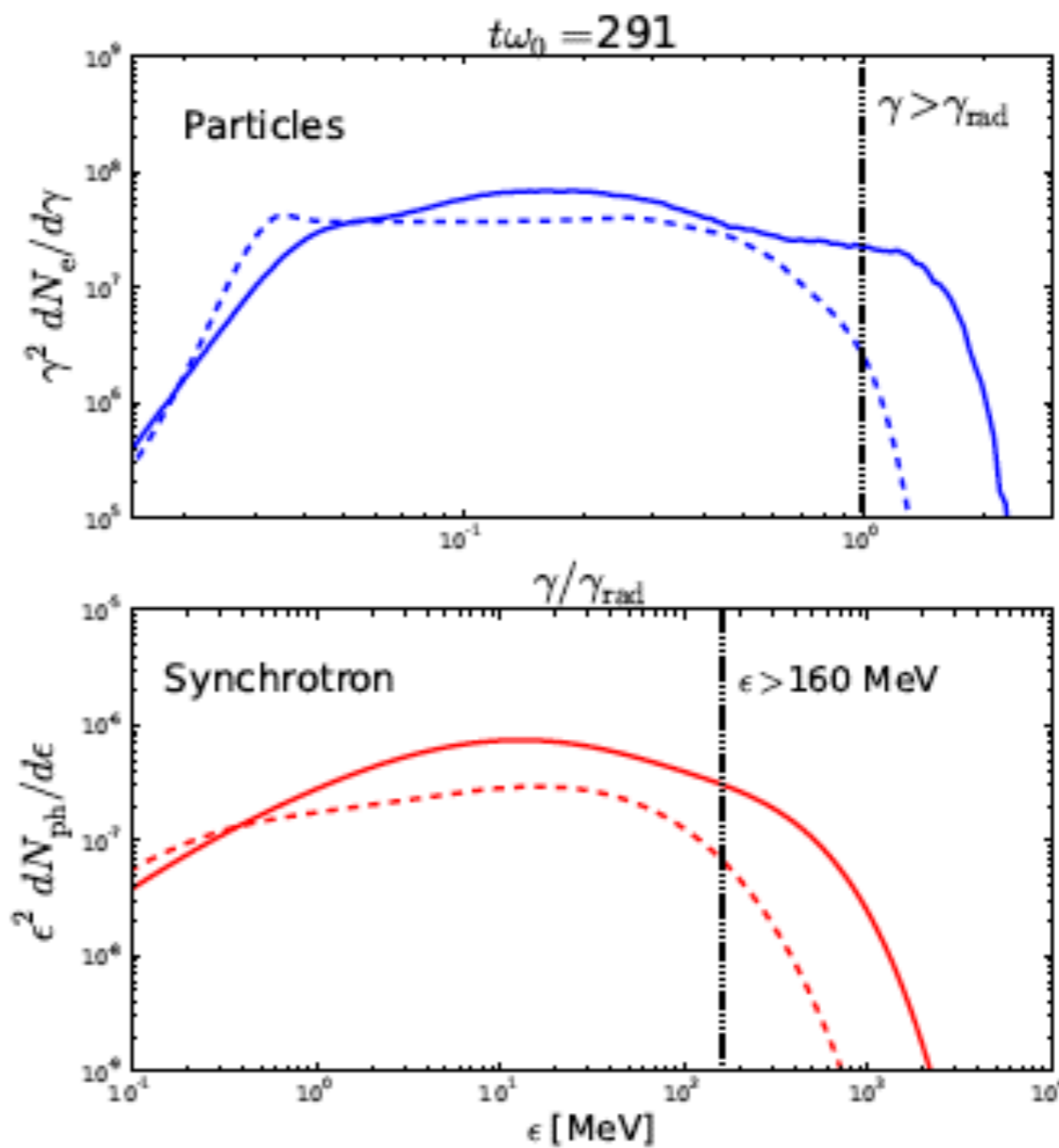
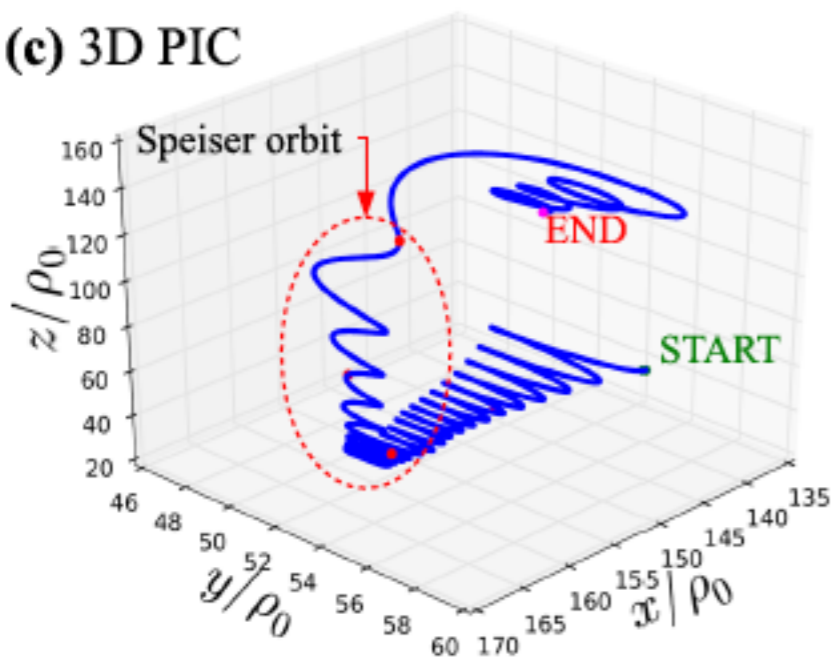
Sironi et al.  
 Comput.Sci.Dis. 5  
 (2012)



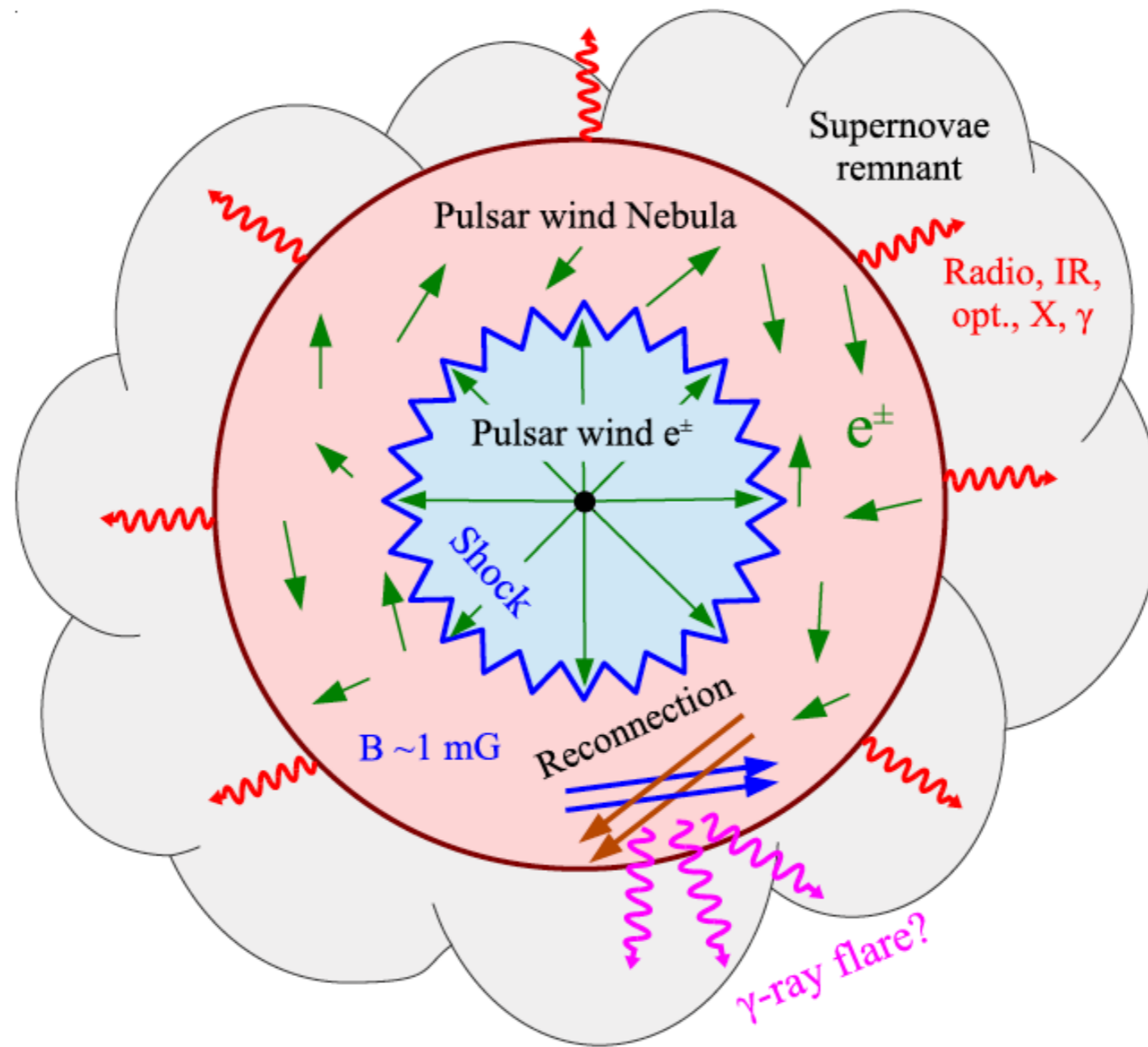
(b) 2D PIC



(c) 3D PIC



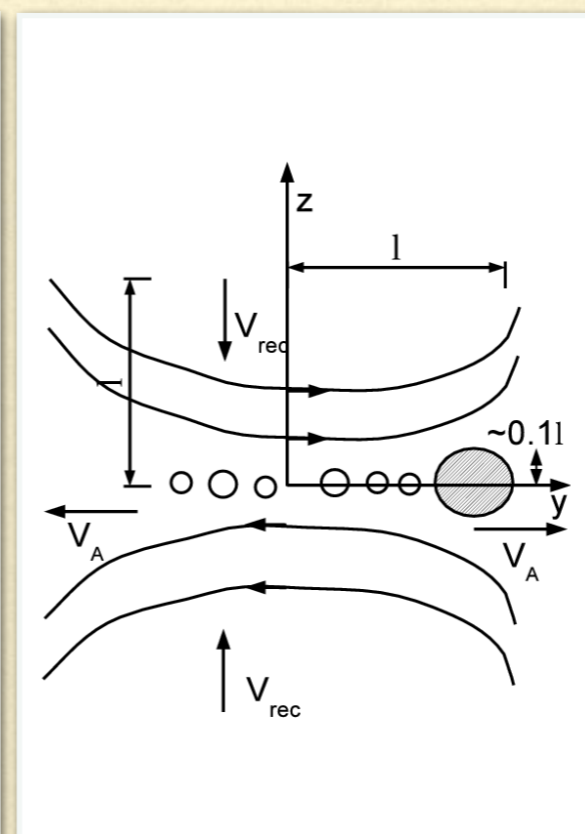
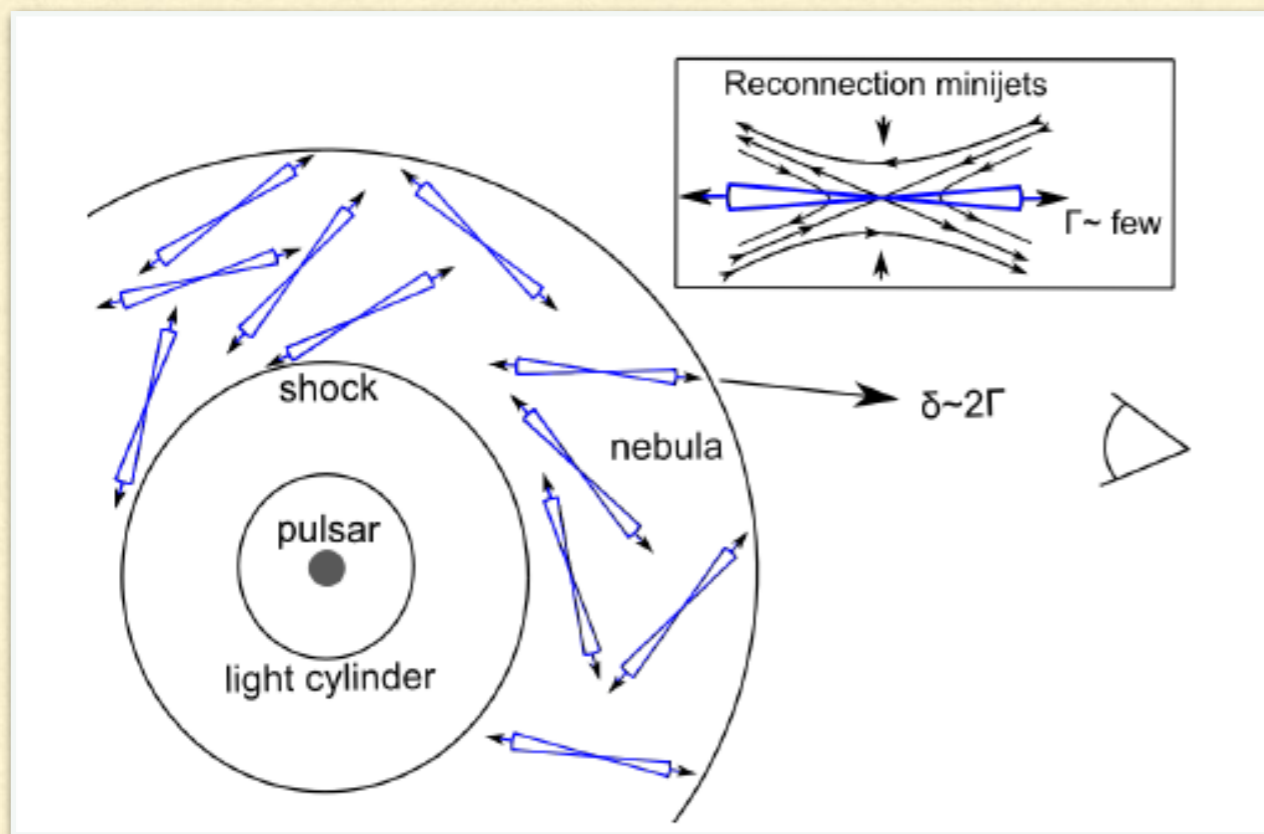
B. Cerutti et al. (2015)



