

Introducción a la Astrofísica Relativista

Práctica 9: fuentes

1. El ancho de las líneas en el espectro de un quasar indica que hay nubes con velocidad $v = 5000$ km/s orbitando a un objeto central a una distancia de ~ 3000 UA de este. Estimar cuál es la masa de ese objeto (un agujero negro), expresada en masas solares. Sugerencia: utilizar el teorema del virial, $-2\langle K \rangle = \langle U_g \rangle$; considerar que la masa del agujero negro es mucho mayor que la masa total de las nubes.
2. Para estimar el tamaño de una fuente se suele utilizar su escala temporal de variabilidad.
 - a) Si la fuente varía sobre una escala temporal Δt , entonces se puede acotar su tamaño lineal típico como $R < c \Delta t$. ¿Por qué?
 - b) Supongamos ahora que el emisor es una cáscara esférica ópticamente gruesa de radio $R(t)$, que se está expandiendo con velocidad relativista y que es energizada por una fuente en el centro. Mostrar que, debido a efectos de *beaming*, si se observa variabilidad temporal sobre una escala Δt a tiempo t , entonces el radio de la cáscara es tal que $R(t) < 2\Gamma^2 c \Delta t$, donde $\Gamma \gg 1$ es el factor de Lorentz de la cáscara. Aproximar cada elemento sobre la superficie de la cáscara como un emisor isotrópico.
3. Los gamma-ray bursts (GRBs) son los eventos más energéticos conocidos en el Universo. En un intervalo de tan solo $\Delta t \sim 10^{-2}$ s, se detectan fluencias típicas de 10^{-7} erg cm $^{-2}$. Para una distancia a la fuente de ~ 3 Gpc, esto corresponde a una energía isotrópica equivalente total emitida de 10^{50} erg en rayos γ .
 - a) Mostrar que si no se tienen en cuenta efectos de *beaming*, una fuente como esta es completamente opaca al escape de los rayos γ . Por simplicidad, considere que el emisor es homogéneo y que emite un campo de radiación monocromático con $\langle E_\gamma \rangle \approx 10$ MeV.
 - b) Sin embargo, los GRBs emiten radiación γ y su espectro es no térmico; el flujo observado (fotones por unidad de tiempo por unidad de área por unidad de energía) puede describirse como una ley de potencias $F = F_0 E^{-\alpha}$ con $\alpha \approx 2 - 3$. O sea que la fuente debe ser ópticamente transparente. Mostrar cómo el *beaming* permite solucionar esta aparente contradicción (conocida como *compactness problem*) si el factor de Lorentz del emisor es lo suficientemente alto. ¿De qué orden?

Pueden consultarse los trabajos de Piran (Phys. Rept. 314, 1999) y Lithwick & Sari (ApJ 555, 2001).

4. Proveniente de un núcleo galáctico activo ubicado a ~ 10 Mpc se detecta un flujo de $3.4 \times 10^{-4} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Se ha estimado que la masa encerrada en el núcleo es de $3 \times 10^8 M_{\odot}$. ¿Cuánto debe valer el factor de *beaming* para que la emisión detectada sea compatible con la idea de energía liberada por acreción?
5. Una burbuja de materia es eyectada por un microcuásar a una velocidad v cuya dirección forma un ángulo θ con la visual, en el sistema de referencia del observador.
- a) Mostrar que β_{ap} , la relación entre la velocidad aparente de la burbuja en el cielo y la velocidad de la luz, es

$$\beta_{\text{ap}} = \frac{v_{\text{ap}}}{c} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}. \quad (1)$$

donde $\beta = v/c$.

- b) Graficar β_{ap} en función de θ para $\beta = 0.5, 0.7, 0.9, 0.99$ y 0.999 . Mostrar que bajo ciertas condiciones es posible obtener $\beta_{\text{ap}} > 1$ y discutir su significado.
- c) Mostrar que para un dado $\beta < 1$, β_{ap} tiene un máximo en $\cos \theta_{\text{max}} = \beta$. Obtener la dependencia de $\beta_{\text{ap}}(\theta_{\text{max}})$ con β y calcular el valor mínimo de β para que $\beta_{\text{ap}}(\theta_{\text{max}}) > 1$.
- d) La Figura 1 muestra un montaje de varias imágenes en radio tomadas en diferentes épocas, de las eyecciones de dos fuentes en las que se observó movimiento supralumínico: una extragaláctica (el *quasar* 3C279) y otra galáctica (el *microquasar* GRS 1915+105). Notar las distintas escalas temporales y espaciales. Notar además que, en ambos casos, un grumo aparece más brillante que el otro. ¿Cuál es la causa? Suponiendo que α es el índice espectral de la emisión radio, investigar en cuánto se amplifica la componente brillante respecto de la otra.
6. Cuando el material en acreción sobre un centro gravitante posee momento angular, antes de caer sobre el acretor el gas forma un disco. Bajo la hipótesis, entre otras, de que el disco es delgado ($H \ll r$, donde r es la distancia al acretor y H es el semiancho del disco en r), la energía por unidad de tiempo por unidad de área que se emite por las caras del disco en estado estacionario es