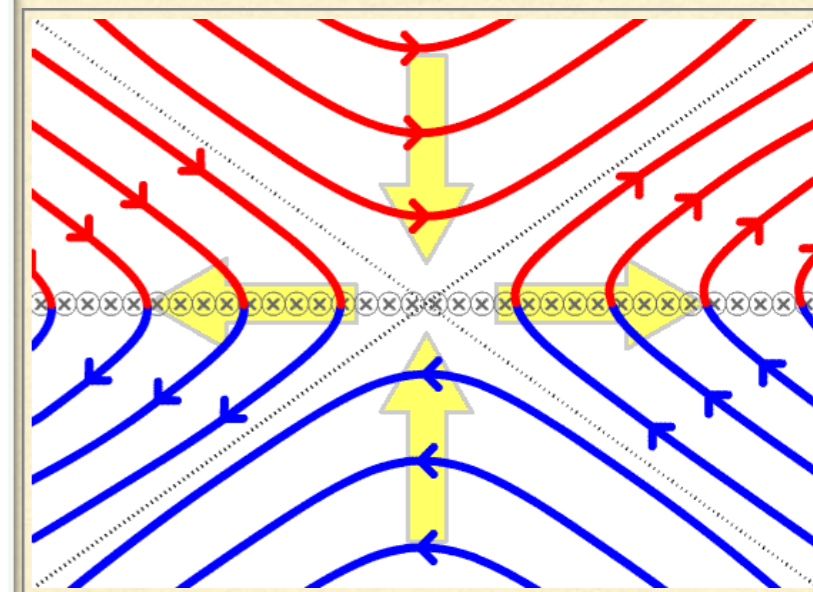


# Crab Nebula gamma-ray flares as relativistic reconnection minijets

E. Clausen-Brown and M. Lyutikov, 2013



$$V_{A,\text{in}}^R = c \left( \frac{\sigma_{i+e}(B_{\text{tot}})}{1 + \sigma_{i+e}(B_{\text{tot}})} \right)^{1/2}$$



$$\epsilon_p = 2\Gamma\gamma^2 h e B' / (m_e c)$$

$$\delta = (\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - 1} \cos \theta_{ob})^{-1}$$

$$\theta_{ob} \approx 0$$

$$\rightarrow \delta \approx 2\Gamma$$

$$L_{iso} = 4\Gamma^2 L.$$

## Comptonización

La “Comptonización” es el proceso de tomar un espectro de entrada (“semilla”) y dispersarlo en un nuevo espectro por interacciones Compton inversas con una población de electrones relativistas. Si los electrones relativistas son de origen térmico se habla de “Comptonización” térmica.

La importancia de este proceso es medida por el parámetro Compton  $y$  (en medios finitos):

$$y = (\text{número medio de dispersiones}) \times (\text{pérdida fracciona de energía por dispersión})$$

$$\tau_T = n_e \sigma_T R$$

$$y = \langle N_{sc} \rangle \times \left\langle \frac{\Delta x}{x_0} \right\rangle \Rightarrow \begin{cases} y_{NR} = \frac{4k_B T - \epsilon_0}{m_e c^2} \max(\tau_T, \tau_T^2) \\ y_R = 16 \left( \frac{k_B T}{m_e c^2} \right)^2 \max(\tau_T, \tau_T^2) \end{cases}$$

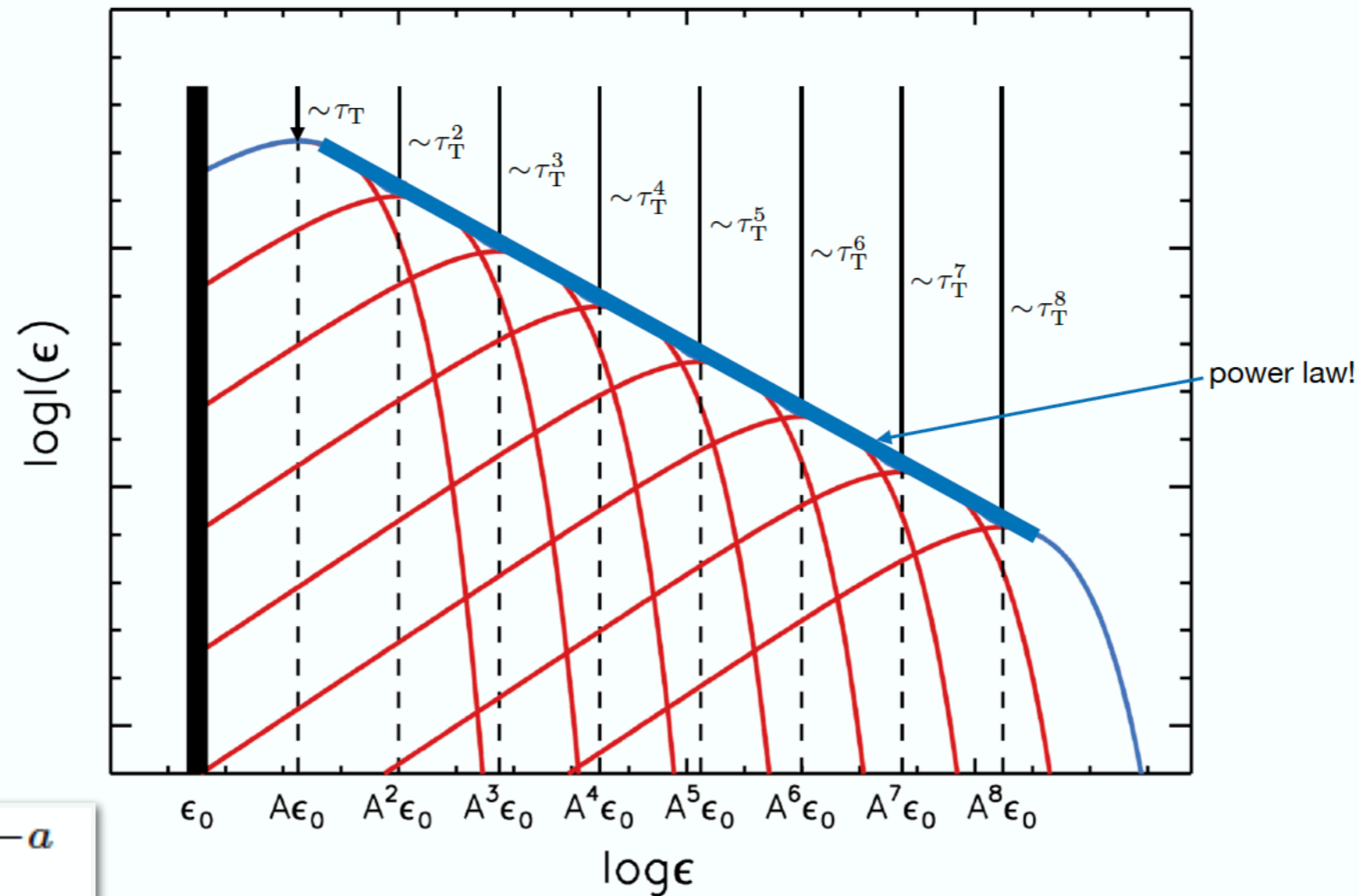
$$N(\gamma) \propto \gamma^2 e^{-\gamma/\Theta}; \quad \Theta \equiv \frac{kT}{m_e c^2}$$

Si  $y > 1$ , entonces la Comptonización generalmente cambia el espectro

$$\tau_T = n_e \sigma_T R$$

$$\tau_T < 1 \rightarrow \tau_T \approx P_{\text{int}}$$

### Thermal Compton – low optical depth

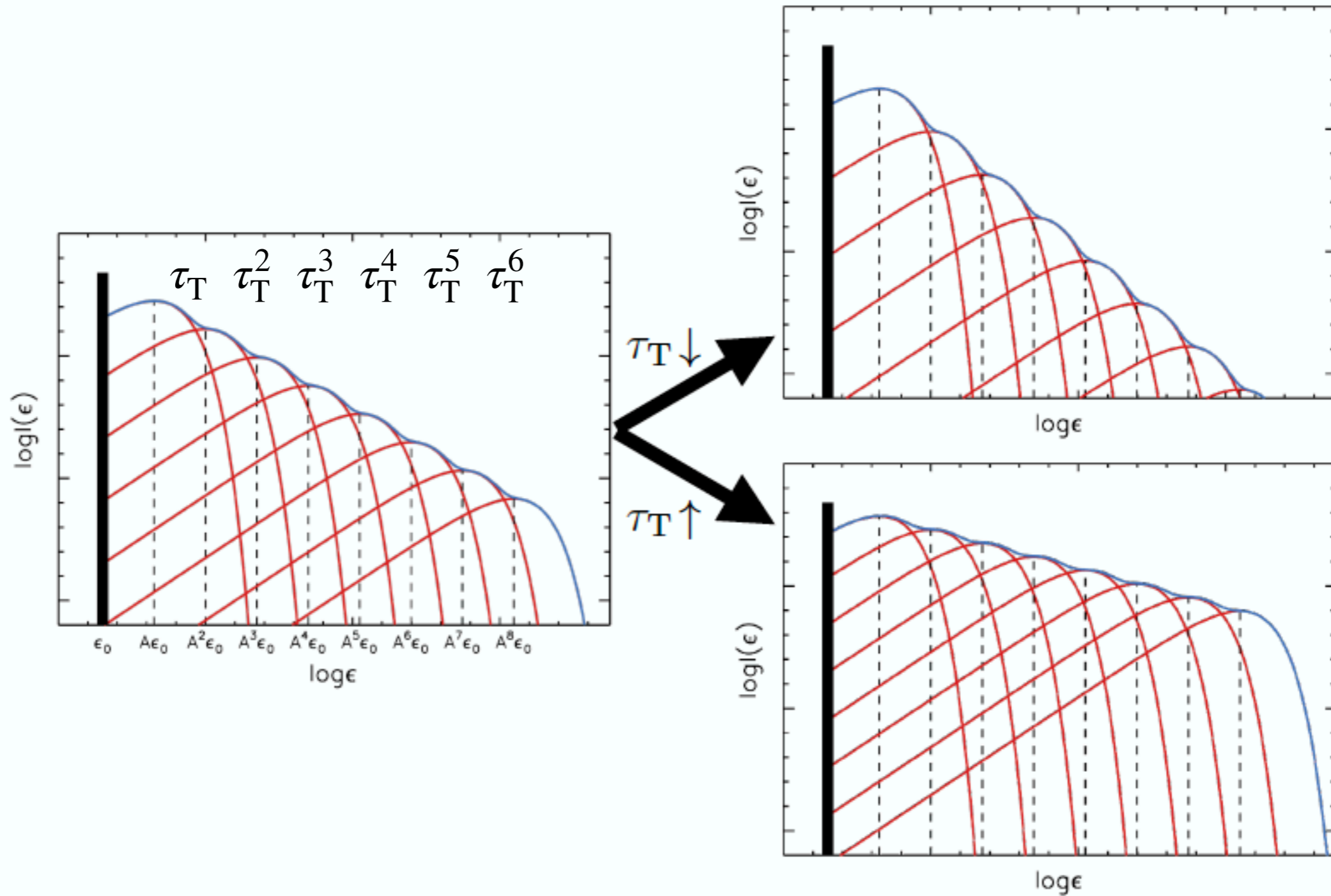


$$I(\epsilon_k) \propto I(\epsilon_0) \left( \frac{\epsilon_k}{\epsilon_0} \right)^{-a}$$

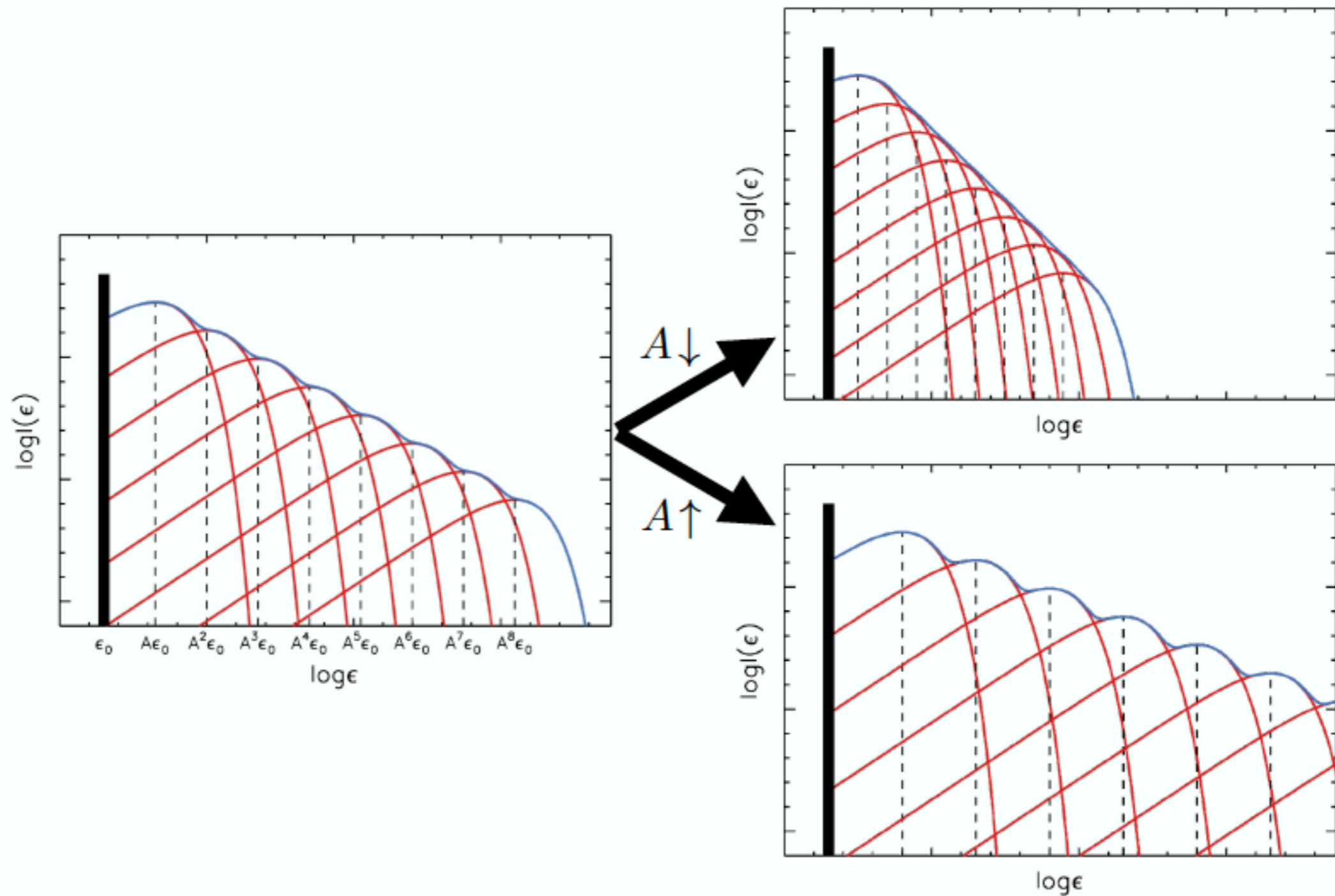
$$a = -\frac{\ln \tau_T}{\ln A} = \frac{\ln \tau_T}{\ln \tau_T - \ln y}$$

$$A \equiv \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \approx \frac{y}{\tau_T} + 1$$

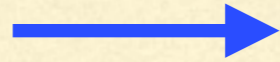
# Thermal Compton – low optical depth



# Thermal Compton – low optical depth

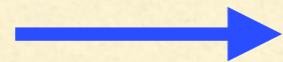


$$\tau_T \gtrsim 1,$$



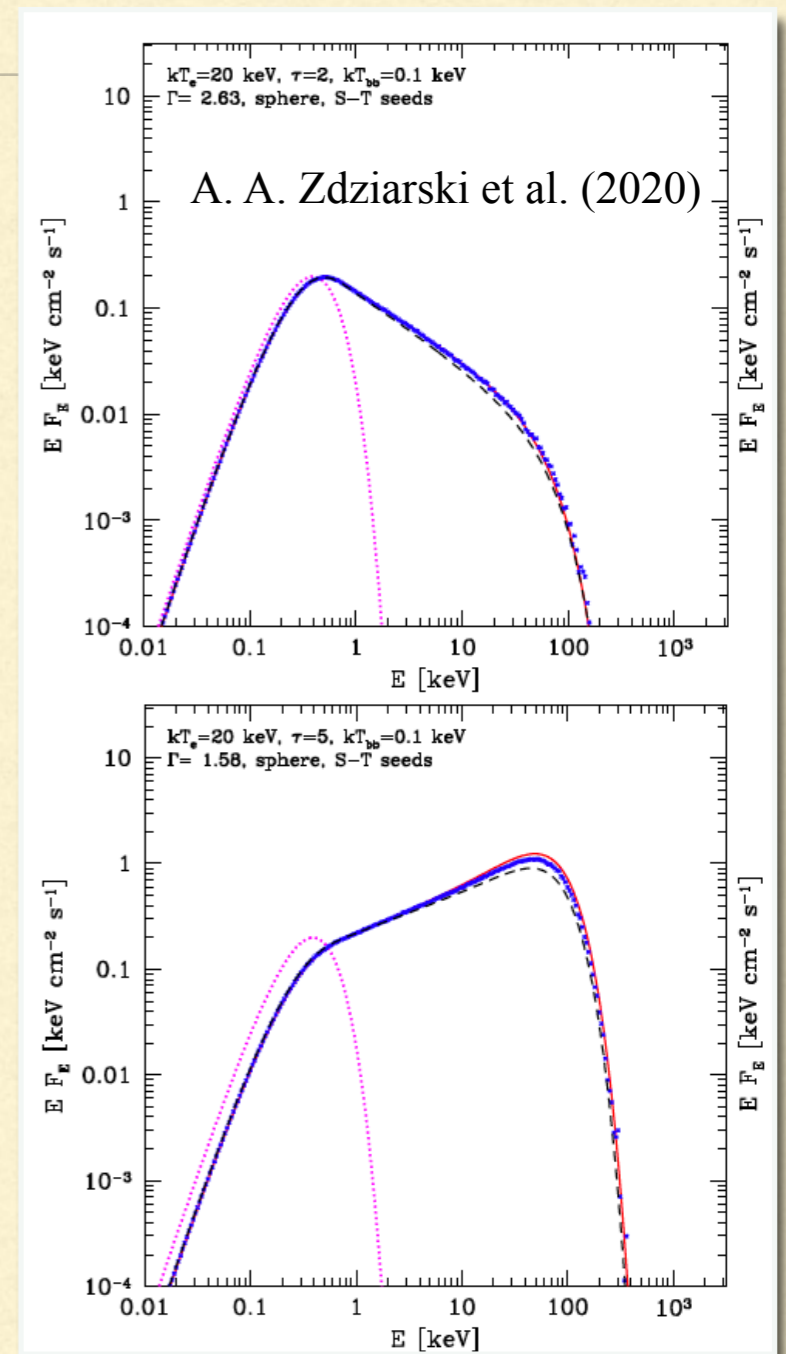
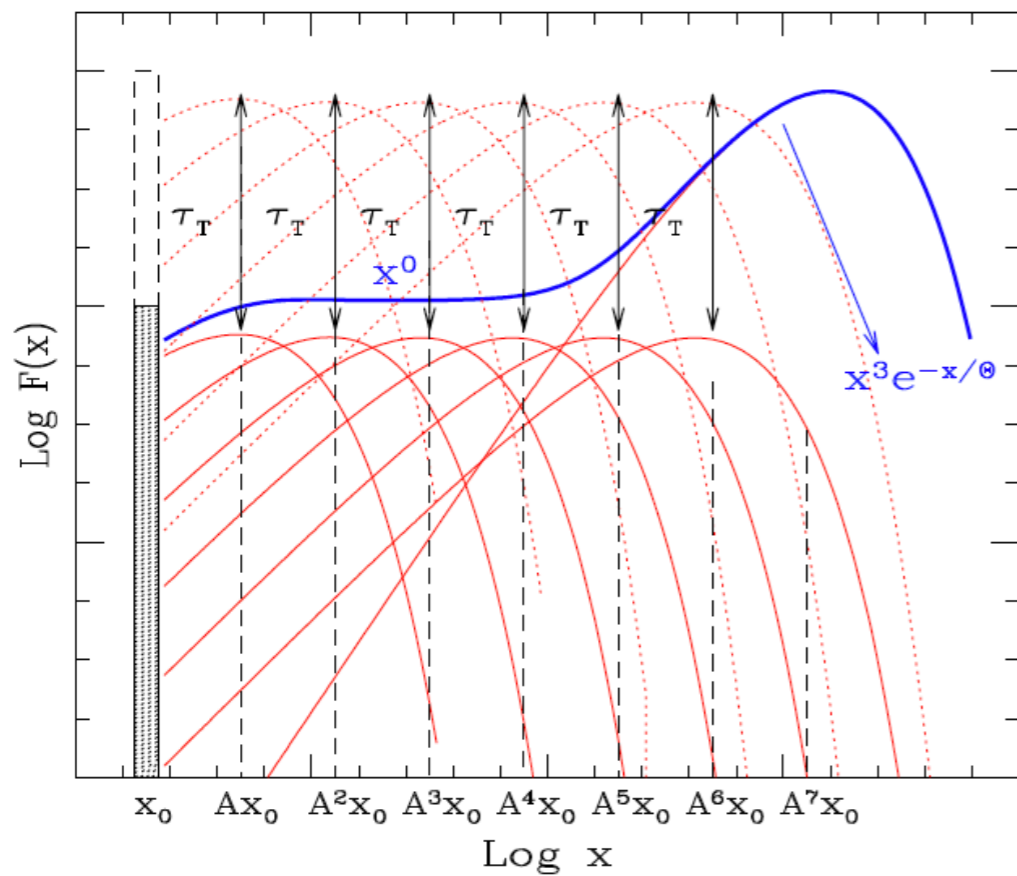
$$a = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{4}{y}}$$

$$\tau_T \gg 1,$$



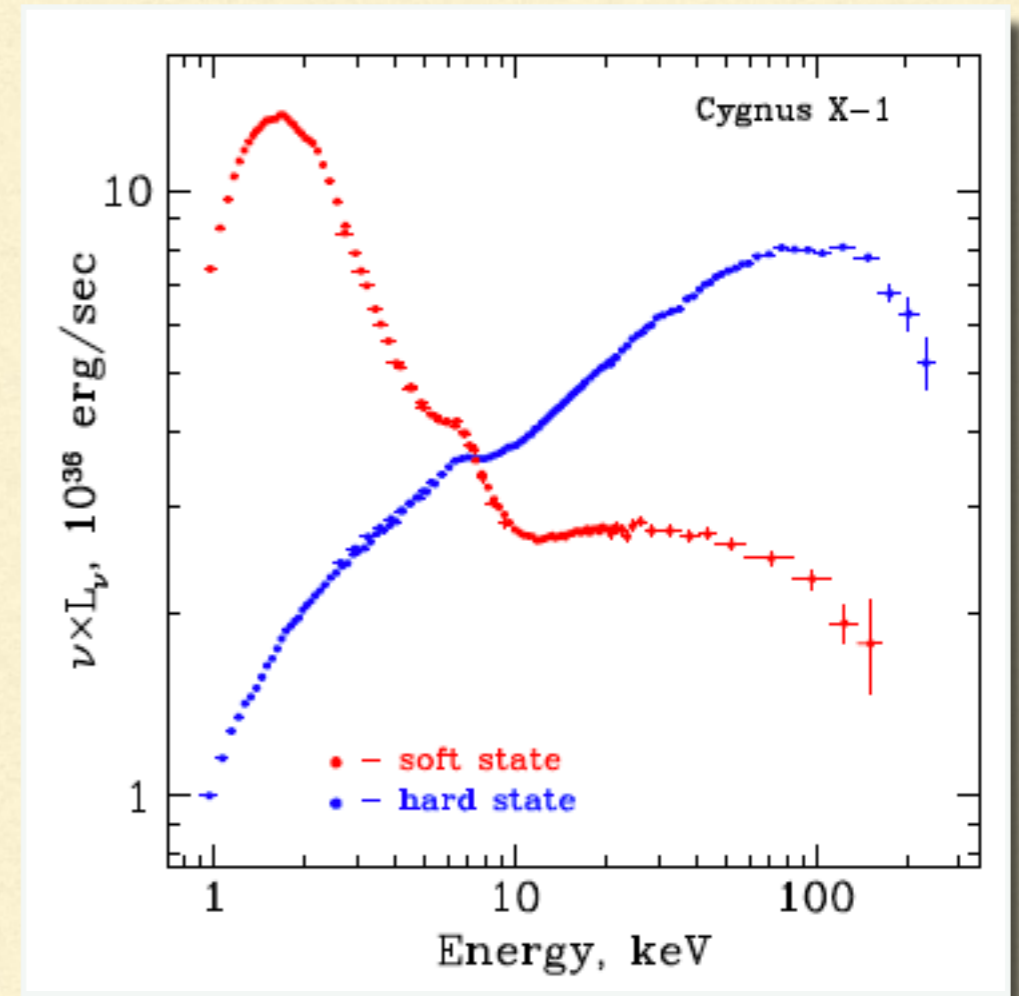
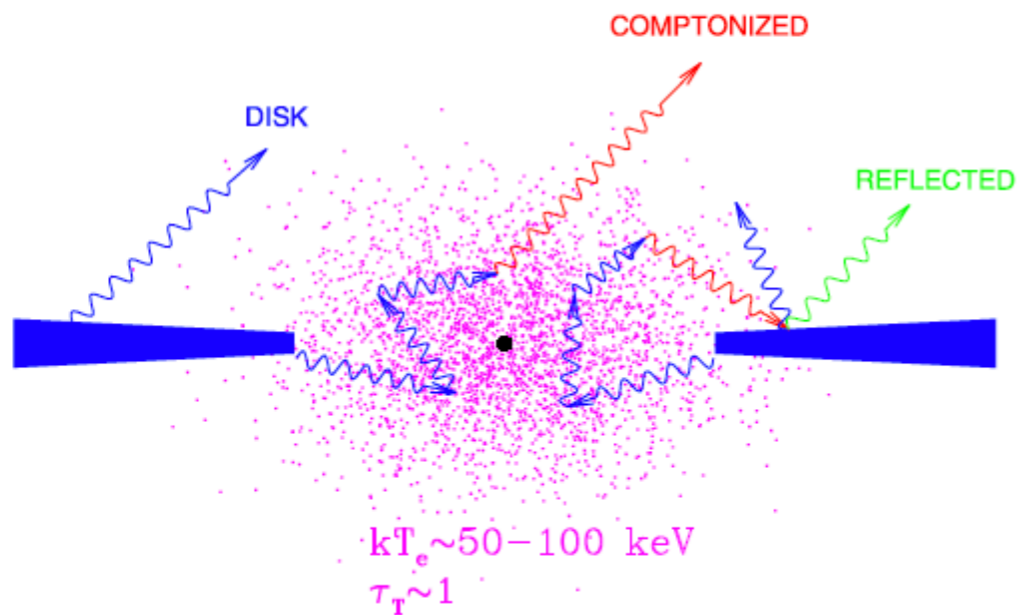
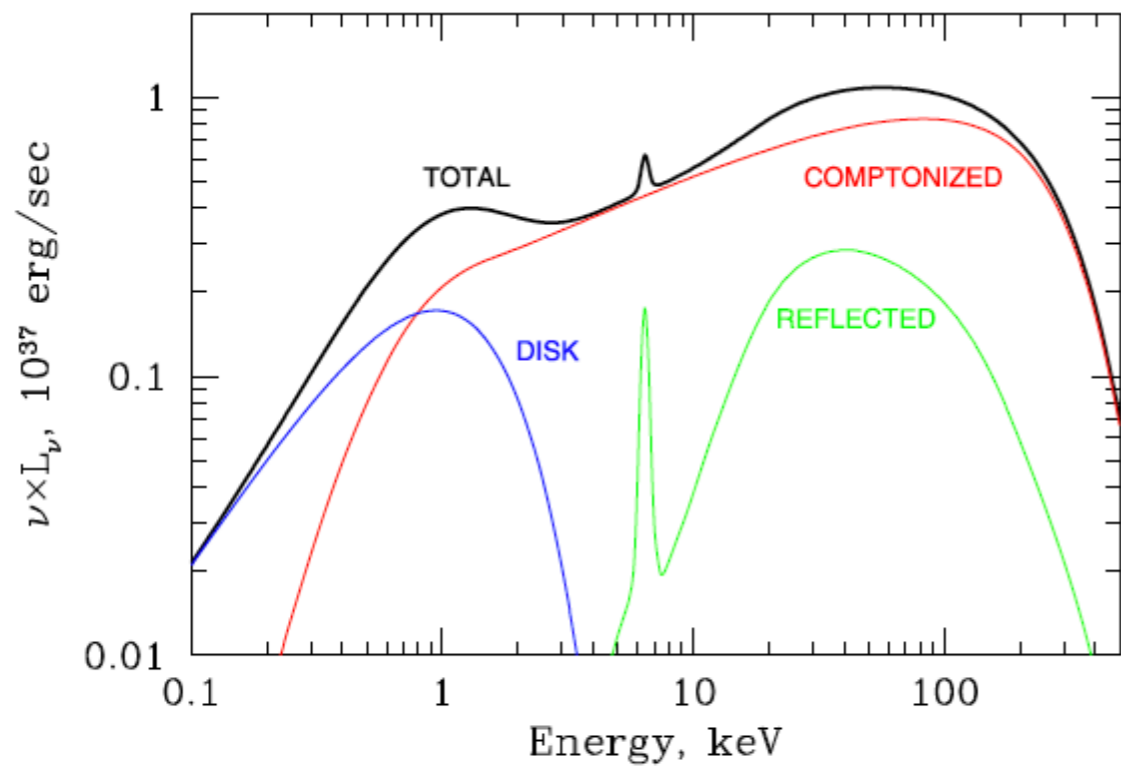
$$I(\nu) \propto \nu^3 e^{-h\nu/k_B T}$$