$$D(r) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (2)$$

Aquí M es la masa del acretor, \dot{M} la tasa de acreción (masa acretada por unidad de tiempo) y R_{in} el radio interno del disco. Si el disco es ópticamente grueso, esta energía se emitirá como radiación de cuerpo negro. Es posible obtener, entonces, la temperatura en la superficie del disco en función de r como

$$\sigma_{\text{SB}} T^4(r) = D(r), \quad (3)$$

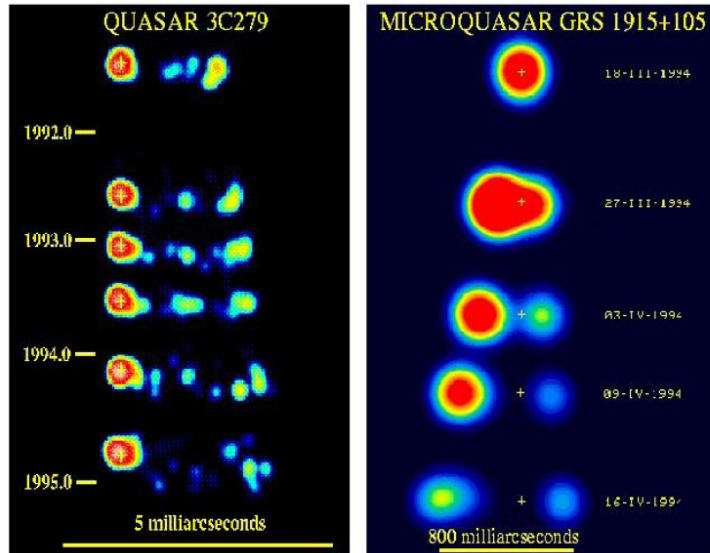


Figura 1: Imágenes en radio de las eyecciones del cuasar 3C279 (izquierda) y el microcuasar GRS 1915+105 (derecha), en distintas épocas.

donde σ_{SB} es la constante de Stefan-Boltzmann.

Calcular el espectro de emisión de un disco delgado alrededor de un agujero negro supermasivo ($M = 10^7 M_{\odot}$) y uno de masa estelar ($M = 10 M_{\odot}$). Adoptar como radio interno del disco el de la última órbita circular estable (*innermost stable circular orbit*, ISCO) para un agujero negro de Schwarzschild, $R_{\text{ISCO}} = 3R_{\text{Schw}}$, donde $R_{\text{Schw}} = 2GM/c^2$ es el radio de Schwarzschild. Para la tasa de acreción, utilizar un valor igual al 10% de la tasa de acreción de Eddington del agujero negro.

- Calcular y graficar $T(r)$ vs. r/R_{Schw} en ambos casos. ¿Qué puede concluir?
- Calcular y graficar la SED del disco ($E_{\gamma} L(E_{\gamma})$ vs. E_{γ}) en ambos casos. ¿En qué banda del espectro se ubica el pico de la SED en cada caso? Relacione el resultado con el inciso anterior.

- De acuerdo con un modelo disponible, el jet de un microcuáasar de alta masa forma un cono que se inyecta a una altura $z_0 = 40R_{\text{Schw}}$ por sobre el plano orbital y se abre de modo que $R_{\text{jet}} = 0.1z$ (el eje z es paralelo al eje de simetría del jet). Protones relativistas en el jet interaccionan con la materia del viento de la estrella compañera, produciendo una emisividad

$$q_{\gamma}(E_{\gamma}) = 3.2 \times 10^{12} \left(\frac{E_{\gamma}}{\text{TeV}} \right)^{-2.2} \left(\frac{z_0}{z} \right)^{3.5} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ TeV}^{-1} \text{ sr}^{-1}. \quad (4)$$

- Comentar en forma cualitativa cómo obtener la expresión anterior para la emisividad.
- Calcular la luminosidad $L_{\gamma}(E_{\gamma} = 1 \text{ TeV})$, asumiendo que la masa del objeto compacto es de $10 M_{\odot}$.