Equilibrio: ley de Wien

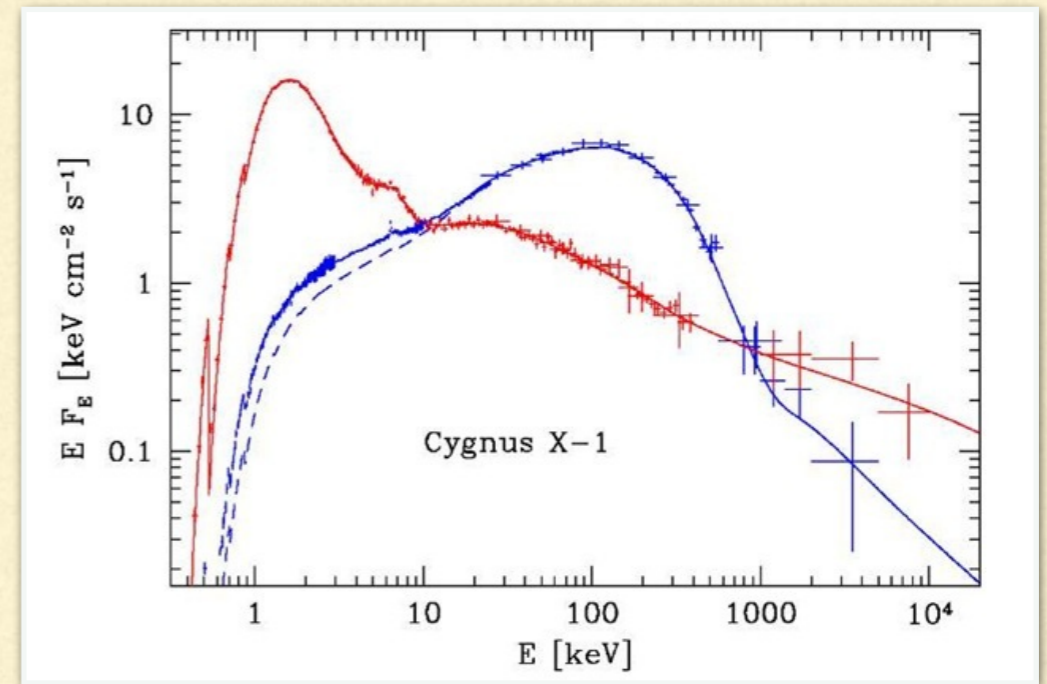
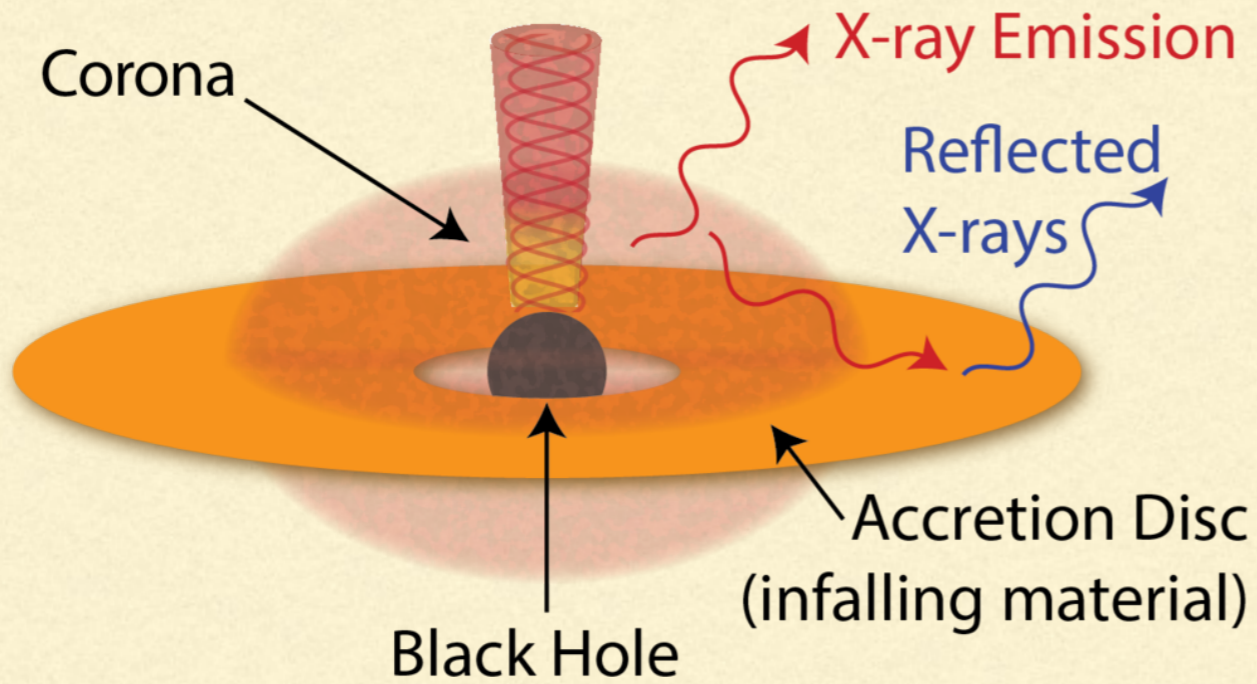


Cuando  $\tau_T \gg 1$ , casi todos los fotones son dispersados. Por tanto, el número de fotones escapando en cada paso es el mismo.

Esto no puede continuar indefinidamente, ya que hay un límite en la energía de los electrones. Cuando se alcanza este límite, los fotones termalizan con los electrones y aparece un “bulto” que no es más que el espectro de Wien.

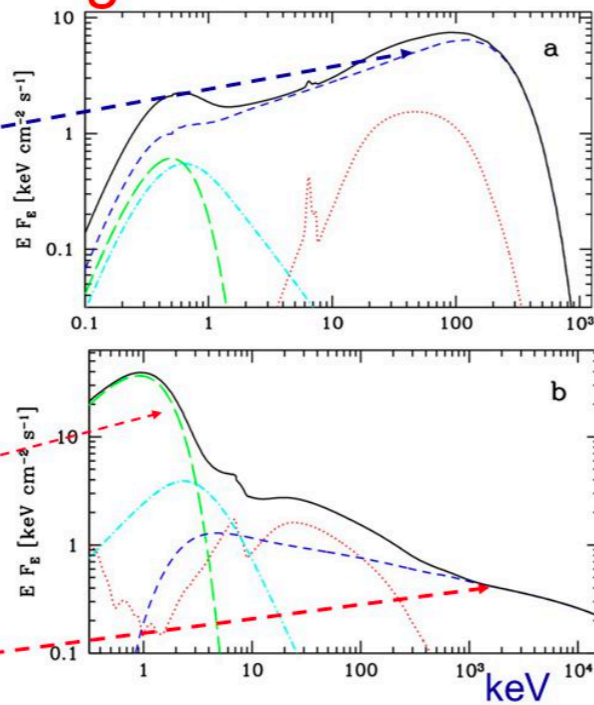


El espectro formado por la Comptonización no saturada de fotones semilla de baja frecuencia con temperatura característica  $T_{bb}$  en electrones calientes con temperatura  $T_e$  tiene una forma de ley de potencia en el rango de energía de  $\sim 3kT_{bb}$  a  $\sim kT_e$ . Para los parámetros típicos de los agujeros negros en AGN y binarias de rayos X en el estado espectral “duro”, esto corresponde al rango de energía de unas pocas decenas de eV – 1 keV a  $\sim 50$  -100 keV.

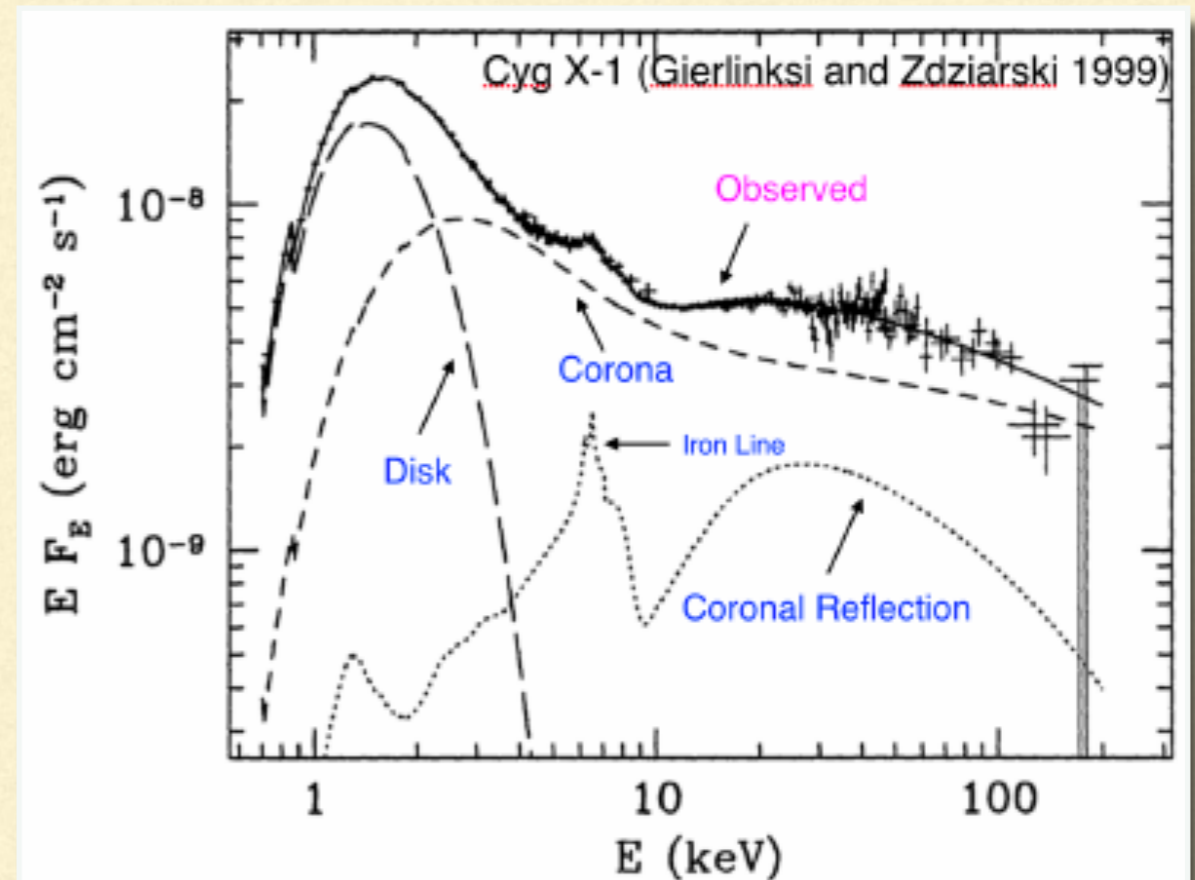


## Spectra of accreting black holes

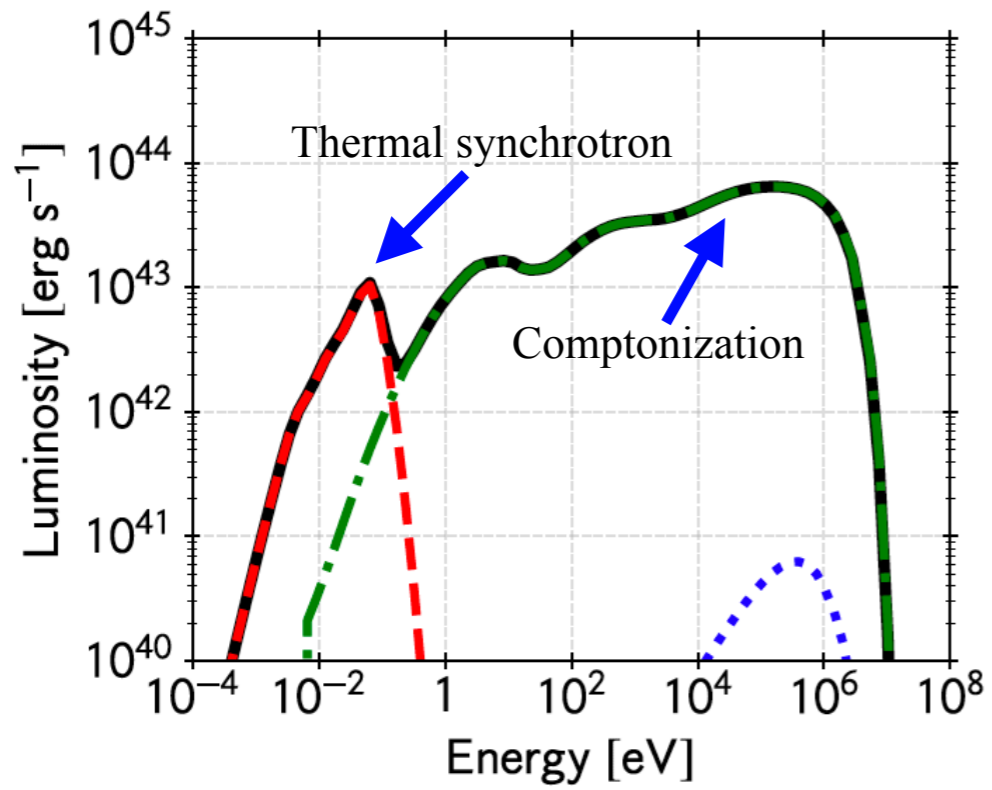
- **Hard state**
  - Thermal Comptonization
  - Weak non-thermal tail
- **Soft state**
  - Dominant disk blackbody
  - Non-thermal tail extending to a few MeV



Zdziarski & Gierlinski 2004



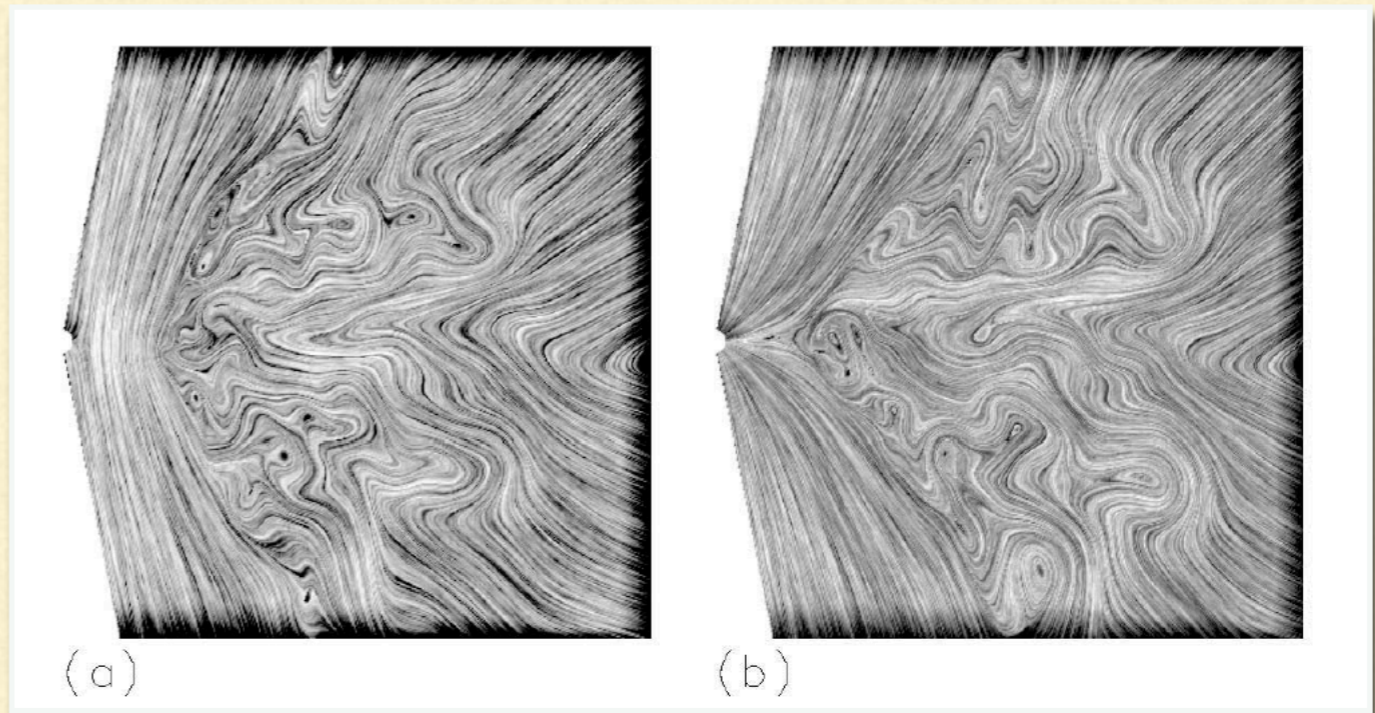
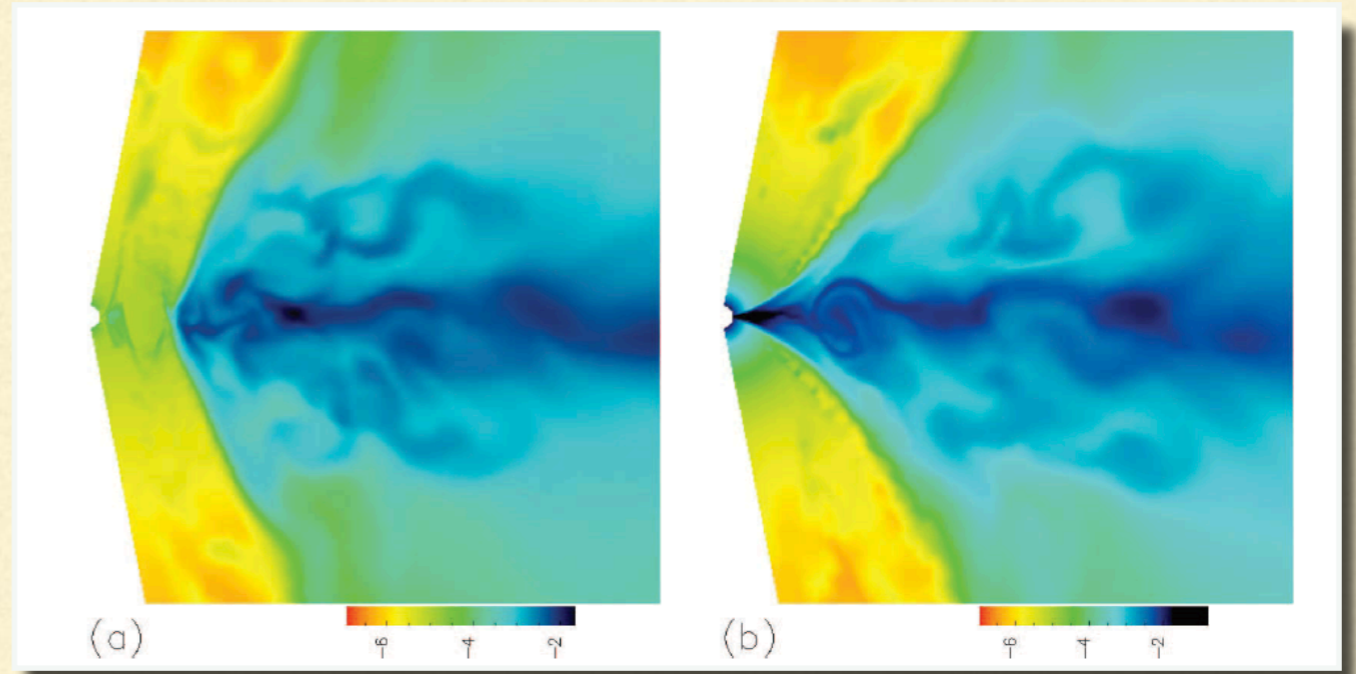




G.E. Romero & E. Gutierrez (2020)



M87 - EHT



Igor V. Igumenshchev (2008)



# Event Horizon Telescope

40  $\mu$ as



Time: 0.0 days

## Tasa de pérdida de energía IC

$$-\frac{dE_e}{dt}(E_e) = c \int dE_\gamma \oint d\Omega_\gamma \int dE_{\text{ph}} \oint d\Omega_{\text{ph}} (E_\gamma - E_{\text{ph}}) n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, \Omega_{\text{ph}}) \times (1 - \beta_e \cos \psi) \frac{d\sigma_{\text{KN}}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma}.$$

El resultado toma una forma sencilla en el régimen de Thomson cuando el campo de fotones blanco es isotrópico:

$$\left. \frac{dE_e}{dt} \right|_{\text{Th}} = -\frac{4}{3} c \sigma_{\text{T}} U_{\text{ph}} \gamma_e^2,$$

donde

$$U_{\text{ph}} = \int dE_{\text{ph}} E_{\text{ph}} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}).$$

---

En el régimen de Thomson, entonces, la importancia relativa de las pérdidas de energía sincrotrón e IC queda fijada por la densidad de energía de los campos blanco:

$$\frac{t_{\text{IC,Th}}}{t_{\text{sincr}}} = \frac{U_{\text{mag}}}{U_{\text{ph}}}.$$

En el régimen de Klein-Nishina la tasa de pérdidas resulta aproximadamente

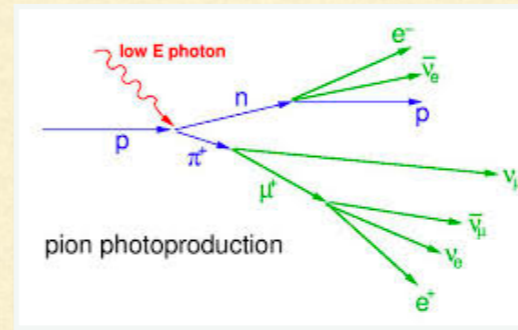
$$\left. \frac{dE_e}{dt} \right|_{\text{KN}} \approx -\frac{3}{8} c \sigma_{\text{T}} (m_e c^2)^2 \int dE_{\text{ph}} \frac{n_{\text{ph}}}{E_{\text{ph}}} \left[ \ln \left( \frac{4E_e E_{\text{ph}}}{(m_e c^2)^2} \right) - \frac{11}{6} \right].$$

Para un campo de fotones monocromático de energía  $\langle E_{\text{ph}} \rangle$ ,

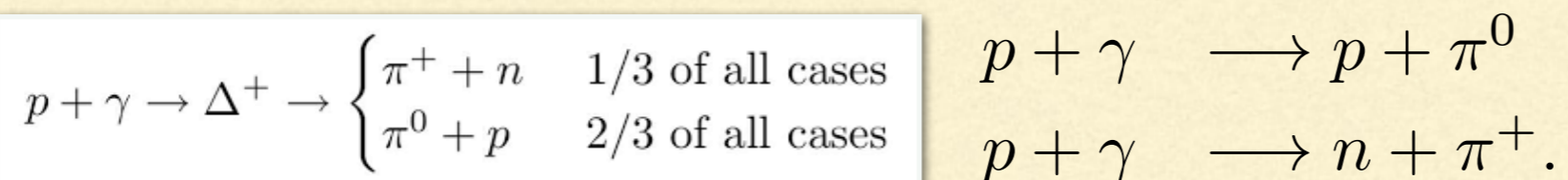
$$\left. \frac{dE_e}{dt} \right|_{\text{KN}} \approx -\frac{3}{8} c \sigma_{\text{T}} U_{\text{ph}} \left( \frac{m_e c^2}{\langle E_{\text{ph}} \rangle} \right)^2 \left[ \ln \left( \frac{4\gamma_e \langle E_{\text{ph}} \rangle}{m_e c^2} \right) - \frac{11}{6} \right].$$


---

## Radiación foto-hadrónica ( $p\gamma$ )



La interacción de protones relativistas con fotones puede resultar en la creación de piones a través de las reacciones



Para que esto ocurra la energía del fotón en el sistema en reposo del protón debe superar el valor umbral

$$\epsilon'_{\text{th}} = m_{\pi} \left( 1 + \frac{m_{\pi}}{2m_p} \right) = 144.7 \text{ MeV.}$$

Para energías mayores también es posible la creación de múltiples piones,

$$p + \gamma \longrightarrow p + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-)$$

$$p + \gamma \longrightarrow n + \pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-) \quad a, b = 0, 1, 2 \dots$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

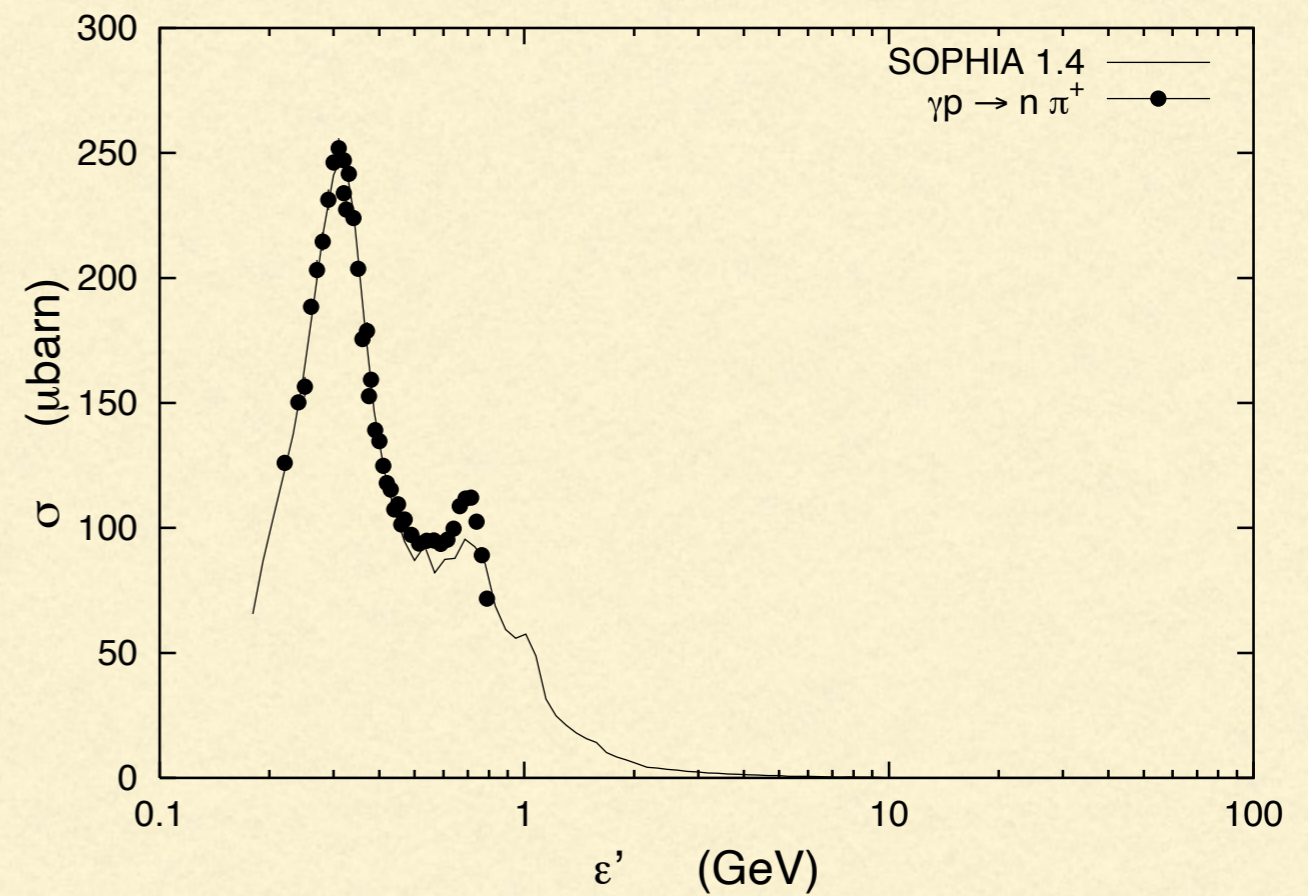
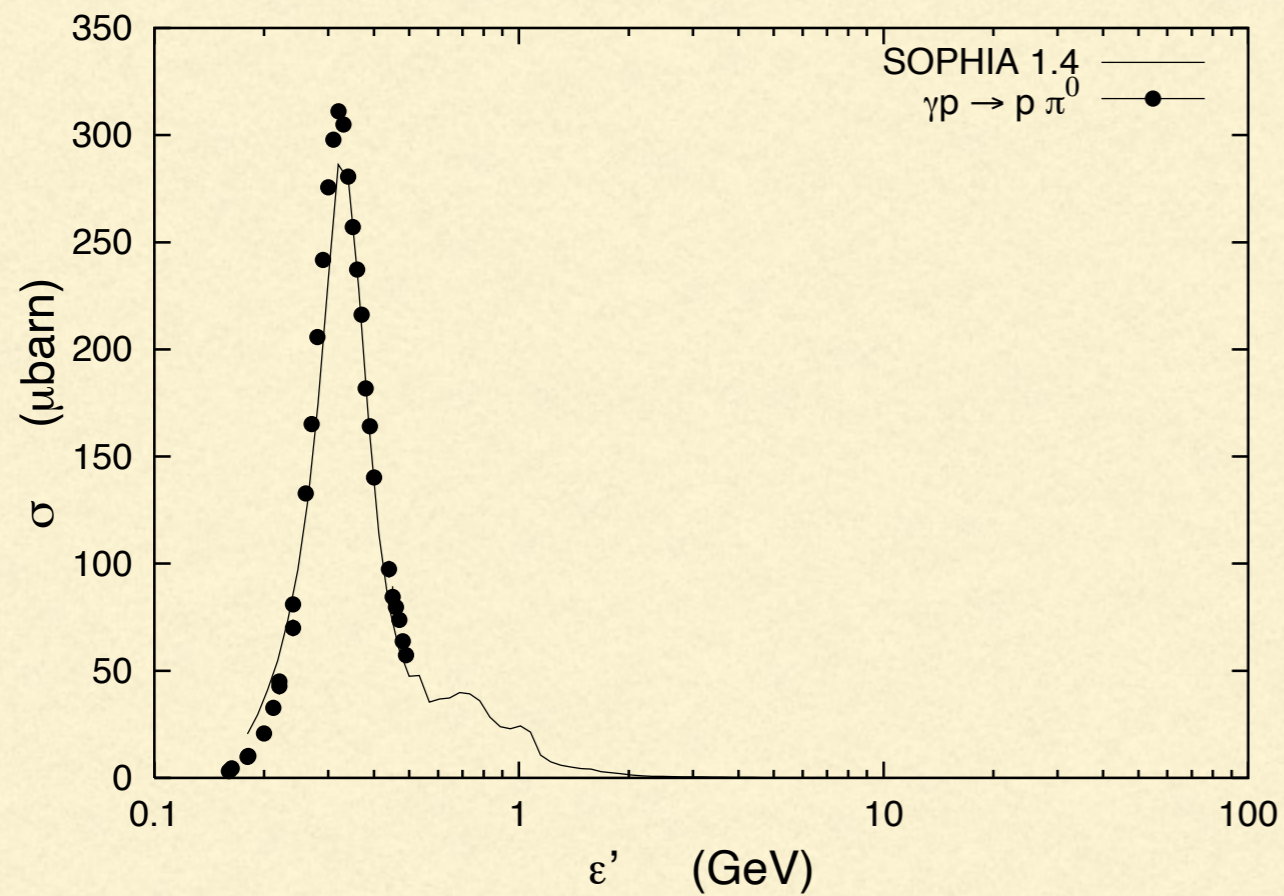
$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e.$$

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

## Secciones eficaces



---

$$\langle \sigma_{p\gamma} \rangle \sim 0.1 \text{ mb.}$$

$$\sigma_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 340 \mu\text{b} & \text{si } 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 120 \mu\text{b} & \text{si } \epsilon' > 500 \text{ MeV} \end{cases}$$

El primer rango de energía corresponde, aproximadamente, a aquel donde se produce un único pion por interacción, mientras que en el segundo es posible que se creen múltiples piones por colisión.

---

$$-\left. \frac{dE_p}{dt} \right|_{\pi}^{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon'_{\text{th}}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{\text{ph}}(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon'_{\text{th}}}^{2\epsilon\gamma_p} d\epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') \kappa_{p\gamma}(\epsilon') \epsilon'.$$

$$\kappa_{p\gamma}(\epsilon') \approx \begin{cases} 0.2 & \text{si } 200 \text{ MeV} \leq \epsilon' \leq 500 \text{ MeV} \\ 0.6 & \text{si } \epsilon' > 500 \text{ MeV} \end{cases}$$

Fotones térmicos

$$-\left. \frac{dE_p}{dt} \right|_{\pi}^{p\gamma} = 1.8 \times 10^{10} \left( \frac{\omega_{\text{ph}}}{\text{erg cm}^{-3}} \right) \left( \frac{\langle kT \rangle}{\text{eV}} \right)^{-2} \text{ eV s}^{-1}.$$

$$n_{\text{ph}} \propto \epsilon^{-2}$$

$$-\left. \frac{dE_p}{dt} \right|_{\pi}^{p\gamma} = 4.3 \times 10^{-7} \left( \frac{\omega_{\text{ph}}}{\text{erg cm}^{-3}} \right) \left( \frac{E_p}{\text{GeV}} \right)^2 \text{ eV s}^{-1}.$$



## Emisividad

$$q_{\pi}^{p\gamma}(E_{\pi}, \vec{r}) = c \int_{E_{p,\min}}^{E_{p,\max}} dE_p n_p(E_p, \vec{r}) \int_0^{\infty} d\epsilon \frac{d\sigma_{p\gamma}}{dE_{\pi}}(E_{\pi}, E_p, \epsilon) n_{\text{ph}}(\epsilon, \vec{r}).$$

$$q_{\gamma}(E_{\gamma}) = \int n_p(E_p) n_{\text{ph}}(\epsilon) \Phi(\eta, x) \frac{dE_p}{E_p} d\epsilon.$$

$$\Phi = \begin{cases} B_\gamma [\ln 2]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & \text{si } x < x_- \\ B_\gamma \exp \left\{ -s_\gamma \left[ \ln \left( \frac{x}{x_-} \right) \right]^{\delta_\gamma} \right\} \left[ \ln \left( \frac{2}{1+y^2} \right) \right]^{2.5+0.4 \ln(\eta/\eta_0)} & \text{si } x_- \leq x \leq x_+ \\ 0 & \text{si } x > x_+ \end{cases}$$

donde, con  $r = m_\pi/m_p$ ,

$$x_\pm = \frac{1}{2(1+\eta)} \left[ \eta + r^2 \pm \sqrt{(\eta - r^2 - 2r)(\eta - r^2 + 2r)} \right],$$

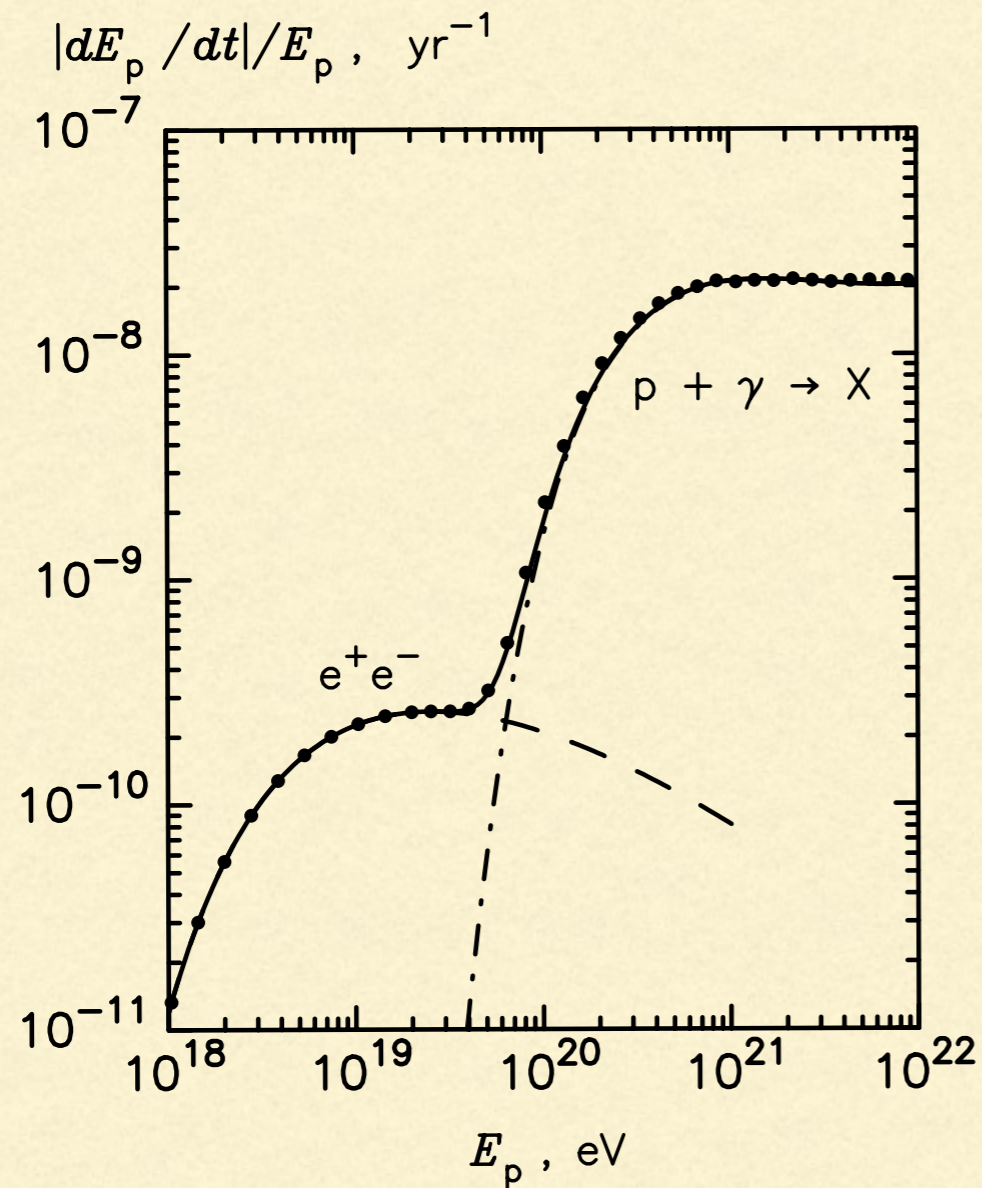
$$y = \frac{x - x_-}{x_+ - x_-},$$

y el valor de  $\eta_0$  está relacionado con la energía umbral,

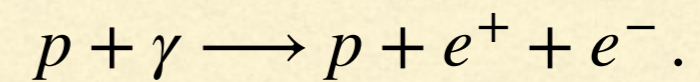
$$\eta_0 = 2 \frac{m_\pi}{m_p} + \frac{m_\pi^2}{m_p^2}.$$

Kelner & Aharonian 2008

$$\eta = 4\epsilon E_p/m_p^2 c^4 \text{ y } x = E_\gamma/E_p.$$



Producción de pares Bethe-Heitler



$$\frac{d\sigma_{e^\pm}}{dE'_{e^-}} = \frac{4\alpha r_e^2}{E'_{\text{ph}}{}^3} \left( E'_{e^-}{}^2 + E'_{e^+}{}^2 + \frac{2}{3} E'_{e^-} E'_{e^+} \right) \left[ \ln \left( \frac{2E'_{e^-} - E'_{e^+}}{m_e c^2 E'_{\text{ph}}} \right) - \frac{1}{2} \right].$$

$$\sigma_{e\pm} \approx \begin{cases} \frac{2\pi}{3} \alpha r_e^2 \left( \frac{x' - 2}{x'} \right)^3 \left( 1 + \frac{1}{2} \eta + \frac{23}{40} \eta^2 + \dots \right) & x' \lesssim 4 \\ \alpha r_e^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln(2x') - \frac{218}{27} + \left( \frac{2}{x'} \right)^2 \left[ 6 \ln(2x') - \frac{7}{2} + \dots \right] \right\} & x' \gtrsim 4. \end{cases}$$

$$x' = E'_{\text{ph}} / m_e c^2 \quad \text{y} \quad \eta = (x' + 2) / (x' - 2)$$

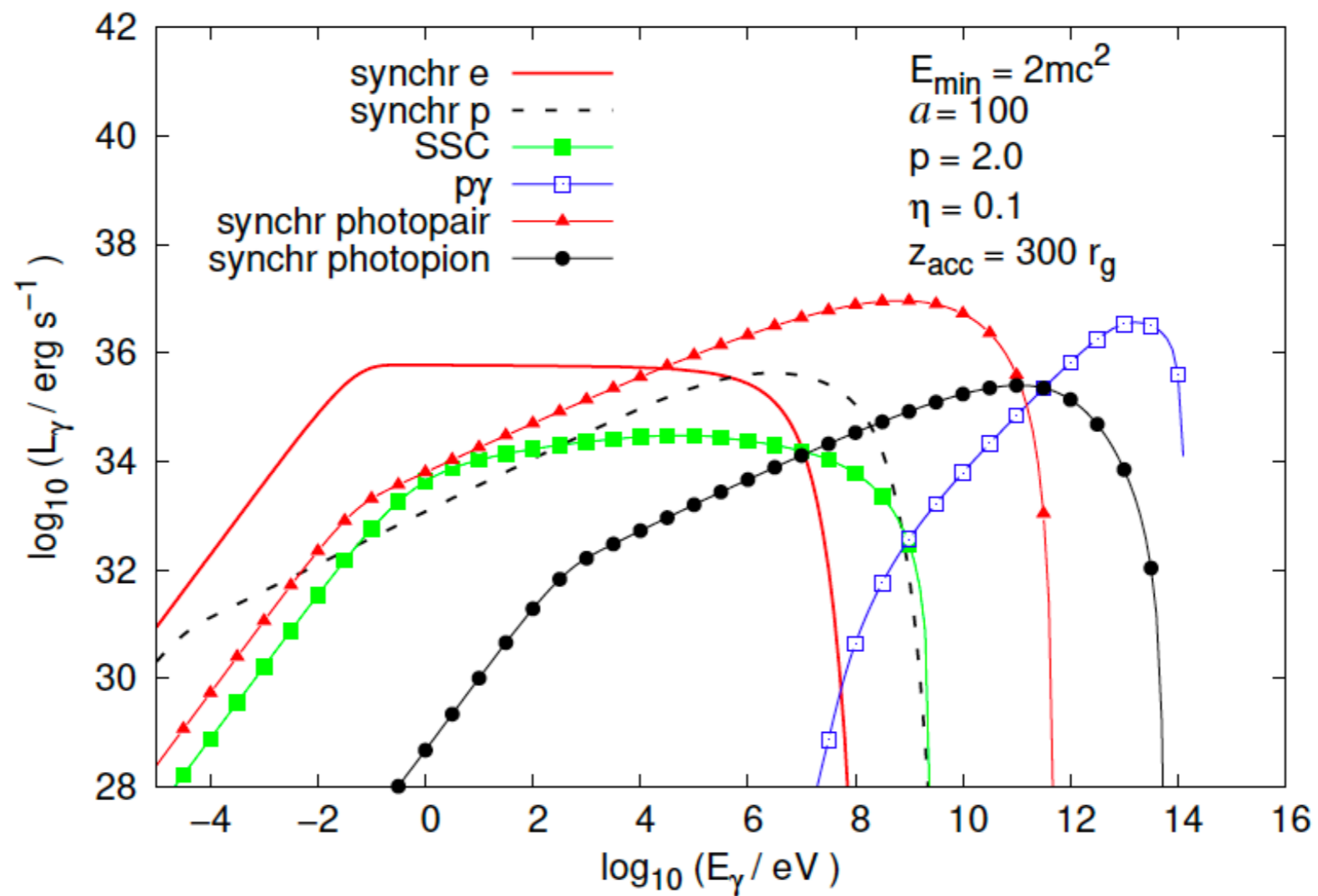
$x' < 1000$

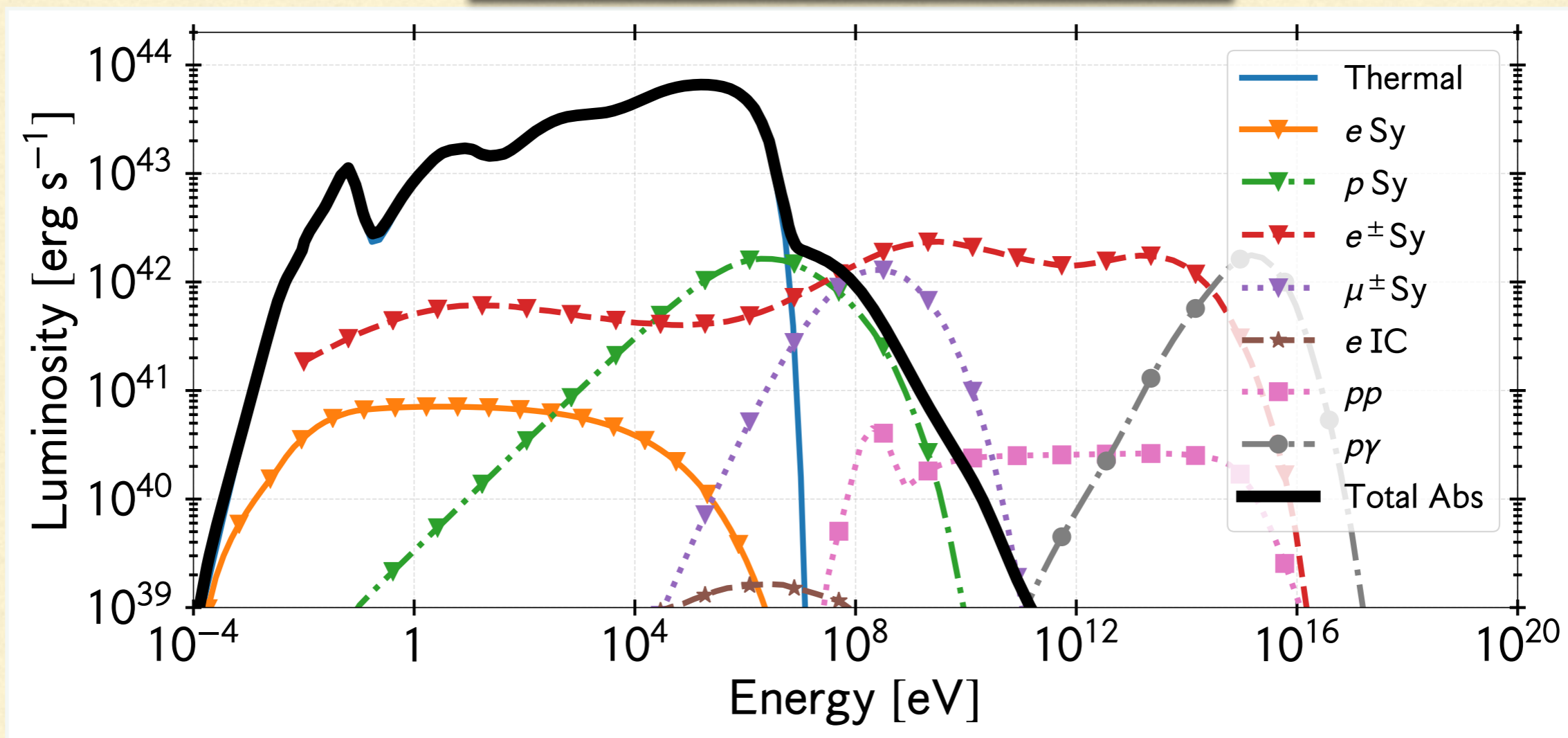
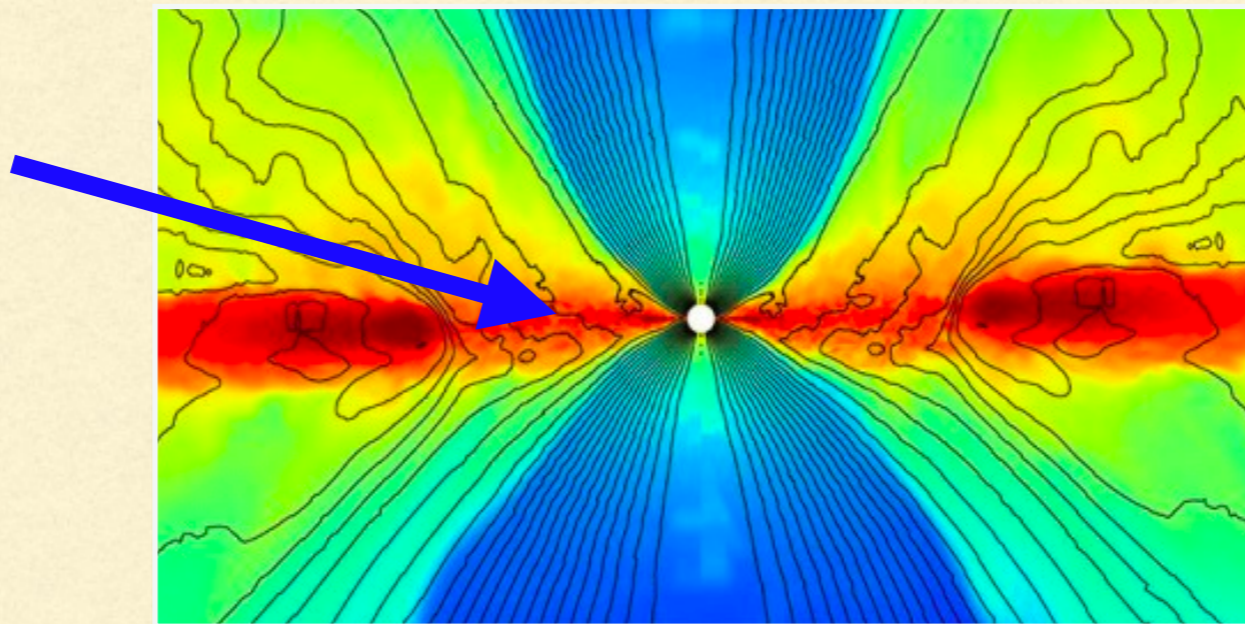
$$\kappa_{e\pm} \approx 4 \frac{m_e}{m_p} \frac{1}{x'} \left[ 1 + 0.3957 \ln(x' - 1) + 0.1 \ln^2(x' - 1) + 0.0078 \ln^3(x' - 1) \right],$$

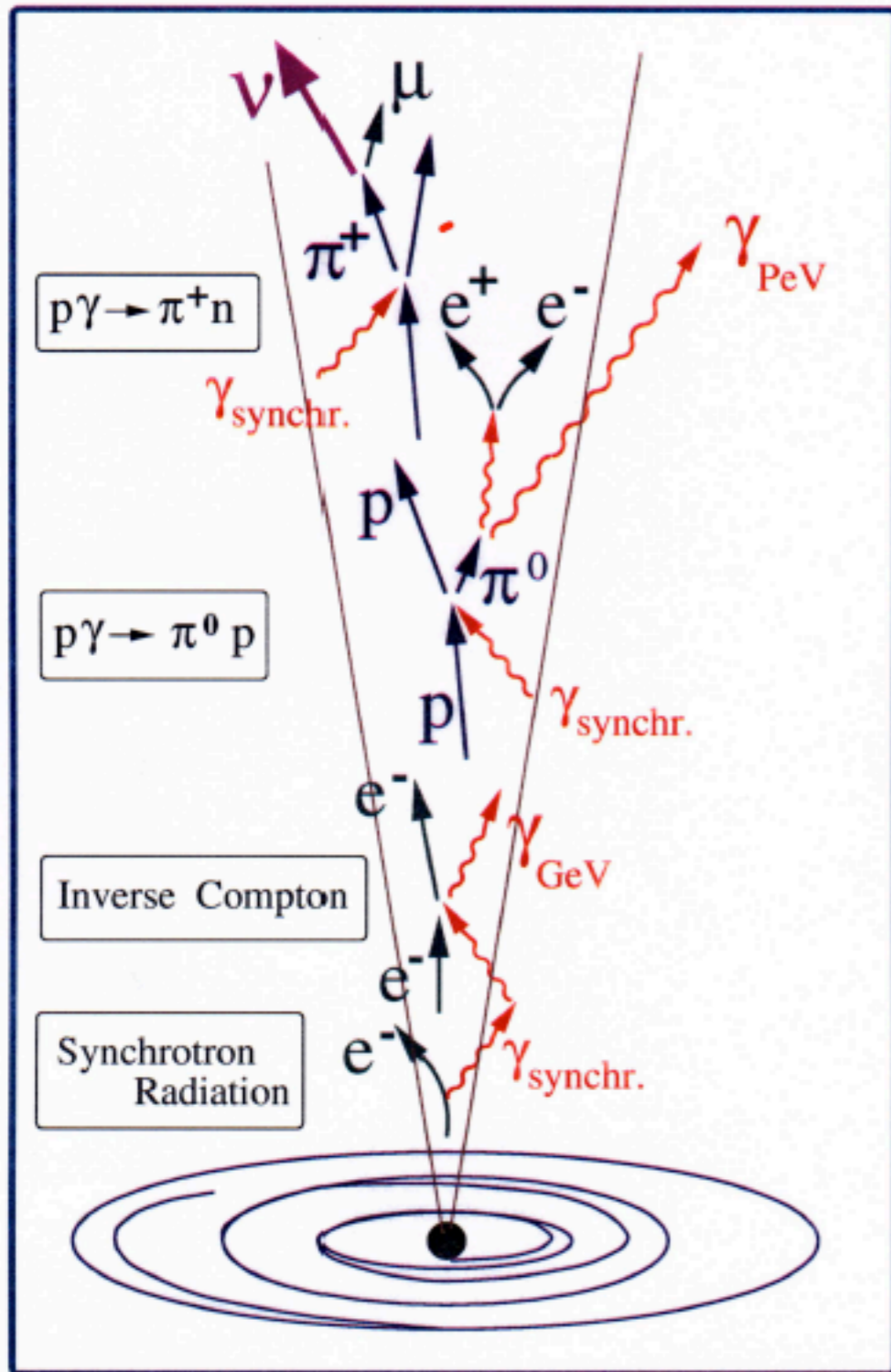
$x' > 1000$

$$\kappa_{e\pm} \approx \frac{m_e}{m_p} \frac{4}{x'} \left[ \frac{-8.78 + 5.513 \ln(x') - 1.612 \ln^2(x') + 0.668 \ln^3(x')}{3.1111 \ln(2x') - 8.0741} \right].$$

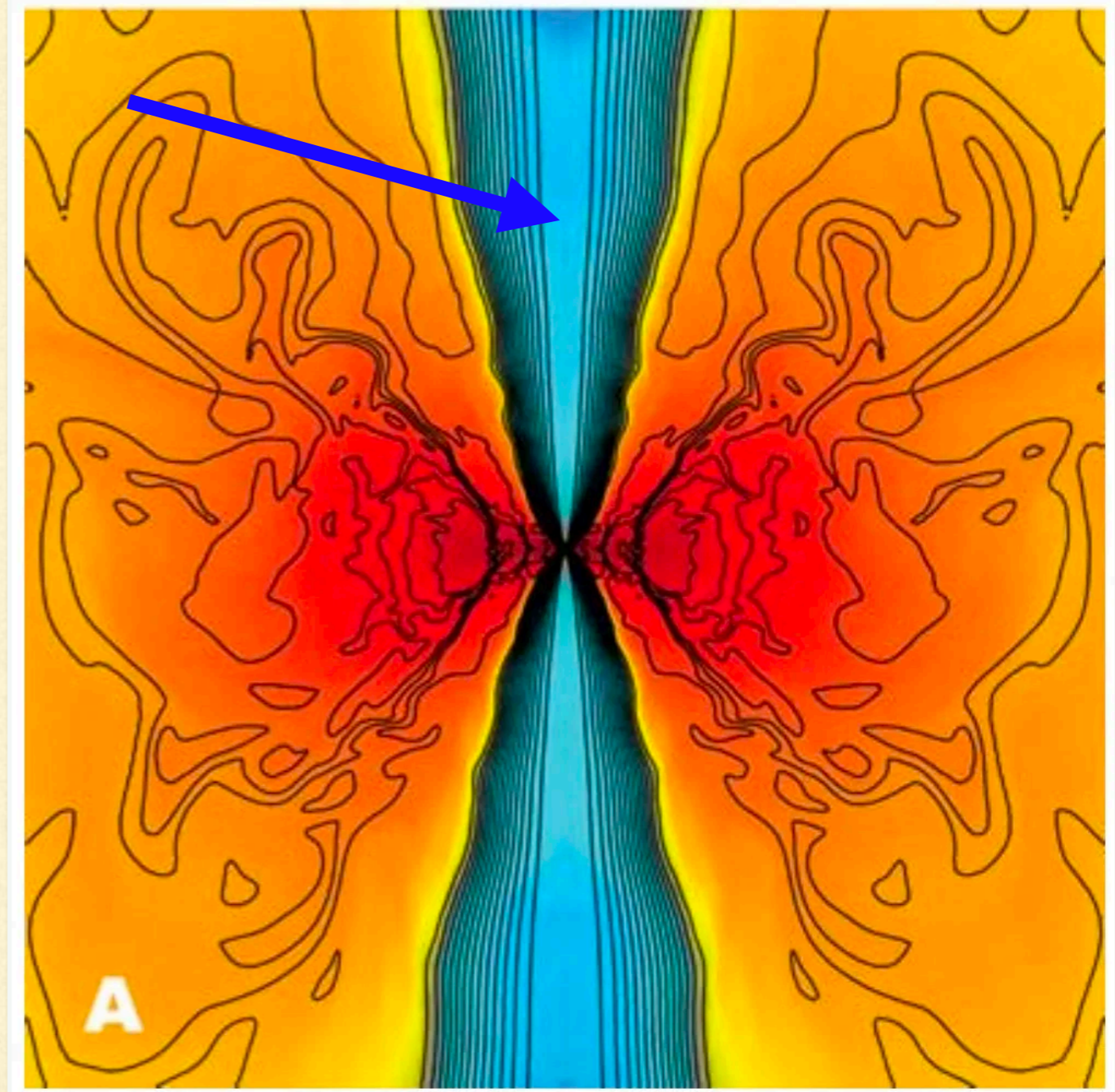
$$-\left. \frac{dE_p}{dt} \right|_{e^\pm}^{p\gamma} = \frac{m_p c^3}{2\gamma_p^2} \int_{\frac{E_{\text{ph}}}{2\gamma_p}}^{\infty} dE_{\text{ph}} \frac{n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}})}{E_{\text{ph}}^2} \int_{E_{\text{ph}}'}^{2\gamma_p E_{\text{ph}}} dE_{\text{ph}}' \sigma_{e^\pm} \kappa_{e^\pm} E_{\text{ph}}'$$



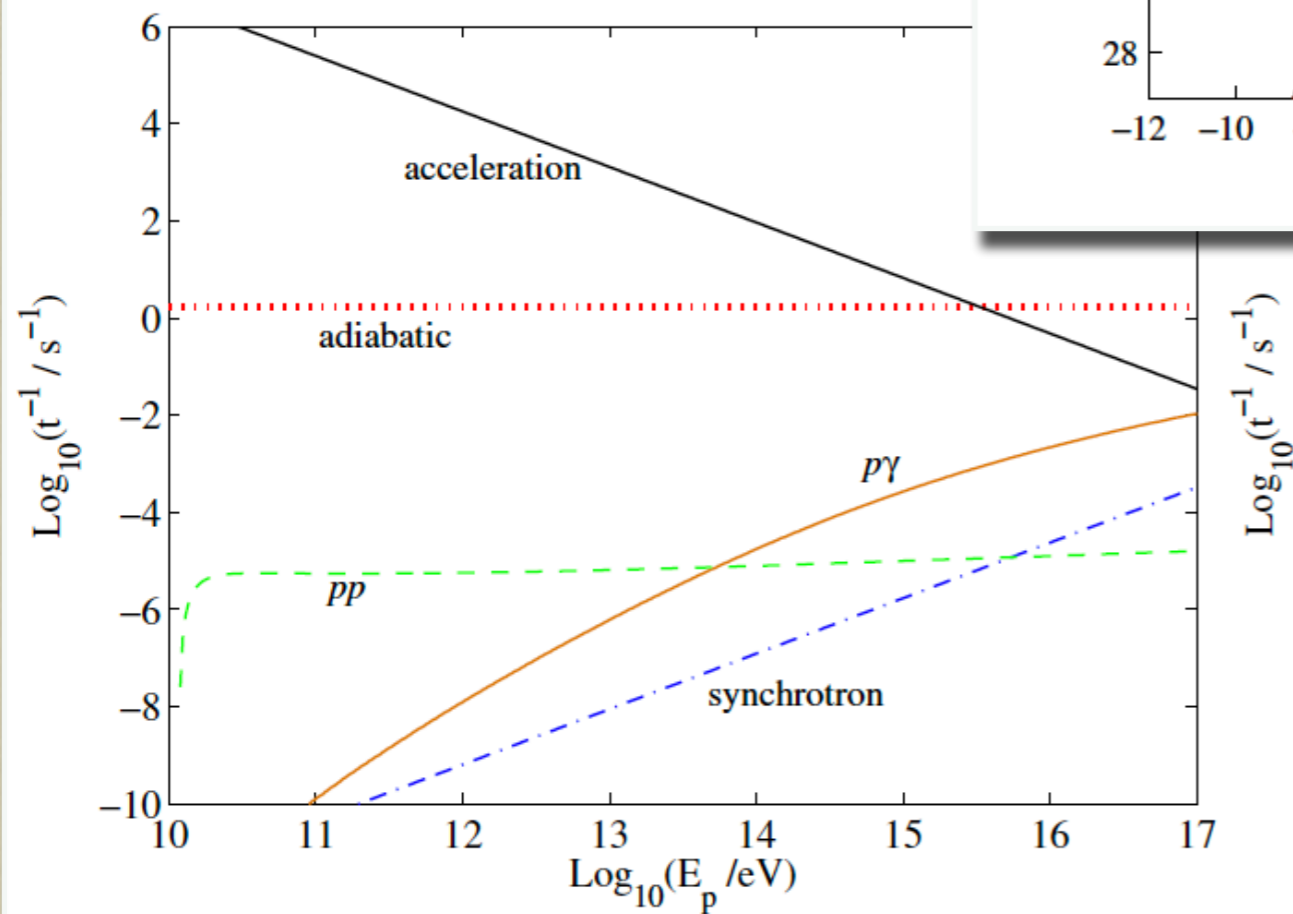
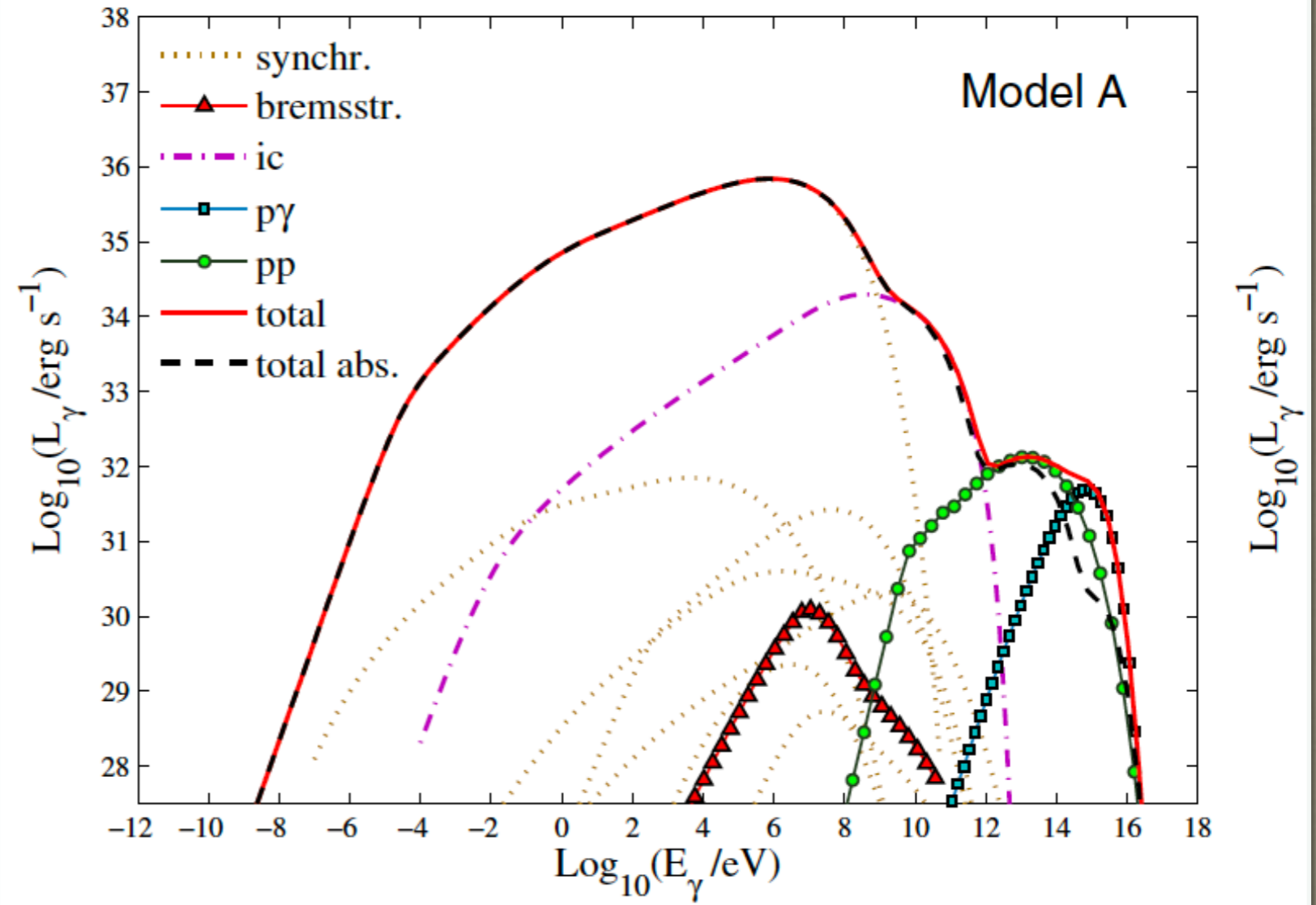
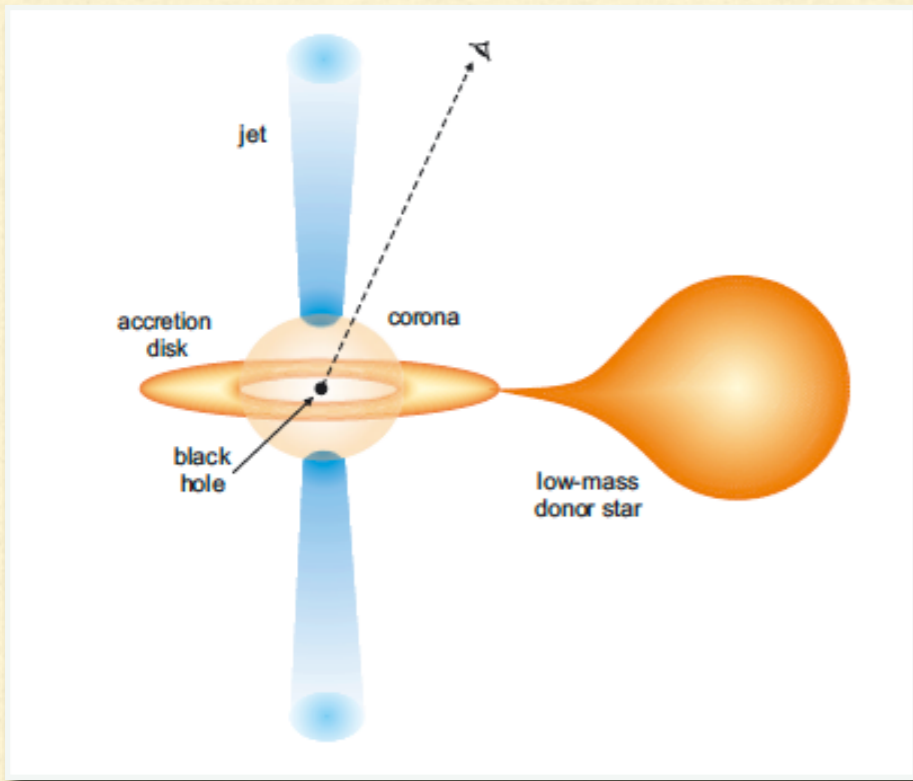




C. Spiering



AGN - active galactic nuclei

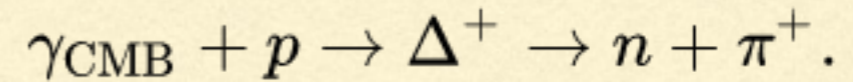
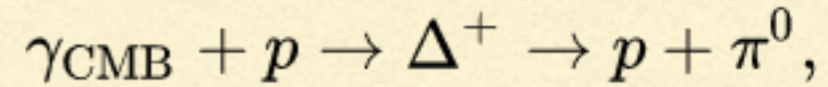


Vila, Romero & Casco (2012)

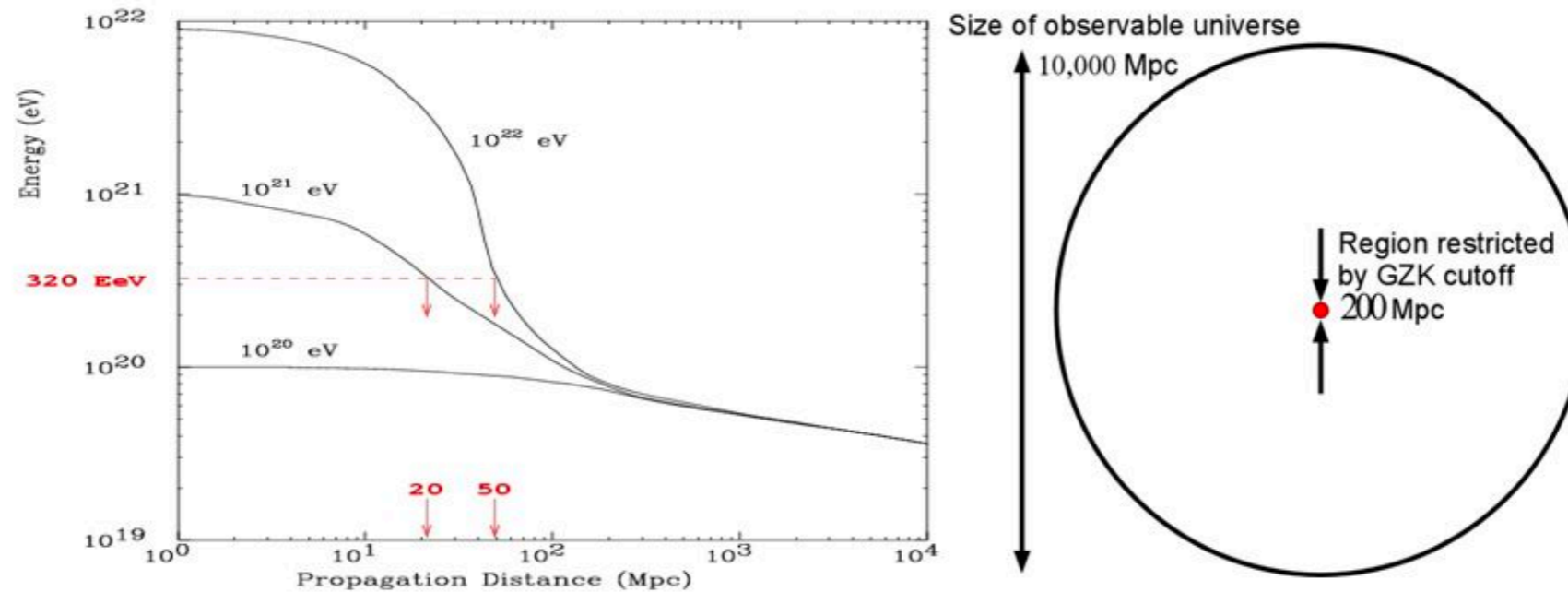




# Propagación de protones por el CMB



## Greisen-Zatsepin-Kuzmin (GZK) Cutoff



Charged particles with  $E > 5 \times 10^{19} \text{ eV}$  will travel at most 100 Mpc before their energy drops below the cutoff.

Energy at source

